博士論文

数学教育における批判的思考力の育成に関する理論的・実証的研究

服部 裕一郎

広島大学大学院国際協力研究科

2024 年 9 月

数学教育における批判的思考力の育成に関する理論的・実証的研究

D186130

服部 裕一郎

広島大学大学院国際協力研究科博士論文

2024 年 9 月

広島大学大学院国際協力研究科

論　文　名:　数学教育における批判的思考力の育成に関する理論的・実証的研究
学位の名称:　博士（教育学）
学 生 番 号:　D186130
氏　　　名:　服部　裕一郎

2024 年 7 月 25 日

審査委員会

委員長・教授
馬場　卓也　印

教授
清水　欽也　印

教授
中矢　礼美　印

元日本体育大学児童スポーツ教育学部　教授
島田　功　印

埼玉大学教育学部　教授
二宮　裕之　印

令和6年 8 月30 日
研究科長
市橋　勝　印

目　次

序章　本研究の目的と方法

本章では，本研究を遂行するにあたっての問題の所在を指摘し，研究の目的及び方法について述べる。第 1 節では問題の所在を指摘し，第 2 節において研究の目的と意義について述べる。第 3 節において，研究の方法と本論文の構成について述べる。

第 1 節　問題の所在

数学の起源はバビロニアの数学とも言われ，それは都市生活の必要性から生まれた，人類最初の学問とも言える（室井，2000）。バビロニア人は当時の社会現象（大麦の収穫，銀の分配，土木工事など）を題材として，二次方程式を始めいろいろな方程式の問題を作り，そして解決していた（中村・室井，2014）。また，今日の学校教育で学習する幾何学の多くは古代エジプトまで遡り，そのほとんどがユークリッド原論に書かれているものであることは有名である。Geometry は，ギリシャ語の「土地を測量する」という言葉から来ているように，当時の人間生活では自然界に存在する基本的な形を測る必要があった（日本数学史学会編，2020）。その後，ルネッサンス期の代数学の発展，17 世紀から 18 世紀にかけての微分積分学の誕生とその発展など，数学そのものは古代から現代に至るまで「問題解決」の歴史でもある。そして，社会的・歴史的営為である数学教育（岩崎，2007）もまた「問題解決」の歴史を辿っている。

日本の数学教育における「問題解決」は，問題解決を通して内容と過程が教えられ，物の見方や考え方，態度が育成される（藤井，2014）。数学教育における「問題解決」の重視と言えば，1980 年の全米数学教師協議会（NCTM）による第 1 勧告が有名であるが，日本においてはそれ以前より，問題解決の指導に関する研究が，その概念規定も含めて歴史的に変遷してきた。ここで，日本の数学教育における「問題解決」の歴史を簡単に振り返ってみよう。昭和 20 年代では生活単元学習としての問題解決が展開され，昭和 30 年代では，文章題解決が問題解決の中心的位置を占めることとなった。その後，昭和 40 年代に入り，問題解決を通して数学の学習内容や学習方法固有の考え方を育成しようとする，言わば「方法としての問題解決」（飯田，1990，p.137）がその中心となった。以降，算数・数学教育における問題解決と言えば，「問題の解決過程を重視する指導」（相馬，1983，p.5）として広く定着し，生徒による問題解決を中心とした授業展開は国際的にも高く評価をされているところである（清水，2002）。

問題解決研究を「狭義」と「広義」に区別するならば（飯田，1990），「狭義の問題解決」は，言わば純粋な数学の問題を解決することを射程とする問題解決過程として捉えられる。そして，「広義の問題解決」は，現実世界の問題を数学的に解決することを射程とした問題解決過程として捉えられる。数学は文脈に依らない普遍的で抽象的な学問であると言われ

るが，これは，学問としての「数学の本質」（日本学術会議，2008）のうちの抽象性や論理性が強調されたものといえよう。そして，「狭義の問題解決」の中心部分はそれにあたる。他方，学校教育で「数学」を教える，ということを考えた場合，古くは小倉（1924）による次の問いが思い出される。

《何故に生徒は数学で苦しめられるのか，何故に学校を出れば忘れてしまふのか，何故に数学は殆んど生活と没交渉なのか，何故に学校では能率の上がらない数学を教へるのか。》（p.4）

「数学は日常生活では役に立たない」と考える生徒の割合が国際平均よりも顕著に高い（Mullis, et al, 2020）ことは日本の数学教育の喫緊の課題の一つでもある。100 年前に投げかけられた小倉の問いは，現在の日本の数学教育の課題としても今もなお通じ得る。ここで，平林（1986）による次の指摘にもあらためて注視したい。

《教科教育学は，まず教育目標論を基礎に設定することから始まる。そこでは，前述の「教科」,「子ども」,「社会」の要因が最も強く関連してくる。それは，教科内容の選択基準を与え，子どもの学習価値を定める。従って,「社会」の観点が欠落するとき，教科内容の学習価値は不透明になり，子どもは無用なものの学習に無駄な精力を使うだけでなく，本来無用であるがゆえに，有効に学習されることもない。》（p.8）

日本の数学教育では，現在の「数学的な見方・考え方」の強調に見られるように，古くから「数学的な考え方」の育成が教科「数学科」として数学を学ぶ第一義として挙げられてきた。オープンエンドアプローチ（島田，1977）は，この数学的な考え方を伸長する方法として日本の数学教育研究が生んだ世界に誇るものであり，それは今もなお今日的な授業改善の不易な指針として位置づけられよう。その一方で，近年の「数学的リテラシー」概念が，数学的価値観に加え，社会性や市民性といった社会に関する健全な価値観を強調するように（水町，2015；OECD, 2018），市民的教養としての数学の在り方もまた問われてくる。これは,「学問としての数学の本質」と「教科としての数学科の特質」(影山，2020）の差異とも言える。

世界的な未曽有の危機をもたらしたコロナパンデミックであるが，with コロナの時代とも言われる現在，21 世紀の数学教育も大きな転換点を迎えている。数理モデルに基づく感染者数の予測は科学技術的な解として比較的明確に算出できるものの，コロナが流行した 2020 年当初，各国において緊急事態宣言の発動をどのようなタイミングで行うか等は，数学的な解だけでは決して解決しない社会的課題であった。このように「科学に問うことはできるが，科学だけでは答えることのできない問題」(Weinberg, 1972)を，トランス・サイエンスな問題と呼ぶ。Weinberg 氏によれば，1970 年代当時のトランス・サイエンスな問題にあたるものとして，原子力発電所の安全性の問題を例示している。当時に比して，現代社会の科学技術は著しく進歩しており，技術的代替が生まれつつある。インターネッ

トやソーシャルメディアの普及により，情報の量や共有のスピードといった点は驚異的に高まり，情報の信頼性の問題は現代社会の方がより大きな課題として指摘できよう。その一方，トランスサイエンスな問題の過去と現在の両方に共通することは，どちらも倫理的な問題が存在していることだが，現在は代替案が増えることでより日常的に倫理的な側面を考慮に入れた意思決定が求められる。

一つの正解を求める社会から，複数の選択肢を基により良い解答を設計，選択する社会（設計科学）へ移行した今日，市民に求められるのは倫理的な側面*[1]を考慮に入れた自らの価値観に基づく総合的意思決定能力である。このとき現行の数学教育の果たす役割の再考が求められる（カイテル，1998)。数学を洗練させることに終始せず，社会課題を解決するために数学を方法として用いること，社会において用いられている数学を批判的に検討すること，つまり社会を生き抜くリテラシーを涵養するための数学教育が今改めて希求されている。

社会と数学のつながりを重視した数学教育についてはこれまでも様々なアプローチが試みられてきた（例えば，長崎，2001；島田・西村，2006)。しかしながら，数学教育においてそれを担う明確な理論的基盤は不在で，理論に基づいた具体的授業レベルでの処方箋もまた用意されていないことが現状である*[2]。

また，馬場（2009）によって提案された「社会的オープンエンドな問題」は初等教育レベルでの実践（例えば，島田，2017）として理論と実践の蓄積がなされてきた。しかし，中等教育レベルでの実践は課題として残されている。

本研究が捉える問題の所在はこの二点にある。本研究では，数学的な考え方と社会的課題を読み解くための能力との接続を「批判的思考力」として結実させ，明確な理論を構築した上での教材の開発とその実践を中等教育に焦点を当て数学教育に結合・発展させる。Skovsmose（1994）によって提唱された「批判的数学教育」の概念は，数学を通した公正な社会の実現を謳い，批判的市民性の育成を目指す点で，先述のトランス・サイエンスな問題に対応するアプローチともなり得る。その意味で，本研究では「批判的数学教育」（Skovsmose,1994，2023）の視座を理論的基盤に置く。批判的数学教育の理念を日本の授業文化に調和させることを検討し，日本固有の批判的思考力の育成をキーワードに，21 世紀の数学授業の在り方を考究する。日本の授業文化という際に，日本の数学教育の不易で

---

[1] 本研究における倫理の捉え方については，第 4 章第 2 節で詳細な議論を行う。

[2] 我が国の類似な研究として，東京学芸大学西村圭一氏らによる設計科学的視座に基づく数理科学教育に関する研究（西村，2020）や，氏が科研代表の「社会的実践を志向する学習領域「数理科学」の構築に向けた研究」が挙げられる。相違点としては，本研究がその理論的基盤を批判的数学教育の視座に大きく依拠する点にある。

ある「問題解決」をいかに生かすかは重要な点である。

第 2 節　研究の目的と本研究の意義

2.1　研究の目的

本研究の目的は二点ある。第一に，中等教育段階における社会的オープンエンドな問題を開発し，実践を通して，生徒達の批判的思考力の様相を捉えること，第二に，トランス・サイエンスな問題に対して多様な価値観を尊重しながら生徒の批判的思考力を育成する新たな理論的枠組みとして「社会批判的オープンエンドな問題」を提案し，それに基づいた生徒達の批判的思考力を育成する実践的な授業モデルを構築すること，及びその実践を通して生徒達の発揮した批判的思考力の様相を特定することである。これらの目的を達成するために，以下の下位目的を設定する。

下位目的

1. 数学教育における批判的思考力について，その理論的位置づけ，構成要素を明らかにし，概念規定を行う。
2. 批判的思考力を育成するための数学授業デザインを明らかにする。
3. 数学教育における批判的思考力の育成を目指した中等教育を対象とした社会的オープンエンドな問題を開発し，実践を通して生徒達の発揮した批判的思考力を同定する。
4. 多様な価値観を尊重しながら生徒達の批判的思考力を育成する新たな理論的枠組みとして，「社会批判的オープンエンドな問題」の枠組みを提案する。
5. 4 の理論的枠組みに基づき，批判的思考力を育成するための教材を開発する。開発にあたっては，問題文脈の特性を明らかにした上で，実践を通して生徒達の発揮した批判的思考力を同定する。

2.2　本研究の意義

Skovsmose 氏が提唱する批判的数学教育においては，数学は社会的な文脈の中で批判の道具であり，時に批判の対象にもなりうる。そして，数学は社会の重要な特徴を確認したり分析したりするために有用なものとして位置づく（Skovsmose & Nielsen , 1996)。また，その教授学習過程は，「社会における更なる民主化過程への参加に必要な資質という形で批判的能力を育成する機会を生徒達に提供する目的に向けられるべき」（Skovsmose,1994,p.61）であり，これらは社会に開かれた教育課程の実現を目指す改訂学習指導要領（文部科学省，2018a，2018b，2019）の方向性とも軌を一にするだろう。しか

しながら Skovsmose 氏が行った教授実践は，必ずしも日本の学校教育の文脈*[3]に馴染むものではなく，それをそのまま日本の数学授業に当てはめることは現実的ではない。そこで，本研究では，数学を通して社会を深く理解する批判的数学教育の理論を継承しつつも，それを日本の数学授業の文脈に置き換え，その実践の可能性を検討する。

本研究の意義は大きく二点ある。第一に，批判的数学教育の理念に依拠した理論的・実践的研究である社会的オープンエンドな問題（馬場, 2009；島田, 2017；島田・馬場, 2022）を中等教育の文脈にまで拡張させることである。批判的思考力育成の方法的側面として，馬場（2009）は「社会的オープンエンドな問題」を提案し，その実践においてはこれまでの数学教育における問題解決指導においてノイズ（飯田，1995）として回避されがちであった社会的価値観（公平や平等など）を算数授業において顕在化させた。社会的オープンエンドな問題による研究は島田（2017）によって主に初等教育の文脈において，理論的・実践的研究が蓄積されてきた。しかし，批判的数学教育の視座に基づいた中等教育の文脈での実践研究は著者らのそれを除き，管見の限り見当たらない。本研究は中等教育の文脈を中心に生徒達の批判的思考力を育成する数学授業の開発を行い，実践を通して，生徒達の発揮した批判的思考力の様相を特定する。

第二に，本研究では批判的思考力の育成にあたって「社会的オープンエンドな問題」を社会的公正や倫理の面を強調した「社会批判的オープンエンドな問題」の枠組みを提案し，今後の数学教育の可能性を検討する。Ernest(2012)が数学教育における第一哲学を〝倫理学〟と提唱したが，近年，数学教育の倫理的側面の重要性を問う研究は，強力に推進されている（Skovsmose, 2019）。社会的オープンエンドな問題でいう「社会的」の意味は，日常の中で生起し（あるいは生起する可能性があり），集団が共同に関心を持つ複合的で具体的課題を指す（島田・馬場, 2014）。その意味で，社会的オープンエンドな問題で扱われる題材は社会的課題というより，例えば,「的当てゲーム」や「遊園地で遊ぶ計画を立てよう」といった子どもの日常性を重視したものが多い（島田, 2017）。これは初等教育で議論していることも大きく関係するだろう。一方で，社会批判的オープンエンドな問題*[4]では，その題材に社会的公正や倫理が伴う問題が想定され，価値観に基づく議論もそのような観点か

[3] 日本の数学教育文化についての議論は第 4 章第 3 節において行う。

[4] ここで社会的オープンエンドな問題と社会批判的オープンエンドな問題の関係性について述べておこう。先述のとおり，社会批判的オープンエンドな問題は社会的オープンエンドな問題を社会的公正や倫理の面で強調したものであるので，あくまでも社会的オープンエンドな問題に内包されるものである。その意味で，社会的オープンエンドな問題を，授業でどのように問題設定するかや，子どもたちの問題解決過程をどのように展開するかによって，社会的オープンエンドな問題も社会批判的オープンエンドな問題になり得ると考える。

ら促されることが期待されている。また，目標も数学的考え方を用いた社会的判断力の育成に加え，用いた数学的考え方，あるいは用いられた数学を状況に応じて批判的に捉えるリテラシーの育成が目指されている。

数学的リテラシーの概念それ自体は 1980 年代において，主に高等学校や大学での数学教育を念頭に置いたものとして，数学者グループを中心に提唱されたことから始まる（長崎, 2003)。以来, 数学的リテラシーは 2000 年代初頭の PISA 型リテラシーの台頭により，学校教育を終えた時点で身につけておくべき能力を示す規範概念として位置付けられるようになった（清水，2008)。リテラシーという概念のそれ自体は歴史的に，より発展的で高度な能力である「教養」と他の能力を支える基礎的能力である「識字」の 2 つの系譜をもち，その一方，今日のリテラシーは教養でもあり識字でもあり，そのどちらでもない，という矛盾をはらんだ概念が要求される（阿部，2010)。それは，すべての人が身に付けるものであり，知識と能力の両面からなるものであり，社会に出て使えるようになるべきものである（阿部, 2010)。社会批判的オープンエンドな問題によって求められる能力は, 現在, 直面している社会的課題（例えば，コロナパンデミック，地球温暖化，非民主主義的動向など）に子ども達が目を向け，その問題に内在する数学を批判的に評価し，活用する機会をつくるものである。それは,「数学のよさ」というポジティブな側面だけでなく,「数学の誤用」というネガティブな側面にも目を向けるべきものである（石橋・服部・上ヶ谷, 2022)。こうした側面を知るには，社会に内在する数学や数学的思考それ自体を批判的に捉える必要があり，それは正に現在希求される今日的なリテラシーとも言えるだろう。

本研究では数学を通して社会を読み解き，理解する批判的数学教育の視点を日本の数学教育へ導入し，社会批判的オープンエンドな問題を通して数学教育における批判的思考力を価値や倫理の観点から検証する。社会批判的オープンエンドな問題の枠組みは，(1) 数学的思考による社会的意思決定を育むプロセスと，(2) 社会正義を実現するために数学的思考を批判的に検討するプロセスが共存している。前者は数学的思考が手段で，後者は数学的思考が対象となっている（馬場，1998)。その枠組みに基づいた教材の開発を行うことは本研究が目指す新たなカリキュラム構成のための基礎資料に資するものである。問題解決が日本において不易として数学教育の中核を占める中，本研究では社会的オープンエンドな問題及び社会批判的オープンエンドな問題を通して，日本の文脈での批判的思考力の育成を目指す。

第 3 節　研究の方法と本論文の構成

第 2 節で述べた研究目的とその下位目的について，その達成のための研究の方法を以下では述べる。

3.1　研究の方法

第 1 章において，下位目的 1 の達成を目指す。第 1 節ではまず，昨今の社会構造の急速な変化が能力論の再編を促していることを示す。そして，第 2 節において，改訂学習指導要領（文部科学省，2018a，2018b，2019）が強調する「資質・能力」育成論を批判的思考力の育成の観点から捉える。批判的思考力は教科横断的で，汎用的な能力である。数学教育における批判的思考力を概念規定するにあたっては，今，なぜ「資質・能力」の育成が求められるのかを改めて検討し，その後，数学教育で育成を目指す「資質・能力」としての批判的思考力を，池田（2016）の汎用的能力を捉える枠組みを援用しながら位置づける。第 3 節において，批判的思考力に関する先行研究の基礎的考察を行う。数学教育における批判的思考力をどのように捉えるべきかについて，文献解釈的方法を採用し，考察を行う。古くは古代ギリシア以来の西洋哲学の伝統という長い過去をもつ批判的思考力であるが（道田，2015，p.2），本研究では，広く一般教育学の分野における批判的思考力に関する代表的な研究者による定義をあらためて精査することで，その特徴また共通要素について整理することから始める。Ennis(1987), Fisher(2001), Paul（1995）による批判的思考力の定義を検討し，その共通性や差異を同定する。また，日本国内における批判的思考力の先行研究として，道田（2000）及び楠見（2007）の定義も検討したうえで，道田（2013）による批判的思考の大三角形を考察する。第 4 節では，数学教育における批判的思考力に関する先行研究について，それぞれの研究者（久保，2016；馬場，2008；島田，2016；服部・井上，2015；伊藤，2015）の概念規定とその育成を検討する。そして，第 5 節において，数学教育における批判的思考力を，道田（2013）による批判的思考の大三角形を参考に，狭義の批判的思考力と広義の批判的思考力による二層構造で捉え，各々の概念規定を行う。ここで規定された広義の批判的思考力が本研究において育成を目指す批判的思考力となる。第 6 節では，数学教育における批判的思考力の育成を問題解決の文脈から議論する。これまでも述べてきたように，問題解決は日本の数学教育において不易なものとして位置付けられる。本研究では数学授業において，如何にして生徒の批判的思考力を育成するかを考究するものであり，問題解決の視点からの検討は必要である。数学教育で育成すべき資質・能力としての批判的思考力について，数学教育における問題解決の思考法としての位置づけと判断基準としての特性をまとめる。

第 2 章において，下位目的 2 の達成を目指す。本研究では，生徒の批判的思考力*[5]を育

[5] 本研究において，批判的思考力は個人により強弱はあれど，生来的に備えているという立場に立つ。ここで「思考力」と「思考」の関係について述べておく。本研究における批判的思考力とは，ある場面で発揮される個人が既に持っている能力（思考力）を表し，批判的思考はその能力（思考力）の“さま”として捉える。また，批判的思考力を「育成（涵

成するにあたって，批判的数学教育（Skovsmose,1994）の視座を日本の数学教育へ導入することを検討する。第 1 節において，本研究の理論的視座である Skovsmose（1994）による批判的数学教育の視座を検討する。Skovsmose 氏が行った教育実践の 1 つである「課題アプローチ（a thematic approach）」は批判的数学教育の理念を実践に具体化することに示唆を与える。本教育実践を検討することで批判的数学教育が目指す批判的市民性の涵養のための文脈や課題設定，公正性について考察する。第 2 節では，批判的数学教育の教育実践である課題アプローチ「子どもの世界における経済的関係」(Skovsmose，1994）を考察することで, 批判的数学教育の視座を日本の数学教育へ導入するにあたっての示唆を得る。第 3 節では, 批判的数学教育の理念に依拠した社会的オープンエンドな問題（馬場, 2009）の目標，問題，方法を数学的オープンエンドな問題と対比させながら取り上げる。社会的オープンエンドな問題は主に初等教育の文脈で積極的に研究の累積が見られる。第 4 節では，島田（2017）による代表的な社会的オープンエンドな問題である「的当ての問題」を取り上げて, 社会的オープンエンドな問題の特徴を検討し, その成果をまとめる。そして，第 5 節において，中等教育における社会的オープンエンドな問題の実践に向けて，批判的思考力の育成を目指す数学授業デザインについて検討する。批判的思考力の育成を目指した数学授業において，教材開発のための更なる指針，加えて教師の指導法的側面をも特定するため,「価値観」の観点を整理する。価値観の観点を整理するのは，社会的オープンエンドな問題における生徒の解答は各々の価値観に基づく数学的モデルの構成を求めているためである。20 世紀の哲学者であるポパーは批判的合理主義の立場から科学における反証可能性を提唱し，氏のアイデアは言わば科学の価値観に影響を与えた。また，構成主義の代表的立場であるピアジェの発生学的認識論は数学を人間の活動性の所産とする「活動主義」(平林，1987）の数学教育観に大きく影響を与えた。そこで，本研究における価値観考察については，数学的価値観と社会的価値観の関係性をポパーやピアジェの知識観を基に検討し，そのうえで，批判的思考力の育成を目指す数学授業デザインを提案する。

第 3 章において，下位目的 3 の達成を目指し，中等教育における社会的オープンエンドな問題の開発・実践とその特性の考察を行う。本研究において育成を目指す批判的思考力は第 1 章で示した広義の批判的思考力となる。教材の開発にあたっては，島田（2017）による社会的オープンエンドな問題の持つべき特性*[6]に依拠し，教材がそれら特性を満たす

養」する」とは，その学習場面で期待する批判的思考力を「習得させる」あるいは「向上させる」ことの両方の意味をもつ。

[6] 社会的オープンエンドな問題の持つべき特性については，島田（2017）によって，
ア：社会的文脈の重視，イ：問題の真正性，ウ：問題の条件付け，エ：社会的オープンエンドな問題の取り扱い　の 4 つが特定されている。

かどうかを検討する。授業実践においては第 2 章で示した授業デザイン及び教師による支援の方法等を検討し，授業計画を立案する。立案した授業計画に従って授業を行い，授業分析を通して生徒の発揮した批判的思考力の様相を検証する。中学校第 2 学年を対象とした「自動車の購入」(第 1 節)，中学校第 3 学年を対象とした「携帯電話の購入」(第 2 節)，中学校第 3 学年を対象とした「エアコンの購入」(第 3 節)，高等学校第 2 学年を対象とした「リーグ戦の対戦計画－よりよい対戦計画とは！？」(第 4 節）を開発し，実践を通して生徒の発揮した批判的思考力の様相を同定する。第 5 節においては，中等教育における社会的オープンエンドな問題の特性の考察を行う。より具体的には，社会的オープンエンドな問題の社会性，数学性，数学教育性の観点からの考察である。社会性については，社会的オープンエンドな問題で与えられる問題文脈に着目し，その真正性について考究する。真正性は社会的オープンエンドな問題の持つべき特性の 1 つである。本研究は，社会的オープンエンドな問題を扱うことで広義の批判的思考力の育成を目指している。広義の批判的思考力は現実世界の問題解決において働かせるものであるが，社会的オープンエンドな問題では現実に忠実な意味での真正性を離散的な立場で捉えるのではなく，連続的な立場で捉える必要性を検討する。そして，学習者にとって，その問題文脈が考えるに足る有意味性を持ち得るかどうかの程度を表す「親和的潜入性」概念の存在を示す。社会的オープンエンドな問題の数学性については，問題解決においてどのような数学を生徒達が用いるかについての検討を行う。本研究では，その問題解決に数学をあくまで方法として用いることが求めるが，1950 年代当時の日本において数学的方法を位置づけた「中心概念」(文部省，1955）に着目する。当時の「中心概念」と，今日の OECD（OECD，2018）による「Key Understandings」の概念の共通性に着目する。その上で，社会的オープンエンドな問題における数学教育性について，問題カテゴリ別の検討を行う。

第 4 章において，下位目的 4 の達成を目指す。そのために，まず第 1 節では，批判的数学教育の視座に基づいたアプローチである課題アプローチ及び社会的オープンエンドな問題が抱える課題について検討することから始める。社会的オープンエンドな問題ではその扱われる教材として，子どもの日常に根差した内容のものが多いが，社会的文脈の重視の観点からは，より社会的な課題を扱うことも考えられる。特に，学年が進んだ中等教育ともなれば，子ども達の見る社会もまたその範囲は拡がっていく。また，今日の科学技術の進歩は意思決定の可能性を広げ，選択肢を増やす一方で，新たな倫理的問題をも引き起こすことが推察される。その意味で，第 2 節では，数学教育でトランスサイエンスな問題にアプローチするために，まずは数学教育における倫理的側面の検討から始める。Bishop et al.(1999)，Boylan (2016)，Atweh, B. & Brady, K. (2009)らの倫理に関する先行研究を精査し，倫理的側面からの数学教育の責任を考察する。その後，社会的オープンエンドな問題の持つべき特性の 1 つである「数学的モデリング」について，更に倫理的な観点からの検

討を行うために,「社会批判的モデリング」(Gibbs, 2019) の概念に着目する。Barbosa (2006) による社会批判的モデリングの教室での実践例を取り上げながら，批判的数学教育の理念及び価値観・倫理との関連性について考察を行う。第 3 節では，日本の数学教育文化と批判的数学教育の再検討を行う。批判的数学教育の理念を日本の文脈に適用させるために，日本の文脈の固有性をまずは検討する。内閣府の調査や TIMSS 調査を通して，社会と数学を結びつける教育実践の必要性を指摘する。日本の教育文化については，土井他（2005）や Benedict（1946）の論考を参考に，日本文化の一部である「和の精神」は，場合によっては同調圧力の問題（抑圧）につながること，21 世紀の社会において，その克服が大きな意味をもつこと，その可能性を示す。その上で，第 4 節において，社会批判的オープンエンドな問題の理論的枠組みを構築する。

第 5 章において，下位目的 5 の達成を目指す。社会批判的オープンエンドな問題の枠組みに基づく教材の開発を行い，実践を通して生徒達の発揮した批判的思考力について考察する。題材としては, 民主主義社会の新しい投票形式として注目を集める「Quadratic Voting」(ポズナー・ワイル, 2019)に注目する。第 1 節において，社会批判的オープンエンドな問題「選挙システムの批判的検討」を開発し，授業デザインを行う。第 2 節で授業の実際を述べ，第 3 節において生徒の発揮した批判的思考力を考察する。「生徒達はどのような批判的思考力を発揮したのか？」，そして，「社会批判的オープンエンドな問題に対する生徒達の数学的思考が選挙システムという社会問題にどのような影響を有するか？」という二点について中心的に検討し，生徒達の発揮した批判的思考力の様相を同定する。また，数学教育における批判的思考力の概念規定からの考察も行う。

最後に，終章において，本研究の総括と今後の課題を述べる。

3.2　本論文の構成

本論文の構成を図で示すと次のような構造となる（図 0-3-1)。先述の通り，本研究の目的は二点に大別される。第一に，中等教育の文脈で社会的オープンエンドな問題を開発・実践し，生徒達の批判的思考力の様相を捉えること，第二に，トランス・サイエンスな問題に対して多様な価値観を尊重しながら生徒達の批判的思考力を育成する新たな理論的枠組みとして「社会批判的オープンエンドな問題」を提案し，それに基づいた生徒達の批判的思考力を育成する実践的な授業モデルを構築・実践を通して生徒達の発揮した批判的思考力の様相を特定することである。これらの目的を達成するために，本論文は序章，第 1 章～第 5 章，終章の全 7 章の構成とする。各章における主な研究の方法は前節で概略的に述べた通りである。

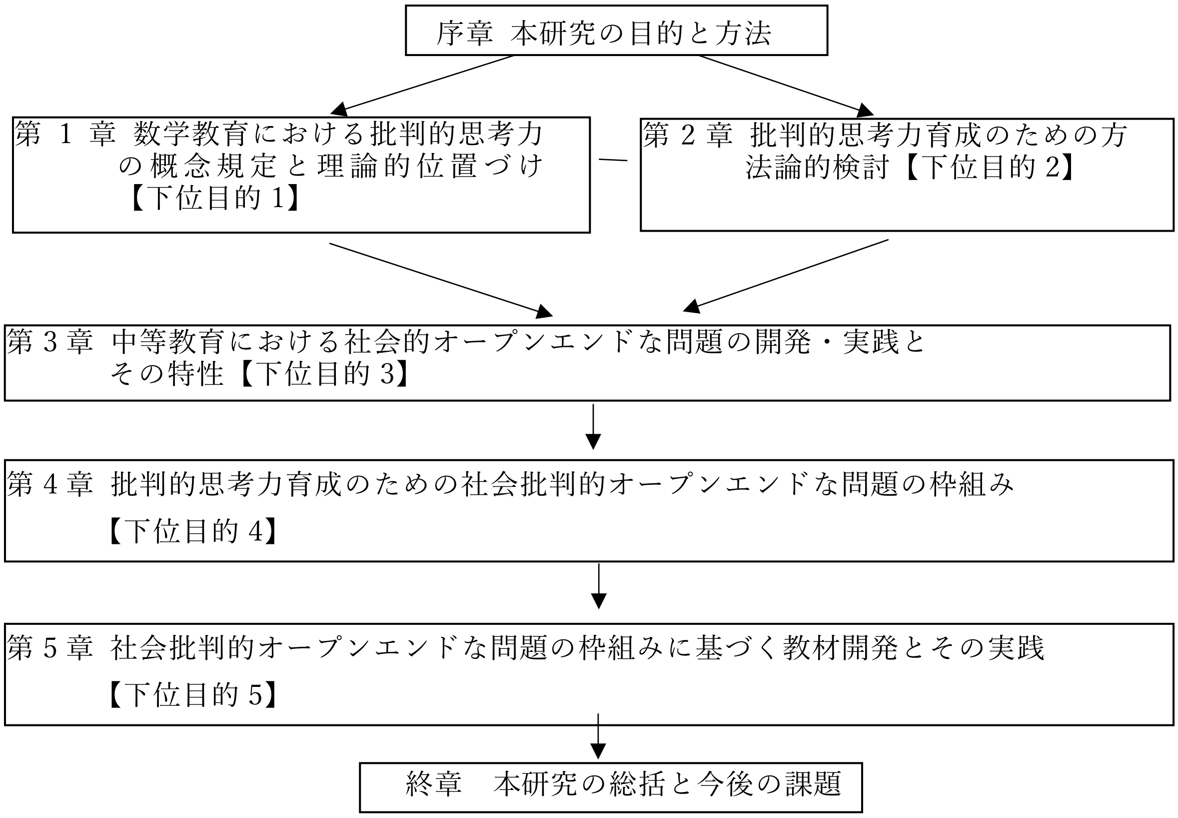


図0-3-1　本論文の構成

序章の引用・参考文献

阿部好貴(2010). 数学教育におけるリテラシーの育成に関する研究, 広島大学学位論文（未刊行）.

