広島大学総合科学部紀要Ⅳ理系編，第23巻，9－25，1997年12月

モデル規範型適応ファジィ制御

上田　浩二*・水上　孝一**

*広島大学工学研究科
**広島大学総合科学部情報行動基礎研究講座

Model Reference Adaptive Fuzzy Control

Kouji UEDA* and Koichi MIZUKAMI**

Graduate School of Engineering, Hiroshima University, Higashihiroshima 1-4-1 739, Japan
***Department of Information and Behavioral Sciences,*
Faculty of Integrated Arts and Sciences, Hiroshima University,
Higashihiroshima 1-7-1 739, Japan

Abstract : Fuzzy control is a model-free linguistic control (*if—then* rules), which is easy to understand and provides nonlinear controllers for nonlinear systems. In recent years, some fuzzy controllers with an adaptive mechanism for unknown systems have been studied. In these studies, the parameters of a fuzzy controller are adjusted by some experience of human opereators or adaptive lows with some *if—then* rules. But the stability of the control system which is constructed by the plant and the fuzzy controller has not been analysed in most of these studies

In this paper, we propose a class of Model Reference Adaptive Fuzzy Controllers for nonlinear systems. This class of controllers are the fuzzy controllers with the structure of the direct adaptive control system which can directly stabilize tracking error ***e***. Finally, we derive the stability conditions (the adaptive laws) for the fuzzy controller for nonlinear systems by taking quadratic parameter error ϕ_i as the Lyapunov function *V*.

Key words : Fuzzy control, Fuzzy controller, Model reference adaptive fuzzy control

1．ま　え　が　き

ファジィ制御[1]とは、専門家が経験的に体得した制御知識などを *if—then* 形式のルールとして誰にでも理解ができる言語的表現であり、厳密な数学モデルを必要としない、制御対象などの非線形性に対してもロバスト性の強い制御方法である。ファジィ制御の有用点としては、事前情報として専門家が経験的に体得したある特定の制御対象に対する制御知識などを表現する非常に有効な手段（ファジィ制御器）を提供する。

近年このような事前情報としての制御知識を有するファジィ制御器に対し、制御対象の動特性が変化したり、未知であったりする場合にその制御知識を適応的に学習・調整するファジィ制御器に

1997年９月12日受付；1997年10月13日受理

関する研究[2],[3]が行なわれている。これらの研究ではファジィ制御器の学習・調整を、専門家によって経験的に制御知識を追加・調整を行ったり、ファジィ制御器と同様な *if—then* 形式のルールによって表現された学習規則によって自動的に行ったりしている。しかし、これらの研究で構成されている制御系（制御対象、ファジィ制御器など）の多くが、安定性などの面において解析的な議論が行われていない。

このような問題に対し、制御系の安定性を解析的に保証できる手法である適応制御[4],[5]の考え方を取り入れることによって、ファジィ制御器を含む制御系の安定性を解析的に保証する研究[6]がある。この研究においては、ファジィ制御器（ファジィモデル）を一種の数学モデルとして捉えることによって、ファジィ制御器を含む制御系の解析を可能にしている。本論文では先の研究の概念に基づき、新たに制御対象としてより非線形性の強いもの（$C_B(\cdot)$ が非線形行列）を取り扱い、モデル規範型適応制御の問題に対して議論を行う。また、議論の過程で制御対象の非線形性に対処し得る適応則を新たに提案する。そして議論の有効性をシミュレーションを通して実験的に検証する。

本論文の構成は、第２章では数学モデルとしてのファジィ制御器（ファジィモデル）の有用性と適応制御との接点について述べる。第３章では本論文の議論の中心であるモデル規範型適応ファジィ制御について述べる。この章において取り扱う非線形な制御対象として

1．連続時間システム

2．離散時間システム

に関するものをあげる。本来、ファジィ制御はその制御知識などを *if—then* 形式のルールとして表現することから計算機を主体に、離散時間システムを取り扱うディジタル制御との相性が良い。この場合、ファジィ制御器は離散時間で動作を行うと考える。その現状を踏まえた場合、離散時間システムのみを取り扱えば良いと考えられる。しかし、現実の制御対象のほとんどが連続時間システムで捉えることが適切であり、この場合、連続時間システムに対する制御器は連続時間で動作を行うと考える。先に述べたように本来ファジィ制御器は離散時間動作を行うことが一般的であるが、近年集積回路技術の発達でアナログ回路で構成された連続時間動作を行うファジィチップ[7]-[9]が開発された。このようなことから連続時間システムに対するファジィ制御の議論も少しずつではあるがその重要性を帯びてきたといえよう。そこで本論文においても離散時間システムに対する議論ばかりではなく、連続時間システムに対する議論も同時に行う。第４章では本論文の議論の有効性を実験的に検証するためにシミュレーションを行う。

2．ファジィ制御

2.1.　ファジィ制御器（ファジィモデル）

本論文では制御ルールの後件部が定数を表現し、前件部適合度を乗算で、推論値を前件部適合度と後件部定数との積和で求める簡略化したファジィ推論モデル[10]を採用する。この方法では、n個の入力変数$\{x_1,\cdots,x_n\}$、m個の出力変数の場合、任意のi番目の制御ルールは次のように記述する。

$$\begin{aligned} &R_i : If\ x_1 = A_{i1}\ and \cdots and\ x_n = A_{im} \\ &then\ u_1 = B_{i1}\ and \cdots and\ u_m = B_{im} \end{aligned} \qquad (1)$$