Atweh, B., & Brady, K. (2009). Socially response-able mathematics education: *Implications of an ethical approach. Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 5*(3), 267-276.

馬場卓也(1998). 民族数学を基盤とする数学教育の展開(2)：批判的数学教育と民族数学の接点, 数学教育学研究, 4, 29-35.

馬場卓也(2008). 数学教育における批判的思考の研究(1), 日本数学教育学会第 41 回数学教育論文発表会論文集, 853-854.

馬場卓也(2009). 算数･数学教育における社会的オープンエンドな問題の価値観からの考察, 数学教育学研究, 15(2), 51-57.

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM Mathematics Education*, *38*(3), 293-301.

Benedict, R. (1946). *The chrysanthemum and the sword; patterns of Japanese culture.* Houghton Mifflin.

Bishop, A. J., FitzSimons, G. E., Seah, W. T., & Clarkson, P. C. (1999). Values in mathematics education: Making values teaching explicit in the mathematics classroom. Paper presented at the AARE Annual Conference 1999. Retrieved from https://www.aare.edu.au/data/publications/1999/bis99188.pdf

Boylan, M. (2016). Ethical dimensions of mathematics education, *Educational Studies in Mathematics*, *92*(3), 395-409.

土居健郎・キャサリン・ルイス・松田義幸 (2005). 甘えと教育と日本文化, PHP 研究所.

エリック・A・ポズナー，E・グレン・ワイル(2019). ラディカル・マーケット 脱・私有財産の世紀：公正な社会への資本主義と民主主義改革，東洋経済新報社.

Ennis R.H.(1987). A Taxonomy of Critical Thinking Dispositions and Abilities. In Baron, J.B., Sternberg, R.J. (Eds) *Teaching Thinking Skills: Theory and Practice.* New York, W.H. Freeman and Company 9-26.

Ernest, P. (2012). What is our first philosophy in mathematics education? *For the Learning of Mathematics, 32*(3), 8-14.

Fisher, A. (2001). *Critical Thinking : An Introduction*. Cambridge University Press.

藤井斉亮 (2014). 理論構築の萌芽領域として算数・学科における授業研究(2)：授業研究の構成要素と構造の特定，第 2 回春期研究大会論文集，111-118.

Gibbs, A. M. (2019). *Socio-critical mathematical modeling and the role of mathematics in society* [Doctor of Philosophy in Mathematics Education, Florida Institute of Technology]. Florida.

服部裕一郎・井上優輝(2015). RLA によるクリティカルシンキングを育成する数学科授業の開発―子ども達による査読評価活動を通して―，数学教育学研究, 21(2). 1-12.

平林一栄(1986). 数学教育の有効性のために，奈良教育大学紀要自然科学, 35(2)，1-17.

平林一栄(1987). 数学教育の活動主義的展開，東洋館出版社.

飯田慎司(1990). 問題解決，岩合一男(編)，教職科学講座第 20 巻算数・数学教育学，福村出版, 135-149.

飯田慎司(1995). オープンエンドの問題解決と Humanistic Mathematics について，日本数学教育学会第 28 回数学教育論文発表会論文集, 243-248.

池田敏和(2016). 数学教育における汎用的能力の育成を考えるための枠組みとその歴史的展望，第 4 回春期研究大会論文集, 289-292.

石橋一昴・服部裕一郎・上ヶ谷友佑(2022). 数学の誤用を批判的に認識する数学教育の必要性,科学教育研究，46(2), 224-226.

伊藤孝希(2015). 算数教育におけるクリティカルシンキングの育成に関する基礎的研究―反例の提示に着目して―, 数学教育学研究, 21(2), 39-48.

岩崎秀樹(2007). 数学教育の成立と展望，ミネルヴァ書房.

影山和也(2020). 算数・数学科とはどのような教科か, 日本教科教育学会(編), 教科とその本質―各教科は何を目指し，どのように構成するのか―, 教育出版, 92-97.

クリスティン カイテル(1998). 21 世紀の数学教育の展望 (第 30 回数学教育論文発表会講演録)：数学カリキュラム ：だれに対してか, だれの利益か, 日本数学教育学会誌, 臨時増刊, 数学教育学論究, 70, 57-64.

久保良宏(2016). 数学教育における批判的思考の捉え方, 第 4 回春期研究大会論文集, 97-104.

楠見孝(2007). 批判的思考力を育成する：認知心理学に基づく大学教育実践, 教育心理学年報, 46, 35-36.

水町龍一(2015). 高水準の数学的リテラシーと重要概念を形成する教育, 日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊第 48 回秋期研究大会特集号, 97, 193-200.

道田泰司(2000). 批判的思考研究からメディア・リテラシーへの提言, コンピュータ＆エデュケーション，９, 18-23.

道田泰司(2013). 三つの問いから批判的思考力育成について考える, 心理学ワールド, 61, 9-12.

道田泰司(2015). 近代知としての批判的思考, 楠見孝・道田泰司（編）, 批判的思考　21 世紀を生きぬくリテラシーの基盤, 新曜社.

文部省(1955). 高等学校学習指導要領数学科編　昭和 31 年度改訂版, 好学社.

文部科学省(2018a). 小学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説算数編, 日本文教出版.

文部科学省(2018b). 中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説 数学編, 日本文教出版.

文部科学省(2019). 高等学校学習指導要領(平成 30 年告示)解説 数学編 理数編, 学校図書.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/

室井和男(2000). バビロニアの数学，東京大学出版会.

中村滋・室井和男(2014). 数学史―数学 5000 年の歩み―，共立出版.

日本数学史学会編(2020). 数学史事典，丸善出版.

OECD (2018). *PISA 2021 mathematics framework (second draft)*. Retrieved from https://pisa 2021-maths.oecd.org/files/PISA 2021 Mathematics Framework Draft.pdf

Paul,R.W.(1995). *Critical thinking : how to prepare students for a rapidly changing world*，Santa Rosa, CA: Foundation for Critical Thinking.

長崎栄三編著(2001). 算数・数学と社会のつながり, 明治図書.

長崎栄三(2003). 算数・数学の学力と数学的リテラシー，教育学研究，70(3)，302-313.

日本学術会議(2008). 21 世紀を豊かに生きるための「科学技術の智」，https://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-20-h64-3.pdf（2023.7.25 最終確認）

西村圭一(2020). 学校教育における設計科学的視座に基づく数理科学教育の構築に関する総合的研究,平成 28 年度～令和元年度　科学研究費補助金基盤研究（B）研究報告書, 文章堂印刷所.

小倉金之助著(1924). 数学教育の根本問題, 東京イデア書院.

島田功・西村圭一(2006). 算数と社会をつなげる力の育成をめざす授業に関する研究－「仮定をおく」「仮説を立てる」「検証する」に焦点を当てて－, 日本数学教育学会誌 算数教育, 88(2), 2-11.

島田功・馬場卓也(2014). 算数教育における社会的価値観の育成に関する研究(3)―先行研究の批判的検討によるオープンエンドな問題の特性の考察―, 日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊, 96, 73-80.

島田功(2016). 社会的オープンエンドな問題を通した批判的思考力育成の可能性, 第 4 回春期研究大会論文集, 113-120.

島田功(2017). 算数･数学教育と多様な価値観―社会的オープンエンドな問題による取り組み―, 東洋館出版社.

島田功・馬場卓也編著(2022). 多様な価値観や数学的な見方・考え方を磨く算数授業のオープンエンドアプローチ, 明治図書.

島田茂編著(1977). 算数・数学科のオープンエンドアプローチ, みずうみ書房.

清水美憲(2002). 国際比較を通してみる日本の数学科授業の特徴と授業研究の課題－TIMSS ビデオテープ授業研究の知見の検討－, 日本数学教育学会誌, 84(3), 2-10.

清水美憲(2008). 今日的数学的リテラシー論からみた学校数学の現状と課題, 科学教育研究, 32(4)，pp.321-329.

相馬一彦(1983). 問題の解決過程を重視する指導　－数学教育と問題解決－, 日本数学教育学会誌, 65(9), 2-11.

Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Springer.

Skovsmose, O., & Nielsen, L. (1996). Critical mathematics education. In A. Bishop, M. A. K. Clements, C. Keitel-Kreidt, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 1257–1288). Kluwer Academic Publishers.

Skovsmose, O. (2019). Crisis, Critique and Mathematics. *Philosophy of Mathematics Education Journal,* 35.

Skovsmose, O. (2023). *Critical mathematics education*. Springer.

Weinberg, A. M. (1972). Science and trans-science. *Minerva*, 10(2), 209-222.

第 1 章　数学教育における批判的思考力の概念規定と理論的位置づけ

本章では，数学教育における批判的思考力について，その理論的位置づけ，構成要素を明らかにし, 概念規定を行うことを目的とする。その目的を達成するために, 第 1 節では, 昨今の急速な社会構造の変化が能力論の再編を促していることを示す。そして，第 2 節では「資質・能力」育成の観点からの批判的思考力を検討する。第 3 節において，批判的思考力に関する先行研究を検討し，その特徴や共通要素について整理する。第 4 節では数学教育における批判的思考力に関する先行研究について，主に概念規定と育成における方法的側面から整理を行う。第 5 節では本研究における批判的思考力の概念規定を行い，理論的位置づけを図る。第 6 節では，問題解決が数学教育の不易であることに鑑み，数学教育で育成すべき資質・能力としての批判的思考力について，数学教育における問題解決の思考法としての位置づけと判断基準としての特性をまとめる。

第 1 節　社会構造の急速な変化に伴う能力論の再編

現代社会は，情報技術の飛躍的な進歩やグローバル化の加速，世界的な少子高齢化や環境問題の深刻化，また多文化共生による価値観の多様化など，さまざまな要因により急速に変化をしている。これらの社会の変化は能力の捉え方を大きく変え，それは能力の育成方法論にも影響を与えていると言える。情報技術の飛躍的な進歩は，個人・社会ともに情報を批判的に分析し，有効に活用する能力を希求し，グローバル化の加速は異文化理解や国際協調の能力を重要視するだろう。少子高齢化や環境問題の深刻化，多文化共生社会の進展は社会の持続可能性を支える意味で，包括性や既存の枠組みを超える批判性や創造性をも求める。これらの課題の対応には，従来の学問中心の教育で醸成され得る「学力」に収まりきらない「能力」が問題となる（岩崎・服部，2013)。「学力」を客観的な教育課程に対応させれば,「能力」は「学力」を内包しながら，コミュニケーションなどの対人関係を調整する力量や関心・意欲・態度といった人格特性をもその構成要素に含むと考えられる。そのような「能力」の希求は現在の「資質・能力」中心の教育への転換と軌を一にするであろう。

第 2 節　「資質・能力」育成の観点からの批判的思考力

2.1　今，なぜ「資質・能力」の育成が求められるのか

2016 年末に提出された中央教育審議会答申において，批判的思考力（クリティカル・シンキング）は「物事を多面的・多角的に吟味し見定めていく力」(文部科学省，2016，p.35）とされ，教科等を越えた全ての学習の基盤として活用される資質・能力の一つとして，その育成が期待されている。改訂学習指導要領（文部科学省，2018a，2018b，2019）は「資

質・能力」ベースのカリキュラム改革とも謳われるが，今，なぜ「資質・能力」の育成が求められるのか。本節では，この問いについて考えてみよう。

その背景の 1 つには先述したような「グローバル化による多文化共生社会」の到来が挙げられる。今日のグローバル社会は，多様な言語や文化，価値観を持つ人々との交流や協働の機会が増え，更に情報化も相まって多様性を生かして問題を解決すること，新しい考えを創造できる力が求められている（髙口他，2015)。ここで，1997 年に始まった OECD による DeSeCo プロジェクトが提起したキー・コンピテンシーを確認しておこう。キー・コンピテンシーは次の 3 つのカテゴリー「相互作用的に道具を用いる」,「異質な集団で交流する」,「自律的に活動する」に区分される 9 つの能力で構成され，その中核に「省察性」（思慮深く考えること）が位置づけられている。この「省察性」については具体的に次のように示されている。

≪この枠組みの基本的部分は，思慮深い思考と行為である。思慮深く考えることは，やや複雑な精神的過程を必要とし，考えている主体が相手の立場にたつことを要求する。（中略)。思慮深さが含むのは，メタ認知的な技能，批判的なスタンスを取ることや創造的な能力の活用である。思慮深さとは，個人がどのように考えるかということだけではなく，その思想，感情，社会的関係を含めながら，その経験をどのように一般化するように構成するかということでもある。個人に要求されるのは一定水準の社会的熟達に達すること，つまり自分を社会的な抑圧から一定の距離を置くようにし，異なった視点をもち，自主的な判断をし，自分の行いに責任をとるようになることである。≫（ライチェン・サルガニック，2006，p.208）

つまり，キー・コンピテンシーの核心である「省察性」には，自分の経験の相対化といったメタ認知的技能や物事を多角的な視点で捉えるという意味での批判的思考力，そして多様な変化に柔軟に対応できる創造的思考力などが含まれている。このように複雑化する現代社会の中では，社会の変化に対応する力として，従来の知識・技能を超えた社会性や市民性をも視野に入れた総合的な問題解決能力が求められるのである。

従来の教育においては意図的なカリキュラムレベルにおいて，教科内容の系統化や構造化が優先された背景からも「知識」や「技能」の獲得が重視されていたことは否めない。実際，このたびの改訂以前の学習指導要領では，子ども達にどのような資質・能力を身に着けさせるかという視点よりも，各教科等においてどのような内容を教えるかを中心とした構造で,「何ができるようになったか」よりも「知識として何を知ったか」ということが重視されてきた背景がある（文部科学省，2014)。今後は,「何を知ったか」だけでなく,「何ができるようになったか」,「いかにして問題を解決したか」が問われ，教科を横断するような汎用的な能力の育成もまた期待されている。換言すれば,「特定の文脈を越えて，さまざまな状況のもとでも適用できる高次のスキル」(川嶋，2006）であるジェネリック・

スキルが，21 世紀を生き抜く子ども達の「資質・能力」として今正に求められているのである。

2.2　数学教育で育成を目指す「資質・能力」としての批判的思考力

ではそのような汎用的また教科横断的な「資質・能力」を教科教育ひいては数学教育の文脈で如何に育むことができるのか。中教審答申における三つの柱に戻ると，ⅰ)「何を理解しているか，何ができるか（生きて働く「知識・技能」の習得)」，ⅱ)「理解していること・できることをどう使うか（未知の状況にも対応できる「思考力・判断力・表現力等」の育成)」については，数学固有の知識を確実に習得することやそれらを関連付けること，事象を数学化し，数学的に解釈したり表現したりすること，問題解決過程における数学的な見方・考え方の重視や問題解決ストラテジーの獲得など，誤解を恐れずに言えば，これまでの数学教育においても既に大切にされてきたものであると言っても過言ではないだろう。

他方，ⅲ)「どのように社会・世界と関わり，よりよい人生を送るか（学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力・人間性等」の涵養)」についてはどうであろうか。論点整理においてⅲ）は，上記のⅰ）及びⅱ）の資質・能力をどのような方向性で働かせていくかを決定付ける重要な要素として位置付けられる（文部科学省，2016）という。ⅲ）では例えば「多様性を尊重する態度と互いのよさを生かして協働する力，持続可能な社会づくりに向けた態度，リーダーシップやチームワーク，感性，優しさや思いやりなど，人間性等に関するもの」（文部科学省，2016，p.31）等が具体として挙げられている。

決してこれまでの数学教育において，ⅲ）の視点が軽視されていたと主張する訳ではない。むしろ多様性の尊重や互いのよさを生かすことは，例えば，問題解決学習の指導過程の 1 つである「練り上げ」の場面においても多様な考えを抽象化するといった形でこれまでも重要視されてきた。これまでとの違いを述べれば，ICT の活用を含む教育システムの多様化や変化のスピードは過去とは比較にならないほど急速に発展していると言えるだろう。つまり，今日的に多様性を重視した問題解決を展開するにあたっては，これまで不易として位置づけられてきた日本の数学教育における問題解決の授業（二宮，2015）を，ⅲ）の目指す「学びに向かう力，人間性」といった角度から更に検討・強調といった形で見つめ直すことが必要であろう。しかし，「資質・能力」の育成を考えるにあたっては，それが 1 つの能力であると仮定した場合でも，どの段階で，いかなる観点から切り取るかによって，その断面図は大きく異なってくることに注意せねばならない（清水，2012)。

ここで，本研究で射程を置く「批判的思考力」を数学教育の文脈で捉える。池田（2016）は，数学教育において汎用的能力を捉える枠組みとして図 1-2-1 を提案し，複雑で変化の激しい社会を 5 つの側面（①多様性が高まる社会，②情報化が進展する社会，③科学技術・

学術研究の先進国であり続ける必要のある日本の社会，④一人一人の幸福が不安定な社会，⑤温暖化等の地球規模の問題が表面化しつつある社会）で取り上げ，一方，数学教育の目的を，実用的目的・陶冶的目的の 2 つの側面から取り上げ，汎用的能力をこの 2 つを軸とした 2 次元マトリックスによって捉えている。

	複雑で変化の激しい社会 （市民，職業人，個人として）				
	多様性の高まり	情報化の進展	科学技術の先進国	幸福が不安定	・ ・
実用的目的					
陶冶的目的					

図 1-2-1　汎用的能力を捉える枠組み（池田，2016，p.290）

この枠組みを援用し，数学教育で育成すべき資質・能力としての「批判的思考力」を，本研究では社会の変化として「多様性が高まる社会」に焦点をあてた数学教育における陶冶的目的として対応させ，以後，議論を進める。

第 3 節　批判的思考力に関する先行研究

古くは古代ギリシア以来の西洋哲学の伝統という長い過去をもつ批判的思考力であるが（道田，2015，p.2），本節では，一般教育学における批判的思考力に関する代表的な研究者による定義について考察することで，その特徴また共通要素について整理する。

3.1　Ennis(1987)，Fisher(2001)，Paul（1995）による批判的思考力研究

まずは，批判的思考力に関する研究の草分け的存在である Ennis（1987）による定義をみてみよう。氏は批判的思考を「何を信じて，何を行うかを決定することに焦点をあてた合理的で反省的な思考」（Ennis,1987, p.10）として，批判的思考の構成要素を図 1-3-1 のようにまとめている。この図 1-3-1 によれば，批判的思考力は，他者から与えられた情報あるいは観察された基本的な情報に対し，帰納・演繹などあらゆる推論を駆使して，自分の行動を決定するために，問題点を徐々に明確化させていく能力として挙げられ，それは批判的思考の態度に支えられているとみることができる。また，Ennis（1987）は批判的思

考の構成要素を大きくは「能力」と「態度」の 2 つに分け，それらをリスト化している*[1]
ことでも有名である。

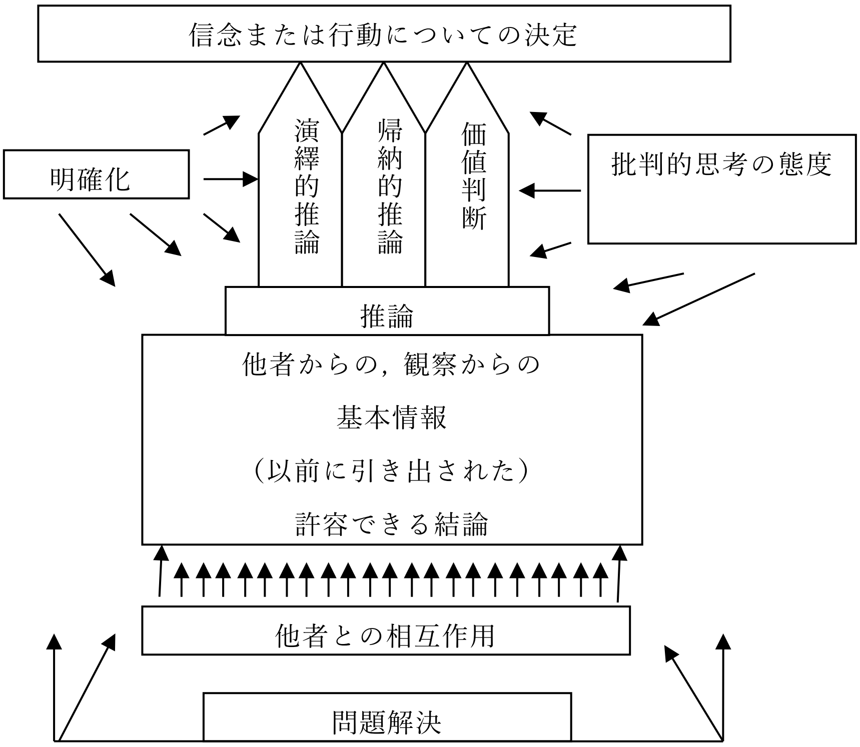


図 1-3-1　批判的思考の構成要素（Ennis，1987，p.16）

次に，Fisher（2001）は，批判的思考力を実践する人を批判的思考者（クリティカル・

---

[1] 氏は，批判的思考の「態度」については 14 のリストを，「能力」については，12 のリストを次のように作成している。

【態度】：1.命題や質問の明確な答えを探す 2.理由を求める 3.精通しようとする 4.信頼できる情報源を使い，言及する 5.あらゆる状況を考慮する 6.主要な論点から外れないようにする 7.最初のそしてまた基本的な関心を忘れない 8.他の選択肢を探す 9.開かれた心を持つ 10.証拠と理由が十分であればその立場に立つ 11.主題が許す限りの正確さを求める 12.複雑な全体に対してきちんとした方法で扱う 13.自分の批判的思考を発揮する 14.他人の知的素養の程度，知識レベル，感性に敏感である

【能力】：1.問題を焦点化すること 2.議論を分析すること 3.明確化するために質問に答えたり，説明を求めたりすること 4.情報源の信頼性を判断すること 5.観察すること，そして，観察レポートを判断すること 6.演繹し，演繹を判断すること 7.帰納し，帰納を判断すること 8.価値判断すること 9.用語を定義し，定義を判断すること 10.仮定を確認すること 11.行動を決定すること 12.他者と相互作用すること（Ennis,1987 , p.12-15）

シンカー）と表現し,「クリティカル・シンカーは，多くの状況において，何を信じ，行動するかを決める最善な方法をこの種の推論と反省的思考であるとし，それゆえ，適切な時はいつでもこれらの方法を用いる態度をとる。」（p.14）と述べる。そして，その「態度」については，与えられた問題に対して，ただ一つの正しい方法が存在しそれを使おうとする態度ではなく，状況によって,「欠陥のある思考方法を部分的に修正できる」（p.14）柔軟さを持つことを意味する。

Paul（1995）は批判的思考力を捉えるにあたって,「公正」,「道徳」,「社会」といった点を強調している。氏は批判的思考を「あなたの思考をより良くするための思考の際のあなたの思考についての思考」（Paul,1995,p.91）とも述べ，さらに批判的思考を「強い意味での批判的思考（critical thinking in a strong sense）」と「弱い意味での批判的思考（critical thinking in a weak sense）」に区別している点が特徴的である*[2]。

氏は，強い意味での批判的思考者になるには,「知的謙遜」,「知的勇気」,「知的共感」,「知的誠実」,「知的忍耐力」,「道理への信頼」,「知的正義感」といった 7 つの相互依存した知性の特徴を持つ必要があると述べる（Paul,1992,pp.12-13)。道田（2005）はこの強い意味での批判的思考者の特徴を「自分の視点があくまでも一つの視点に過ぎないことに気づくこと」,「他者の視点に身を置いてそれを共感的に理解すること」,「たとえ自分の考えを否定することになるとしても両者を同じ規準で評価すること」（pp.77-78）とまとめている。一方，弱い意味での批判的思考者の特徴の一つとしては,「批判的思考の知的技能を選択的そして自己欺瞞的に使うことで（真理を犠牲にして）自分の特権を助長し果たそうとする人」,「他人の推論の欠点を特定することでき，反論することができる。また，自分自身の信念を理由と共に支えることができる」（Paul, 1995, p.552）ことが挙げられている。

3.2　日本国内における批判的思考力の先行研究

本項では，日本における批判的思考力に関する研究の代表的研究者である道田（2000）及び楠見（2007）の定義を検討する。

道田（2000）は，批判的思考を「批判的な態度（懐疑）によって解発（リリース）され，創造的思考や領域固有の知識によってサポートされる論理的・合理的な思考」と定義し，その構成要素としては,「態度」,「技術」,「知識」の 3 成分であるとしている。「態度」については，この 3 要素のうち「最初に必要な」もので,「見かけに惑わされずに，ものごとに疑いを持つこと」であると述べる。「技術」については,「批判的思考の中核をなす」と

---

[2] Paul（1995）の批判的思考力の概念規定は，民主社会における市民としての批判的思考力を考究する点において示唆深い。本研究における「強い」意味での批判的思考,「弱い」意味での批判的思考は，この Paul（1995）の概念規定に依拠することとする。

し,「他の可能性が考えられないかを柔軟かつ多面的に考える創造的思考と論理的・合理的に考えて本質を見抜くという 2 つの側面がある」としている。「知識」については,「批判的思考の技術をサポートするもの」であるとしている。道田（2000）はこの 3 要素について最も重要な要素は「批判的な態度」であるとし,「いくら批判的思考の技術や知識をもっていても，使おうとする傾向（態度）がなければ始まらない」と述べている。また，道田（2000）は，批判的思考態度が「問題解決中にその過程をモニターする役目を果たす」としている。

楠見（2007）は批判的思考を「物事を客観的かつ多面的に捉え，規準に基づいて判断する論理的，反省的思考」（p.35）と定義する。また「批判的思考教育は，その構成要素であるスキルや知識を教えることによって, その能力を高め, あわせて態度を育成する」（p.35）ことが重要であるとも述べている。ここで，楠見（1996；2007）による批判的思考の認知的過程についても検討してみよう。

楠見（1996；2007）は，その認知的過程とその中で適用されるスキルと知識について，Ennis（1987）による批判的思考の考え方から次のようにまとめている。

（1）　基礎的な明確化

明確化のための基礎的能力としては，焦点化によって，問題，仮説，主題を明確化すること，論証を分析すること，明確化のための疑問を提起すること，がある。

（2）　推論の基盤の検討

推論を支える情報源としては，他者の主張，観察，以前に行った推論の結論がある。そこで, 情報源の信頼性を判断したり, 観察や観察報告を評価する能力が必要である。

（3）　推論

推論には，演繹の判断，帰納の判断，価値判断の能力がかかわる。帰納における判断には，一般化の能力と，探索的な結論や仮説を推論する能力がある。後者には，調査をしたり，仮説や結論の合理性を規準にもとづいて判断することを含む。推論後の明確化には，名辞や定義を判断する能力と，仮説を同定する能力がかかわる。

（4）　問題解決

最終段階として，行為の決定がある。一方，他者との相互作用を，議論，発表，論文などを通して行うことも大切である。ここには，ここまで述べてきた(1)～(4)のすべての能力がかかわる。

楠見（1996）によれば，批判的思考の認知過程は(1)→(2)→(3)→(4)となる。批判的思考は問題を解決するために自己が行う最終決定（行動の選択）である（4)の段階までも含むことが特徴的であり，各段階において，批判的思考力のいくつかの能力が発揮されること

になる*[3]。また，批判的思考の出発点は「問題を明確化」することにあり，特にこの「明確化」については批判的思考の認知過程においても(1)「基礎的な明確化」から(3)「推論後の明確化」に至るまでをカバーする重要な能力といえる。「明確化」のためには，「何が重要か？」や「なぜ？」といった疑問を生徒自身が内省的に行うことを必要とする。こういった「疑問に思う態度」についてはこれまでの数学科授業においては多くは教師側からの「発問」という形で行われてきたが，生徒の批判的思考力を育成することに焦点を充てた授業の場合，できるだけ生徒自身が自ずと内的に疑問を持つような教材の在り方を考える必要があることが示唆される。

3.3　批判的思考の大三角形（道田，2013）

以上，国内外の各研究者の批判的思考の定義を検討することで，その概念規定が広範囲に及び,それを単一的な思考法として捉えることが困難であることが理解される。つまり，反省的思考や論理的思考，創造的思考など，様々な思考法が相互補完的に作用している点に特徴があるといえる。一方で，構成要素としては「知識」･「技術」･「態度」の 3 点に分ける研究者が多い（例えば，道田，2000；楠見，2007；E.B.ゼックミスタ・J.E.ジョンソン，1996)。Ennis（1987）は「態度」と「能力」の 2 つに大別しているが，「能力」のリスト（Ennis , 1987 , pp.12-15）を見る限り，それは「知識」と「技術」を含んでいると思われる。推論を適用する「技術」であったり，議論を分析したり，情報源の信頼性を判断したりするためには，そのための「知識」が必要であるからで,「知識」は「技術」をサポートしている（道田，2000）ためである。この「知識」には，手続き的な一般的な領域普遍知識（情報収集，解釈の形成，論証形式の評価など）と，内容に依存する領域特殊知識（領域固有の知識）があり，楠見（1996）は複雑な領域になるほど領域特殊知識が重要になることを述べている。そして，この 3 要素の中で，最も重要視されるものとしては「(批判的な）態度」が挙げられる．これは批判的思考を遂行する基盤になると思われる。