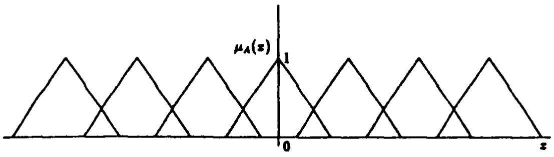


図 1: ファジィ集合

Flg.1. fuzzy set

ここで R_i はi番目の制御ルール、A_{ij} はi番目の制御ルールにおけるi番目の入力変数に対応する前件部ファジィ集合（図 1 を参照）であり[1]、B_{ij} はi番目の制御ルールにおけるj番目の出力変数に対する後件部定数である。i番目の制御ルールにおける前件部適合度$\xi_i(\chi)$は各ファジィ集合A_{ij} のメンバシップ値である$\mu_{A_{ij}}(x_j)$の積によって表現する。ここで$\chi=\{x_1,\cdots,x_n\}$は入力変数の集合である。

$$\xi_i(\chi)=\mu_{A_{i1}}(x_1)\times\cdots\times\mu_{A_{in}}(x_n) \tag{2}$$

このとき出力結果である推論値$u^T=\{u_1,\cdots,u_m\}$は前件部適合度 $\xi_i(\chi)$と後件部定数 θ_i 積和で求める。

$$u=\sum_{i=1}^{l}\theta_i\xi_i(\chi) \tag{3}$$

ここで$\theta_i^T=\{B_{i1},\cdots,B_{im}\}$は$i$番目の制御ルールにおける後件部定数の集合である。$l$ は全ルール個数である。

2.2. 数学モデルとしてのファジィモデル

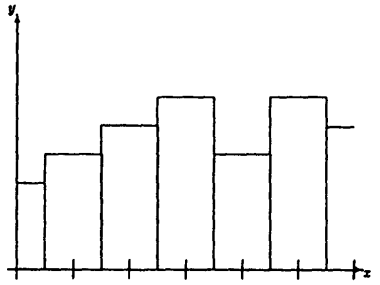
ファジィ制御器は、その役割から幅広い意味においてファジィモデルと呼ばれている。

ファジィモデルはその構造から、棒グラフと対応づけてよく述べられる[11]。棒グラフとは、入出力関係を図 2(a)のように不連続な入力空間ごとに棒状の出力実数値として表現したモデルである。これに対し簡略化されたファジィモデルを例にあげると、棒グラフにおける棒状の出力実数値が前件部のファジィ集合によって山形の関数として表わされ、それらの山を重ね合わせることによって入出力関係を、図 2(b)のように表現されている。(図 2(b) で、(A)のグラフと(B)のグラフの重ね合わせが(C)である。)また、この山の高さを変えることによって色々な非線形関数を表現できる。このような意味で、ファジィモデルは一種の数学モデルとして非線形関数の近似法となっている。

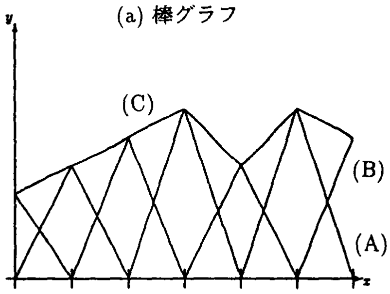
このように数学モデルとしてファジィモデルを捉えた場合、通常モデリングにおいて対象となるシステムに対してはある程度正確なパラメトリックモデルを必要とするが、ファジィモデルでは必要な入力の変数の種類が分かればよい。

もし対象となるシステム$y=f(x)$に対しその数学モデルとしてファジィモデルを仮定したならば、(4)で定義される。

$$y=f(x)\ \triangleq\ \mathit{Fuzzy\ Model} \tag{4}$$



(a) 棒グラフ



(b) ファジィモデル

図 2: 棒グラフとファジィモデル

Fig.2. bar graph and fuzzy model

そのモデリングでは前件部ファジィ集合のパラメータ、および後件部定数（簡略化ファジィモデルの場合）のパラメータを決定しなければならない。そうした場合には、前件部におけるファジィ分割および後件部を調整するため、非線形性の強い最適化問題となり、多くの局所的最小値が存在する。このためそのパラメータの決定は非常に困難なものとなる。しかし、実質的な入出力関係を表わす後件部定数だけを調整することを考えた場合には、単なる線形最小二乗問題となることから大域的最小値が保証され局所的最小値へ陥ることはない。

このような点などから、ファジィモデルを数学モデルとして捉えた場合、その有用性は非常に高いものと考えられる。

2.3. ファジィ制御と適応制御との接点

ここまで、数学モデルとしてのファジィモデルの有用性について述べた。このことは適応制御に関する欠点を補う。その欠点を記述する。

- 制御対象の厳密な数学モデルを必要とする。
- 調整されるパラメータが各々線形独立であることが必要である。

ここでファジィモデルの特徴に注目する。

- 対象となるシステムに対してはある程度正確なパラメトリックモデルを必要とするが、ファジィモデルでは必要な入力の変数の種類が分かればよい。
- 後件部定数だけを調整することを考えた場合には、単なる線形最小二乗問題となることから大域的最小値が保証され局所的最小値へ陥ることはない。

この点を簡単に述べると、「ファジィモデルは対象となるシステムに対し汎用的な数学モデルを提

供し、そのモデルのパラメータは各々が線形独立なものを調整すればよい」ということである。

したがって、ファジィ制御と適応制御との間に見い出すことのできる接点は次のようなものとなる。

- ファジィモデルは適応制御に対して、非常に有効な数学モデルを提供する。
- 適応制御はファジィモデル（制御器）のパラメータを調整する上で必要な、制御系の安定性を解析する手段を提供する。