これらの整理のもとで，批判的思考概念の解釈を試みると，近年，道田（2013）はこの多様な批判的思考概念を捉えるにあたっては，大きくは「合理性（論理性)」,「反省性（省察性)」,「批判性（懐疑性)」の三つをキーワードとして挙げ，どの部分を強調するかにより，様々な解釈がなされるとしている（図 1-3-2)。そして，それぞれのキーワードを支えるものとして，前述した「知識」や「技術」があり，批判的思考を遂行する推進力となる「態度」がある。

---

[3] これらの諸能力の発揮については，批判的思考の「態度」が備わっていることが前提となる（楠見・子安・道田，2011，p.11)。

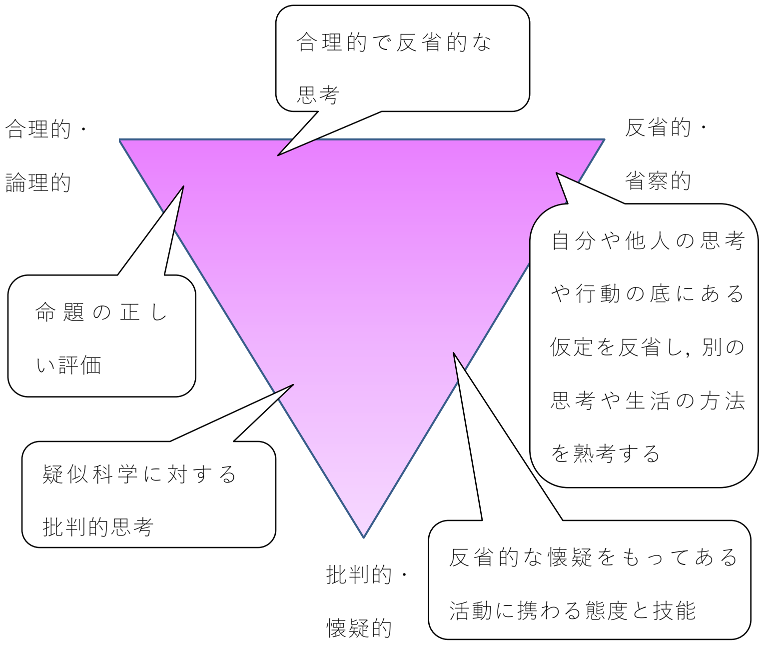


図 1-3-2　批判的思考の大三角形（道田，2013，p. 10）

また，道田（2015）では，図 1-3-2 における批判的思考の大三角形を用いて，各論者の考えを整理している。批判的思考力の育成にあたっては，「対象者の思考の現状がどのようになっており，何のために，どのような思考を育成する必要があるのか，という問いを個別に検討してはじめて，さまざまな批判的思考概念のどれが有用で，どのように教育・測定するのかが変わってくる」（道田，2015，p.7）とも言及している。

今日のグローバル社会は，多様な言語や文化，価値観を持つ人々との交流や協働の機会が増え，多様性を生かした問題解決や，新しい考えを創造できる力を求めている（髙口他，2015）。そのような社会において求められる汎用的能力としての批判的思考力は，Paul（1992）のいう「公正な，あるいは強い意味の批判的思考」（Paul，1992，p.10）といった視点も更に強調されるべきであろう。「合理性（論理性）」，「反省性（省察性）」，「批判性（懐疑性）」そして，「公正」といった観点を基に，次節では数学教育における批判的思考力に関する先行研究について考察を深めていく。

第 4 節　数学教育における批判的思考力*4に関する先行研究

数学教育で育成すべき批判的思考力とは一体どのように捉えられるべきなのか。ここで，近年の数学教育における批判的思考力に関する先行研究を検討してみよう。本研究では，

[4] 先行研究が批判的思考力をクリティカルシンキングと表現している場合はそれに倣う。

数学教育における批判的思考力の育成を目指していることからも，主に批判的思考力の概念規定とその育成における方法的側面から検討する。

4.1　久保(2016)による批判的思考力の概念規定と育成における方法的側面

久保（2016）は，批判的思考力を次代を生きる子どもが身に付けなければならない数学教育で育成すべき力と捉え，民主的な社会の構築という観点からその概念規定を試みている。氏は数学教育における「批判的思考」を次のように捉える。

《対話により課題が明確になり，その解決に向けて情報を精査し，自他の考えを対比しながら他者の立場に立って検討し，公平，平等といった概念を加えながら先入観にとらわれることなく真実により近づいていくものであり，ここでは，その過程において民主的な社会の構築という目的に対する態度形成が求められるとともに，文脈に適切な背景となる数理科学的な知識やストラテジーが重要な意味を持つ》（p.101）

そして，数学教育における批判的思考力の具体化にあたっては，多様な考え方や経験，価値観などを持つ異質の他者の集団における「対話」の重要性が主張され，具体的な教材例（「航空機の運航」）の中では，批判的思考においてリスクをどのように捉えるか，考察が個人か社会かといった「価値」や「価値観」に着目する必要性を指摘する。氏の考える数学教育での批判的思考力は，可謬主義の基での「対話」,「公平」,「平等」,「先入観の排除」といった点が強調されている。

4.2 馬場(2008)及び島田(2016)による批判的思考力の概念規定と育成における方法的側面

馬場（2008）及び島田（2016）は，Bishop による価値研究や Skovsmose による批判的数学教育の概念を主な理論的背景として，社会的価値観をキーワードに，批判的思考力の概念を捉えることを試みている。批判的数学教育では，社会的文脈の強調のもとでの批判的市民性の育成が目指される（Skovsmose,1994）。氏らは，今日的に複雑化した社会においては，問題解決において複数の解が存在することを認め,「表面的な相違に惑わされず本質を見抜いたり，その背景にある価値について考えたりする」（馬場，2008，p.853）ことができる力を「批判的思考力」として捉えている。さらに，島田（2016）は，社会的オープンエンドな問題を授業において取り上げることを提案する。社会的オープンエンドな問題とは，馬場（2009）において,「数学的考え方を用いた社会的判断力の育成を目標とした，数学的・社会的多様な解を有する問題」（p.52）と規定され，これまで数学教育において展開されてきた問題解決学習において潜在的に表出していた倫理観や道徳観といったものを顕在化させる必要性を説き,「価値観への批判」を特徴付けているのである。ここでいう「価値観への批判」とは，授業において顕在化した他者の価値観を知ること，共有すること，自らの価値観を顧みること，などが想定され得る。島田（2016）では社会的オープンエン

ドな問題によって民主主義能力としての批判的思考力の育成可能性が示されている。

4.3　服部・井上(2015) による批判的思考力の概念規定と育成における方法的側面

社会性や市民性を強調した久保，馬場，島田らの研究に対し，例えば服部・井上 (2015) の研究では，中学校や高校数学で通常学習される教科書単元を対象として子ども達のクリティカルシンキングを育成する数学授業の実践的研究が行われている。つまり，批判的思考力を数学の問題間に共通する批判的思考力と数学の問題固有の批判的思考力とで区別し，育成の方法的側面として,「他者との議論による数学的活動の振り返り」,「数学的結論の妥当性の検証」を重要視した（服部，2016)。例えば，服部・井上（2015）では，高等学校数学 A「整数の性質」単元において，RLA 形式の授業展開（市川，1998）を構成し，生徒達の活動の様相,授業後のアンケート記述から生徒達のクリティカルシンキングに関わる「批判性（懐疑性)」,「反省性（省察性)」,「合理性（論理性)」(道田，2013）を同定している。

4.4　伊藤(2015)による批判的思考力の概念規定と育成における方法的側面

一方，算数教育においてクリティカルシンキングの育成を目指したのが伊藤（2015）である。氏はクリティカルシンキングを「反省的思考（批判的態度)」,「創造的思考」,「論理的・合理的思考」の 3 つの構成要素で捉えており,「平行四辺形の面積」学習においては「反省的思考（批判的態度)」を強調するための手段として,「反例」及び「誤答」に着目した授業実践を行っている。特に，反例の提示は，クリティカルシンキングの強調点である「解の評価」での提示が有効であり，児童が自問するきっかけを与えること，そして「解の評価」と「解の探索」の往復の契機が 3 つの構成要素のすべてを働かせ，それがクリティカルシンキングの育成につながることを示している。

4.5　現実世界の問題解決と数学世界における問題解決

ここまでの検討の通り，批判的思考力の概念はやはり多様で，重心の位置をどこに置くかにより，様々な解釈がなされていることが分かる。しかし，これら先行研究を敢えて分類すると，現実社会の文脈（authentic）において社会的判断力を重視する立場による批判的思考力研究（久保，2016；島田，2016）と，純粋な数学の世界における数学的判断力*[5]を重視する立場による批判的思考力研究（例えば，服部・井上，2015；伊藤，2015）に大別することができる。前者は，現実世界の問題を解決するために批判的思考力を働かせ，後者は数学世界の問題を解決するために，批判的思考力を働かせている。次節では，この

---

[5] ここでいう数学的判断力とは，数学的概念や原理，公式，数学的手法等を用いて問題を理解し，分析し，解決，評価する能力を指す。

分類について更に検討することで，数学教育における批判的思考力の概念規定を行っていく。

第 5 節　数学教育における批判的思考力の概念規定

5.1　広義の批判的思考力と狭義の批判的思考力

前節で検討したように，数学教育における批判的思考力の育成に係る先行研究においては現実世界の問題解決における批判的思考力と数学世界の問題解決における批判的思考力の２つによって大きく分類されることが明らかとなった。そこで，前者を広義の批判的思考力，後者を狭義の批判的思考力と捉えることとする*[6]。

広義の批判的思考力では,「公平」,「平等」,「倫理」といった社会的価値観*[7]も同定され，これは前々節における「強い意味での批判的思考」（Paul,1995）の特徴とも一致する。また，問題解決における意思決定では,「社会の中に潜在している数学の価値的側面に対する批判的検証能力」（馬場，2009，p.55）が求められる。

一方，狭義の批判的思考力においては，対象である純粋な数学の問題や，あるいは，文章題に代表されるような擬似現実的（quasi-real）なモデル（飯田，1990）に対し，数学的

---

[6] 馬場（2008）は，社会的視点が弱い批判的思考を「狭い意味での批判的思考」と表現している。また，問題解決の文脈では，Krulik（1977）の 4 段階の過程（①実世界の問題に直面する，②その問題を適切で使用可能な数学的モデルに翻訳する，③数学的モデルを解決する，④数学的モデルにおける解決を最初の問題を再現するような用語に翻訳し直す）を広義の問題解決として，段階③の過程を狭義の問題解決として解釈されている。広義の問題解決は狭義の問題解決を含むこととなる（石田，1983)。本研究で規定した狭義・広義の規定についてもこれに倣うこととする。

[7] 価値と価値観の定義，社会的価値観と個人的価値観，数学的価値観については島田・馬場（2013）の解釈に依拠する。例えば，価値とは「そのものが持っている主体の欲求を満足させる性質」（島田・馬場，2013，p.82）で，価値観とは「何にどういう価値を認めるかという主体の判断の基準」（島田・馬場，2013，p.82）である。社会的価値観，個人的価値観，数学的価値観については島田・馬場（2013）に詳しいので参照されたい。また，本研究では「社会的判断力」,「社会的構成主義」,「社会的な文脈」等，さまざまな箇所で「社会的」を用いている。「社会」とは広く一般には「人間が集まって共同生活を営む際に，人々の関係の総体が一つの輪郭をもって現れる場合の，その集団。諸集団の総和から成る包括的複合体をもいう。自然的に発生したものと，利害・目的などに基づいて人為的に作られたものとがある。家族・村落・ギルド・教会・会社・政党・階級・国家などが主要な形態」（新村，2018，p.1349）という意味で用いられる。一方,「社会的」とは「社会に関するさま」（新村，2018，p.1350）であり，本研究で使用する「社会的」とはこの意味で用いる。

な判断は求められるものの，それに「選択行為における数学的価値」(山崎，2016）といった価値判断も同定される。

ここで，広義の批判的思考力と狭義の批判的思考力の関係性を整理しておこう。前述の通り，広義の批判的思考力は現実世界の問題解決において働かせる批判的思考力であり，狭義の批判的思考力は数学世界の問題解決において働かせる批判的思考力である。現実世界の問題解決において働かせる批判的思考力が，その対象を現実に内在する数学に焦点をあてたとき，それは狭義の批判的思考力ともなり得る。その意味で，広義の批判的思考力は狭義の批判的思考力を含むこととなる。

そして，批判的思考の構成要素を「合理性（論理性)」,「反省性（省察性)」,「批判性（懐疑性)」の三つとした場合，広義と狭義のそれぞれの批判的思考において，どの構成要素を強調するかによりその概念解釈も異なってくる。前々節でみたように，道田（2015）は批判的思考の諸概念をこれらの構成要素を頂点とする三角形で表し，各論者の考えを整理している（図 1-3-2)。本節で取り上げた数学教育の文脈での批判的思考力研究の位置付けを同様に整理すると，図 1-5-1 のような二つの三角形の形状の中で配置させることができると考える。

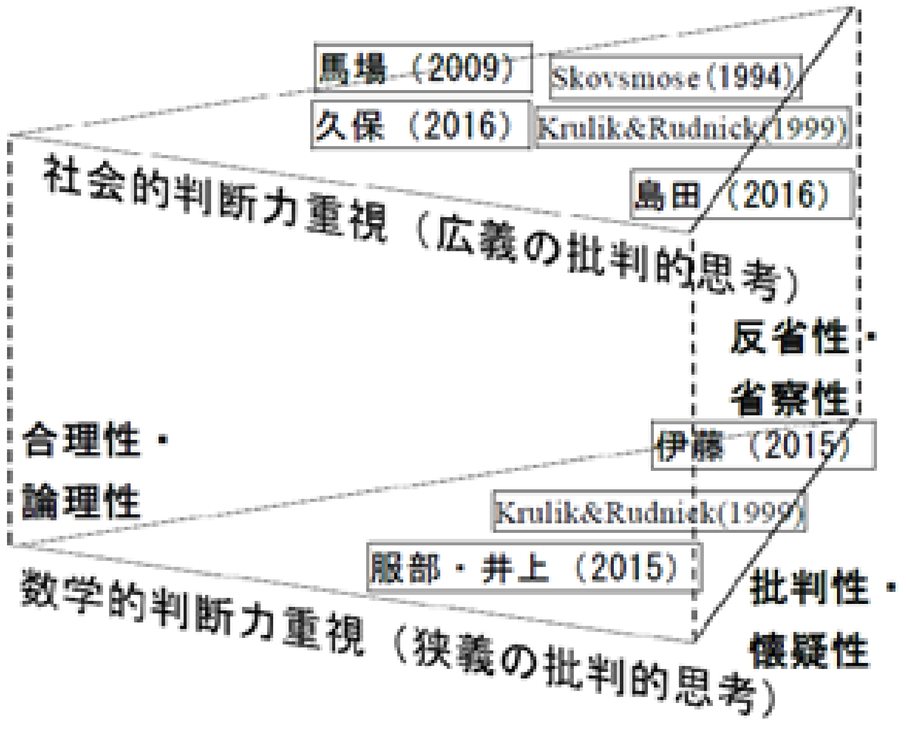


図 1-5-1　数学教育において批判的思考力を育成する先行研究の位置づけ（服部，2017，p. 273）

この図において，広義の批判的思考力を育成する先行研究は上部の三角形に，狭義の批

判的思考力を育成する先行研究は下部の三角形に位置づけることとする。点線部分は同様のキーワード（合理性・論理性，反省性・省察性，批判性・懐疑性）が対応する。

例えば，久保（2016）はその概念規定に均衡性が保たれている意味で三角形の重心に位置し，問題解決の文脈は現実世界を対象としているため，上部の三角形に位置づくこととなる。島田（2016）もまた，現実世界の問題文脈での批判的思考力の育成を目指しているため上部の三角形に位置づけられ,「価値観への批判」を特徴付けた意味では「批判性」が重視されていることとなる。一方，平行四辺形の面積の学習を題材とした伊藤（2015）は，数学世界での批判的思考力の育成を目指しているため，下部の三角形に位置づくことになり，反例を「反省的思考」を強調するための手段とした意味で「反省性」に依った研究とみることができよう*[8]。

5.2　数学教育における批判的思考力の概念規定

ここで，本研究における批判的思考力を概念規定する。まず，狭義の批判的思考力については，数学教育における既存の評価の 3 観点（「知識・技能」「思考力・判断力・表現力等」「主体的に学習に取り組む態度」）との比較検討を行うと，3 観点のうちの「知識・技能」の「数学的な技能」にあたる数学的推論技術を数学的知識が支えているとみなすことができ,「主体的に学習に取り組む態度」が批判的思考力を発揮するための前提要件であるといえる。批判的思考力を発揮しようとする態度と，正しく意思決定をするための数学的知識や正しい数学的推論が強調されるゆえ，数学教育における狭義の批判的思考力は「与えられた事象について，数学的知識や数学的推論等を駆使してその妥当性や信頼性を正しく判断しようとする能力と積極的な態度」と規定したい。

次に広義の批判的思考力の概念規定を行う。本研究では，島田（2016）と同様，教室において顕在化した子ども達の価値観を子ども達同士で批判的に検討させる問題場面を設定する意味で,「批判性」に依った研究として位置づける。その定義については馬場（2008）の定義が示唆的である。氏は批判的思考を「複数の解が存在するのに対し，表面的な相違に惑わされず本質を見抜いたり，その背景にある価値について考えたりすること」(馬場，2008，p.853）としている。この定義に倣い，本研究では数学教育における広義の批判的思考力を暫定的に次のように定義することとする。

「与えられた問題について，表面的な相違に惑わされず本質を見抜き，自身の価値観に基

[8] つまり，現実世界の文脈で「批判性」を重視した場合は，広義の意味での「批判性」に依った研究になり，数学世界の文脈で「批判性」を重視した場合は狭義の意味で「批判性」に依った研究と解釈する。

づいて構成した数学的モデル*[9]を根拠に解決案を提出すること。また，他者の解決案に対して，その妥当性や信頼性を判断しながら，自身の解決案を更により良いものへ修正しようとすること」

Jablonka（2020）は数学教育における批判的思考力を育成するにあたって，固定化されたスキルや判断基準，価値観や信念を概念化することは批判的思考力そのものの目的に矛盾すると指摘する。つまり，批判的思考力のそれ自体は制限された参照枠を超越することを可能にする必要がある（Jablonka，2020)。本研究では，広義，狭義の批判的思考力について，それぞれの定義は暫定的に規定するものの，育成する単元や教材においてはより具体的な目指される批判的思考力が設定される。そして，生徒にはそれらの思考を超越する思考をもまた期待される。

ジェネリック・スキルである批判的思考力を数学教育の文脈で育成するにあたっては，今後，社会的価値観といった「価値」への言及は看過できないだろう。小川（2017）は，今後の科学教育が目指すべき方向性の 1 つとして，「人間と科学のよりよい関係」の構築の必要性を唱え，この「よりよい」の解釈について以下のように述べ，教科教育研究の「価値」への着目を求めている。

《ここでは「よりよい」というこれまであまり意識されてこなかった価値観の取り扱いが必要になる。「何がどうなれば「よりよい」のか？」「誰にとっての「よりよい」か？」「誰が「よりよい」を決めるのか？」などである。「科学教育」研究があまり手をつけてこなかった領域であるが，今後，真剣に議論されるべきであろう。》（p.8)

岩崎ら（2017）は今後の数学教育研究としての教材開発のあり方として，数学の学習と指導は，教科の内容に関わらない様々な要因に影響されているということを意識すべきとする。上述した小川（2017）の指摘を鑑みても，岩崎らが述べる様々な要因の 1 つに生徒達の表出させる「価値」を考察することは意義を見出せる。

一方，社会的構成主義（Social Constructivism）を提起したアーネスト（2015）はその教育的意味を次のように述べる。

《1　数学は，本来人間の数学的な問題提起と問題解決からなり，それはすべての人が近づける活動である。その結果，すべての人のための学校数学は，人間の問題提起と問題解決に最も関係させられるべきであり，そして，その可謬性を反映するべきである。

---

[9] 島田（2017）は社会的オープンエンドな問題による実践研究を推進するにあたって，数学的モデルを「事象をある目的に従って，数学的処理が可能な，数，式，図，表，グラフなどの数学的表現を用いて表したモデル」（p.110）と定義している。本研究も数学的モデルについては氏による定義に依拠して議論を進める。

2　数学は，人間の文化の一部であり，そして，それぞれの文化の数学はそれ自身独自の目的にかなっており，そこで等しく価値がある。その結果，学校数学は，数学の多様な文化的，歴史的な起源や目的を認め，そして，女性や非ヨーロッパの国々を含むすべての人の実際の貢献を認めるべきである。

3　数学は，中立的ではなく，その創作者や彼らの文化的な文脈の価値を帯びており，そして，数学の使用者と創造者は社会的，自然的な世界への影響を考える責任がある。その結果，学校数学は数学に関連した価値とその社会的な使用に関連した価値を明白に認めるべきである。学習者は数学カリキュラムに内在する社会的なメッセージに気付くべきであり，そして，数学の社会的な使用を理解することができるように，自信，知識，技能を身に付けるべきである。》（pp.402-403）

アーネスト（2015）によると，数学は社会的に構成されるとされ，その具体的な教育カリキュラムへの還元は今日的に未解明な課題といえる。本研究での批判的思考力の育成可能性の検討は，この数学観に立つものとして，生徒が潜在的に存在させる社会的価値観を顕在化させた上での広義の批判的思考力の育成を目指すものとして位置づける。

第 6 節　数学教育における批判的思考力の問題解決からの位置づけ

本節では数学教育を通しての批判的思考力の育成を更に問題解決の文脈から議論する。清水（2016）は，数学教育において育成すべき汎用的能力を ATC21S（21 世紀型スキルの学びと評価）プロジェクトによる 21 世紀スキルの 4 分類（思考の方法，働く方法，働くためのツール，世界の中で生きる）を基に，問題解決の観点から検討し，結果として，「広義の問題解決」，「狭義の問題解決」，「ふり返り活動」，「問題設定」，「数学的な考え方」，「問題解決ストラテジー」を育成すべき汎用的能力として特定している。「狭義の問題解決」は，言わば純粋な数学の問題を解決することを射程とする問題解決過程として捉えられることに対し，「広義の問題解決」では，数学的モデル化や統計的探究プロセス（PPDAC サイクル）に代表されるような現実世界の問題解決を射程とした問題解決過程として捉えられる。「狭義の問題解決」は，「広義の問題解決」における数学的モデル化過程や統計的探究プロセス（PPDAC サイクル）の構成要素としても同定される一方で，「ふり返り活動」や「問題設定」が 21 世紀スキルにおける批判的思考力や創造性の育成に寄与することを期待する（清水，2016）。このことを鑑みると，前節において規定した「狭義の批判的思考力」は「狭義の問題解決」に必要な思考力として位置づけられ，「広義の問題解決」では「広義の批判的思考力」がその解決過程において重要な作用をもたらすと考えられる。このことを Krulik & Rudnick（1999）による論考「Innovative Tasks to Improve Critical- and Creative-Thinking Skills」から更に考察を進めたい。氏らは，この論考の中で，問題解決に必要な思考技能（skills）のレベルを低次のものから順に，想起（recall），基礎（basic），批判的思考と創造的思考

（critical thinking and creative thinking）とする*[10]。そして，子ども達の批判的思考*[11]と創造的思考を向上させるにあたっては，Polya による問題解決過程の振り返り（Looking Back）の相に着目し，その内容を教師が拡張させるべきであるとしている。このことについて氏らは次のように述べる。

《Polya の方法は，問題の結果を確かめるということ，そして，それらの結果を幾つかの他の問題状況に用いるということを含んでいるが，彼はそれ以上のことを十分に述べてはいない。我々は，答えが見つかったということだけで問題を終わらせるべきではないと信じている。生徒が批判的思考や創造的思考の技能を発展させるための 1 つの方法は，教師が問題を答えを超えて拡張させるということである。》（p.139）

具体的には，その拡張として，①「他の解決方法を探すこと」，②「もし～だったら？という問いを投げかけることで新たな問題を設定し，解決すること」，③「提示された解答の誤りを探し，その誤りを正すこと」，④「自分ならどうするかを数学的に考え，根拠立てて説明すること」の 4 つの方策を提案し，これらは，ほとんど全ての問題解決の手段になりうると氏らは述べる。特に，氏らは，④において，実践的な教材として，「電話会社のサービスプラン選択問題（一方は基本料金と通話料金の合算料金プランで，もう一方は通話料無料の定額料金プラン）」を例に挙げ，生徒達の意思決定について次のように主張する。

《問題状況を数学的に解決した後，生徒はある決定に直面する。この決定は，個人的な考えや個人的な経験，もしくは，生徒が遊びに取り入れたいもの全てに基づかせることができる。しかしながら生徒は，彼らが行った決定に数学がどのように影響したのかを説明しなければならない。》（p.143）

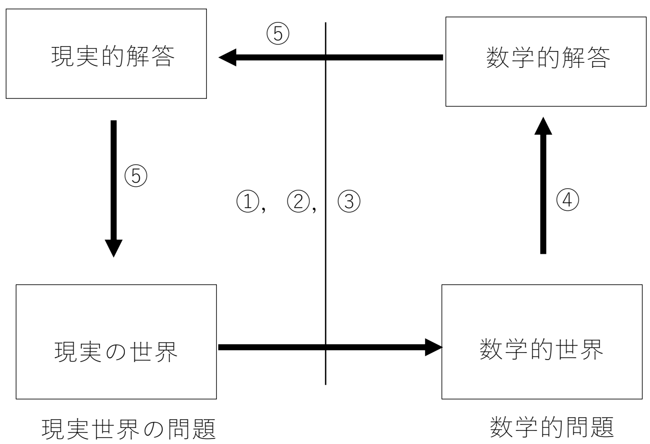
現行の数学授業においても例えば中学校 2 年数学「一次関数の利用」単元において，「携帯電話の料金プラン選択問題」が題材として取り上げられる場合もあるが，ともすればそ

---

[10] 想起（recall）は，ほとんど自動的で反射的な技能であり，幾つかの基礎的な算術的事実（例えば，3×4＝12，5＋4＝9 など）を含む。基礎（basic）は，足し算や引き算などのような数学的概念を理解し認識することと同様に，それらを問題に適用することも含み，例えば，1 個 95 セントであるアイスクリームのコーン 12 個の合計金額を計算することが，乗法の概念の例であるということを認識することである（Krulik & Rudnick，1999）。

[11] Krulik & Rudnick（1999）は，批判的思考力を次のように定義する。
《批判的思考力は，状況や問題の全ての側面を検討し，関係付け，評価する思考力である。それは，情報を集めることや，組織化すること，思い出すこと，分析することを含む。批判的思考力は，理解して読む能力や異質な素材を同定したり必要な素材を同定したりする能力を含む。それはまた，ある一連のデータから適切な結論を引き出すことができるということや，一連のデータから不一致や矛盾を明らかにすることができるということを意味している。》（p.139）

の授業では，一次関数をいかに利用して問題を解決するか（どの料金プランが安いか）に焦点があてられ，その判断根拠はあくまでも数学的判断に委ねられうる。清水（2016）が「現実性をどのような意図をもって，どの程度のものとし，どのように学習を展開していくか，ということは，古くて新しい課題である」（p.294）と述べるように，場面設定が「疑似現実的（quasi-real）なモデル」（飯田，1990，p.143）である場合，生徒の認識はどうしても現実から一定の距離をとらざるを得ないため，学習者によっては狭義の問題解決となりえる場合もあると考える。一方，Krulik & Rudnick（1999）による当教材では，問題解決において 3 通りの生徒の解答が取り上げられている。その解答は生徒各々が自分の電話をかける回数に基づいて作成（意思決定）されておりどちらの料金プランを選択するかについては数学的判断に加え，生徒個々人の価値が最終的に影響を与えている。ここでの問題解決は， 社会的な文脈を扱う広義の問題解決といえ，判断基準としては，広義の批判的思考における個人的あるいは社会的価値判断が数学的判断と同様に同定されうる。特に，これら個人的あるいは社会的価値判断は，問題を「現実」から「数学」に翻訳する際及び「数学」から「現実」に戻す際に大きく影響を与え，数学化サイクル（図 1-6-1）で説明すれば，これら個人的・社会的価値判断は主に①②③⑤の場面において位置づいてくると考えられよう。



①　現実に位置づけられた問題から開始すること。

②　数学的概念に即して問題を構成し，関連する数学を特定すること。

③　仮説の設定，一般化，定式化などのプロセスを通じて，次第に現実を整理すること。それにより，状況の数学的特徴を高め，現実世界の問題をその状況を忠実に表現する数学の問題へと変化することができる。

④　数学の問題を解く。

⑤　数学的な解答を現実の状況に照らして解釈すること。これには解答に含まれる限界を明らかにすることも含む。

図 1-6-1　数学化サイクル（OECD，2004，p.29）

以上の考察の基，数学教育で育成すべき資質・能力としての批判的思考力について，数学教育における問題解決の思考法としての位置づけと判断基準としての特性を次の表 1-6-1 のようにまとめる。

表 1-6-1　問題解決の思考法としての批判的思考力の位置づけとその特性（井上・服部ら，2018，p.105 を一部改変）

問題対象	問題解決	問題解決に必要な思考力のレベル	判断基準としての特性
数学	狭義の問題解決	想起	反射的判断
		基礎	数学的判断
		狭義の批判的思考力	
社会数学	広義の問題解決	広義の批判的思考力	数学的判断 個人的あるいは社会的価値判断

第 7 節　本章のまとめ

本章では，数学教育における批判的思考力の概念規定と理論的位置づけについて，先行研究を検討することを通してそれらを明確にする作業を行った。

第 1 節では，現代社会が急速に変化する中で，これらの社会の変化は能力の捉え方に大きな変化をもたらすこと，それは能力の育成方法論にも影響を与えることを述べた。課題対応には，従来の学問中心の教育で醸成され得る「学力」を超える「能力」が必要で，コミュニケーション能力や人格特性を含む広範な「能力」への希求は，現在の「資質・能力」中心の教育への転換を示していることを述べた。

第 2 節では「資質・能力」育成の観点からの批判的思考力について，その特徴づけを行った。批判的思考力については改訂学習指導要領（文部科学省，2018a，2018b，2019）においても，教科等を越えた全ての学習の基盤として活用される資質・能力の一つとして，その育成が期待されている。本節では，今なぜ「資質・能力」の育成が求められるのかについて，まずは OECD による DeSeCo プロジェクトが提起したキー・コンピテンシー（ライチェン・サルガニック，2006）の概念からその考察を行った。そして，数学教育における批判的思考力を池田 (2016) による汎用的能力を捉える枠組みから捉えることを試みた。その結果，本研究では数学教育で育成すべき資質・能力としての「批判的思考力」を，社

会の変化として「多様性が高まる社会」に焦点をあてた数学教育における陶冶的目的として対応させることとした。

第 3 節では批判的思考力に関する先行研究の基礎的考察を行った。Ennis（1987）による定義，Fisher（2001）による定義，Paul（1995）による定義，道田（2000）による定義，楠見（2007）による定義を検討し，その特徴を考察した。その結果，批判的思考の概念規定が広範囲に及び，それを単一的な思考法として捉えることが困難であること，反省的思考や論理的思考，創造的思考など，様々な思考法が相互補完的に作用している点，構成要素としては「知識」・「技術」・「態度」の 3 点に分ける研究者が多い（例えば，道田，2000；楠見，2007；E.B.ゼックミスタ・J.E.ジョンソン，1996）ことが明らかとなった。また，この 3 要素の中で，最も重要視されるものとしては「(批判的な）態度」が挙げられ，これは批判的思考を遂行する基盤になることが示唆された。

第 4 節では，数学教育における批判的思考力に関する先行研究の基礎的考察を行った。考察にあたっては，道田（2013）による批判的思考の大三角形（「合理性（論理性)」，「反省性（省察性)」，「批判性（懐疑性)」）を援用し，また今日の価値多元化社会に求められる汎用的能力の観点からも Paul（1992）のいう「公正な，あるいは強い意味の批判的思考」（Paul，1992，p.10）といった視点も重要視した。久保（2016）の研究，馬場（2008）及び島田（2016）の研究，服部・井上（2015）の研究，伊藤（2015）の研究を検討し，久保，馬場，島田らは社会性や市民性を強調していること，服部・井上は中高数学で通常学習される教科書単元を対象として子ども達のクリティカルシンキングを育成する数学授業の実践的研究を行っていること，伊藤はクリティカルシンキングを「反省的思考(批判的態度)」，「創造的思考」，「論理的・合理的思考」の 3 つの構成要素で捉えていることを確認した。

そして，これらをふまえ，第 5 節において本研究における批判的思考力の概念規定を行った。先行研究を分類すると，現実社会の文脈（authentic）において社会的判断力を重視する立場による批判的思考力研究（久保，2016；島田，2016）と，純粋な数学の世界における数学的判断力を重視する立場による批判的思考力研究（例えば，服部・井上，2015；伊藤，2015）に大別することができ，前者を広義の批判的思考力，後者を狭義の批判的思考力と捉えることとした。そして，本研究における批判的思考力の定義を次のように暫定的に設定した。

数学教育における狭義の批判的思考力：「与えられた事象について，数学的知識や数学的推論等を駆使してその妥当性や信頼性を正しく判断しようとする能力と積極的な態度」

数学教育における広義の批判的思考力：「与えられた問題について，表面的な相違に惑わされず本質を見抜き，自身の価値観に基づいて構成した数学的モデルを根拠に解決案を

提出すること．また，他者の解決案に対して，その妥当性や信頼性を判断しながら，自身の解決案を更により良いものへ修正しようとすること」

本研究では，広義，狭義の批判的思考力について，それぞれの定義は暫定的に規定するものの，育成する単元や教材においてはより具体的な目指される批判的思考力が設定され，生徒達にはこの規定を超える批判的思考力の発揮も期待される。

第 6 節では，数学教育を通しての批判的思考力の育成を更に問題解決の文脈から議論を行った。清水（2016）や Rudnick（1999）による研究を踏まえると，前節で規定した「狭義の批判的思考力」は「狭義の問題解決」に必要な思考として位置づけられ,「広義の問題解決」では「広義の批判的思考力」がその解決過程において重要な作用をもたらすことが示唆された。また，問題解決の思考法としての批判的思考力の位置づけとその特性を考察した結果，狭義の批判的思考力は数学を問題対象としてその判断基準としての特性に数学的判断が同定され，広義の批判的思考力は社会や数学を問題対象としてその判断基準としての特性には数学的判断に加え，個人的あるいは社会的価値判断が同定されることを示した。

第 1 章の引用・参考文献

アーネスト, P.(2015). 数学教育の哲学, 長崎栄三・重松敬一・瀬沼花子監訳, 東洋館出版.

馬場卓也(2008). 数学教育における批判的思考の研究(1), 日本数学教育学会第 41 回数学教育論文発表会論文集, 853-854.

馬場卓也(2009). 算数･数学教育における社会的オープンエンドな問題の価値観からの考察, 数学教育学研究, 15(2), 51-57.

E.B.ゼックミスタ・J.E.ジョンソン(1996). クリティカルシンキング《入門篇》, 宮元博章・道田泰司他訳, 北大路書房.

Ennis R.H.(1987).A Taxonomy of Critical Thinking Dispositions and Abilities. In Baron, J.B., Sternberg, R.J. (Eds) *Teaching Thinking Skills: Theory and Practice.* New York, W.H. Freeman and Company pp.9-26.

Fisher, A. (2001). *Critical Thinking : An Introduction*. Cambridge University Press.

服部裕一郎･岩崎秀樹(2013). 数学教育におけるクリティカルシンキング育成のための教育課程の開発研究―数学科における総合的な学習の時間の授業実践―, 数学教育学研究, 19(2), 63-71.

服部裕一郎･井上優輝(2015). RLA によるクリティカルシンキングを育成する数学科授業の開発―子ども達による査読評価活動を通して―, 数学教育学研究, 21(2), 1-12.

服部裕一郎(2016). クリティカルシンキングを育成する数学授業に関する一考察, 第 4 回

春期研究大会論文集, 105-112.

飯田慎司(1990). 問題解決, 岩合一男編, 算数・数学教育学, 福村出版, 135-149.

池田敏和(2016). 数学教育における汎用的能力の育成を考えるための枠組みとその歴史的展望, 第 4 回春期研究大会論文集, 289-292.

市川伸一(1998). 開かれた学びへの出発—21 世紀の学校の役割—, 金子書房.

石田淳一(1983). 算数教育と問題解決―「問題解決」の意味と問題解決指導の問題点を中心に―，愛知教育大学研究報告，32（教育科学編），277-292.

伊藤孝希(2015). 算数教育におけるクリティカルシンキングの育成に関する基礎的研究—反例の提示に着目して—, 数学教育学研究, 21(2), 39-48.

岩崎秀樹・杉野本勇気・大滝孝治・岩知道秀樹(2017). 数学教育研究としての教材開発のあり方—中等教育を一貫する論証指導のために—, 数学教育学研究, 23(2), 1-13.

Jablonka, E. (2020). Critical Thinking in Mathematics Education. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham.

川嶋太津夫(2006). 学生の雇用可能性を開発―英国大学のキャリア教育, 教育学術新聞, 2231 号.

久保良宏(2016). 数学教育における批判的思考の捉え方, 第 4 回春期研究大会論文集, 97-104.

楠見孝(1996). 帰納的推論と批判的思考, 認知心理学４　思考, 市川伸一編, 東京大学出版会.

楠見孝(2007). 批判的思考力を育成する：認知心理学に基づく大学教育実践, 教育心理学年報，46，pp.35-36.

楠見孝・子安増生・道田泰司(2011). 批判的思考力を育む—学士力と社会人基礎力の基盤形成，有斐閣.

Krulik, S. (1977). Problems, Problem Solving, and Strategy Games. *Mathematics Teacher*, 70, 649.

Krulik, S. & Rudnick, J. A. (1999). Innovative Tasks to Improve Critical- and Creative-Thinking Skills. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (1999 yearbook) (pp. 138-145). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

ライチェン,D.S.・サルガニック,L.H.(2006). 立田慶裕(監訳), キー・コンピテンシー—国際標準の学力をめざして—, 明石書店.

道田泰司(2000). 批判的思考研究からメディア・リテラシーへの提言, コンピュータ＆エデュケーション，９, 18-23.

道田泰司(2005). 強い意味の批判的思考に関する覚書, 琉球大学教育学部紀要 66, 75-91.

道田泰司(2013). 三つの問いから批判的思考力育成について考える, 心理学ワールド, 61, 9-12.

道田泰司(2015). 近代知としての批判的思考, 楠見孝・道田泰司（編）, 批判的思考　21 世紀を生きぬくリテラシーの基盤, 新曜社.

文部科学省(2014). 育成すべき資質・能力を踏まえた教育目標・内容と評価の在り方に関する検討会―論点整理―, 育成すべき資質・能力を踏まえた教育目標・内容と評価の在り方に関する検討会
https://www.mext.go.jp/component/b_menu/shingi/toushin/__icsFiles/afieldfile/2014/07/22/1346335_02.pdf　（2023.11.3 最終確認）

文部科学省(2016). 幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）（中教審第 197 号）,
https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/ - 38 - hukyo/chukyo0/toushin/__icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902_0.pdf（2023.8.5 最終確認）

文部科学省(2018a). 小学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説算数編, 日本文教出版.

文部科学省(2018b). 中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説 数学編』日本文教出版.

文部科学省(2019). 高等学校学習指導要領(平成 30 年告示)解説 数学編 理数編, 学校図書.

新村出編(2018). 広辞苑（第七版）, 岩波書店.

二宮裕之(2015). アクティブな「アクティブ・ラーニング」のための素地指導の充実, 第 3 回春期研究大会論文集, 185-190.

OECD(2004). 国立教育政策研究所(監訳), PISA2003 年調査評価の枠組み, ぎょうせい.

小川正賢(2017). 科学教育という研究領域は何をめざすのか？, 科学教育研究，41(1), 7-8.

Paul,R.W.(1992). Critical thinking: What, why, and how，*New Directions for Community College*, 77, pp.3-24.

Paul,R.W.(1995). *Critical thinking : how to prepare students for a rapidly changing world*，Santa Rosa, CA: Foundation for Critical Thinking.

島田功・馬場卓也(2013). 算数教育における社会的オ—プンエンドな問題による価値観指導に関する研究(1)—社会的価値観とそれが表出する問題について—, 数学教育学研究, 19(1), 81-88.

島田功(2016). 社会的オープンエンドな問題を通した批判的思考力育成の可能性, 第 4 回春期研究大会論文集, 113-120.

島田功(2017). 算数･数学教育と多様な価値観—社会的オープンエンドな問題による取り組み—.東洋館出版社.

清水紀宏(2016). 数学教育における汎用的能力の育成—問題解決という観点から—, 第 4 回春期研究大会論文集, 293-300.

清水禎文(2012). ジェネリック・スキル論の展開とその政策的背景, 東北大学大学院教育学研究科研究年報, 61(1), 275-287.

Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Springer.
高口努他(2015). 資質・能力を育成する教育課程の在り方に関する研究報告書 1 : 使って育てて 21 世紀を生き抜くための資質・能力, 国立教育政策研究所.
山崎美穂(2016). 中学生の抱く数学的価値に関する一考察―解法選択の理由の分析を通して―, 日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊第 49 回秋期研究大会特集号, 98，41-48.

第 2 章　批判的思考力育成のための方法論的検討

第 2 章では，批判的思考力を育成するための方法論の検討を行い，中等教育における社会的オープンエンドな問題の実践に向けての数学授業デザインを明らかにすることを目的とする。そのために，第 1 節においては，本研究の理論的基盤である批判的数学教育の視座を検討し，その特徴をまとめる。第 2 節では，批判的数学教育の視座を日本の数学教育へ導入することを検討する。第 3 節では, 批判的思考力の育成のための方法的側面として，批判的数学教育の理念に依拠した社会的オープンエンドな問題の特徴を整理し，第 4 節において初等教育での実践と成果をまとめる。そして第 5 節において，批判的思考力の育成を目指した数学授業のための教材開発の指針及び指導法を検討する。

第 1 節　批判的数学教育（Skovsemose, 1994, 2023）の視座の検討

1.1　批判的数学教育の視座

Skovsmose 氏が提唱する批判的数学教育は，社会における抑圧や排除，搾取に対し，教育的なアプローチを通じて対処することの重要性を強調し，社会正義を追求すること，生徒に新たな可能性を開くこと，あらゆる形態の抑圧に対し，数学を批判的に扱うことを特徴づけている（Skovsmose,2020）。批判的数学教育では，数学は社会的な文脈の中で批判の道具であり，時に批判の対象にもなりうる。そして，数学は社会の重要な特徴を確認したり分析したりするために有用なものとして位置づく（Skovsmose & Nielsen , 1996）。また，その教授学習過程は,「社会における更なる民主化過程への参加に必要な資質という形で批判的能力を育成する機会を生徒達に提供する目的に向けられるべき」（Skovsmose,1994,p.61）であり，近年の「数学的リテラシー」概念が，社会を形成する市民に求められる数学的スキル（mathematical skills）を強調している（Jablonka，2015）点とも調和的である。数学を用いて社会的な問題を理解し，解決策を探究すること，数学を用いて社会的不平等や不正義を明らかにすることなど，批判的数学教育は教育を通じてより公正な社会の実現を目指す方法を提案している（Skovsmose，2023）。

Skovsmose 氏が行った「課題アプローチ（a thematic approach)」と呼ばれる教育的実践では，その教材に「社会的具体性（social concreteness)」を求め，これは生徒達に与える問題文脈に真正性（authenticity）を求めることを示唆する。氏は,「これまでの数学教育における大部分の実教材は，たとえ物理的な意味で具体的であっても社会的な視点では抽象的である」(Skovsmose,1994，p.63）と述べる。確かに，今日の数学教科書に見られる多くの文章題を見ても，それは学習者当人にとっての純粋なる現実世界のものではないし，かといって非現実的なものでもない, いわば擬似現実的（quasi-real）なモデルである（飯田, 1990)。この擬似現実的（quasi-real）なモデルを学習者に提供することにより，直前に学

習した数学的内容の直接的な応用的側面は理解される。しかし，題材が擬似現実であるが故にその問題文脈に教師側の教えたい学習意図（数学の内容）が垣間見られ，ともすれば，その意図が見透かされたとき，学習者にとってその問題の現実性は消失し，数学的知識や技能の練習の場となってしまう。氏は，批判的数学教育における教育的実践の目的を次のように述べる。

《主たる目的は，数学を具体化することではなく，数学を用いることを求める広い文脈から数学をいかにして生み出すかである。仮に数学が日常生活の状況のどこにでもあるのならば，不自然に具体化する必要はない。その代わりに，前提としてオープンエンドな状況を作り，その中で数学を育てなければならない》（p.79）

批判的数学教育では，社会における現象あるいは危機（Skovsmose,1994,p.12）に対し，数学はあくまで方法として用いられる。そして，学習者は社会における数学の役割を意識し，そこで数学の同定が試みられる。批判的数学教育では社会的文脈の強調のもとでの批判的市民性の育成が目指されるところにその特徴があると言えよう。

以上をまとめると，本研究における批判的数学教育の視座とは，数学を社会的文脈の中で批判的に活用し，教育を通じて社会的公正や平等を追究する視座である。そして，批判的数学教育の視座が育成を目指す批判的市民性とは，より公正な社会の実現を目指し，自身の社会的役割を理解し，社会問題に積極的に関わり，数学を用いて批判的に考察しようとする姿勢や自覚として特徴づけられる。次項では，批判的数学教育の視座における危機と数学の関係について，さらに考察を進める。

1.2　批判的数学教育の視座における危機と数学の関係性

批判的数学教育において，危機とは一元的なものではなく，経済や環境，健康など，社会が直面する多様な危機を包括するものであり，それらへの対応には多様な批判が求められる（Skovsmose，2023）。また，数学と危機には少なくとも 3 つの関係性があると述べる（Skovsmose，2023）。本節では，批判的数学教育の視座における数学と危機の関係について整理する。

1 つ目は「危機を描写するものとしての数学」（Skovsmose，2023，p.121）である。「数学は科学の言語である」と言われるように，数学は現実を記述することができ，また，定量化することができる。そのような数学的モデリングが危機の構造を描写することができることを意味する。例えば，昨今のコロナパンデミックを例にすれば，伝染病のダイナミクスを数学は多かれ少なかれ描写することができ，感染防止に係る危機管理において，数学は重要な役割を果たす。ただし，数学を用いて危機を描写するにあたっては類似性ギャップの存在に注意しなければならない。類似性ギャップとは，現実と構成したモデルとの差異を指し，予測の際にはその存在を注視する必要がある。

2 つ目は「危機を構成するものとしての数学」（Skovsmose，2023，p.123）である。私たちが日常に使うクレジッドカードを例に挙げれば，そのシステムは数学的モデルと計算によって構築されている。効率性や利便性の意味で我々の日常を豊かにしてくれる一方で，その数学的処理が不正に悪用される場合，立ちどころに危機的状況も生じうる。また，飛行機の自動操縦システムを例にすると，それは数学的アルゴリズムの構成によって支えられている。システムは飛行の安全性を高め，パイロットの負担を軽減する一方で，予期せぬ事態やデータの誤った解釈は重大な事故をも引き起こし，このことは数学的アルゴリズムそのものが危機を構成することもあり得ることを示している。

3 つ目は「危機を整形するものとしての数学」（Skovsmose，2023，p.126）である。これは，数学的モデリングの遂行の際には，現実のあらゆる変数を考慮に入れることは不可能であるため，ある程度の選択の必要性が生じる。その意味で，選択が恣意的である場合，それは危機の整形につながり得る。気候変動の将来予測の数学的モデルを例に挙げれば，意図的に過小評価されたモデルは，CO_2 排出削減の必要性を低く見積もることにもつながるかもしれない。数学は状況を記述したり予測を提供したりするだけでなく，その状況に対する我々の認識をも形成し，我々の意思決定にも影響を与える。その意味で，人間の選択によって，危機が整形される可能性が指摘されている。

以上のように，批判的数学教育の視座では，数学は社会にとって有用なものであると同時に，数学が危機を描写・構成・整形する可能性をも持つことを示唆している。数学は現実や社会を理解するための強力なツールとして機能する一方で，上述した危機をも構成する二面性を持つ。我々に求められるのは，この両面性への理解と，数学を慎重かつ適切に用いることで公正で責任のある意思決定を行うことであろう。

1.3　課題アプローチ

ここで，Skovsmose 氏が行った具体的教育実践である「課題アプローチ（a thematic approach)」を検討する。課題アプローチは批判的数学教育の視座を実践に具体化することに示唆を与える。氏は本アプローチを設計するにあたって，内容の文脈や課題設定に以下のような条件を求めた。

(1) トピックは子ども達によく知られたものであるか, 非数学的用語によって記述することのできるものでなければならない。それは子ども達の日常生活に見られるかもしれないが, 自然な言語で説明され, 議論されるならば必ずしもそうである必要はない。課題内容の意味が全課題を明らかにすることによってのみ説明されうるようなトピックは避けることが重要である。

(2) 子ども達が色々な考え方で課題に取り組むことができ, 能力に応じて適切にテーマを発展させることのできるものでなければならない。課題は特定の水準をもってはな

らない。課題アプローチの条件として，子ども達の「能力」に応じたクラス分けや班分けを行ったりすることはない。

(3)課題はそれ自身価値があるべきである。それは新しい数学理論の一部への単なる説明的な導入になってはならない。

(4)課題に取り組むことで，数学的概念や数学の体系化，数学をどこでどのように使うかについての考えなどが創造されなければならない。そして，幾分かの数学的技能が伸ばされるのである。

（Skovsmose,1994,p.62）

これらの条件は，数学授業の今日的な改善の指針としても大変示唆的なものであると言える。(1)については，その問題文脈が学習者にとって有意味な問題である必要性を述べ，言語的側面の言及とともに，問題場面の設定もスモールステップではない全体論的な視座であることが窺える。(2)については，問題解決にあたっては能力の多様性の意味で多様なアプローチができるものが望まれるとして，(3)(4)は課題アプローチがあくまで数学内容の理解に焦点をあてるものではないことを示唆している。氏は，物理的意味での「具体性」と社会的意味での「具体性」の差異を考慮に入れ，数学理解の促進にあたり，主に初等算数教育においては物理的意味での「具体性」が支持されていたことを指摘している。確かに，十進数の理解におけるブロック操作であるとか，数え棒の使用，また図形概念の理解にあたって立体模型を観察するなどは，正に具体をもって，「子ども達が対象を動かし，操作し，実験できる学習環境」（Skovsmose,1994,p.62）が与えられ，その基で数学理解の促進が目指されている。しかし今日的な算数数学授業で求められる資質・能力とは決して数学的な問題解決能力のみだけではない。これまでも述べたように，キー・コンピテンシーの一角である数学的リテラシー概念では，2010 年の定義変更の際，社会性・市民性の強調に加え，判断決定において，社会に関する健全な価値観や数学への肯定的価値観が求められている（水町，2015)。知識・技能の重視から，それらの活用が強調される今日，個別学問領域の主題から，問題へのアプローチの仕方にシフトさせ，方法の充実を図ることが，生涯学習社会や社会的参加能力への適切な対応といえる（岩崎他，2008)。数学的問題解決能力を内包した社会的課題解決能力として，Skovsmose（1994）は学習者に批判的市民性（critical citizenship）を求めているのである。氏は数学の社会的な意味での具体化を次のように表現し，推奨する。

《私は混沌とした日常生活の中で秩序や規則性を見いだす活動である数学化の考えを支持する。》（Skovsmose,1994,p.63）

1.4　公正な批判的思考とは

本研究では，批判的思考力を社会性の観点から検討している。その際，第 3 章で検討す

る社会的オープンエンドな問題（馬場，2009）に基づく授業実践は生徒達の批判的思考力の涵養を目指す方法的側面として捉えられ，また，その授業実践においては生徒達の様々な社会的価値観が顕在化される。教室ではそれぞれの社会的価値観が共有され，それに基づく数学的モデルの妥当性の議論が展開されることとなるが，その際，重要となるのが 1.1 でも述べた「公正性」についてである。公正な批判的思考と何か。本節では「公正」に着目し，本研究におけるその意味を考察する。

「公正」とは，広辞苑によれば「①公平で邪曲のないこと．②明白で正しいこと．」（新村，2018，p.989）とされる。一方で，「公平」とは「かたよらず，えこひいきのないこと」（新村，2018，p.1005）であり，これは「公平に分配する」といった文脈で用いられるものである。算数教育においては「平均の考え」がそれにあたるが，社会的見地から検討した場合，この算術平均は民主主義社会の構築にあたってどのような場面においても適用できるとは，必ずしも言えないであろう。民主主義は，福祉，教育，病院などの社会的サービスや財の公正（fair）な分配を前提としているが，この場合の「公正」（fair）とはどのように解釈をするべきなのであろうか（Skovsmose，1994）。それは決して単純な算術平均ではない様々な要素が勘案されなければならない。つまり，「他者が納得できるかに着目した合意形成」（久保・谷口，2018，p.185），あるいは，「自身の考え方を他者の考え方と比較してなされる合意形成」（久保・谷口，2018，p.185）が求められてくる。また，全員が納得できない場合であっても，話し合いを通して折衷案を模索することも必要であろう。第 1 章でも検討した数学教育における社会的構成主義の立場も同様で，数学を通した批判的意識の涵養，民主的公民制を目的としたとき，道徳の価値において社会的公正性が顕在化され，それは平等，自由，博愛の精神に基づくものである（アーネスト，2015，p.304）。

第 1 章でも検討したように，Paul（1995）は「強い意味での批判的思考」概念を提唱したが，それは「公正な批判的思考（fair-minded critical thinking）」とも表現される。その知性の特徴の一つに「知的共感」（Paul，1992，p.13）が挙げられ，それは，他者を理解し，自分を他者の位置に身を置くことを厭わず,それを想像する必要性を認識できることである。つまり，社会や集団の中で，自己と他者の思考を合理的に評価し，より多くの人が納得できる結論*[1]に向かって自己改善を伴う思考（Paul，1995）である。その際の自己改善とは，他者との議論を通して，自己の意見を必ずしも修正することを意味するものではない。「より多くの人が納得できる」結論を導出するにあたって，時には相手に共感し，時には異なる角度から代替案を提出する思考である。そしてそのような思考には必ずプロセスが伴う。本研究ではこのように，社会や集団の中で，プロセスと結果（より多くの人が納

---

[1] 「より多くの人が納得できる結論」ということ自体が，同調圧力にならないかという懸念もある。このことについては，第 4 章第 3 節において再議論を行う。

得できる結論）を伴った思考を「公正な批判的思考」として捉える。

第 2 節　批判的数学教育の視座の日本の数学教育への導入

前節でも述べたように，批判的数学教育の視座では，従来の数学教育における問題文脈について，社会性が欠如していることを指摘し，民主的能力や批判的市民性の育成にあたっては，扱う問題文脈に「社会的具体性」を求めている。ここで，Skovsmose 氏が実践した課題アプローチの 1 つである「子どもの世界における経済的関係」（Skovsmose，1994）を考察することで，批判的数学教育の視座を日本の数学教育へ導入するにあたっての示唆を得てみよう。

この実践は 10 歳から 11 歳の子ども達を対象に，各週 6 時間の授業で約 2 か月をかけた全 12 単元におよぶプロジェクトであり，「お小遣い」,「児童手当」.「ユースクラブに必要な物品のための資金」という 3 つの副テーマが設定された。学習者は,「お小遣い」をもらうことの是非といった子ども自身の問題から出発し,「児童手当」という家族の問題，そして，自分達の学校の近くにできる「ユースクラブ」に必要な物品を考えるという社会の問題へとテーマを発展させている。より具体的には，テーマ「お小遣い」では，お小遣いをいくら貰うか？お小遣いを稼ぐために家で何をしなければならないのか？用事を行うことでお小遣いをもらうことの是非を議論し，テーマ「児童手当」では，児童手当を受給する理由は何か？どれくらいの額を受給していると思うか？児童手当が何に使われているか？このような問いが設定された。テーマ「ユースクラブに必要な物品のための資金」では，ユースクラブに居るとはどういうことか？普段，何をするのか？ユースクラブがなければ何が起こるのか？といった問いから始まり，新しいユースクラブにどのような物品が備え付けられるべきなのか？などが議論された。

Skovsmose 氏はこれら一連の活動を次のような三つの同心円図を描くことで，子どもと社会の関係，つまり，子どもの社会の中の位置づけを表した（Skovsmose，1994；馬場，2009)。この同心円の中心には子どもが置かれ，一つ目の円は子ども自身，二つ目の円は家族の一員としての子ども，三つ目の円は社会の一員としての子どもとして位置づけられる。

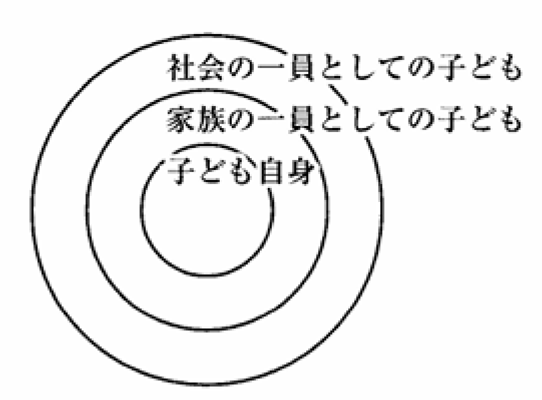


図 2-2-1　子どもと社会の関係（馬場，2009,p.55）

氏は，子どもの批判的思考力の育成を，子ども，家族，社会と段階を踏んでいくことを提案したのである（馬場，2009）。これら一連の学習活動は，個人レベルから社会レベルへと段階的に広げる教育方法的な示唆が得られるとともに，問題文脈における個人と社会の関係性についても示唆的である（馬場，2009）。しかしながら，この授業実践は授業時数を考えても大変に長期間にわたるものであり，実際に市役所と連絡を取り合ったり，ユースクラブのための必要物品について関係機関に手紙を書いたりするなど，授業設計が「大規模」なものであり，実際の日本の数学授業に実装する難しさ*2を指摘せざるを得ない。

第 3 節　社会的オープンエンドな問題に基づく方法

批判的数学教育（Skovsmose，1994）の理論を背景とし，子どもの日常社会を大事にした「小規模」なアプローチとして，社会的オープエンドな問題（馬場，2009）がある。日本の数学教育では，古くから問題解決を通して「数学的な考え方（Mathematical thinking）」を育成することが重要視されており,「数学的な考え方」の育成は今日的にも日本の学校数学の大きな目標として位置づけられている（Hino，2007)。その一方で，社会的オープンエンドな問題（馬場，2009）は，数学的オープンエンドな問題と対比する形で理論的・実践的研究が推進されている。

社会的オープンエンドな問題は，「数学的考え方を用いた社会的判断力の育成を目標とした，数学的・社会的多様な解を有する問題」（馬場，2009，p.52）と規定される。数学的オープンエンドな問題との違いは次の表 2-3-1 のように示される。

[2] 日本の授業の固有性については第 4 章においても再議論を行う。

表 2-3-1　オープンエンドな問題の比較（馬場，2009，p.52）

	数学的オープンエンドな問題	社会的オープンエンドな問題
目標	数学的考え方の育成	数学的考え方を用いた社会的判断力の育成
問題	数学的多様な解を有する	数学的・社会的多様な解を有する
方法	数学的多様な解と一般化，記号化による数学の深まり	数学的・社会的多様な解と価値観に基づく議論による

この表 2-3-1 からも分かるように，数学的オープンエンドな問題が数学的考え方の育成そのものを目標としているのに対し，社会的オープンエンドな問題において発揮される数学的考え方は問題解決の「方法」として位置付けられることが特徴である。加えて，社会的オープンエンドな問題ではその解決にあたって，生徒の社会的価値観を積極的に顕在化させるところにその特徴があると言えよう。生徒に与えられる問題はある程度の社会性を有し，それゆえ問題解決にあたって，生徒達の社会的価値観も顕在化しやすい。