この接点をうまく利用することにより、本論文の議題である動特性が変化したり、未知な制御対象に対してもファジィ制御器のパラメータを適応的に調整し、制御系の安定性を解析的に保証する方法について議論することができる。

2.4. ファジィモデルの汎化能力と適応制御系

汎化能力とは、特定の入出力関係の集合を学習した数学モデルによって、他の学習外の入出力関係を推測する能力のことをいう。つまり、学習したある状態の関係から他の状態を推測することである。数学モデルはそれが持つ構造によって

1．べき級数モデルのような、推定されたパラメータから全ての状態の入出力関係を計算できるもの
2．ファジィモデルやニューラルネットワークなどの一種の記憶装置のように入出力データを保存するもの

の2つに分けることができると考えられる。1の場合においては、全ての状態の入出力関係を特定の関係式によって完全に計算できる。一方、2の場合においてはあくまで学習した特定の入出力データに関しては計算できるが、他の状態を推測することを理論的に保証することはできない。このような点で、ファジィモデルなどの数学モデルには汎化能力の面で問題がある。

一般に適応制御を代表する制御系（適応制御系）は、制御器のパラメータの調整の仕方によって2つに分類できる。1つ目は、図4に見られるように未知プラントのパラメータを同定し、この推定値に基づいて制御器のパラメータを決定する方式である間接方式であり、2つ目は図3に見られるような、未知制御対象の陽なパラメータ同定は行なわないで、制御対象と規範モデルの出力誤差を最小とするように制御器のパラメータを直接的に決定する方式である直接方式である。間接方式においては同定モデルの状態が制御対象の状態を正確に把握できない限り、ファジィ制御器のパラメータつまり制御に使用した制御規則を正確に調整することはできない[6]。一方、直接方式では同定モデルを介さないため制御に使用した制御規則を正確に調整することができる。このように考えた場合、ファジィモデルの不明瞭な汎化能力では制御に使用した以外の制御規則を調整した場合、

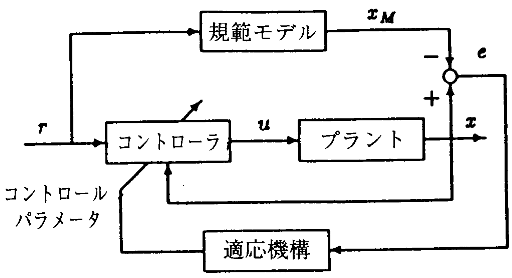


図3：直接方式

Fig. 3 . the direct adaptive control system

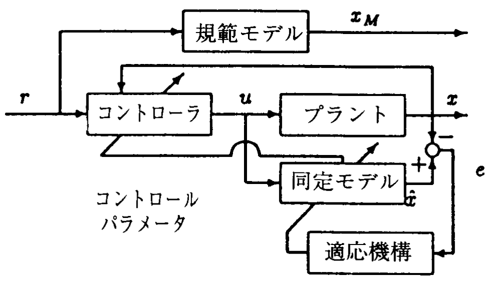


図4：間接方式

Fig. 4 . the indirect adaptive control system

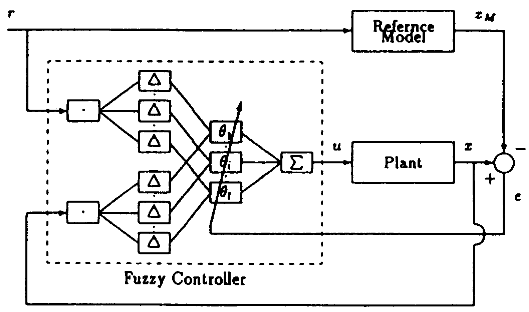
正確な制御規則の獲得という問題において多少の不安が残る。そのため、ファジィ制御器を調整する際の適応制御系には直接方式を採用することが適切であると考えられる。

3．モデル規範型適応ファジィ制御

本節では本研究の論文の中心である“モデル規範型適応ファジィ制御”について述べる。この制御系では未知な制御対象の出力xを規範モデルの出力x_Mに追従させることを目的とする。すなわち、未知な制御対象の出力xと規範モデルの出力x_Mの誤差eとして、誤差eを0にすることを目的とする。そして、ファジィ制御器のパラメータである後件部定数を適応的に調整することによって、未知な制御対象に対する制御規則を自動的に獲得する。モデル規範型適応ファジィ制御系では前述のとおりファジィ制御器そのものを調整することから、その構造は適応制御における直接方式を採用する。その構造は図5に示す。

本論文で取り扱う制御対象は未知なものであるが、次のような仮定を満たすものとする。

- 制御対象は非線形システムである。
- 制御対象に関わる変数の種類は既知である。
- 制御対象に対する入力は線形的である。



・: 線形要素, △:前件部ファジィ数, θ_i:後件部定数, e:誤差

図5: 直接方式のモデル規範型適応ファジィ制御系

Fig. 5 . Model Refernce Adaptive Fuzzy Control System with the direct structure

この仮定で、特に「入力は線形的である」という項目は制御系の安定性を保証する上で非常に重要な仮定となる。

3.1. 連続時間システム

3.1.1. 問題設定

制御対象として次のようなm入力n出力の未知の非線形システムを考える。

$$\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) + \alpha(x(t)) \tag{5}$$