また，島田（2017）は社会的オープンエンドな問題の持つ特性（①社会的文脈の重視，②問題の真正性，③問題の条件付け，④社会的オープンエンドな問題の取り扱い）を特定し，更には価値観の表出にあたって，「分配」，「ルール作り」，「選択」，「計画・予測」からなる問題カテゴリを同定した。これらの知見は社会的オープンエンドな問題の開発にあたっての授業設計上の示唆を与える。

第 4 節　初等教育における社会的オープンエンドな実践とその成果

批判的数学教育の理論を背景とした社会的オープンエンドな問題（馬場，2009）の実践は初等教育を中心に展開されてきた。ここで，社会的オープンエンドな問題の代表例として，図 2-4-1 の「的当て」の問題を紹介しよう。

「的当て」の問題では，1 年生思いの価値観や平等・公平の価値観が表出されることが知られており，例えば，5+3+3 に代表される式は，1 年生思いの価値観に基づくもので，5+3+2 あるいは 5+3+1 に代表される式は平等・公平の価値観に基づくものである。島田（2017）ではこの問題を日本とオーストラリアの小学生に実施した結果も報告されている。興味深いことに，日本の小学生は約 40%が 1 年生思いの価値観を示すのに，オーストラリアの小学生は 10%しか示していない。平等・公平の価値観は，日本の小学生が約 60%を示しているのに対してオーストラリアの小学生は，90%と高い傾向を示している。このことは,問題解決における国を超えた文化の多様性による価値観の表出の違いとも捉えられ，社会性の観点からも大変に興味深い。

文化祭でクラスイベントをすることになりました。的当てを準備し，参加した人に点数に応じた景品をあげることになりました。的から，どの程度離れるのか等を話し合い，的の点数も決めました。点数に応じた景品も決めました。投げる回数は 3 回にしました。合計点数に応じて，下のような賞品がもらえます。

13 点以上：好きな物を 3 個とれる。

10 点から 12 点まで：好きな物を 2 個とれる。

3 点から 9 点まで：好きな物を 1 個とれる。

1 年生の子どもは，図のようになりました。あなたはこの 1 年生に何点あげますか。あなたの考えを書きましょう。

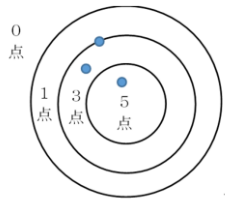


図 2-4-1　的当ての問題（島田，2017，p.93）

また，小学校 3 年生の「余りのある割り算」で学習する次のような問題も社会的オープンエンドな問題となり得るだろう（図 2-4-2）。

子どもが 30 人います。4 人掛けの長椅子に座るとき，長椅子は何台あればよいでしょう？

図 2-4-2　長椅子の必要数

教科書的な解答を考えれば，30÷4=7 余り 2 より，答えは 8 台となる。この解答は，7 台を 4 人ずつで座り，もう 1 台を 2 人が座ることが想定されている。しかし，現実場面を意識すると，他にも解答はあり得ないだろうか？例えば，7 台に 4 人ずつ座って，残り 1 台は 2 人という人数バランスを考慮し，同じ 8 台でも 6 台を 4 人ずつで座って，2 台を 3 人ずつで座るという数学的モデル（4×6＋3×2＝30）も考えられる。また，「みんなで仲良く（公平性）」という価値観が働けば，30÷3=10 で 10 台（3 人ずつ座る）という解答も考えられよう。数学的オープンエンドな問題が主に問題の数学的側面に焦点を当てていることに対し，社会的オープンエンドな問題では数学的な解答とそれに関連する社会的価値観の両方を活用して意思決定能力を育成する（Baba & Shimada, 2019）。社会的オープンエンドな問題は，近年，初等教育を中心に実践研究が累積されているところである（例えば，島田・馬場，2022）。

一方，中等教育では，小学校に比して，社会性の広がりが期待される。小学校から中学校にかけて，人間関係や社会的ネットワークが拡大する中で，アイデンティティや自己理解も発展する。そして，子ども達が使用する数学も抽象性が増し，文字の使用や関数的な考え方，さらには蓋然的な思考も可能になるだろう。批判的数学教育は，数学を通じてよ

り公正な社会の実現を目指す理念を持つ中で，本研究では，中等教育において子ども達の批判的思考力の育成を目指し，社会的オープンエンドな問題を中等教育まで拡張した実践を試みる。

第 5 節　批判的思考力の育成を目指す数学授業デザイン

本節では，批判的思考力の育成を目指す数学授業デザインとして，教材開発のための指針及び教師の指導法的側面を特定する。本研究が射程とする批判的思考力は価値観の顕在化が求められる。そのため，批判的思考力の育成を目指す数学授業デザインを検討するにあたって，まずは「価値観」の観点からの考察を行う。

5.1　数学的価値観と社会的価値観の関係性

第 1 章第 5 節において議論したように，本研究では数学教育における批判的思考力を広義の批判的思考力と狭義の批判的思考力に区別して概念規定を行っている。広義の批判的思考力では問題解決に社会的価値観が顕在化され，狭義の批判的思考力では数学的価値観がその問題解決に影響を与える。では，これら数学的価値観と社会的価値観にはどのような関係性が見られるだろうか。

廣瀬ら（2009）は数学的価値を「高度の自律性を持つ文化遺産としての算数・数学において，我々の欲求を満たす事象や対象の性質と能力」（p.278）と定義し，算数・数学を社会的構成主義の立場から論じている。氏らは数学的価値は「算数・数学の作り手・使い手・創り手が属する集団における複数主観の合意」（p.278）であるとし，数学的価値の間主観性 （intersubjectivity）に支えられているとする。また，中島（2015）は，数学的価値観の代表的なものとして「簡潔・明確・統合」を挙げ，これらの観点から見て「何とか工夫改善しなければ気がおさまらないという心情」（p.84）が算数・数学の創造的な活動の原動力となり得るとしている。

島田・馬場（2013）では，算数教育で育成すべき価値観として，「数学的価値観」，「社会的価値観」，「個人的価値観」と特定した上で，社会的価値観と個人的価値観の発揮される相と事例を表 2-5-1 のようにまとめている。価値観が発揮される相は，対象との距離によって分けられ，事例についてはシュプランガーの価値観類型から算数・数学教育に関わりの深いと考えられる「経済型」と「社会型」が抽出されているところに特徴がある。

表 2-5-1　社会的価値観の相と事例（島田・馬場, 2013, P.85, 一部抜粋）

価値観が発揮される相	経済型	社会型	価値観
自分自身に関すること	効率性, 経済性	自律性, 責任性, 公共性, 人間の尊厳性, 快楽性など	→個人的価値観
他の人との関わりに関すること	効率性, 経済性	人間性（思いやり, 平等・公平など）, 多様性, 責任性, 協調性など	→社会的価値観
集団や社会との関わりに関すること	効率性, 経済性, 有限性, 持続性	人間性（思いやり, 平等・公平など）, 多様性, 責任性, 協調性, バランス性, 卓越性など	→社会的価値観

数学的価値観と社会的価値観の関係性を考察するにあたり, ポパーとピアジェの知識観を考察する。可謬主義を支持し, 批判的合理主義を提唱したポパーは, 存在世界を 3 つに分類する。第 1 の世界（世界 1）は客観的物質的事物の世界であり, 第 2 の世界（世界 2）は個人の主観的な意識や行動性向の世界である。主観的な知識や信念はこの世界に属するとされ（関, 1990）, その意味では社会的価値観や個人的価値観は世界 2 に含まれることになろう。第 3 の世界（世界 3）は言語, 科学, 芸術など, 客観的知識の世界であり, 非物質的な文化が含まれる．数学はこの第 3 世界に属することになり, 人間によって再構築をすることができ, 人間と深い関連の中で発展するものであると捉えられる (國本, 1998)。ポパーによれば公共的な形を取って客観的に表現される客観的知識が厳密な意味での知識である科学的知識へとなり得るとする。そしてそのための条件として次の 2 つを挙げる。

《第一に, 公共的な討議や批判が可能な形のものであること, 第二に, そうした討議や批判を経て公共的に受け入れられたものであること, の二条件である》(関, 1990, p.109)

この社会的な協定過程は, 社会的オープンエンドな問題を提供した際の授業における練り上げに対応させることもできると考える。つまり, 子どもたちが顕在化させる社会的価値観に基づく数学的モデルに関して, 他者との相互作用を通してそのモデルを洗練・修正することでそれは教室における科学的知識になり得る訳である。また, ポパーは反証可能性の概念を提唱し, 反証可能性を持つことを科学性の基準としている（関, 1990）。反証とはある種, 批判性を伴うものであり, その意味で, ポパーの目指すより良い科学的な進歩

は批判的思考力を尊重するとも換言できよう。ある理論が反証された際，科学者は新しいデータや根拠に基づいて代替案を提示することとなる。このプロセスこそ批判的思考力を促進するプロセスとも言えるだろう。

また，知識を物理的知識と数学的知識と社会的知識の 3 つに区別したのがピアジェである（カミイ，1987)。物理的知識は観察によって知ることのできる知識であり，一方，数学的知識は各個人が能動的に構成する知識である。先述した数学的価値で言えば，異なるものをまとめようとする「統合」は正に数学的知識の典型例とも言える。これらの知識に対し，社会的知識はその起源に人々の習慣があり，恣意性を有することに特徴がある。ピアジェはその事例として，「クリスマスが 12 月 25 日であること」などを挙げる。つまり個人の社会生活がその源泉となるのである。このように知識を分けることで，数学教育の文脈で価値観を考える上でどのような示唆が得られるか。それは，個人的価値観や社会的価値観は恣意性を有するという意味で社会的知識に含むとすれば，その社会的価値観を子ども達が相互に認めたり，共有したり，あるいは批判したりする上での必要性として数学的知識（数学的価値観）が関わってくることが考えられる。逆に言えば，社会的知識が制度化されるための数学的知識の必要性であり，つまり数学的価値観と社会的価値観は互恵的な関係性を有すると言える。

以上，ポパーやピアジェの知見から得られる示唆をまとめると，授業における社会的な協定過程が後の洗練された価値を顕在化させる上で，個人の数学的価値観と社会的価値観が有機的に作用されることが示され，このことは狭義の意味でも広義の意味でも批判的思考力の育成を目指す授業デザインの核の 1 つとなり得る。

5.2　批判的思考力の育成を目指す数学授業デザイン

今日的な算数・数学教育のねらいとして「数学的な見方・考え方」の強調が挙げられるように，我が国の数学教育では古くから一貫して「数学的な考え方」の育成が目指されてきた。この基で，これまでも様々な数学授業の構成原理が提案されており，例えば，算数・数学学習の主要なねらいを創造・一般化・統合・論理的思考に求めたとき，片桐（1975）は以下の 4 つを教材としての問題条件として設定している。

①　数学化や統合発展に有効な数学的な考え方を伸ばしうること。

②　既習の知識や技能を確実にしより深めるものであること。

③　児童・生徒にとって新鮮で，興味を高め，多様な思考ができること。

④　児童・生徒の能力に応じて，種々の程度のアプローチができること。

（片桐，1975，pp.15-16）

これらの条件は今日的な資質･能力としての批判的思考力の育成にあたっても本質的で，不易な条件として挙げられよう。特に，数学的な価値や判断が重視される狭義の批判的思

考力の育成を目指す授業原理にあっては，極めて重要な示唆を与えるものである。他方，本研究で定めた批判的思考力の概念規定の基での固有な授業デザインとして，これまでの考察から以下の 3 条件（Ⅰ．Ⅱ．Ⅲ）を提案したい。

Ⅰ．　生徒それぞれの様々なアプローチが可能なオープンエンドな問いを設定すること

　先述した片桐（1975）の条件の③，④とも類似するが，特に，広義の批判的思考力の育成が授業で目指されるにあたっては授業の結論が 1 つに収束しないオープンエンドな問いの設定が望ましいと考える。これは本章第 1 節で議論した批判的数学教育の視座とも整合する。ただし，数学の文脈における狭義の批判的思考力の育成を目指すにあたっては，多様なアプローチは求められるが，必ずしもオープンエンドな問いである必要はない。

Ⅱ．生徒が代替案を提出しうるシチュエーションを設定すること

　批判的思考力を育成するにあたって，最も有効で肝要な条件であると考える。生徒が代替案を提出しうるシチュエーションとは，教師による揺さぶり発問や他者の主張の吟味が当てはまる。教師は生徒の批判的思考力が発揮され得る仕掛けを授業中に意図的に設定することが必要で，それは数学的なミスコンセプションのみならず，一方向に顕在化した社会的価値観を取り上げることなども考えられる。

Ⅲ．授業において生徒達の価値観を顕在化させ，その基で社会的協定過程を実現すること

　先述の通り，伝統的な算数数学教育における見方・考え方は「数学的な考え方」として研究されてきたが，今日的な価値多元化社会で育成したい見方・考え方は，数学的モデルの背後に社会的価値観が存在するという見方・考え方である（島田，2017)。社会的オープンエンドな問題では，授業においてこのような価値観の顕在化が目指されるが，生徒達の批判的思考力を促進させるにあたっては，その上で生徒達の社会的協定過程の実現が必要となる。顕在化させた社会的価値観に基づく数学的モデルを修正する作業であったり，より良い数学的価値へモデルを洗練したりする作業には個人の批判的思考力が作用されることとなる。

5.3　批判的思考力の育成を目指す数学授業に向けて

　本項では前項で提案した授業デザインを用いて，先行研究を再分析してみよう。久保・谷口（2018）では，数学教育における「批判的思考」の具体化に向けて，中学校第 1 学年の生徒を対象に「垂直二等分線の作図」をテーマに次のような授業実践を行っている。授業の概要としては，コンパスでとった 2 点に定規をあてて結んだものを図 2-5-1 のように表現したとき，これを「垂直二等分線」と認めるかどうかを問題としたものであった。

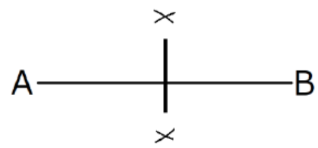


図 2-5-1　2 点を結んでいない垂直二等分線の作図（久保・谷口，2018. p.186）

この実践は，純粋な数学的文脈に着目していることからも，本研究の枠組みで言えば，狭義の批判的思考力の育成を目指す授業実践と捉えることができる。そして，問題文脈については単純に垂直二等分線の作図の方法を問う課題ではなく，作図妥当性を検証させる場面設定を施していることもあり，本実践は授業デザインⅡ．生徒が代替案を提出しうるシチュエーションの設定事例とも言えよう。授業では，授業者の「試験でこのようにかいたらどうなるか？」という発問に対して「(ほとんどの生徒が）バツ！」と回答し，ある一定程度の合意形成がなされたようであった。しかし，この実践における生徒達の最終的なワークシート記述では，久保・谷口（2018）としては，ほぼすべての生徒が「～しなければならない」という記述がなされると想定していたようであったが，結果的には「 P．バツの印まで通らないといけない。」(23 名；72%)，「Q．バツの印を通った方がよい。」(6 名；19%)，「R．この図では垂直二等分線だとはわからない。」(2 名；6%)，「S．この図は垂直二等分線ではない。」(1 名；3%）と 4 つに記述が分類されたようである。特に，R の 2 名については図 2-5-1 の問題点を指摘しており，この図を批判的にみているものの，「それではどうすればよいのか」までは言及されていないと分析している(久保・谷口, 2018)。そのような代替案を提出させる批判的思考力を促すにあたっては，授業デザインⅢで言えば，P，Q，R，S の立場それぞれにおける社会的協定過程の更なる充実が求められる。具体的には，「バツ印を通っていなくとも，実際に定規をバツ印にあてているのであれば，それは垂直二等分線である」といった回答や「図 2-5-1 だけの提示では本当に定規であてたかどうかは分からないため，やはりそれは垂直二等分線とは言えないのではないか」といった議論から，垂直二等分線を，作図行為そのもののプロセスで見るのか，作図結果のプロダクトと見るのかといった議論も期待できよう。そのような議論が実現されれば，「そもそも本課題は，プロセスを問うているのか，プロダクトを問うているのか？」といった問題文脈そのもののシステムを疑う批判的思考力の発揮も期待されると考える。

第 6 節　本章のまとめ

本章では批判的思考力を育成するための方法論的検討を行った。まず第 1 節において，本研究の理論的基盤である批判的数学教育の視座を検討した。批判的数学教育では，社会における現象や危機(Skovsmose,1994,p.12)に対し，数学はあくまで方法として用いられ，社会的文脈の強調のもとでの批判的市民性の育成が目指されるところにその特徴がある。

第２章　批判的思考力育成のための方法論的検討

数学は社会にとって有用なものであると同時に，危機を描写・構成・整形する可能性をも持つ二面性を持つことを理解し，数学を慎重かつ適切に用いることで公正で責任のある意思決定を行う必要があることを述べた。そして，批判的数学教育の具体的教育実践である「課題アプローチ（a thematic approach）」を検討することで，内容の文脈や課題設定の条件を同定した。批判的数学教育の視座では数学の社会的な意味での具体化が求められる。本研究で育成を目指す批判的思考力は，社会や集団の中で，プロセスと結果（より多くの人が納得できる結論）を伴った思考として捉えることとした。

第２節では，批判的数学教育の視座の日本の数学教育への導入可能性を検討した。課題アプローチ「子どもの世界における経済的関係」（Skovsmose，1994）は，その一連の学習活動が個人から社会へと段階的に自らの位置を広げていく教育方法的な示唆を得られる一方で，授業設計の点で数学授業に実装する難しさを有することを指摘した。

第３節では，批判的思考力の育成のための方法的側面として，批判的数学教育の視座に依拠した社会的オープンエンドな問題の特徴を検討した。数学的オープンエンドな問題が数学的考え方の育成そのものを目標としているのに対し，社会的オープンエンドな問題において発揮される数学的考え方は問題解決の「方法」として位置付けられることが特徴である。加えて，社会的オープンエンドな問題ではその解決にあたって，生徒の社会的価値観を積極的に顕在化させるところにその特徴があると言え，授業では生徒の社会的価値観に基づく数学的モデルの構成が期待される。第４節では，初等教育の文脈における社会的オープンエンドな問題の実践とその成果をまとめた。

第５節では，中等教育の文脈における社会的オープンエンドな問題の実践に向けて，批判的思考力の育成を目指した数学授業における教材開発のための指針及び教師の指導法的側面を検討した。その上で，批判的思考力の育成を目指す数学授業デザインを「価値観」の観点から構築を試みた。数学的価値観と社会的価値観の関係性については，ポパーやピアジェの知見から考察した。その示唆をまとめると，授業における社会的な協定過程が後の洗練された価値を顕在化させる上で，個人の数学的価値観と社会的価値観が有機的に作用されることが示された。このことは狭義の意味でも広義の意味でも批判的思考力の育成を目指す授業デザインの核の１つとなり得る。そして，本研究で定めた批判的思考力の概念規定の基での固有な授業デザインとして以下の三点が示された。

Ⅰ．生徒それぞれの様々なアプローチが可能なオープンエンドな問いを設定すること
Ⅱ．生徒が代替案を提出しうるシチュエーションを設定すること
Ⅲ．授業において生徒達の価値観を顕在化させ，その基で社会的協定過程を実現すること

第 2 章の引用・参考文献

アーネスト, P.(2015). 数学教育の哲学, 長崎栄三・重松敬一・瀬沼花子監訳, 東洋館出版.

馬場卓也(2009). 算数･数学教育における社会的オープンエンドな問題の価値観からの考察, 数学教育学研究, 15(2), 51-57.

Baba, T., & Shimada, I. (2019). Socially open-ended problems for enriching student learning with mathematical models and social values. In P. Clarkson, W. T. Seah & J. Pang (Eds.), *Values and valuing in mathematics education: Scanning and scoping the territory* (pp. 171–183). Springer Nature Switzerland AG. https://doi.org/10.1007/978-3-030-16892-6_12

C. カミイ(1987). 平林一栄監訳, 子どもと新しい算数　ピアジェ理論の展開, 北大路書房.

Hino, K. (2007). Toward the problem-centered classroom: Trends in mathematical problem solving in Japan. *ZDM Mathematics Education, 39*(5-6), 503-514.

廣瀬隆司・齋藤昇・長谷川勝久・坂井武司(2009). 算数教育における数学的価値の測定尺度の開発 ： 小学校教師と児童を対象にして, 科学教育研究, 33(3), 277-287.

飯田慎司(1990). 問題解決, 岩合一男(編), 教職科学講座第 20 巻算数・数学教育学, 福村出版, 135-149.

岩崎秀樹・阿部好貴・山口武志(2008). 知識基盤社会における数学的リテラシーの課題と展望, 科学教育研究, 32(4), 366-377.

Jablonka, E. (2015). The evolvement of numeracy and mathematical literacy curricula and the construction of hierarchies of numerate or mathematically literate subjects. *ZDM Mathematics Education, 47*(4), 599-609.

片桐重男(1975). 算数・数学　新しい問題の開発とその指導, 東洋館出版社.

久保良宏・谷口千佳(2018). 数学教育における「批判的思考」の合意形成の様相－「民主的能力」との関係に着目して－, 第 51 回秋期研究大会発表集録, 185-188.

國本景亀(1998). 準経験主義の哲学に基づく証明指導の研究, 日本教科教育学会誌, 21(2), 35-43.

水町龍一(2015). 高水準の数学的リテラシーと重要概念を形成する教育, 日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊第 48 回秋期研究大会特集号, 97, 193-200.

中島健三(2015). 復刻版　算数・数学教育と数学的な考え方―その進展のための考察―, 東洋館出版社.

新村出編(2018). 広辞苑(第七版), 岩波書店.

Paul,R.W.(1992). *Critical thinking: What, why, and how*，New Directions for Community College, 77, 3-24.

Paul,R.W.(1995). *Critical thinking : how to prepare students for a rapidly changing world*，Santa Rosa, CA: Foundation for Critical Thinking.

関雅美(1990). ポパーの科学論と社会論, 勁草書房.

島田功・馬場卓也(2013). 算数教育における社会的オープンエンドな問題による価値観指導に関する研究(1)-社会的価値観とそれが表出する問題について, 数学教育学研究, 19(1), 81-88.

島田功(2017). 算数･数学教育と多様な価値観―社会的オープンエンドな問題による取り組み―, 東洋館出版社.

島田功・馬場卓也編著(2022). 多様な価値観や数学的な見方・考え方を磨く算数授業のオープンエンドアプローチ, 明治図書.

Skovsmose,O.(1994).*Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Springer.

Skovsmose, O. (2020). Critical Mathematics Education. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_34

Skovsmose, O. (2023). *Critical mathematics education*. Springer.

Skovsmose, O., & Nielsen, L. (1996). Critical mathematics education. In A. Bishop, M. A. K. Clements, C. Keitel-Kreidt, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 1257–1288). Kluwer Academic Publishers.

第 3 章　中等教育における社会的オープンエンドな問題の開発・実践とその特性

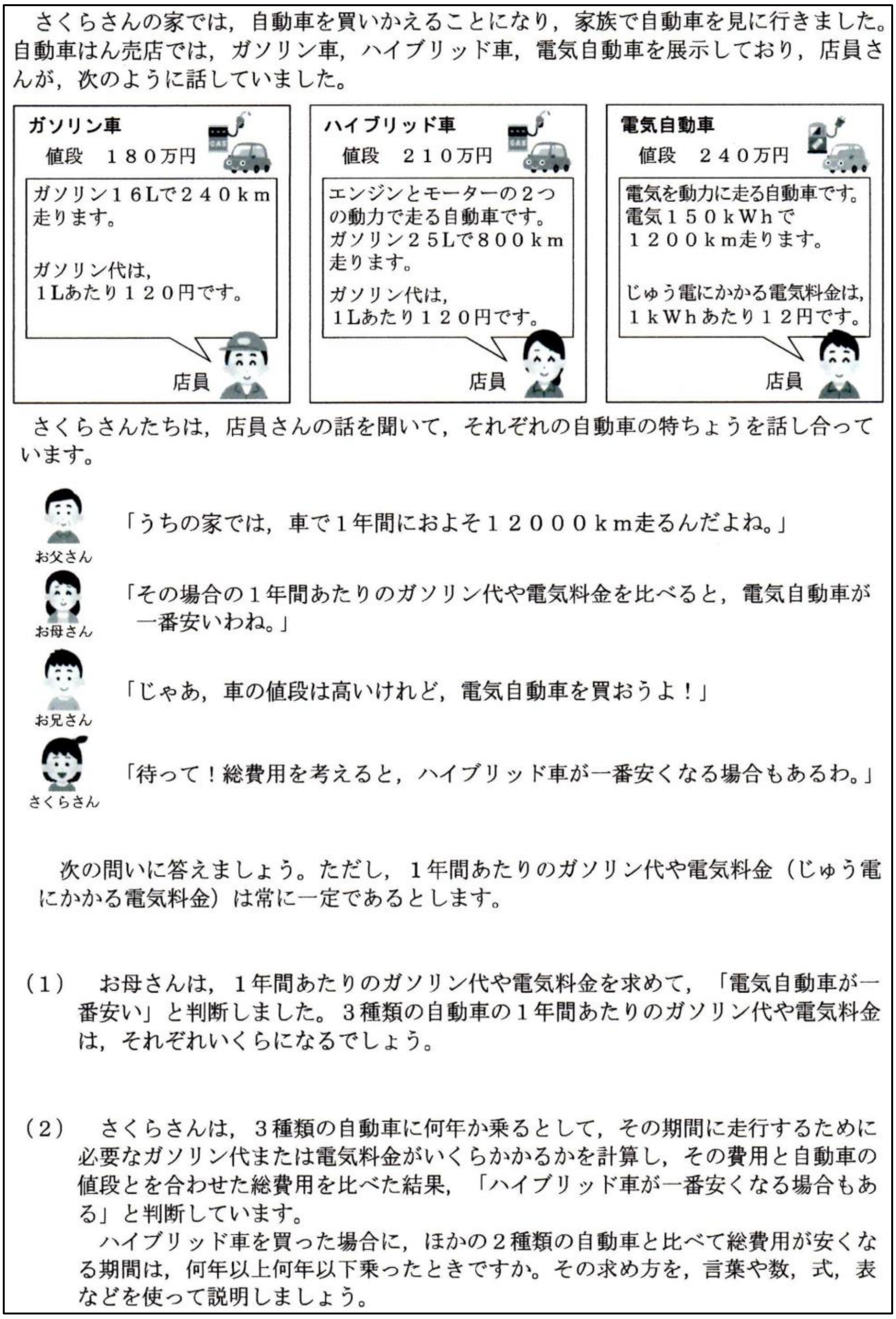
第 3 章では，数学教育における批判的思考力の育成を目指した中等教育を対象とした社会的オープンエンドな問題を開発し，実践を通して生徒達の発揮した批判的思考力を同定することを目的とする。授業実践においては，第 2 章で示した授業デザインを基に，授業計画を立案する。第 1 節では，中学校第 2 学年を対象とした「自動車の購入」を，第 2 節では，中学校第 3 学年を対象とした「携帯電話の購入」を，第 3 節では，中学校第 3 学年を対象とした「エアコンの購入」を，第 4 節では，高等学校第 2 学年を対象とした「リーグ戦の対戦計画－よりよい対戦計画とは！？」(第 4 節）を開発する。なお，各節では，それぞれの開発教材が社会的オープンエンドな問題の持つべき特性（島田，2017)【ア：社会的文脈の重視，イ：問題の真正性，ウ：問題の条件付け，エ：社会的オープンエンドな問題の取り扱い】を満たしているかどうかをまずは検証する。そのうえで，実践を通して生徒の発揮した批判的思考力の様相を同定する。なお，授業はビデオカメラによって撮影・録音を行い，プロトコル分析により詳細に検討を行う。また，授業で用いたワークシート等は全てを検証対象とし，多角的に分析を行う。第 5 節においては，中等教育における社会的オープンエンドな問題における社会性，数学性，数学教育性をそれぞれ検討し，その特性をまとめる。

第 1 節　中学校第 2 学年「自動車の購入」

1.1　授業計画

中学校数学における社会的オープンエンドな問題を開発するにあたって，平成 28 年度高知県算数・数学思考オリンピックにおいて出題された小学校算数の問題はその示唆を与える（図 3-1-1)。この問題では，さくらさん家族が，ガソリン車・ハイブリッド車・電気自動車の中から最もお得な自動車を選択するという場面が設定されている。実際に各自動車における燃費をそれぞれ計算し，走行にかかる燃料費用と自動車の値段を合わせた総費用で比較すると，自動車の使用年数によって，どの 3 種類の自動車もそれぞれ最も安価になり得る期間が存在することが分かる。つまり，この問題では「数学的な考え方」が方法として扱われ，最終的な意思決定（どの自動車を購入するか）は個人の価値観に委ねられることとなる。この題材で実際に授業を行うにあたっては，1 年間の家庭の車の走行距離についても生徒の個人的あるいは社会的価値判断に委ねてもよいだろう。それは島田（2016）のいう批判的思考力育成のための「仮定の意識化」の重視にも繋がる。ガソリン車がお得なのか，電気自動車がお得なのか，あるいは，ハイブリッド車がお得なのか，その根拠として数学的判断に価値判断を加えた一連の問題解決過程が生徒の批判的思考力育成に寄与すると考える。なお，授業設計にあたっては，平成 28 年度全国学力学習状況調査

の数学 B3「事象の数学的な解釈と問題解決の方法（電気自動車とガソリン車)」の出題方法も参考にする。



さくらさんの家では，自動車を買いかえることになり，家族で自動車を見に行きました。自動車はん売店では，ガソリン車，ハイブリッド車，電気自動車を展示しており，店員さんが，次のように話していました。

さくらさんたちは，店員さんの話を聞いて，それぞれの自動車の特ちょうを話し合っています。

お父さん「うちの家では，車で１年間におよそ１２０００ｋｍ走るんだよね。」

お母さん「その場合の１年間あたりのガソリン代や電気料金を比べると，電気自動車が一番安いわね。」

お兄さん「じゃあ，車の値段は高いけれど，電気自動車を買おうよ！」

さくらさん「待って！総費用を考えると，ハイブリッド車が一番安くなる場合もあるわ。」

次の問いに答えましょう。ただし，１年間あたりのガソリン代や電気料金（じゅう電にかかる電気料金）は常に一定であるとします。

（1）　お母さんは，１年間あたりのガソリン代や電気料金を求めて，「電気自動車が一番安い」と判断しました。３種類の自動車の１年間あたりのガソリン代や電気料金は，それぞれいくらになるでしょう。

（2）　さくらさんは，３種類の自動車に何年か乗るとして，その期間に走行するために必要なガソリン代または電気料金がいくらかかるかを計算し，その費用と自動車の値段とを合わせた総費用を比べた結果，「ハイブリッド車が一番安くなる場合もある」と判断しています。
ハイブリッド車を買った場合に，ほかの２種類の自動車と比べて総費用が安くなる期間は，何年以上何年以下乗ったときですか。その求め方を，言葉や数，式，表などを使って説明しましょう。

図 3-1-1　平成 28 年度高知県算数・数学思考オリンピック小学校　問題 3*[1]

[1] 高知県算数・数学思考オリンピックは児童生徒が算数・数学の「考える」「解く」ことの楽しさを実感できることを目指して，高知県内の小中学校を対象に平成 23 年度から行

以下では，本授業実践が社会的オープンエンドな問題の持つべき特性を満たしているかどうかを作成した学習指導案（巻末資料 1 ）を基に検討してみよう。

ア：社会的文脈の重視

社会的文脈の社会的とは，日常の中で生起しているもしくは生起する可能性があり，集団が共同に関心を持つ複合的，具体的課題を指す（島田・馬場，2014)。「自動車の購入」のそれ自体は，中学生の彼らにとっては直接的には問題とはならないものの，家族においては日常の中で生起する可能性のある問題である。また，車社会の現在においては，未来の自分自身が車を購入することを考えてもその可能性は低いとは言えず，その意味では生徒達にとって関心度の高い教材であると期待される。授業の導入段階においては，実際のカーディーラーのカタログを配布し，実際の燃費や価格等も確認させる。

イ：問題の真正性

問題の真正性（authenticity）には，「子ども達に与える問題が一般的な表現をしているのではなく，具体的な主題があり，具体的な目標があり，具体的な場面がある」(島田・馬場，2014，p.77）ことが求められる。本授業実践における主題は「ガソリン車，ハイブリッド車，電気自動車のどれが最もお得な自動車であるか」であるが，実際に生徒達自身が購入する訳ではないため，その意味では現実性があるとは言えない。そこでより真正性を持たせるため，授業者の一人（60 代前半のベテラン数学教師）が自動車を新しく購入したい旨を生徒達に伝え，授業者に対して生徒達が自動車をお薦めするという問題状況とした。しかし，具体的に自動車の購入を考えた場合，現実を求めすぎると，車のカラー，大きさ，燃費，価格，性能等，考えるべき要素があまりにも多くなるため，導入ではその要素の多さを認めつつも，その要素については「価格」と「燃費」に焦点化して自動車を推薦することにした。それぞれの数値設定については生徒達が計算し易いよう配慮しながらも非現実にならない程度に調整している。

ウ：問題の条件付け

社会的オープンエンドな問題の特性として，生徒達が自由に条件付けができることが挙げられ，それゆえ解が多様になるとされている（島田・馬場，2014)。「自動車の購入」においては，考えなければいけない条件が多数ある。前述したように，例えば，自動車の価格や，燃費の数値に始まり，変動するガソリン価格や電気料金，自動車の年間走行距離や

われた取り組みである。毎年 7 月から 9 月にかけて開催されており，問題を児童生徒に配布し，解答を募集したうえで，小中学校それぞれにおいて，教育長賞，金賞，銀賞，銅賞，入選を決定している。解答例については，高知県教育委員会小中学校課の HP において，掲載されている（高知県教育委員会小中学校課，2021)。

使用年数などである。授業実践校の年間授業計画の関係もあり，1 時間での授業実施となったため，授業では考えるべき条件を確認した上で，ある程度は教師側が条件付けを行うこととした。ただし，自動車の「使用年数」については生徒達が自由に条件付けができることとした。「使用年数」を条件付けさせることによって，解が多様になるためである。具体的には, 本課題においては, 使用年数が 5 年以内の場合はガソリン車が最もお得になり，6 年～11 年の場合はハイブリッド車が最もお得となり，12 年以降は電気自動車が最もお得になり得る。使用年数によって，お得となる自動車が異なり，どの自動車を購入するかについては社会的価値観が関わってくることになる。その意味では結果がオープンな問題であると言える*[2]。

エ：社会的オープンエンドな問題の取り扱い

島田（2017）によると，社会的オープンエンドな問題の取り扱いとは，具体的には数学的モデリングを用いた取り扱いであるとする。授業の導入においては，現実の文脈における「車の購入」を考えさせる場面を設定し，その後，数学的な問題（教材の提示）を形成するにあたっては, 年間走行距離やガソリン価格, 電気料金を教師主導により単純化する。またその他の条件については捨象するなどして理想化するため，生徒達が構成する数学的モデルに関してはある程度の方向づけがなされることとなる。しかし，数学的問題解決後の現実への翻訳場面における解釈，評価において，最終的な意思決定に,「授業者に車を推薦する」という「社会的具体性」(Skovsmose,1994) があるため，価値観が数学的判断に影響を与え，その点において社会的に多様な解が現れ得る。

1.2　授業実施

対　象：公立中学校第 2 学年 1 クラス（男子 3 名，女子 8 名，計 11 名）

日　時： 2017 年 1 月 24 日（火）1 限

実施された授業は概ね学習指導案の流れの通り行われた。本項では，生徒達の反応を中心に授業の実際を示す。なお, プロトコル上の T1 は著者であり, T2 は研究協力者である。T2 は当該クラスの数学担当教師である。

---

[2]社会的オープンエンドな問題における問題解決の多様性を考えた場合，子ども自身に変数そのものを選択および決定させることは重要である。本題材で言えば，年間の走行距離やガソリン価格の設定，電気料金の設定，また，更に言えば，購入する自動車に係る自動車保険の代金や車の使用目的，使用頻度なども本来議論されるべきかもしれない。そのような変数設定や変数そのものを探索する過程こそ生徒の批判性を育む機会に繋がることは論を待たない。しかし，本授業実践では一次関数を用いた数学的問題解決に生徒のどのような社会的価値観が融合し得るかに焦点をあてた実践研究として授業を実践し，分析を試みる。

授業の導入において，T2 が新しく自動車を購入したいと考えていること，その相談を T1 が受けていることを生徒達に伝え，T2 の購入すべき車を今日は皆で考えていきたいことを説明した。以下は，自動車のカタログを生徒達に配布した後のプロトコルである。

T1：今日は T2 先生に車を薦めようというテーマです。どんな車がいいですか？

S1：キャンピングカー！

T1：なるほど，広い，大きい車がいいんかな？（他に）どんな車がいいですか？

S2：シニアカー・・

（一同笑）

・・・中略

T1：うん，ここまで色とか車の種類とか言ってくれたんだけど他にないかな？車を買おう思ったらどんなこと考える？

S3：燃費！！

T1：燃費ね。燃費って何なんかな？

（燃費の説明）

・・・中略

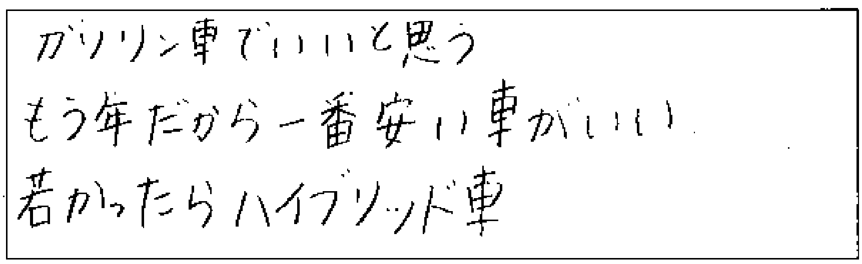
T1：うん，他ないかな？あとどんな事考える？（パンフレットを指さして）何書いてる？

S4：値段・・・

T1：車の値段ね。

S5：先生，予算なんぼなんですか？

その後，さらに意見を求めると,「カーナビ」や「何人乗れるか？」といった意見が出た。T1 は，実際に自動車を購入するにあたってはこのように様々な要素があることを確認した上で，今回は「値段」と「燃費」に焦点をあてることを説明した。その後，授業は「ガソリン車」･「ハイブリッド車」･「電気自動車」の三つの自動車のうち，どの自動車を T2 に薦めるかという場面設定に移行した（学習指導案の展開参照)。次の図 3-1-2, 図 3-1-3 は，自動車の購入において,「安いのでガソリン車がよい」と T2 が発言した後の生徒の考え（T2 の意見に対しどのように思うか）を記述させたワークシートの一部である。



ガソリン車でいいと思う
もう年だから一番安い車がいい
若かったらハイブリッド車

図 3-1-2　生徒のワークシート記述①

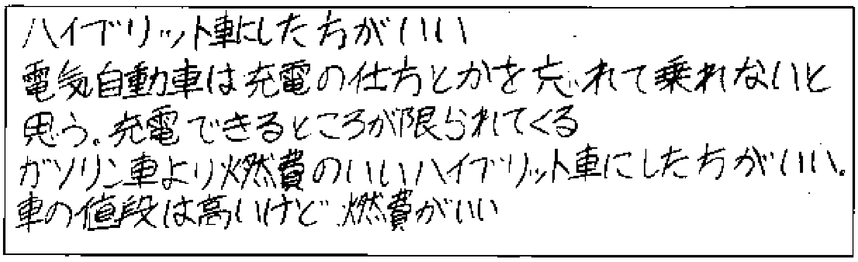

ハイブリット車にした方がいい
電気自動車は充電の仕方とかを忘れて乗れないと
思う。充電できるところが限られてくる
ガソリン車より燃費のいいハイブリット車にした方がいい。
車の値段は高いけど燃費がいい

図 3-1-3　生徒のワークシート記述②

図 3-1-2，図 3-1-3 のように，生徒達の意見は分かれた。どの自動車を薦めるか挙手をさせると，ガソリン車は 4 名，ハイブリッド車は 5 名，電気自動車は 2 名であった。授業はその後，各自動車の総費用を計算する言葉の式を T1 が提案し，それぞれの車の総費用を生徒達に計算させた。使用年数については，5 年，8 年，10 年でそれぞれ設定した生徒達 3 名を前で板書させ，それぞれの年数で総費用が最も安い自動車が異なることを確認した。どの車がお得かを考えるにあたって，表，式，グラフで考えればよいことが生徒達から提案され，完成された表とグラフを T1 が提示したところで授業が終了した。そのため，最終的な意思決定については授業後にワークシートに記述させることにした。

1.3　授業の考察

本授業の導入では，実際の車のカタログを配布し，また，授業者（T2）に車を薦めるという文脈を設定したため，生徒達にとってリアルな文脈における有意味な問題として授業が受容された。それは生徒達のプロトコルからも判断できる。特に，S5 による「先生，予算なんぼなんですか？」という発言は，現実的に「車を推薦しよう」という意図の発言とも捉えられ，その意味では教室にある程度の「社会的具体性」を生じさせることができたと考える。また,「安いのでガソリン車がよい」と T2 が発言した後の生徒の考えでは，様々な社会的価値観が表出している（図 3-1-2，図 3-1-3）。具体的には高齢の T2 を思いやる倫理観（図 3-1-2）や，経済性を意識した価値判断等（図 3-1-3）である。これらは，「価格」という一変数のみに着目した T2 の主張に対し，それをそのまま鵜呑みにしない複眼的でクリティカルな考察を生徒達が行ったとも言えるだろう。しかし，この段階での生徒達は，仮定（価値）は意識化されているものの，未だ数学的モデルを構成してはいない。

最終的なワークシート記述では，ガソリン車を薦めた生徒が 5 名，ハイブリッド車を薦めた生徒が 3 名，電気自動車を薦めた生徒が 2 名，電気自動車あるいはガソリン車を薦めた生徒が 1 名であった。代表的な回答を以下に示す。

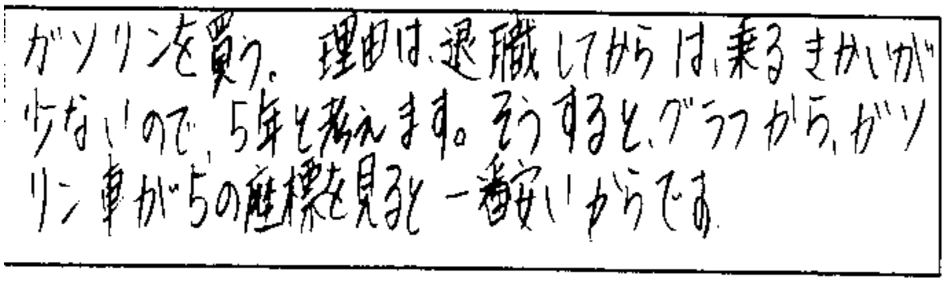

ガソリンを買う。理由は、退職してからは、乗るきかいが少ないので、5年と考えます。そうすると、グラフから、ガソリン車が5の座標を見ると一番安いからです。

図 3-1-4　生徒のワークシート記述③

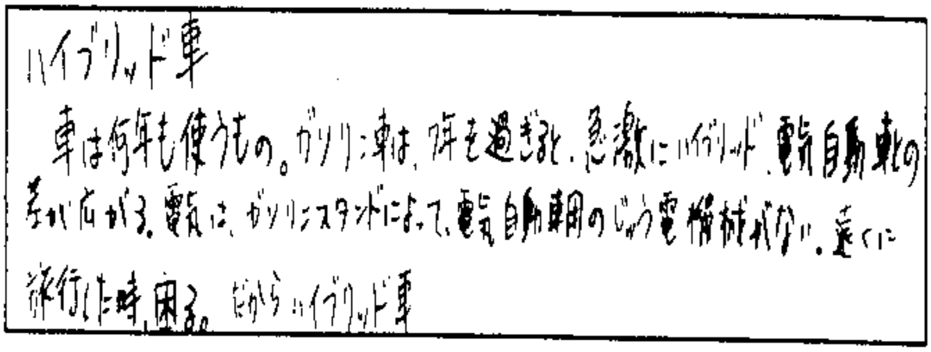

ハイブリッド車
車は何年も使うもの。ガソリン車は、7年を過ぎると、急激にハイブリッド、電気自動車との差が広がる。電気は、ガソリンスタンドによって、電気自動車用のじゅう電機械がない。遠くに旅行した時、困る。だからハイブリッド車

図 3-1-5　生徒のワークシート記述④

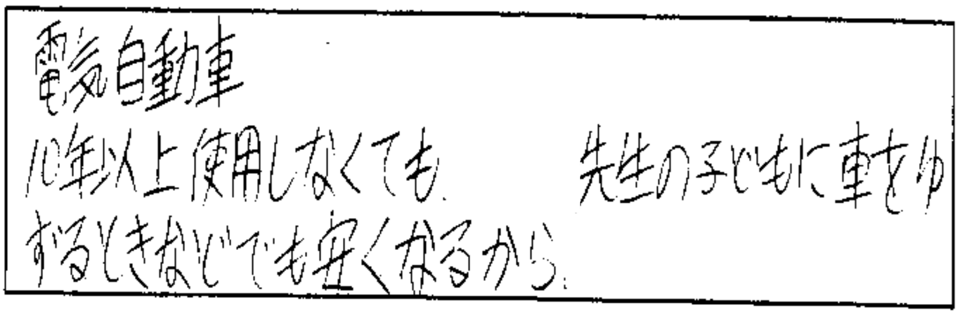

電気自動車
10年以上使用しなくても、先生の子どもに車をゆするときなどでも安くなるから。

図 3-1-6　生徒のワークシート記述⑤

ワークシート記述中の「5 年」(図 3-1-4),「7 年」(図 3-1-5),「10 年」(図 3-1-6) という数値は，T2 の車の使用年数を生徒が各々の社会的価値判断のもとで仮定したものである。そして，総費用をグラフや表で読み取るという数学が「方法」として扱われている。図 3-1-6 の生徒からは，T2 の家族構成までも考慮に入れた社会的文脈からの価値判断が解答に影響を与え，この他，「高齢者となるので車に乗るのは体が危ないためガソリン車」といった T2 の体を思いやる道徳観を表出させた回答もあった。つまり，本授業実践においては数学的判断に社会的価値判断が加えられた多様な解をそれぞれが提出している。本授業における生徒達の批判的思考力の具体とは，T2 の「価格が最も安いのでガソリン車がよい」という言明に対するこれら代替案の提出がそれである。一方で，生徒達による最終

的な意思決定を議論する場を設定することができなかったことが反省させられる。第 2 章でも述べたように，批判的思考研究の第一人者の一人でもある Paul（1992）は「強い意味での批判的思考」概念を提唱し，それは「公正」な思考とも表現されている。その知性の特徴の一つに「知的共感」（p.13）が挙げられ，それは，他者を理解し，自分を他者の位置に身を置くことを厭わず,それを想像する必要性を認識できることである。これは批判的数学教育が目指す「民主的能力」（Skovsmose，1994,p.34）とも整合的であり，「公正」な批判的思考を行う態度の一つと言ってよいだろう。顕在化した多様な価値観の存在を認めつつ，かつその価値観と用いられる数学が，批判的に吟味され議論する中で，生徒達の公正な批判的思考力は，更に涵養されていくと考える。

第 2 節　中学校第 3 学年「携帯電話の購入」

2.1　授業計画

中学校数学「一次関数の利用」単元の定番教材とも言える「携帯電話の料金プラン」問題（例えば，浜田，2018）を社会的オープンエンドな問題にアレンジすることを試みた。開発した問題「携帯電話の購入」を題材とする授業の中心的課題は図 3-2-1 である。従来の数学授業で展開される「携帯電話の料金プラン」問題では，一次関数を利用した数学的な問題解決を促すことが授業目標として設定される。本項では，前節同様に，本授業実践が社会的オープンエンドな問題の持つべき特性を満たしているかどうかを作成した学習指導案（巻末資料 2）を基に検討してみよう。

T 先生は新しく携帯電話の購入を考えています．そこで，次の 3 社から選ぼうと思います。

プラン／会社	A	B	C
月々のデータ量と料金	25GB；9000 円	12GB：5000 円	6GB：3000 円
通話料金	無料	50 円／分	150 円／分（※）

（※C の通話料の上限額は 9000 円とします。それ以上(60 分以上)はいくら通話しても料金は発生しません。）
ただし，各社の月額料金は
「月額料金」=「月々のデータ量と料金」+「通話料金」
とします．このとき，T 先生にはどの会社のプランが最もお得でしょうか？

図 3-2-1　授業における中心的課題

ア：社会的文脈の重視

社会的文脈では，「子どもの身近な文脈から次第に広く社会的文脈へと拡張し，それに伴って扱う問題も家族であったり，学校の中で起こる問題であったり，子どもにとって身近な社会の問題」（島田・馬場，2013，p.84）である必要がある。携帯電話を所有することが

身近になった現代社会において，どのような料金プランがお得かであるかを考える本設定は，中学生にとっても自然で身近な問題設定であると言える。ただし，授業では携帯電話に不案内な生徒に対しての配慮も留意した授業展開を行う。

イ：問題の真正性

問題の真正性を現実世界に対する本物感（上ヶ谷，2017）という立場で捉えると，このたび取り扱う問題「携帯電話の購入」は，生徒が実際に携帯電話を購入する訳ではない。そのため，より現実世界に忠実な状況を目指して，教師が新しく携帯電話の購入を考えており，教師にとって最もお得な携帯電話会社を生徒が勧めるという状況を設定した。授業では，導入場面で，実際に携帯電話を購入する際に考えることを生徒と議論した上で，その後，携帯電話の購入を考えている教師が重要視する要素である「月々のデータ量と料金」と「通話料金」，これらを合わせた「月額料金」に焦点化させる展開とした（図 3-2-1)。また，これらの数値設定については生徒が計算し易いように留意しつつも現実に近い数値としている。

ウ：問題の条件付け

社会的オープンエンドな問題では，子どもが問題場面を自由に解釈して社会的価値観に応じて条件付けができるゆえに多様な解に繋がるとされている（島田，2017)。本研究における社会的価値観の捉え方については島田・馬場（2013）の「社会生活にかかわる場面における算数的問題解決で子どもがもつ信念や考え」(p.84）に準ずる。今回の問題「携帯電話の購入」で発揮される社会的価値観は，「通話時間（通話料金)」や「データ使用量（データ容量)」についての条件づけ（どのくらい通話するか？どのくらいデータを使用するか？）において中心的に顕在化されると考える。生徒のライフスタイルや経済性・嗜好性の価値観が伴うことによって，数学的・社会的に多様な解が提出されることが予想される。

エ：社会的オープンエンドな問題の取り扱い

このたび開発した問題では携帯電話の購入という日常生活の事象から数学的に表現された問題へと移行する際に，図 3-2-1 の月々の料金や通話料金など，教師によってある程度の理想化・単純化が行われる。そのため，課題解決の際に生徒が構成する数学的モデルは，表や一次関数のグラフなど，ある程度の方向付けがなされる。しかし，先述のウでも述べた通り，通話時間やデータ使用量をどのように考えるかによって，生徒の社会的価値観が顕在化し，社会的に多様な解に繋がると考える。

以上の検討の結果，本課題はア～エのいずれの特性もある一定程度備えていると考えられる。社会的オープンエンドな問題がこの 4 つの特性をすべて備える必要があるのかについての直接的な言及は島田（2017）においてなされていない。しかしながら，氏はア～エは相互に関連しており,アイエは「社会的」に関わる特性として，ウは「オープンエンド」に関わる特性として指摘している。数学的オープンエンドな問題との対比を考えても，社

会的オープンエンドな問題とはこれら 4 つの特性を有しながら，問題設定では社会的な文脈がより強調され，そのもとで生徒の社会的価値観に基づく数学的モデルの構成が目指される問題と言ってよいだろう。

最後に，本授業実践の実践上の新しさも述べておこう。本授業では，問題解決において，料金プランの安さという要素のみならず，より複眼的な考察を行わせることに特徴がある。前章で述べた広義の批判的思考力の概念規定にあるように，自身の価値観に基づいた数学的モデルの構成による社会的判断を促す場面や，他者の価値観を批判的にみて最終的な判断決定を促す場面を授業で意図的に設定した点にある。また，問題解決のための変数に「データ容量」を付加することによって，現実世界により忠実なものとしたという意味で，教材の真正性を高めた。それゆえ，生徒の社会的価値観もより顕在化しやすくなる。教師に携帯電話を勧めるという社会的文脈の中で，数学を方法として，より良い納得解を提出させる学習場面を設定したことが生徒の批判的思考力の涵養を目指すための授業実践として社会的オープンエンドな問題を扱うエッセンスとなると考える。

2.2　授業実施

対　象：公立中学校第 3 学年 1 クラス（男子 16 名，女子 17 名，計 33 名）

日　時： 2018 年 10 月 18・22 日（計 3 時間）

実施された授業は概ね学習指導案の流れの通り行われた。本項では，生徒達の反応を中心に授業の実際を示す。

①　第 1 時

現実に携帯電話を購入するにあたっては，我々は様々な要素の中から料金プランを検討する。例えば，携帯電話のサイズや色，そして価格，性能に始まり，月々のデータ容量，オプション費用，無料通話時間等である。授業の導入では，教師が新しいスマートフォンを持ちたいと考えていること，そして先生にお勧めのスマートフォンを皆から提案してほしい旨を生徒に伝えた。まずは，自分ならスマートフォンを持つ際にどのようなところに注目するかを尋ねると，「容量！」や「音質，画質～！」,「値段が安いのがいい！」,「防水なものがいい！」という意見が出された。その後，教師も生徒同様，スマートフォンを選ぶ際には様々な要素を考えて選ぶが，今回は「月々のデータ量の料金」と「通話料金」を合わせた「月額料金」を中心的に考えることを確認した。そして，図 3-2-1 を提示し，生徒にまずは自分だったら A 社，B 社，C 社のうちどの会社の料金プランを選択するかを考えさせた（ワークシート No.1）。ワークシート No.1 には，問いとして，「スマホを持とうとしているのがあなただった場合，あなたならどこの会社を選びますか」が設定されていた。

以下の図はワークシート No.1 における生徒の意見の一部である。

選択した会社 A【理由】通話料金が無料だから／毎月 60 分以上通話するとすると，月額料金は A9000 円，B8000 円以上，C12000 円以上だから A が一番いいと思った／容量が一番多い．また 1GB の料金も一番安い（A360 円，B 約 416 円，C500 円）

図 3-2-2　生徒 OM のワークシート No.1 の記述

選択した会社 B【理由】データ量がちょうどいいくらいだから／通話は少ししか使わないからできるだけ安くしたい／A 社だと絶対 9000 円払わないといけないから／C 社はデータ量が 6GB で 3000 円と B 社より割高だから／25GB は使わないかなと思ったから

図 3-2-3　生徒 DT のワークシート No.1 の記述

選択した会社 C【理由】月々のデータ量はそんなに多く使わないし，GB がありすぎてもあまったらお金のむだになる．通話料金は 1 分以内におさめればなんとかなると思う．

図 3-2-4　生徒 SS のワークシート No.1 の記述

どの会社を選択したか挙手させると A 社は 8 名，B 社は 7 名，C 社は 14 名であった。その後，各社の選択理由を生徒に発表させた。グラフを考えた生徒 DA をとりあげて第 1 時は終了した。

ここで，ワークシート No.1 の問いにおいて想定した予想される生徒の反応を述べる。月額料金を教師側が定義したことにより，生徒が構成する数学的モデルはある程度方向づけがなされてしまうが，データ使用量や通話時間をどのように考えるかによって，生徒の社会的価値観が顕在化されると考える。例えば，B 社を選ぶ生徒の反応例としては，「A 社に比べると 4000 円安く，4000 円を埋める通話時間は 4000÷50=80 分である。自分はそこまで通話はしないと思うから B 社でよい。」などが考えられる。他にも，通話時間に基づいた月額料金の移り変わりを表やグラフで表す生徒もいるだろう。本課題では，3 社それぞれの通話時間をx分，月額料金をy円とおき，連続関数としてみなすと各社の月額料金は 1 次関数で以下のように表すことができる。

A 社：$y = 9000$

B 社：$y = 50x + 5000$

C 社：$y = 150x + 3000 \quad (0 \leqq x \leqq 60)$

$y = 12000 \ (60 \leqq x)$

これらをグラフに表すと以下の図 3-2-5 のようになる．先述の生徒 DA は，図 3-2-5 と同様なグラフをかいて考えていた。

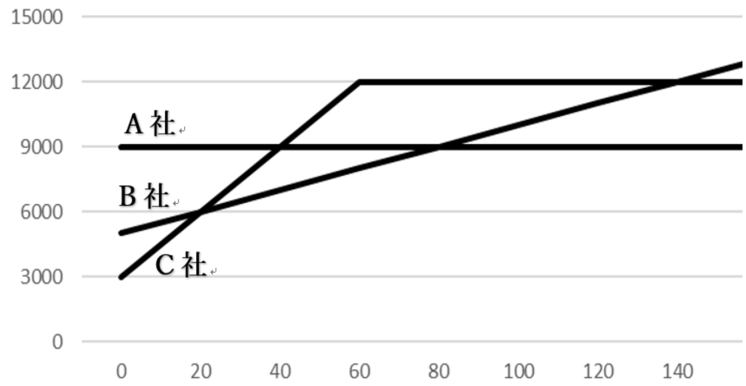


図 3-2-5　3 社の通話時間に応じた月額料金（グラフ）

さて，グラフから，月額料金が最も安いのは，通話時間が 80 分以上で A 社，20 分以上 80 分未満で B 社，20 分未満で C 社となる。また，データ容量に着目して，データ容量 1GB あたりの料金を求めると，A 社が 360 円，B 社が約 416 円，C 社が 500 円となり A 社が最もお得であることが分かる。しかしながら，現実として「1 ヶ月に 25GB もデータを使用するだろうか」,「月額料金 9000 円は高すぎる」といった生徒の社会的価値観をあえて顕在化させた場合，どの携帯電話会社を選択するかについての価値判断は人によって分かれるであろう。実際，これらの議論は第 2 時以降に行われることとなった。

② 第 2 時

第 2 時では，生徒 DA のグラフをもとに教師から表，式を提示し，第 1 時で出た意見等を踏まえた上で生徒に再度，自分だったらどこの会社を選ぶかをワークシート No.2 に考えさせた。ワークシート No.2 の問いは，No.1 に示された問いと同じで，以下の図はワークシートにかかれた生徒の意見の一部の実際である。図 3-2-6 や図 3-2-7 の生徒のように最初の考えからの変容が見られた生徒は 7 名いた。

もともと選択した会社：C→今回選択した会社：A
【理由】他の人の意見を聞いてみると，60 分通話した場合，A9000 円，B8000 円，C12000 円と C が 1 番高かった．データ 1GB あたり A360 円，B 約 416 円，C500 円とまた C が 1 番高かった．このような理由から A は 9000 円で一番安いわけではないが，データ 1GB あたりの値段は一番安いので，A にした．

図 3-2-6　生徒 SS のワークシート No.2 の記述

もともと選択した会社：A→今回選択した会社：B

【理由】あまり通話しないから/12GB で十分/A より安くすむ（通話 80 分未満なら）→80 分以上通話することはない.

図 3-2-7　生徒 OM のワークシート No.2 の記述

もともと選択した会社：C→今回選択した会社：C

【理由】20 分も長電話しない（20 分未満では C 社がいちばん安い）/C 社の月々のデータ料金がいちばん安い

図 3-2-8　生徒 OS のワークシート No.2 の記述

表 3-2-1 はワークシート No.1，2 における生徒の選択と変容者の人数についてまとめたものである。

表 3-2-1　選択と変容した人数①

	ワークシート No.1	ワークシート No.2
A 社	8 人（27%）	6 人（20%）
B 社	7 人（23%）	9 人（30%）
C 社	15 人（50%）	15 人（50%）
変容内容（人数）	A→B（4 人）B→A（1 人） B→C（1 人）C→A（1 人）	

①月額料金はなるべく安いほうがいいな.
②今使用しているスマホの月々のデータ量は 5GB なんだけど，たまに好きな動画を観過ぎちゃって通信速度の制限がかかって苦労した月があったな.
③電話はするから通話料金が気になるな．ちなみに，去年の月ごとの通話時間は次のような感じだったな.