ここで$x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$は制御対象の状態変数および制御入力をそれぞれ表す。また、$A(x(t)) \in R^{n\times n}$, $B(x(t)) \in R^{n\times m}$は未知の非線形行列であり、$\alpha(x(t)) \in R^n$は未知のベクトルである。

これに対し希望の振る舞いを示す規範モデルとして、次の既知であるm入力n出力の線形時不変システムを考える。

$$\dot{x}_M(t) = A_M x_M(t) + B_M r(t) \tag{6}$$

ここで $x_M(t) \in R^n, r(t) \in R^m$ は規範モデルの状態変数および有界な制御入力であり、$A_M \in R^{n\times n}$, $B_M \in R^{n\times m}$ は既知の定数行列で A_M は安定行列、(A_M, B_M) は可制御である。

また制御対象(5)式と規範モデル(6)式に対し以下のような仮定を設ける。

仮定 1　制御対象(5)式と規範モデル(6)式との間には次の関係式[12]が存在する（モデルマッチング条件)。

$$A(x(t)) - A_M = B_M C_A(x(t)) \tag{7}$$

$$\alpha(x(t)) = B_M C_\alpha(x(t)) \tag{8}$$

$$B(x(t)) = B_M C_B(x(t)) \tag{9}$$

ここで、$C_A(x(t)) \in R^{m\times n}$、$C_\alpha(x(t)) \in R^{m\times 1}$ は有界非線形行列であり、$C_B(x(t)) \in R^{m\times n}$ は正則かつ正定な有界非線形行列である。

以上の設定のもとで制御誤差

$$e(t) \triangleq x(t) - x_M(t) \tag{10}$$

が零に収束するように制御入力 $u(t)$（ファジィ制御器）を適応的に決定する。ただし各状態変量および、その微分値は利用可能とする。

3.1.2. 適応制御系を記述する誤差方程式の導出

理想の制御入力 $u^*(t)$ を決定する。今、制御対象(5)式が既知であると仮定した場合について考える。そうすると、(5)式～(10)式を利用することにより次の誤差方程式を得る。

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{x}_M(t)\\ &= A_M e(t) + B_M C_B(x(t))\left\{C_B^{-1}(x(t))\left[C_A(x(t))x(t) + C_\alpha(x(t)) - r(t)\right] + u(t)\right\}\end{aligned} \tag{11}$$

この誤差方程式(11)式をもとに理想の制御入力 $u^*(t)$ を次のように決定することができる。

$$u^*(t) \triangleq C_B^{-1}(x(t))\left\{-C_A(x(t))x(t) - C_\alpha(x(t)) + r(t)\right\} \tag{12}$$

この理想の制御入力 $u^*(t)$ を(11)式の制御入力 $u(t)$ に代入することにより

$$\dot{e}(t) = A_M e(t) \tag{13}$$

となり、A_M が安定行列であることを考慮することによって

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = 0 \tag{14}$$

を得る。したがって、制御目的を達成することができる。

しかし制御対象(5)式は未知であるので理想の制御入力 $u^*(t)$ を実現することは不可能である。そ

こで次では制御入力$u(t)$ および理想の制御入力$u^*(t)$ に対し、それをファジィ制御器として具体化する上で必要な仮定を設ける。

3.1.3. 適応ファジィ制御系の設計

制御入力$u(t)$および理想の制御入力$u^*(t)$に対しファジィ制御器を導入するために次の仮定を設ける。

仮定2　1. 制御入力$u(t)$はファジィ制御器で構成されている。

$$u(t)=\sum_{i=1}^{l}\theta_i(t)\xi_i(x(t),r(t)) \tag{15}$$

2. 理想の制御入力$u^*(t)$は任意の非線形関数の表面形状を表現することができる理想のファジィ制御器（ファジィモデル）で記述されている。

$$\begin{aligned}u^*(t)&=C_B^{-1}(x(t))\{-C_A(x(t))x(t)-C_\alpha(x(t))+r(t)\}\\&\triangleq u^*(x(t),r(t))\\&\doteq\sum_{i=1}^{l}\theta_i^*\xi_i(x(t),r(t))\end{aligned} \tag{16}$$

ここで$\theta_i(t)$、$\theta_i{}^*$ は可調整パラメータおよび理想のパラメータであり、ともに後件部定数の集合である。また$\xi_i(x(t),r(t))$は前件部適合度であり、i、lはルール番号および全ルール個数である。

このようにファジィ制御器を導入することにより、新たに誤差方程式が次のように導出される。ここでパラメータ誤差について新たに次の変数を定義する。

$$\phi_i(t)\triangleq\theta_i(t)-\theta_i^* \tag{17}$$

この変数$\phi_i(t)$を導入すると(11)式は

$$\dot{e}(t)=A_Me(t)+B_MC_B(x(t))\sum_{i=1}^{l}\phi_i(t)\xi_i(x(t),r(t)) \tag{18}$$

となり新たに誤差方程式(18)式が得られる。そして次ではこの誤差方程式(18)式をもとに後件部定数である可調整パラメータ$\theta_i(t)$を適応的に調整する適応則を導出する。

3.1.4. 適応則の導出

適応則を導出するにあたりリアプノフ関数の候補として次のようなパラメータ誤差に関する正定値関数を考える。

$$V(t)=\frac{1}{2\gamma}\sum_{i=1}^{l}\phi_i(t)^T\phi_i(t)>0 \tag{19}$$

ここで γ は任意の正定数である。(19)式を時間に関して微分すると

$$\dot{V}(t)=\frac{1}{\gamma}\sum_{i=1}^{l}\phi_i(t)^T\dot{\phi}_i(t) \tag{20}$$

となる。そして適応則として状態変数の時間微分値が利用可能であることを考慮し次式を選択する。

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_i(t)&=\dot{\theta}_i(t)\\&=-\gamma\left(B_M^TB_M\right)^{-1}B_M^T\left(\dot{e}(t)\right)-A_Me(t)\xi_i\left(x(t),r(t)\right)\end{aligned} \tag{21}$$

この適応則を(20)式に代入すると

$$\dot{V}(t)=\frac{1}{\gamma}\sum_{i=1}^{l}\phi_i(t)^T\left\{-\gamma\left(B_M^TB_M\right)^{-1}B_M^T\left(\dot{e}(t)-A_Me(t)\right)\xi_i\left(x(t),r(t)\right)\right\} \tag{22}$$

となる。そして誤差方程式(18)式より

$$\begin{aligned}\dot{e}(t)-A_Me(t)&=B_MC_B(x(t)\sum_{j=1}^{l}\phi_j(t)\xi_j\left(x(t),r(t)\right)\\&=B_MC_B\left(x(t)\right)\left\{u(t)-u^*(t)\right\}\end{aligned} \tag{23}$$

となるので、(22)式は

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)&=-\left\{\sum_{i=1}^{l}\phi_i(t)^T\xi_i\left(x(t),r(t)\right)\right\}\left(B_M^TB_M\right)^{-1}B_M^TB_MC_B\left(x(t)\right)\left\{\sum_{j=1}^{l}\phi_j(t)\xi_j\left(x(t),r(t)\right)\right\}\\&=-\left\{u(t)-u^*(t)\right\}^TC_B\left(x(t)\right)\left\{u(t)-u^*(t)\right\}\end{aligned} \tag{24}$$

となる。ここでjはルール番号である。よって(24)式は$C_B\left(x(t)\right)$の正定性より

$$\dot{V}(t)<0 \tag{25}$$

となる。これより、(19)式は適応則(21)式によりリアプノフ関数になっていることが分かり、(25)式と合わせて考えることにより次のことが言える。

$$\lim_{t\to\infty}u(t)=u^*(t) \tag{26}$$

このことは同時に誤差 $e(t)$ が(13)式より次式

$$\lim_{t\to\infty}e(t)=0 \tag{27}$$

であることも意味している。したがって、制御目的を達成することができる。

3.2. 離散時間システム

3.2.1. 問題設定

制御対象として次のようなm入力n出力の未知の非線形システムを考える。

$$x(k+1)=A(x(k))x(k)+B(x(k))u(k),+\alpha(x(k)),\quad k\in[0,\infty]_k \tag{28}$$

ここで、$x(k)\in R^n$, $u(k)\in R^m$は制御対象の状態変数および制御入力であり、$A(x(k))\in R^{n\times n}$, $B(x(k))\in R^{n\times m}$は未知の非線形行列であり、$\alpha(x(k))\in R^n$は未知のベクトルである。

これに対し希望の振る舞いを示す規範モデルとして、次の既知であるm入力n出力の線形時不変システムを考える。

$$x_M(k+1)=A_M x_M(k)+B_M r(k) \tag{29}$$

ここで$x_M(k)\in R^n$,$r(k)\in R^m$は規範モデルの状態変数および有界な制御入力であり、$A_M\in R^{n\times n}$, $B_M\in R^{n\times m}$は既知の定数行列でA_Mは安定行列、(A_M、B_M)は可制御である。

また制御対象(28)式と規範モデル(29)式に対し以下のような仮定を設ける。

仮定3 制御対象(28)式と規範モデル(29)式との間には次の関係式が存在する(モデルマッチング条件)。

$$A(x(k))-A_M=B_M C_A(x(k)) \tag{30}$$

$$\alpha(x(k))=B_M C_\alpha(x(k)) \tag{31}$$

$$B(x(k))=B_M C_B(x(k)) \tag{32}$$

ここで$C_A(x(k))\in R^{m\times n}$、$C_\alpha(x(k))\in R^{m\times 1}$は有界非線形行列であり、$C_B(x(k))\in R^{m\times n}$は正則かつ正定な有界非線形行列である。

以上の設定のもとで制御誤差

$$e(k)\triangleq x(k)-x_M(k) \tag{33}$$

が零に収束するように制御入力$u(k)$(ファジィ制御器)を適応的に決定する。ただし各状態変量は利用可能とする。

3.2.2. 適応制御系を記述する誤差方程式の導出

理想の制御入力$u^*(k)$を決定する。今、制御対象(28)式が既知であると仮定した場合について考える。そうすると、(28)式~(33)式を利用することにより次の誤差方程式を得る。

$$\begin{aligned}e(k+1)&=x(k+1)-x_M(k+1)\\&=A_M e(k)+B_M C_B(x(k))\{C_B^{-1}(x(k))[C_A(x(k))x(k)\\&\quad+C_\alpha(x(k))-r(k)]+u(k)\}\end{aligned} \tag{34}$$

この誤差方程式(34)式をもとに理想の制御入力$u^*(k)$を次のように決定することができる。

$$u^*(k)\triangleq C_B^{-1}(x(k))\{-C_A(x(k))x(k)-C_\alpha(x(k))+r(k)\} \tag{35}$$