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
通話時間(分)	250	15	150	120	60	15	60	100	15	15	15	180

図 3-2-9　教師（T 先生）の購入の際の 3 つの観点

授業ではその後，追加課題として「教師（T 先生）の購入の際の 3 つの観点」（図 3-2-9）を生徒に提示した。この追加課題は，授業課題に内在する社会的文脈をより重視させるために設定した。なお，月ごとの通話時間のデータは，A 社，B 社，C 社のいずれに対しても選択の根拠となるように，ばらつかせてある。具体的には，代表値を考えた際に，平均値は約 83 分で A 社が最もお得となり，中央値は 60 分で B 社が最もお得となり，最頻値は 15 分で C 社が最もお得となる。

生徒にはこれらの観点をもとに教師に合った会社を勧めるよう依頼する。この 3 つの観点すべてを満たすことは難しく，生徒が自身の価値判断でどの観点を重視し，どのような数学的考え方を方法として用いるかによって数学的・社会的な解は多様になると考える。

そして，この問題設定場面において教師は以下のキー発問を行う。

「通話時間が少ない（15 分の）月が多い（最頻値の考え）から，グラフからも C 社を選択したいと考えているが，皆どう思うか？」

この発問は，生徒に「～という理由で，こちらの会社の方がよい」という代替案の提出を促すもので，生徒の批判的思考が具体化される契機となる。第 2 章で規定した授業デザインⅡ「生徒が代替案を提出しうるシチュエーションを設定すること」に対応したものである。例えば，図 3-2-9 の観点③から「通話時間の平均値が 82.5 分であるから，この時点で最も安い A 社が良い」などが挙げられる。

教師が先述のキー発問を行った後，生徒にはこれらのことを踏まえて，教師にどこの会社を勧めるかを考えさせた（ワークシート No.3）。以下の図はワークシート No.3 における生徒の意見の一部である。ワークシート No.3 には，図 3-2-9 に加え，「さて，あなたなら T 先生にどこの会社をお勧めしますか.」という問いが設定されている。どこの会社を選択したかを挙手させると A 社は 14 名，B 社は 9 名，C 社は 3 名であった。

> 選択した会社： A【理由】めっちゃ電話して，めっちゃ動画みたらお得．去年の年間の合計の料金を出したら，B と C は 109500 円．A は 108000 円だった．あんま変わらんき，どれでもいいと思う．でも，A でめっちゃ電話してめっちゃ動画みたらいいと思う．

図 3-2-10　生徒 UH のワークシート No. 3 の記述

> 選択した会社： B【理由】ひと月の通話時間の平均は，82.5 分．だから，A9000 円，B9100 円，C12000 円になるけど，ひと月に 80 分も通話しないときがあるから，A は，お金が高いから駄目．C は，60 分以上になると，9000 円になって，12000 円になるし，6GB は少し少ないと思うから駄目．でも，B は，通話時間が 80 分未満だと A より安くなるし 12GB というのも，ちょうどいいと思ったから．
>
> （※一部，計算ミスをしている）

図 3-2-11　生徒 OM のワークシート No. 3 の記述（※は著者）

その後，各社ごとに選択した生徒に理由を発表させた。生徒 TI は，「B を選んでくれた TI さんはどうして？」という教師の問いかけに，「通話時間の平均を考えたら（グラフ等から）A がお得かもしれんけど，先生は 15 分の月とか 250 分の月とかもあるから…もう先生の自制心の問題やと思う！」と発言した。

生徒 TI の発言のように B 社を選択した何名かの生徒からは，教師が自制心を持ち通話時間を短縮することで A 社よりも月額料金を安くすればよいという意見が出た。各社ごとに選択した理由を発表させたところで第 2 時は終了した。

③　第 3 時

第 3 時では，ワークシート No.3 をもとに，同じ会社を選択した生徒でグループ分け（A 社が 5 グループ，B 社が 2 グループ，C 社が 1 グループであった）を行い，グループごとに意見を模造紙にまとめ発表させた。以下は，A 社，B 社，C 社それぞれを選んだ代表的な 1 グループの発表内容（主に何を根拠として教師に勧めるか）の概要である。A 社を勧めるグループ A は,「データ量が月 25GB なので，速度制限の心配がない」,「通話料金が無料で月額料金が毎月定額の 9000 円」,「教師の去年の通話時間の平均が 82.5 分なので月額料金を比較すると A が安い」といった理由を挙げた。B 社を勧めるグループ B は,「データ量 12GB は適量である」,「教師の去年の平均通話時間から算出した月額料金を比較すると，自制心があれば最も安くできる」といった趣旨の理由を挙げた。C 社を勧めるグループ C は，全体的に計算ミスが目立ったが,「教師の去年の通話時間の合計に着目した上で年間の総額料金を比較すると最も安い」,「データ量を現状の 5GB から 12GB に増やすと油断して速度制限になりやすくなるのではないか」といった趣旨の理由を挙げた。その後，教師から 3 社それぞれの年間総額料金を提示し，生徒 TI の発言にあった自制心でどれくらいの通話時間を短縮する必要があるかを確認した。そして最後に，これまでのことを踏まえた上で改めて教師にどこの会社を勧めるか最終的な意思決定の時間を設けた（ワークシート No.4）ところで第 3 時は終了した。ワークシート No.4 には,「最後に改めて，あなたなら T 先生にどの会社をお勧めしますか.」という問いが設定されている。

表 3-2-2　選択と変容した人数②

	ワークシート No.3	ワークシート No.4
A 社	19 人（63%）	20 人（75%）
B 社	8 人（27%）	7 人（25%）
C 社	3 人（10%）	0 人（0%）
変容内容（人数）	A→B（1 人）B→A（3 人） C→A（2 人）C→B（1 人）	

表 3 はワークシート No.3 と No.4 における生徒の選択と変容者の人数についてまとめたものである（欠席者の関係上，No.3 と No.4 で合計人数は異なる)。また図 3-2-12，図 3-2-13 はワークシート No.4 における生徒の意見の一部である。

もともと選択した会社：B→今回選択した会社：B

【理由】やっぱり先生が通話時間を減らすとして，B が一番かなと思った．A は一定だから．C は容量が小さいから.

図 3-2-12　生徒 IH のワークシート No.4 の記述

もともと選択した会社：A→今回選択した会社：A 【理由】自制心だけの理由で B を選択しない方が良いと思う．年間の料金を考える→A：108000 円 B：109500 円 C：109500 円　A がいちばん安い．平均を考える（約 83 分）→A：9000 円 B：9150 円 C：12000 円　A が一番安い．自制心というのは考えずに！料金的に一番安い A を選ぶべき．（GB も一番多いから速度制限がかかることも少ない）　　（※一部，計算ミスをしている）

図 3-2-13　生徒 SA のワークシート No.4 の記述（※は著者）

2.3　授業の考察

本項では，まず，予想した生徒の反応と授業での実際との異同を考察してみよう。授業で図 3-2-1 を提示し，まずは自分だったらどの料金プランを選択するかについての生徒の反応は，ワークシート記述や挙手結果に見られるように，意見が分かれる形となった。その選択理由も概ね想定通りの反応を示し（例えば，図 3-2-3，3-2-4），特に，図 3-2-2 の生徒 OM のように，「仮に 60 分以上，通話するとすると」と仮定を立てて計算をしたり，1GB あたりの料金を計算したりする生徒，また生徒 DA のようにグラフを用いて考えた生徒などもみられた。これらの生徒は，この時点で何らかの数学的な計算を根拠にしたり，グラフといった数学的モデルを根拠にしたりしてプランを選択していた。そのような生徒が若干名でも第 1 時の時点で顕れることを期待していたが，それが本項で後述する生徒の批判的思考力の発揮（後述する（イ））につながる結果となった。図 3-2-9 を提示しての教師による言明（C 社がよい）後の生徒の反応の実際としては，図 3-2-11 や生徒 TI の発言に見られるように，教師の去年の通話時間に関する平均値を考える生徒が多くみられた。平均値以外の統計的な考え方（平均値ではなく，20 分未満の階級に着目するなど）を根拠に代替案を提案する生徒を期待したが，その典型が生徒 TI であった。この生徒 TI の様相についても，グループ B の様相と加え，本時で発揮された批判的思考力の具体（後述する（ロ））として，後程検討する。

さて，本実践において，生徒が発揮した批判的思考力の具体とは，次の（イ）（ロ）（ハ）で示される生徒のワークシート記述やグループの発表内容，生徒の発言である。以下，その様相を検討してみよう。

（イ）ワークシート No.1 においては数学的モデルが未構成であったが，ワークシート No.2 において数学的モデルを構成した生徒 SS
（ロ）数学的モデルと社会的価値観を融合させた生徒 TI とグループ B
（ハ）ワークシート No.4 における生徒 SA（図 3-2-13）の記述

①（イ）について

ワークシート No.1 にて生徒から出た回答をここでは概ね 2 つに分類してみよう。生徒

自身の現在の携帯電話の使用状況等に基づいた主観的な判断による回答を「数学的モデル未構成」，生徒自身の使用状況に合わせた月額料金の計算や，各社の分析をもとにした回答を「数学的モデルを構成」とする．以下の表 3-2-3 は「数学的モデルを構成」と「数学的モデルを未構成」の人数をワークシート No.1 と No.2 についてまとめたものである。

表 3-2-3　ワークシート No.1 と No.2 において数学的モデルを構成した生徒の人数

選択理由	人数（No.1）	人数（No.2）
数学的モデルを構成	7 人（23%）	12 人（40%）
数学的モデルを未構成	23 人（77%）	18 人（60%）

数学的モデルを構成した生徒が No.1 から No.2 にかけて 5 名増加している。生徒 SS（図 3-2-4，3-2-6）は No.2 にて新たに数学的モデルを構成した生徒の代表例である。生徒 SS は数学的モデルを構成した他者の意見（例えば，図 3-2-2）を受け，自身の意見を見直した上で，数学的モデルを構成した代替案を提出している。生徒 SS においてはワークシート No.1（図 3-2-4）では数学的モデルが未構成であったが，No.2（図 3-2-6）では他者との議論を通して，他者の価値判断を建設的に検討した批判的思考力を発揮し，数学的モデルを構成した代替案を提出したといえよう。広義の批判的思考力の定義に戻れば，生徒 SS は，自身の判断をより良いものにしようとする代替案を提出したことが批判的思考力の具体として特定できる。

②（ロ）について

第 2 時において教師にどの会社を勧めるのかを考える場面で，生徒 TI は教師の「通話時間の少ない月が多いことから C 社を選択する」という意見に対し，代替案を提出した。それは，グラフ（図 3-2-5）や教師の去年の通話時間の平均といった根拠に加え，教師の自制心次第であるという趣旨の発言であった。この発言は，ある種の数学的モデルを構成した他者の意見だけで判断することなく，教師が自制心を持てば通話時間を減らすことができるといった生徒 TI の社会的価値観（自律性，経済性）を顕在化させた発言であったと捉えることができる。また，この発言は生徒 TI による数学的モデル（ここではグラフ）と社会的価値観が融合された批判的思考力と捉えることもできる。さらに，B 社を勧めたグループ B の発表内容は生徒 TI の意見に加えデータの容量にも着目しており，生徒 TI 同様に数学的モデルと社会的価値観を融合させた批判的思考力の具体と捉えることができる。つまり，生徒 TI やグループ B は教師による「通話時間が少ない月が多いから C 社」という表面的な言明に対する代替案を提出したのである。これらの思考は数学的モデルと社会的価値観を融合させた批判的思考力として特定できよう。

③（ハ）について

ワークシート No.4 の記述において，生徒 TI やグループ B の「自制心が必要である」の意見を受け，意見の変容が見られる生徒がいた（表 3-2-2)。一方で，生徒 SA の記述内容に着目する（図 3-2-13)．生徒 SA は，自制心の意見を鵜呑みにすることなく，再度，各社の年間総額料金や去年の平均通話時間から算出した月額料金を比較した上で自身の数学的モデルを構成し，それを根拠とした代替案を提出している。この生徒 SA による問題解決は「自制心が必要」というクラスの一定意見に惑わされず，自己の意見を他の根拠から更に強化しようとする批判的思考力として特徴づけることができよう。生徒 SA によるこの思考もまた他者との議論の中で発揮された批判的思考力の具体の 1 つといえるだろう。

第 3 節　中学校第 3 学年「エアコンの購入」

3.1　授業計画

本項では，中学校第 3 学年対象で開発した社会的オープンエンドな問題「エアコンの購入」について検討する。本授業は全国学力・学習状況調査で出題された「冷蔵庫の購入」問題（国立教育政策研究所，2019，pp.7-9）をベースに設計した。授業における中心的課題は図 3-3-1 のとおりである。

先生はエアコンの購入を考えています。そこで次の 3 台から選ぶことにしました。先生にはどのエアコンがお薦めでしょうか？

	スタンダードモデル	省エネモデル	超省エネモデル
本体価格	60000 円	150000 円	230000 円
年間電気代	25000 円	15000 円	7000 円
1 時間あたりの電気代	23 円	14 円	6.5 円
オプション	なし	自動掃除	自動掃除・空気清浄

図 3-3-1　本授業における中心的課題

本項においても，島田（2017）による社会的オープンエンドな問題の持つべき特性の観点から，作成した学習指導案（巻末資料 3）を基に本課題の特徴を検討してみよう。

ア：社会的文脈の重視

前節でも述べた通り，社会的文脈では，「子どもの身近な文脈から次第に広く社会的文脈へと拡張し，それに伴って扱う問題も家族であったり，学校の中で起こる問題であったり，子どもにとって身近な社会の問題」（島田・馬場，2013，p.84）である必要がある。昨今の地球温暖化による気温上昇に伴い，日本では暑い夏の季節にエアコンを使用することも必

然になりつつある。電器店に行っても様々な種類のエアコンが販売されており，どのエアコンを購入するかは現実，実際に悩ましい問題でもある。エアコンを購入するという日常の文脈は中学生にとっても自然で身近な問題設定であり，身近であるがゆえ，自分事としても考えやすく個人の価値観もさまざまに顕在化され得る。もちろんどのような観点でエアコンを購入するかは個人や家庭の価値観に依存するわけであるが，授業では導入時に様々なエアコン購入の観点を共有した上で，今回は「エアコン本体価格」と「電気代」に主に着目する展開とした（図 3-3-1)。

イ：問題の真正性

より現実に忠実な状況を設定するため，授業を実施する時期も夏の 7 月に実施した。また，今回取り扱う問題文脈である「エアコンの購入」は，生徒が実際にエアコンを購入する訳ではないため,生徒の馴染みのある先生*[3]（以下，K 先生とする）にエアコンをお薦めするという文脈を設定することとした。また，お薦めするにあたっては K 先生の状況（エアコンを頻繁に使用するか等）を知ることも必要になるため，生徒から K 先生に質問する機会もつくることとした。また，本物のエアコンパンフレットを生徒に配布するなどして本時が架空の世界ではなく，現実の日常生活の事象をまずは問題としていることを強調する。その後扱われる数学的に表現した問題 (図 3-3-1) の数値設定については生徒が計算し易いように留意しつつもパンフレットや実際の電器屋で表示されている価格を参考に，現実に近い数値とした。さらに図 3-3-1 では，エアコンのオプション機能である「自動掃除」機能や「空気清浄」機能という文脈を意図的に捨象しなかった。これは，問題文脈の真正性をできるだけ保つためであり，それゆえ，社会的オープンエンドな問題の特徴でもある数学的・社会的な多様な解答（意思決定）が提出され得る。

ウ：問題の条件付け

前節でも述べた通り，社会的オープンエンドな問題では，子どもが問題場面を自由に解釈して社会的価値観に応じて条件付けができるゆえに多様な解に繋がるとされている（島田，2017)。今回の問題「先生にエアコンをお薦めしよう」で発揮される社会的価値観は，「電気代」についての条件づけ(1 日あるいは 1 年間にどのくらいエアコンを使用するか？)において中心的に顕在化されると考える。また，K 先生の状況を踏まえた上での提案や，環境（省エネ）の観点に加え，昨今のコロナ禍ゆえ，空気清浄機能をより価値づけることなども予想される。

エ：社会的オープンエンドな問題の取り扱い

このたび設計した授業ではエアコンの購入という日常生活の事象から数学的に表現され

[3] K 先生は授業実践クラスの生徒（中学 3 年）を入学時よりずっと授業内外で指導してきており，生徒に大変親しまれた先生である。

た問題へと移行する際に，図 3-3-1 の本体価格や電気代など，教師によってある程度，主導的に理想化・単純化が行われる。そのため，課題解決の際に生徒が構成する数学的モデルは，式や一次関数のグラフなど，ある程度の方向付けがなされる。しかし，先述のウでも述べた通り，エアコンの使用時間をどのように考えるかによって，生徒の社会的価値観が顕在化し，社会的に多様な解に繋がると考える。

ここで，本教材に内在する数学性を検討してみよう。エアコンにかかる総費用を y 円，エアコンの使用年数を x 年とおき，図 3-3-1 における価格と年間電気代を用いてそれぞれのエアコンモデルを 1 次関数の式で表すと，以下の通りとなる。

スタンダードモデル：$y=25000x+60000$

省エネモデル：$y=15000x+150000$

超省エネモデル：$y=7000x+230000$

これらをグラフで表し，解釈することによって，10 年以上使用すると，超省エネモデルの総費用が最も安くなり， 9 年から 10 年使用すると省エネモデルが，9 年未満ならスタンダードモデルが最も安くなることが分かる。

ここで，年間電気代ではなく 1 時間あたりの電気代を用いて再検討してみよう。図 3-1-1 では，年間電気代の数値が全国平均（1 日あたり 3 時間）の基準で設定していることに対し，例えば，1 日あたり 1 時間エアコンを使用したと仮定して年間電気代を計算した場合，上述の 1 次関数の各式がそれぞれ異なることになる。その結果，1 日あたり 1 時間の使用の場合であると 25 年以上使用してもスタンダードモデルの総費用が最も安くなることになる。つまり，エアコンの使用時間の条件を変えることによって，総費用が安くなる使用年数が数学的に異なるのである。本授業は，K 先生のエアコンの使用年数を生徒が仮定し，グラフを解釈することを通して，先生にお薦めのエアコンを提案する流れを設定している。類似問題である「蛍光灯と白熱電球」（国立教育政策研究所，2009，pp.5-6）や「冷蔵庫」（国立教育政策研究所，2019，pp.7-9）では，使用時間があらかじめ設定されたうえで総費用を求めたり，総費用が等しくなる使用時間を求めたりする活動が行われるが，本教材では，K 先生の使用時間を生徒が想像する（仮定する）機会を作っている点に工夫がある*[4]。先述の通り，図 3-3-1 では年間電気代を設定するだけでなく，1 時間あたりの電気

---

[4]前項の社会的オープンエンドな問題「携帯電話の購入」との違いは一次関数の式とグラフの取り扱いにある。「携帯電話の購入」の授業で扱われる一次関数の式とグラフは固定的なものである一方で，本実践では，一日のエアコン使用時間の仮定によって一次関数の式やグラフが異なってくることになる（巻末学習指導案参照。一日に 1 時間使用した場合と 3 時間使用した場合のグラフを掲載している）。それゆえ，本実践は，意思決定を行うための判断材料が他の実践と比較して多いとも言える。

代を設定することで，K 先生の年間の使用時間の仮定によって総費用を計算する式も異なってくることになり，それら様々な式を根拠とした意思決定を行うことができる。K 先生にどのような提案を行うか（例えば，エアコンの使用時間は節約するべきであるとか，できるだけ快適に過ごしてもらいたい等）は生徒の価値観に委ねられ，それゆえ使用時間や使用年数は様々に設定され得るし，最終的な意思決定では費用以外の側面をも考慮に入れた提案も想定され得る。本教材は社会的オープンエンドな問題であるがゆえ，生徒の価値観によって意思決定の結果に多様性が生まれ，その点は本教材の実践上の価値とも言えるだろう。授業展開の詳細は巻末の学習指導案（巻末資料 3）を参照されたい。

3.2　授業実施

対　象：公立中学校第 3 学年 2 クラス（A 組 男子 7 名，女子 7 名，計 14 名；B 組 男子 8 名，女子 7 名計 15 名）

日　時： 2021 年 7 月 19 日（計 2 時間）

実施された授業は概ね学習指導案の流れの通り行われた。本項では，A 組の授業の実際を中心に述べる。

①　第 1 時

授業の導入では，生徒に K 先生の家のエアコンが壊れてしまった事実を伝え，K 先生にエアコンを買い替えてもらうために，お薦めのエアコンを各グループで提案してほしいことを生徒に伝えた。まずは，実際のエアコンのチラシや電器屋で販売されているエアコン売り場の写真をパソコンを用いて生徒に見せた。その後さらに生徒一人ずつにエアコンパンフレットを配布し,エアコンを購入するにあたって何を基準に購入するかを発言させた。すると,「ええてのやつ！（「金額や性能が高いもの」の意味）」や「値段」,「手入れのしやすさ」など様々な発言があった。また,「え，これ数学なが？（「これ本当に数学なの？」の意味）」と発言した生徒もいた。K 先生の情報としては，間取りが 6 畳程度であることやエアコンを購入するための予算はある程度余裕があること，だいたい一日に，エアコンを 1，2 時間程度使用することが生徒に伝えられた。また，エアコンの全国平均使用時間が 3 時間弱であること，一般的にエアコンの買い替えはだいたい 10 年くらいであることを全体で共有した。以下の表 3-3-1 は，2 クラスの生徒におけるエアコンを購入する際の基準（観点）と，K 先生に対して質問したいことを列挙したものである。その後，エアコンを購入するにあたってはさまざまな基準が存在することを共有したうえで，図 3-3-1 を提示した。直感的に，どのエアコンをお薦めしたいかを挙手をさせると，表 3-3-2 の結果であった。直感で選んだ理由としては,「普通がいい」や「自動掃除が付いている」,「年間電気代も安い．買うのだったらええてのもの」等の発言があった。その後，個人でもう一度検討する時間を取り，生徒達がエアコンの購入についてどのように考えたかを発表させた。

表 3-3-1　エアコンを購入する際の基準（観点）

エアコンを購入するための基準（A 組） ・性能が良い！・デザイン・値段 ・手入れのしやすさ・大きさ・省エネ(消費効率) ・室外機の大きさ・電気代
K 先生への質問 ・間取りは？・部屋の広さは？・予算は？
エアコンを購入するための基準（B 組） ・本体価格・電気代・見た目（色）・パワー ・サイズ・タイマー・保証年数・除菌除湿 ・メーカー・花粉・どのくらいもつか？
K 先生への質問 ・間取りは？・一人暮らしかどうか？・予算は？

表 3-3-2　どのエアコンをお薦めしたいか（第 1 時）

	スタンダード	省エネ	超省エネ
A 組	3 名	6 名	5 名
B 組	1 名	6 名	8 名

以下が，その際のプロトコルである。

T1：S1 さん，発表してくれますか？何を考えていますか？

S1：1 年間でどのくらい電気代がかかるかです。K 先生がエアコンを使用するのに。

T1：どのくらい？

S1：2 時間使うと考えて・・・

T1：なるほど。1 日 2 時間使うと考えてということですね。で，それを，365 日かけて，1 年間の電気代が出る。それを調べた。(中略)

T2：S2 くん，すごい良いことを書いているんだけど，紹介してもらっていい？

S2：まず，S1 さんと一緒で，最高 2 時間使う。それで，1 時間*[5]どのくらい使うかを求めたあとに，だいたい 10 年間使うけん，10 かけた。

T2：なるほどね．10 年間使ったとしたらで，考えているんだね。あと，みなさん，中学 2 年生でこの問題で使えそうなアイデアとかないですか？

T3：1 次関数！

T2：1 次関数という観点で考えてみると面白いかもしれませんね。

---

[5] 「1 年間」の言い間違いであると思われる。

その後,「年間電気代」と「本体価格」に着目して考えている生徒に自身のアイデアを発表させ，第 1 時を終えた。以下の図 3-3-2，3-3-3，3-3-4 は，図 3-3-1 提示後に，個人で思考し，お薦めのエアコンを選択した理由の一例である。

お薦めのエアコン　超省エネ

㋜　23×2×365＝16790　15 年→251850 円
省　14×2×365＝10220　15 年→153300 円
超　6.5×2×365＝4745　15 年→71175 円
総額　㋜　311850 円　　　省 303300 円
　　　超　301175 円

	㋜	省	超
総額	×	×	○
機能面	なし	掃除	掃除・空気清浄
範囲	6 畳	8 畳	6 畳
特典	なし	もらえるかも	もらえるかも
その他	最低限の性能の保証	8 畳だからよく冷える	使うなら 15 年

図 3-3-2　生徒のワークシート記述 1

お薦めのエアコン　スタンダード

・エアコン自体が 60000 円で安いので買いやすい.
・一日 1～2 時間程度しか使わないのなら，1 日の電気代は 23 円～46 円やけん安い.
「1 年間の電気代＋エアコン自体の値段」
スタン 76500 円　省 160220 円　超 233745 円
「10 年間の電気代＋エアコン自体の値段」
（1 日 2 時間と考えて・・・）
スタン　約 22 万 6000 円
省　約 25 万 2000 円　　超　約 26 万 7500 円

図 3-3-3　生徒のワークシート記述 2

僕は省エネモデルをおすすめします. 理由は，K 先生はそれなりに予算があり，このモデルのエアコンは，主に 8 畳のものなので，冷房のききがよさそうで K 先生が「最近暑い日が多い」とおしゃっていたので，これかなと．あと，年間で 1～2 時間使うとして，もともと K 先生は省エネなので，一番高いものにしてまで過ごす必要はないかなと.

図 3-3-4　生徒のワークシート記述 3

なお，第 1 時において授業者は，生徒に現実場面を十分に意識させたことを活かし，1 次関数の式から定数及び変数にあたるものを生徒に意識させたかった。そのため,「年間電気代」と「本体価格」に着目して考えている生徒を第 1 時の最後に発表させている。また，その後,「使用年数」を決めると「総額」が決まるという関数の考えを生徒に気づかせた後は，授業では 「グラフの読み取り」や「比較」の活動を中心に行い，お薦めとなるエアコンを考えさせたいという意図があった。

②　第 2 時

第 2 時では，第 1 時で「年間電気代」と「本体価格」に着目していた生徒から具体的な一次関数の式をどのように立てたかについて, 発表させた。この生徒は, 使用年数を x 年, 総額を y 円として立式していた。そして教師は，それ以降，どのような方針で問題解決を行うべきかを皆に考えるよう指示し，発表させた。すると,「代入！」や「連立方程式！」,「グラフ！」っといった発言がなされた。そこで, グラフを用いて考えるという発言から, 動的幾何ソフトを用いてグラフを見せ, その解釈を生徒に考えさせた。「10 年以上使うと, 超省エネがお得になる」,「9 年から 10 年使うと省エネがお得になる」,「9 年未満ならスタンダードがお得になる」といったグラフ解釈を全体で共有した。その後，K 先生の平均使用時間が 1，2 時間であることから，更なる比較・検討のため，使用時間が 1 時間の場合，2 時間の場合，3 時間の場合，4 時間の場合のグラフを提示した。各時間におけるグラフ解釈を確認し，班でどのエアコンを K 先生にお薦めするかを話し合いホワイトボードにまとめさせた。各クラスのグループで最終的にお薦めするエアコンは表 3-3-3 の結果となった。

表 3-3-3　どのエアコンをお薦めしたいか（第 2 時）

	スタンダード	省エネ	超省エネ
A 組　(全 4 班)	1 班	0 班	3 班
B 組　(全 5 班)	0 班	3 班	2 班

また，図 3-3-5 は，グループ活動でまとめたホワイトボードの内容の一部である。その後，まとめたホワイトボードを用いて K 先生にお薦めのエアコンを発表し，K 先生から講

評をもらったところで第 2 時は終了した。

お薦めのエアコン　スタンダード（A 組） 理由 K 先生は,1～2 時間使う．エアコンは,10 年～15 年ぐらい使う．1 日 1，2 時間使用したグラフを見ると,スタンダードが 10 年から 12 年くらいまでなら,電気代が一番かからないから.
お薦めのエアコン　省エネ（B 組） ・自動掃除機能が付いていて楽に掃除ができる. ・値段は 15 万と高いけどある程度は出せる. ・空気は定期的に窓を開ければよい. ・おもに 8 畳と書いているのですぐに冷える. ・1～2 時間とちょっとしか使わないので,省エネで良い.
お薦めのエアコン　超省エネ（A 組） ・部屋の間取りにあっている. ・異常気象などで使用時間が増えてきそう→1 日 3 時間と考える．→１０年間以上使用する場合,1 番合計金額が安い, ・性能もよく,スピードくじもできる．→感染病などの対策も可能！　　・後々が楽→お財布が潤う！
お薦めのエアコン　超省エネ（B 組） ・長期間使用することを考えると一番安いから.（3 時間以上使うとお得だから,K 先生には 1 時間余裕が！） ・機能が良い.（空気清浄がついているから,コロナウイルスから体を守れる.） ・自動で掃除してくれるから,忙しい日にいい. ・家の広さに適している.

図 3-3-5　グループによるホワイトボードの記述例

なお，以下の図 3-3-6 は図 3-3-4 を記述した生徒の最終的なお薦めのエアコンとその理由の記述である。

僕は，超省エネモデルをおすすめします. 理由は，K 先生は予算があり，このモデルは主に 6 畳用と K 先生の部屋にもピッタリで，1 時間あたりの電気代も安く，年間で 5000 円くらいで節約できますし，もし，12 年間使ったとしても，他の 2 つと比べても一番経済的で K 先生のお財布も潤います．また，空気清浄機能がついており，最近，流行しているコロナ対策にもつながると思ったのでオススメします.