この理想の制御入力$u^*(k)$を(34)式の制御入力$u(k)$に代入することにより

$$e(k+1)=A_M e(k) \tag{36}$$

となり、A_Mが安定行列であることを考慮することによって

$$\lim_{k\to\infty} e(k)=0 \tag{37}$$

を得る。したがって、制御目的を達成することができる。

しかし制御対象(28)式は未知であるので理想の制御入力$u^*(k)$を実現することは不可能である。そこで次では制御入力$u(k)$および理想の制御入力$u^*(k)$に対し、それをファジィ制御器として具体化する上で必要な仮定を設ける。

3.2.3 適応ファジィ制御系の設計

制御入力$u(k)$および理想の制御入力$u^*(k)$に対しファジィ制御器を導入するために次の仮定を設ける。

仮定 4　制御入力$u(k)$はファジィ制御器で構成されている。

$$u(k)=\sum_{i=1}^{l}\theta_i(k)\xi_i(x(k),r(k)) \tag{38}$$

2. 理想の制御入力$u^*(k)$は任意の非線形関数の表面形状を表現することができる理想のファジィ制御器（ファジィモデル）で記述されている。

$$\begin{aligned}u^*(k) &= C_B^{-1}(x(k))\{-C_A(x(k))x(k)-C_\alpha(x(k))+r(k)\}\\ &\triangleq u^*(k)(x(k),r(k))\\ &\doteq \sum_{i=1}^{l}\theta_i^*\xi_i(x(k),r(k))\end{aligned} \tag{39}$$

ここで$\theta_i(k), \theta_i{}^*$は可調整パラメータおよび理想のパラメータであり、ともに後件部定数の集合である。また$\xi_i(x(k),r(k))$は前件部適合度であり、i, lはルール番号および全ルール個数である。このようにファジィ制御器を導入することにより、新たに誤差方程式が次のように導出される。ここでパラメータ誤差について新たに次の変数を定義する。

$$\phi_i(k)\triangleq\theta_i(k)-\theta_i^* \tag{40}$$

この変数$\phi_i(k)$を導入すると(34)式は

$$e(k+1)=A_M e(k)+B_M C_B(x(k))\sum_{i=1}^{l}\phi_i(k)\xi_i(x(k),r(k)) \tag{41}$$

となり新たに誤差方程式(41)式が得られる。そして次ではこの誤差方程式(41)式をもとに後件部定数である可調整パラメータ$\theta_i(k)$を適応的に調整する適応則を導出する。

3.2.4. 適応則の導出

適応則を導出するにあたりリアプノフ関数の候補として次のような正定値関数を考える。

$$V(k)=\sum_{i=1}^{l}\frac{1}{\gamma}\phi_i(k)^T\phi_i(k)>0 \tag{42}$$

ここでγは正定数である。(42)式の差分を計算すると

$$\begin{aligned}\Delta V(k)&=V(k+1)-V(k)\\&=\sum_{i=1}^{l}\frac{1}{\gamma}\phi_i(k+1)^T\phi_i(k+1)-\sum_{i=1}^{l}\frac{1}{\gamma}\phi_i(k)^T\phi_i(k)\end{aligned} \tag{43}$$

となる。そして適応則として次式を選択し

$$\begin{aligned}\theta_i(k+1)=\theta_i(k)-\gamma(B_M^TB_M)^{-1}B_M\{e(k+1)-A_Me(k)\}\xi_i(x(k),r(k))\\\cdot\left[\sum_{j=1}^{l}\xi_j(x(k),r(k))^2\right]^{-1}\end{aligned} \tag{44}$$

(43)式に代入すると、次のように整理できる。

$$\begin{aligned}\Delta V(k)=&\sum_{i=1}^{l}\frac{1}{\gamma}\left\{\phi_i(k)-\gamma(B_M^TB_M)^{-1}B_M\{e(k+1)-A_Me(k)\}\xi_i(x(k),r(k))\right.\\&\left.\cdot\left[\sum_{j=1}^{l}\xi_j(x(k),r(k))^2\right]^{-1}\right\}^T\\&\cdot\left\{\phi_i(k)-\gamma(B_M^TB_M)^{-1}B_M\{e(k+1)-A_Me(k)\}\xi_i(x(k),r(k))\right.\\&\left.\cdot\left[\sum_{j=1}^{l}\xi_j(x(k),r(k))^2\right]^{-1}\right\}-\sum_{i=1}^{l}\frac{1}{\gamma}\phi_i(k)^T\phi_i(k)\end{aligned} \tag{45}$$

ここで誤差方程式(41)式から

$$\begin{aligned}&e(k+1)-A_Me(k)\\&\quad=B_MC_B(x(k))\sum_{i=1}^{l}\phi_i(k)\xi_i(x(k),r(k))\\&\quad=B_MC_B(x(k))\{u(k)-u^*(k)\}\end{aligned} \tag{46}$$

を得る。これより差分(45)式は次のように整理することができ、またノルムの性質(レイリー比)により次のような不等式でおさえることができる。

$$\Delta V(k) = -\{u(k)-u^*(k)\}^T \cdot \{C_B(x(k))+C_B(x(k))^T-\gamma C_B(x(k))^T C_B(x(k))\}$$
$$\cdot\{u(k)-u^*(k)\}\left[\sum_{j=1}^{l}\xi_j(x(k),r(k))^2\right]^{-1}$$
$$<-\left[\lambda_{min}\{C_B(x(k))^T+C_B(x(k))\}-\gamma\lambda_{max}\{C_B(x(k))^T C_B(x(k))\}\right]$$
$$\cdot\|u(k)-u^*(k)\|^2\left[\sum_{j=1}^{l}\xi_j(x(k),r(k))^2\right]^{-1} \tag{47}$$

ここで$\lambda_{min}\{\cdot\}$, $\lambda_{max}\{\cdot\}$は全時間$[0,\infty]_k$における行列$[\cdot]$の最小および最大固有値であり、$\|\cdot\|$はベクトル$[\cdot]$のノルムである。

このとき、正定数γを次の不等式を満たすように決定することによって

$$0<\gamma<\frac{\lambda_{min}\{C_B(x(k))^T+C_B(x(k))\}}{\lambda_{max}\{C_B(x(k))^T C_B(x(k))\}} \tag{48}$$

差分(47)式は

$$\Delta V(k)<0 \tag{49}$$

となる。これより、(42)式は適応則(44)式によりリアプノフ関数になっていることが分かり、(49)式と合わせて考えることにより

$$\lim_{k\to\infty} u(k)=u^*(k) \tag{50}$$

となる。このことは同時に誤差$e(k)$が

$$\lim_{k\to\infty} e(k)=0 \tag{51}$$

であることも意味している。したがって、制御目的を達成することができる。

4. シミュレーション

議論の有効性を検証するため、連続時間システムに対してのみシミュレーションを行なった。

4.1. 連続時間システム

以下の制御対象を考える。

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \dfrac{\sin x_1(t)(1+0.5\cos x_1(t))}{2\Delta(x_1(t))}x_2(t) \end{bmatrix} x(t)+\begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{\Delta(x_1(t))} \end{bmatrix} u(t)$$
$$+\begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{-10(1+\cos x_1(t))\sin x_1(t)}{\Delta(x_1(t))} \end{bmatrix} \tag{52}$$

$$\Delta(x_1(t))=\frac{(\cos x_1(t)+2)^2}{4} \tag{53}$$

ここで、$x(t)^T=[x_1(t) \quad x_2(t)]$である。

また規範モデルとしてモデルマッチング条件を満たすように、その固有値を（−2,−1）に持つ次式を与える。

$$\dot{x}_M(t)=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x_M(t)+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \tag{54}$$

ここで、$x_M(t)^T=[x_{M1}(t) \quad x_{M2}(t)]$である。

そして各初期条件としては

$$x(0)^T=[1 \quad 0] \tag{55}$$

$$x_M(0)^T=[0 \quad 0] \tag{56}$$

を与え、規範入力$r(t)$として

$$r(t)=0.6\sin\left(\frac{2.0}{15.0}\pi t\right)+0.5\sin\left(\frac{3.0}{15.0}\pi t\right)+0.4\sin\left(\frac{5.0}{15.0}\pi t\right)+0.3\sin\left(\frac{7.0}{15.0}\pi t\right) \tag{57}$$

を与える。

このときモデルマッチング条件の各行列は次のようになり、$C_B(x(t))$は正定行列になる。

$$C_A(x(t))=\left[2\frac{\sin x_1(t)(1+0.5\cos x_1(t))}{2\Delta(x_1(t))}+3\right] \tag{58}$$

$$C_\alpha(x(t))=\left[\frac{-10(1+\cos x_1(t))\sin x_1(t)}{\Delta(x_1(t))}\right] \tag{59}$$

$$C_B(x(t))=\left[\frac{1}{\Delta(x_1(t))}\right]>0 \tag{60}$$

また適応ファジィ制御系の設定を以下の通りに行なった。

1. 前件部入力変数および、そのファジィ集合（分割）

変数	区間	分割数
x_1	[−0.5, 0.5]	4
x_2	[−0.7, 0.7]	4
r	[−1.5, 1.5]	4

使用したメンバシップ関数は三角型メンバシップ関数であり、そのファジィ分割は図6に示すように行なった。
よって、ファジィ制御器の全ルール l は

$$l = 4\times4\times4 = 64 \text{ ルール数} \tag{61}$$

となる。

2. 後件部定数である可調整パラメータ $\boldsymbol{\theta}_i(t)$ の初期設定

$$\boldsymbol{\theta}_i(0) = 0 \tag{62}$$

また、パラメータ個数は全ルール数 l から64個となる。

3. 適応則の正定数 γ の設定

$$\gamma = 600 \tag{63}$$

以上の設定のもとシミュレーションを行なった結果を以下に示す。このとき、図7および図8の実

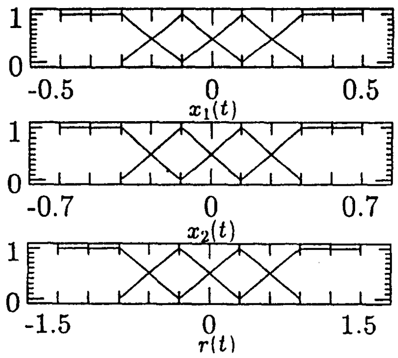


図6：ファジィ集合
Fig.6. fuzzy sets

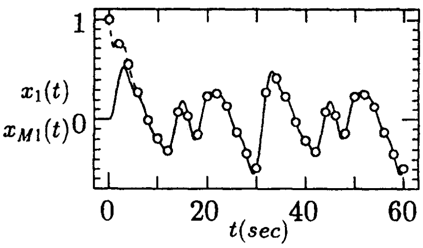


図7：状態 ○ …：$x_1(t)$—：$x_{M1}(t)$
Fig.7. state ○ …：$x_1(t)$—：$x_{M1}(t)$

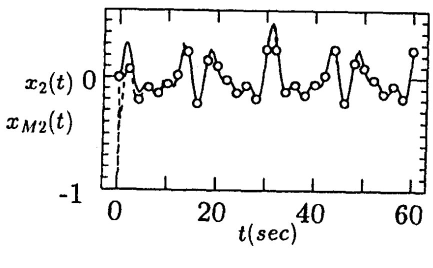


図8：状態 ○…：$x_2(t)$—：$x_{M2}(t)$
Fig.8. state ○…：$x_2(t)$—：$x_{M2}(t)$

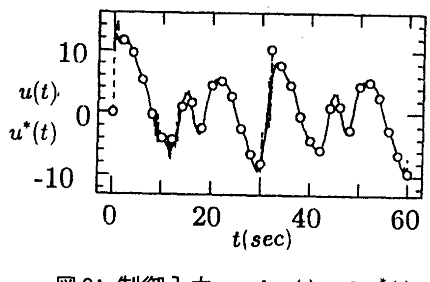


図9：制御入力 …：$u(t)$—：$u^*(t)$
Fig.9. input ……：$u(t)$—：$u^*(t)$

線は制御対象の状態量$x_1(t), x_2(t)$、破線は規範モデルの状態量$x_{M1}(t), x(t)$ を表す。また、図 9 の破線はファジィ制御器の出力$u(t)$（制御入力）、実線は理想の制御入力$u^*(t)$（この値は先のモデルマッチング条件の各行列から具体的に求めることができる）を表す。

このとき、制御対象の状量$x_1(t), x_2(t)$は、時間とともに規範モデルの状態$x_{M1}(t), x_{M2}(t)$に漸近しており制御目的が達成されていることが分かる。また、ファジィ制御器の出力$u(t)$ は、時間とともに理想の制御入力$u^*(t)$ に漸近し学習が良好に行なわれていることが確認できる。この結果は、離散時間システムに対しても同様に得られる。

5. むすび

本論文では、ファジィ制御器（ファジィモデル）を数学モデルとして捉えた場合の有用性を議論し、そのことによって適応的に学習・調整するファジィ制御器および制御対象を含む制御系の安定性を解析的に保証できることを

1．連続時間システム

2．離散時間システム

の両制御対象についてモデル規範型適応制御の問題を通し示した。また学習・調整を行う適応則を制御対象の非線形性に対処すべく新たに提案した。そして、その議論の有効性を連続時間システムのみではあるがシミュレーションを通して検証した。その結果、制御対象の状態は希望の振る舞いである規範モデルとの状態に追従させることができ、適応則によってファジィ制御器の出力（制御入力）は制御目的を達成するための理想の制御入力を正確に学習できることを確認できた。

ファジィ制御に関する研究における本論文の有用性については

- ファジィ制御器などを含む制御系に対する有効な解析法の提供
- 未知な非線形制御対象に対する制御知識獲得のための手段（適応則）の提供

などがあげられると考えられる。

今後の課題としては、

- 数学モデルとしてファジィモデルを捉える手法のより理論的な解析および誤差の検討
- 理想のファジィ制御器の存在性に対する検討
- 制御対象に関する事前情報の緩和（より非線形な制御対象）
- ファジィ制御器の構造的問題点(汎化能力など)の検討
- より実用的な適応則の提案
- 実システムへの応用

などがあげられる。

参考文献

[1] 菅野 道夫：ファジィ制御、日刊工業新聞社（1988）

[2] 山崎 東、菅野 道夫：自動学習ファジィコントローラ、計測自動制御学会論文集、第20巻、第8号、50/56 (1984)

[3] 前田 幹夫、村上 周太：自己調整ファジィコントローラ、計測自動制御学会論文集、第24巻、第2号、85/91 (1988)

[4] 市川 邦彦他：適応制御、昭晃堂 (1984)

[5] 金井 喜美雄：ロバスト適応制御、オーム社 (1990)

[6] Li-Xin Wang：STABLE ADAPTIVE FUZZY CONTROL OF NONLINEAR SYSTEMS , Proceedings of the 31st Conference on Decision and Control , 3418/3422 (1992)
[7] 有川　春彦、廣田　薫：アドレスルックアップ仮想ページング方式によるファジィ推論チップ、計測自動制御学会論文集、第26巻、第2号、180/187 (1990)
[8] 小沢　和浩、廣田　薫：離散値形ファジーフリップフロップ、電学論C、第109巻、第5号、383/389 (1989)
[9] 戸界　方規：ファジィチップと環境開発、システム/制御/情報、第34巻、第5号、33/37 (1990)
[10] 堀川　慎一、古橋　武、大熊　繁、内川　嘉樹：ニューラルネットワークによる学習型ファジィ制御器、第27巻、第2号、208/215 (1991)
[11] 市橋　秀友：ファジィ制御とモデリング、システム/制御/情報、第37巻、第1号、30/37 (1993)
[12] 美多　勉、大須賀　公一：ロボット制御工学入門、コロナ社 (1992)
[13] 上田　浩二、水上　孝一：モデル規範型適応ファジィ制御器の一構成法、電気・情報関連学会中国支部第44回連合大会論文集、252/253 (1993)
[14] 上田　浩二、水上　孝一：モデル規範型適応ファジィ制御器による非線形離散システムの制御、計測自動制御学会中国支部30周年学術講演会・記念講演会論文集、96/97 (1993)