図 3-3-6　生徒のワークシート記述 4

3.3　授業の考察

本項では実践授業において，生徒がどのような数学的活動を遂行したかを検討し，生徒はどのような批判的思考力を発揮することができたのか，特に，生徒が数学を方法としてどのような社会的判断を行ったかについて検討を行う。

本授業では「先生にエアコンをお薦めする」という文脈を設定した。授業の導入時においては，表 3-3-1 のとおり，エアコン購入のさまざまな観点を現実事象から検討をすることができたといえよう。エアコン購入にあたっては現実，これら様々な要素があることをしっかりと実感させたうえで，本時は「価格」と「電気代」に着目すること，つまり数学の舞台にのせることを強調できたといえる。導入時に「これって数学なが？」と発言した生徒がいたことは興味深い。数学は抽象化の学問であるとも言われるとおり，中学生ともなれば生徒にとっての数学は抽象的な世界の印象が強いのかもしれない。しかしながら，本時のように日常生活や社会の問題から必要な数学を取りだしたり，数学を利用したりする活動は，事象に数理という文脈を与える作業であり，このことは教科としての数学科の特質の 1 つといえる（影山，2020)。本実践の導入場面は，数学化もまた数学的活動であることを生徒に実感させる機会になり，Skovsmose（1994）が述べる「社会的具体性」もまた生じさせることができたと考える。

その後，図 3-3-1 が提示され，生徒それぞれが問題解決に入った。図 3-3-2，3-3-3，3-3-4 の生徒の様相のとおり，生徒それぞれが問題解決にあたって焦点化する部分が異なっていたと考える。図 3-3-2 の生徒は，「仮に K 先生が 15 年使ったとしたら・・・」という仮定のもと，年間電気代を求めるという焦点のあて方をしており，図 3-3-3 の生徒は「仮に K 先生が 10 年使ったとしたら・・・」という仮定を立てていることがわかる。これらは「数学的処理を遂行するための仮定」（清野，2015，p.107）ともいえ，子ども自らが仮定を設定し，現実の問題を数学的に問題解決しようと試みた様相を特定できたといえる。一方，図 3-3-4 の生徒は K 先生の状況や環境に焦点を当てており，数学（数量関係）に焦点をあてていない。図 3-3-4 の生徒はこの時点では数学的な問題解決を遂行していないが，第 2 時以降，他者との相互作用によって，次第に数学的問題解決を通した最終的な意思決定を行うことになる。その具体的様相については，後程詳述する。

第 2 時では基本的に，価格と電気代に着目した一次関数のグラフの比較・解釈を行う数学的活動を遂行している。その意味で，第 2 時における生徒にとっての中心的な問題とは「一次関数を用いて，K 先生にとって最もお得なエアコンをお薦めしよう」であった。エアコンの 1 日あたりの使用時間によってグラフが異なることから，生徒自身でエアコンの使用時間の仮定を設定し，グラフ解釈を中心とした数学的問題解決を遂行していた。

そして，図 3-3-5 が各グループにおける最終的な意思決定（お薦め案）である。数学的に問題解決した結果から生徒がどのような意味づけを行ったかについて考察してみよう。

A 組でスタンダードモデルをお薦めしたグループは，1 日 1 時間あるいは 2 時間エアコンを使用すると仮定して，グラフを用いてスタンダードモデルがより安いことを提案している。また，エアコンについては通常，10 年～15 年使用するだろうという文脈も考慮に入れていることがわかる。B 組で省エネモデルをお薦めしたグループでは，エアコンの性能や K 先生の状況，そして使用頻度からの総合的な判断で提案をしている。A 組で超省エネモデルをお薦めしたグループでは，使用時間の仮定についても異常気象という視点（根拠）をもって，1 日 3 時間使用すると仮定し，一次関数を用いて最も安いエアコンを判断していることが分かる。一方で, B 組において超省エネモデルをお薦めしたグループでは，K 先生が長時間使用すると仮定した場合，K 先生の今の使用状況から更に 1 時間余裕ができるといった視点から 1 日 3 時間使用した場合に最も安いエアコンを判断していることが分かる。いずれのグループも一次関数のグラフを用いた数学的問題解決に加え，さまざまな社会的視点を考慮に入れた上での意思決定を行っており，その意味では一次関数を用いた社会的・数学的に多様な解をそれぞれのグループが提出したといえる。これら一連の回答は広義の批判的思考力の発揮と言えるだろう。なお，授業のまとめでは，先生にお薦めのエアコンを提案するにあたって，1 つの提案に収束させてはいない。これは他者の様々な提案を共有させることがねらいであり，その意味で授業者は予め複数の提案を想定しておくことも必要であろう。

さて，本授業実践では生徒は他に，どのような批判的思考力を発揮したのか，更に検討してみよう。図 3-3-4 と図 3-3-6 を記述した同一生徒（生徒 A とする）に着目してみたい。

以下の表 3-3-4 は，図 3-3-4 と図 3-3-6 において意思決定の根拠となる要素を特定したものである。

表 3-3-4　生徒 A の意思決定における根拠となる要素

図 3-3-4 の意思決定の根拠となる要素	図 3-3-6 の意思決定の根拠となる要素
①　K 先生の状況や性格 ②　エアコンの性能	①　K 先生の状況 ②　エアコンの性能 ③　年間電気代 ④　12 年使用した時の総額 ⑤　コロナウイルス感染対策

図 3-3-4 が第 1 時において図 3-3-1 を提示した際に記述したものであり，図 3-3-6 は第 2 時終了時点における最終的な意思決定の結果である。表 3-3-4 を確認しても，図 3-3-6 の意思決定の根拠に数学（③④）が明確に用いられ，生徒 A は 2 時間の授業を通じて，現実場面を数学の眼で捉え，問題解決を遂行したといえるのではないかと考える。図 3-3-4 の

意思決定の根拠となる要素では，K 先生の状況や性格，エアコンの性能にしか焦点があてられなかったことに対し，図 3-3-6 の意思決定の根拠となる要素では，1 時間あたりの電気代や年間電気代など，数量に着目して数学的に判断していることがわかる。また，12 年間使用したと仮定したとき，3 つのエアコンの総額について比較を行っていることも記述から読み取ることができ，生徒 A は本授業を通じて社会的文脈のみの解答から数学的問題解決を加えた意思決定を行うことができたといえるだろう。

ではなぜ生徒 A は自らの思考を数学の世界に焦点化したのか。生徒 A は，第 1 時終盤のプロトコルにみられるように他者が提案した数学的方法に影響を受け，第 2 時では，自らの最終的な意思決定において数学的根拠を加える形となった。これは，第 1 時におけるまとめにおいて，教師が意図的に数学の有用性を強調したこと，第 2 時における式とグラフの解釈を行うグループ活動が，生徒 A の数学的な思考への変容を促した契機であったと考える。

本授業では，K 先生にエアコンをお薦めするという日常事象に対し，相手の状況をしっかりと考え，数学的な根拠に社会的な文脈も考慮に入れたうえで，生徒達は K 先生へのお薦めエアコンを提案した。その際には，図 3-3-5 や図 3-3-6 のように，昨今のコロナウイルス感染対策という社会的背景まで考慮に入れた提案も少なくなかった。問題を自分事として考え，より良いエアコンを購入してほしいという生徒達の意思決定はまさに本研究が目指す広義の批判的思考力を発揮したと言えるだろう。

今回の実践に限らず，社会的オープンエンドな問題を扱う場合，問題解決は個人の価値観に委ねられるため，絶対的な正しい解答というものは存在しない。複数の解答を共有することで，自分にはなかった新たな視点が提供されたり，他者が大切にする価値観を知ったりすることができる。自分の視点があくまでも一つの視点に過ぎないことに気づいたり，他者の視点に身を置いてそれを共感的に理解したりすることは第 1 章でも取り上げた強い意味での批判的思考力の特徴である（道田，2005；Paul，1995）。本授業実践では，第 2 章で示した授業デザインの条件に基づき，授業において意図的にそのような場面を設定し，複数の解答を共有する機会を作った。このことにより，生徒達が広義の批判的思考力を発揮することに繋がったことが，授業実践を通して実証されたと言える。

第 4 節　高等学校第 2 学年「リーグ戦の対戦計画」

4.1　授業計画

本節では，批判的思考力の育成を高校数学に求め，教材の数学的側面として，「組合せ論」における諸問題に着目をする。「組合せ論」における諸問題は「現実場面から題材が得やすい」，「問題は容易に理解できる一方で，その解決過程に困難性を有する」，「多様な条件設定が可能である」，「作業的・実験的な数学的活動が行いやすい」などの特性があり，社会

的オープンエンドな問題における教材としても適していると考えた。そこで,「組合せ論」の諸問題の中でも多くの高校生にとって馴染みが深いであろう「リーグ戦の対戦計画」を主題として採択した。

「リーグ戦の対戦計画」は，学校における球技大会や部活動の大会などの身近な場面から，プロ野球や J リーグなどのプロスポーツに至るまで，多くの学習者にとってなじみのある問題であることに加え，それぞれの場面において毎年のように何らかの基準のもとで実際に計画が立てられ実行されている。また，あまり多くの予備知識を仮定せずにそれぞれが試行錯誤しながら自分なりの考えでアプローチできる利点もある。これまで同様に，本授業実践で扱う「リーグ戦の対戦計画」問題が社会的オープンエンドな問題の持つべき特性を満たしているかどうかを作成した学習指導案(巻末資料 4)を基に検討してみよう。

ア：社会的文脈の重視

「リーグ戦の対戦計画」問題は，授業実践校においても実際の球技大会の対戦計画を練る際に必然的に生じる問題でもある。生徒にとっては関心をもちやすい具体的な課題であると考えられる。

イ：問題の真正性

本章第 1 節でも述べたように，問題の真正性（authenticity）には,「子ども達に与える問題が一般的な表現をしているのではなく，具体的な主題があり，具体的な目標があり，具体的な場面がある」(島田・馬場，2014，p.77）ことが求められる。本授業実践における主題は「よりよいリーグ戦を実現するためには，どうすればよいか？」であり，授業の導入は，実際の球技大会の理想の対戦計画を練るという意味で，その目標は真正性を満たしていると言える。しかし，具体的な場面については，現実を求めすぎると，実際のチーム数（クラス数)，コート数，時間的制約など様々な条件を考慮に入れることになり，数学授業で扱う内容として，数理的処理を行うことが困難なものとなってしまう懸念もある。そこで，本授業実践では，授業の導入場面では問題の真正性を重要視するものの，生徒達が実際に問題解決する場面ではある程度条件づけた数学の世界における問題解決を重視することとした。

ウ：問題の条件付け

「リーグ戦の対戦計画」問題においては，よりよいリーグ戦の実現に向けて,「よりよい」の解釈に多様性が生まれ，例えば,「連続で試合を行わない」,「全ての試合を早々に終えるチームができるだけ出てこないよう計画する」などの条件付けが考えられよう。「連続で試合を行わない」条件については，数学的帰納法により，対戦計画の存在が証明可能であるものの，その対戦計画表はそのまま採用できるかと言うと現実的ではない。つまり,「よりよい」対戦計画表の実現に向けて，更なる条件付けが必要となり，解は多様に存在することとなる。その意味で本題材は問題解決の結果においてもプロセスにおいても非常にオー

プンな特性を持っていると言えるだろう。

それでは，よりよいリーグ戦を計画するにあたって，どのような条件付けが必要になってくるであろうか。先述の通り，「連続で試合を行わない」,「全ての試合を早々に終えるチームができるだけ出てこないよう計画する」等の条件付けに加え,「優勝チームの決定のタイミング」なども重要な要素となり得る。例えば，優勝候補の 2 チームの対戦はできるだけ後半に計画する等は興行性の社会的価値観とも言えるだろう。また,「連続で試合を行わない」条件をさらに強め,「試合間隔を 2 試合や 3 試合以上空けて計画する」等は問題解決の中での倫理観の表出とも言えるであろう。

エ：社会的オープンエンドな問題の取り扱い

リーグ戦の対戦計画を練ることは，正に現実世界の問題である。よりよい対戦計画表の作成の実現に向けて,「よりよい」を具体的で単純な条件（例えば,「連続で試合を行わない」,「全ての試合を早々に終えるチームができるだけ出てこないよう計画する」）に置き換えることは数学的モデリングにおける定式化にあたる。また，解決にあたって，表に表したり，チーム名を記号で表したり，グラフを用いて図で表したりすることは数学的モデリングの一部である。さらに, 得た数学的解決結果を現実の事象に翻訳し直すにあたっては,定式化の段階を見直す活動も期待できよう。

ここで，本授業に内在する数学的背景と授業設計上の留意点についても述べておく。本授業実践で扱う問題は, 先述の組合せ論の特性「現実場面から題材が得やすい(第 1 項目)」,「問題は容易に理解できる一方で，その解決過程に困難性を有する（第 2 項目)」,「多様な条件設定が可能である（第 3 項目)」,「作業的・実験的な数学的活動が行いやすい（第 4 項目)」を有する。これらの特性のうち，第 1 項目については，先述の通りである。問題の解決過程では，まず小さな n（n=3,4）で対戦計画を立てていくことになり，n を大きくしていくと（n=5,6）具体的な対戦計画を立てるのが難しくなるが，問題に取り組むこと自体は困難ではなく，これは第 4 項目に関わる。一方で，一般的な n については「n が大きいとたぶん大丈夫だ」と予想がたつが，その証明についてはやや困難である。授業を設計するにあたっては，これらの特性もまた鑑みた。具体的には小さな n について順に対戦計画を立てさせ，作業的・実験的な数学的活動（ここで得た結果は数学的帰納法を用いた証明で利用することとなる）をさせた後，一般の n について議論する難しさを教室で共有させることにした。しかし，この解決はとても困難であるため，解決の 1 つの方向性は授業者から提示することとした。

また，問題解決にあたっては，各 n に対して対戦計画を直接構成する際，何らかの規則で計画を立て，条件が満たされない（あるチームが連続して試合をする）部分を微修正するという方法が一般的である。ただし，この方法では大きな n の場合，より複雑になるため対戦計画を構成することは困難となる。実際には, 大きな n に対しても, van Lint & Wilson

(2001, pp.536-541)などで扱われている幾何グラフを用いて規則的に対戦計画を構成する方法や van Lint & Wilson (2001, pp.369-382)などで扱われている代数的な手法によって，組合せ論的に解決することは可能であるが，予備知識が必要となることや，本研究が射程としている批判的思考力を鑑み，厳密な数学的側面を授業で中心的に取り扱うことは控えることとした。

4.2　授業実施

対　象：国立大学附属高校第 2 学年 1 クラス（男子 22 名，女子 20 名，計 42 名）
日　時：第 1 時　2017 年 2 月 17 日 5 限
　　　　第 2 時　2017 年 2 月 17 日 6 限

実践された授業では，小集団活動（グループ活動）に想定以上に時間がかかったため，計画していた時間配当とは異なる進み方をしたが，内容の展開は概ね学習指導案（巻末資料 4）の流れの通り行われた。本項では，生徒の反応を中心に授業の実際を示す。

導入場面では授業者が，学校のクラスマッチ（球技大会）の話題から，本時はクラスマッチ実行委員の一員として，リーグ戦の対戦計画を立てる活動を行うことを伝えた。学習プリントの例 (表 3-4-1) を用いて，リーグ戦の対戦計画をつくるときには配慮すべきことがある（ここでは，チーム①が連続して試合を行っているため「連チャンでかわいそう」という意見が出た）ということを確認し，課題 0「『よりよい』計画を立てるために配慮すべきことのアイデアをできるだけ多く出そう」へと取り組ませた。

表 3-4-1　リーグ戦の対戦計画の例

	チーム①	チーム②	チーム③	チーム④
チーム①		第 1 試合	第 2 試合	第 3 試合
チーム②			第 4 試合	第 5 試合
チーム③				第 6 試合
チーム④				

課題 0 に対する生徒の回答には，どのチームも連続した試合がないようにする，どのチームも試合間隔が同じになるようにする，同じ試合数どうしのチームが対戦するようにする，休みが多すぎないようにする，審判は公正にする，交渉して 2 面使えるようにする，などの他，図 3-4-1 に示すように様々なアイデアがあった。

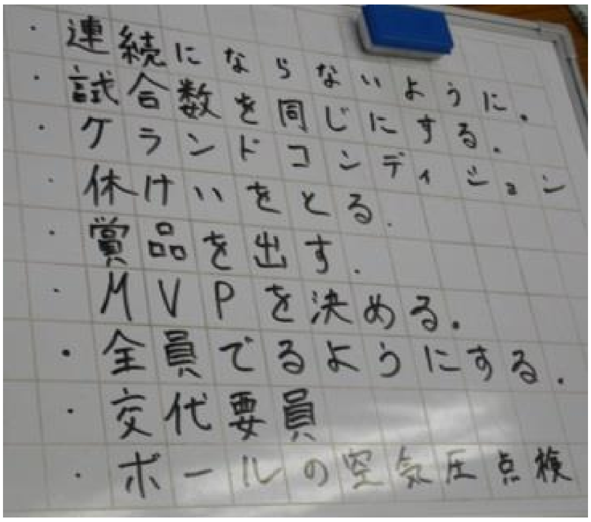


図 3-4-1　課題 0 に対する生徒の回答

生徒にアイデアを発表させ教室内で共有した後，授業者は，これらの配慮すべきことを踏まえた上でリーグ戦の対戦計画をつくりたいが，いきなりすべての条件を満たすようにつくるのは難しいため，まずはアイデアとして出た数の多かった「どのチームも連続した試合がないようにする」という条件を満たす対戦計画をつくることを提案した（学習プリント「課題 1」)。

課題 1 の考察は，学習プリントにそって $n=3$，4，5，6 $\left(n\text{ はチーム数}\right)$の場合に分けて進められた。それぞれの場合について条件を満たすような対戦計画が実現可能かどうかを，可能な場合はその例を示し，不可能な場合は根拠を示しながら調べた。その後，課題 1 の結果から，$n \geqq 5$ であれば条件を満たすような対戦計画が実現可能であるだろうという予想が立てられ，課題 2 の解決へと展開した。

課題 2 では数学的帰納法の考え方を用いた証明が考えられた。詳細は学習指導案の通りであるが，$n=k$ の場合を仮定して $n=k+2$ の場合を示す，という構造の帰納法による証明は容易ではなく，解決には想定以上の時間を要した。

課題 2 の解決後，すなわち，$n \geqq 5$ であれば「どのチームも連続した試合がないようにする」という対戦計画が実現可能であることを確認した上で，授業者は「これでクラスマッチ委員としての仕事は完了，ということでよいですか？…（中略）…もう 1 回課題意識に立ち戻ると，公正・公平なクラスマッチのリーグ戦を作ってください，ということでした。いままで（課題 1，2 の解決の中で）作ってきた対戦計画は公正・公平，といえますか。」と問いかけた。以下は，そのやり取りのプロトコルの抜粋である。

S1：公正じゃないと思います。

T ：公正じゃない，その理由を聞いていい？

S1：例えば，10 試合するとして，ある 1 チームは最初の 5 試合に 3 試合するとして，で

も，あるチームは後半の…うーん，なんというか，休憩時間が長かったり短かったりしたら，というのも考えたら公正じゃないと思います。

T ：休憩時間が長すぎたり短すぎたりっていうのも考えたら公正じゃない，と。これ（板書された対戦計画の例を指して）ってどんな「公正じゃなさ」がある？休憩時間どうなってますか？

S1：2 チーム（チーム $k+1$ とチーム $k+2$）だけが最後の方に固まっている。

T ：確かに，その通りだね。…ということで，まだまだ配慮すべきことがたくさんありそうです。…（中略）…これからは，自分たちで配慮する事項を決めてください。そして，それが配慮された対戦計画が実現可能かどうかを調べてください。

小集団での課題設定，課題解決の時間を取った後，自分たちの班で決めた配慮事項と，その条件を満たす対戦計画の実現可能性を発表させた。いずれの班においても，設定した条件に対して具体的な n の値での実現可能性は議論できていたが，一般の n に対する結論を得ることはできていなかった。試合の間隔（休憩時間の長短），対戦チームのこれまでに行った試合数，といった条件に着目する班が多かった。例えば，図 3-4-2 は，対戦相手の組合せ表と，試合の進行表とを両方用いて考察している。「連続して試合をしない」かつ「休憩間隔が均等になる」よう検討している様子が窺える。組合せ表からは「どのチームとどのチームを対戦させるか」が考えやすく，進行表からは休憩間隔が見やすい。図 3-4-3 は「今までにやった試合の差が 1 つ以内になるよう，かつ，連続して試合することがないように配慮」した班のホワイトボードである。$n=5$，6，7，8 の場合は実現可能であるという結果を得ている。

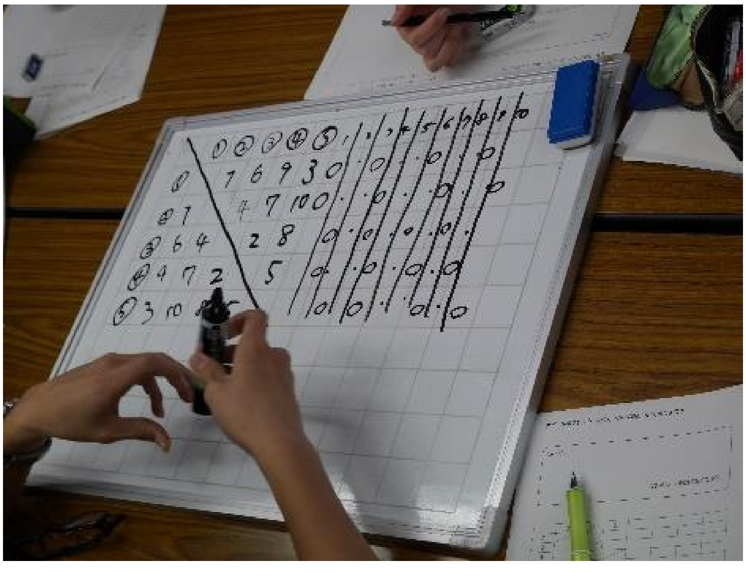


図 3-4-2　考察の様子(1)

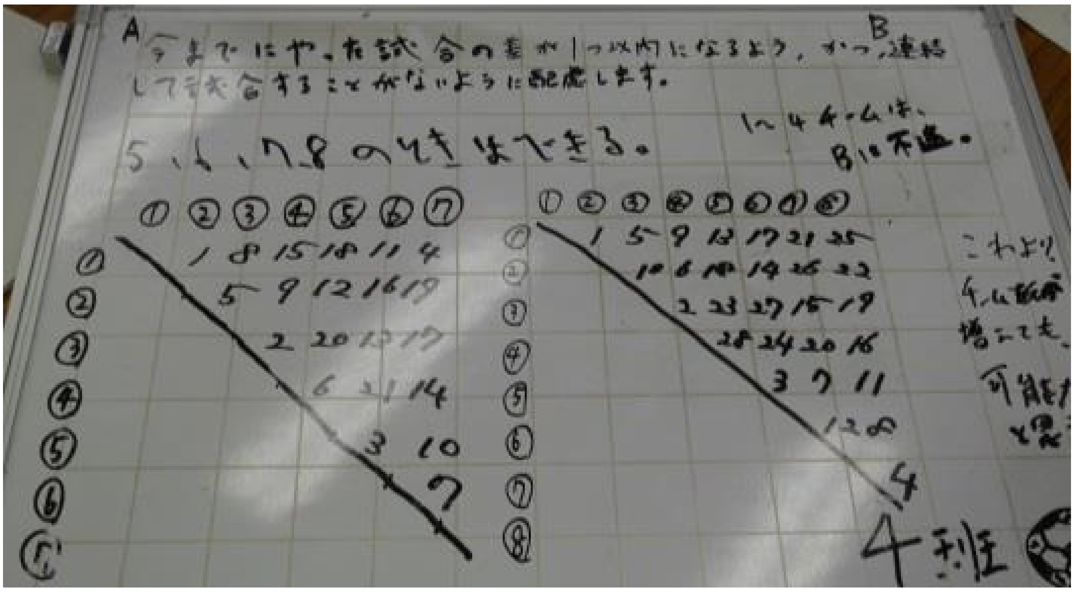


図 3-4-3　考察の様子(2)

4.3　授業の考察

本授業の中心的テーマは「リーグ戦の対戦計画において，よりよいリーグ戦を実現するためには，どうすればよいか？」であった。このテーマに関して，生徒達は如何なる批判的思考力を発揮したのか，またそれはどのような場面で発揮され，それを可能にした要因は何だったのか，これらについての考察を授業の実際を基にしながら議論していく。

本研究で育成を目指す批判的思考力は，広義の批判的思考力であり，その問題解決にあたっては数学的判断に加え，個人的あるいは社会的価値判断が同定されうる。本授業において生徒達の個人的・社会的価値観が表出した場面は，2 つあったと考えられよう。1 つは，導入場面における課題 0 への取り組み，すなわち，「よりよい」リーグ戦の対戦計画とは何かを考える場面である。そしてもう 1 つは，課題 2 の解決後，すなわち，連続して試合をするチームが出ないようにするための対戦計画の考察後，対戦計画の公正性・公平性に再び注目して，新たな対戦計画を考える場面である。これらの場面では，「よりよい」や「公正・公平」という非数学的な用語を各々の生徒が解釈することで，「連続試合数」や「休憩時間」などの条件付けを行っていった。生徒によっては，「公平な審判をつける」，「グラウンドコンディションで差が出ないようにする」などの意見をだす者もあり，数学には容易に還元できない条件を考えている様子がうかがえた。これら 2 つの場面は，数学化サイクル（図 1-6-1）の視点から捉えれば①，⑤に対応する。第 1 章第 5 節でも述べたように，従来の「擬似現実的(quasi-real)」なモデルを扱う授業では，①，⑤の場面が生徒自身によってなされていたかどうかに疑義が残る。今回の授業では，問題の状況に「社会的具体性」（Skovsmose,1994）をもたせ，導入場面において「クラスマッチ委員」という役割を想定させた結果，問題に真正性をもたせることができたと考えられる。数学科で扱う教材につ

いて,「社会的具体性」(Skovsmose,1994) を持たせて真正性を担保すれば, いつでも数学化サイクルを回すような授業展開が可能であるわけではない。①および⑤を可能にするためには, 現実的な場面の中でも, 数量や形, およびそれらの関係性だけを抽象し, 数学化できるようなものを設定しなければならない。今回のテーマである「リーグ戦の対戦計画」を含め, 身近な現実的場面を比較的容易に数学化できる離散数学 (特に組合せ論) は, 数学化サイクルを回すような授業をデザインする上で有効な教材となるだろう。そして, 数学化サイクルを生徒自身が回すような活動が展開できれば, ①や⑤の場面において個人的・社会的価値観を含んだ広義の批判的思考力が発揮されることが見込まれる。

では, 本授業実践における批判的思考力の具体とは, 何だったのか。それは, 数学を「方法」として, 具体的には「数学的帰納法」を用いて, $n \geqq 5$ であれば「どのチームも連続した試合がないようにする」という対戦計画が実現可能であることを確認したことに対する更なる代替案の提出がそれである (例えば, 図 3-4-3)。数学的帰納法を用いれば, 本授業実践の前半で目指した「連続で試合を行わない」という「よりよい」リーグ戦の対戦計画は実現可能であることが保障される。しかし, それはあくまでもこの場面で用いた「数学的帰納法」による数学の世界における保障であり, それが現実場面に翻訳された際には, 彼らの社会的価値判断によって, 更なる「よりよい」リーグ戦の対戦計画が望まれ, 検討され得る。本授業で, 批判的思考が契機となり, このような更なる数学的活動が推進された背景には, 授業の導入時における社会的価値観の顕在化もその一因となったと考える。これら一連の数学的活動は, 飯田ら (1994) が提唱した「算数・数学の人間的な価値が認識できる数学的活動」(p.33) とも言えるであろう。

生徒達が構成した数学モデルについても言及しておこう。本授業実践では社会的価値観から形成される数学モデルの方向性として, その中心には「数学的帰納法」に帰着させた展開となっている。一方で, 具体的な n についての検証では, 表での考察はもとより, 例えば, $n=5$ の場合では, 正五角形をもとにして対戦計画の検証を進める者もおり, 各個人の問題解決場面においては多様な数学モデルの構成が認められた。ただし, 生徒にとって数学が, 社会に対する批判の道具 (Skovsmose & Nielsen , 1996) として扱われたかと言えば, そうではないだろう。この点については, 2 時間程度の実験授業であるため, カリキュラム全体を考察していく上での課題として残したい。

第 5 節　中等教育における社会的オープンエンドな問題の特性の考察

ここまで中等教育における社会的オープンエンドな問題の開発及び実践を行い, 生徒による批判的思考力の具体を分析してきた。本節では, これら実践から見られた社会的オープンエンドな問題の特性について, その問題の社会性, 数学性, 数学教育性の観点から考察を行う。

5.1　社会的オープンエンドな問題における社会性：問題文脈の真正性の観点から

本項では，まず社会的オープンエンドな問題の持つ社会性について考察する。社会的オープンエンドな問題における「社会的」とは，日常の中で生起しているもしくは生起する可能性があり，集団が共同に関心を持つ複合的，具体的課題のことを指す（島田・馬場，2014)。つまり，子ども達には彼ら彼女らにとっての日常的な問題文脈が提供されることとなる。島田（2017）は，社会的オープンエンドな問題の持つべき特性に「問題文脈の真正性」を挙げるように，社会的オープンエンドな問題における社会性を考察するにあたっては，子どもたちに与える問題文脈の「真正性 (authenticity)」の観点からその意味を考究してみよう。

数学教育における「真正性」を考察した上ヶ谷 (2017) は，Weiss,Herbst,&Chen (2009) の論考に基づいて,その意味の多義性を次の表 3-5-1 のように整理している。上ヶ谷(2017) によれば，これら 4 つの意味の違いは,「本物」感を何に求めているかの違いであるとする。真正性を，現実世界に対する本物感（AM_W)，学問的内容に対する本物感（AM_D)，専門家の活動に対する本物感（AM_P)，学習者にとっての本物感（AM_S）の 4 つに分類し，AM_W と AM_D は，扱われている数学的内容の真正性を，AM_P と AM_S は，学習者の活動の様相の真正性を問題にしている。

では，社会的オープンエンドな問題における真正性は，これら 4 つの分類に従うと，どのように捉えることができるだろうか。広義の批判的思考力では，与えられる問題文脈が現実世界のものであるとされ，それは批判的数学教育の立場からも同様であり，その意味で内容の真正性としては，AM_W となる。また，活動の真正性としては，構成主義の立場から検討されている見方（上ヶ谷，2017）である AM_S の立場とみなすことができよう。表 3-5-1 における 4 つの分類は互いに排他的な分類ではない（上ヶ谷，2017）ことからも本研究における社会的オープンエンドな問題については，その真正性の意味を AM_W と AM_S の立場で捉えることとする*[6]。

[6] 数学教育において生徒の批判的思考力の育成を目指す上で，「真正性」は常に AM_W と AM_S の立場で捉えられるとは限らない。例えば，服部・井上（2015）における実践は，「研究者の活動の縮図的活動」（市川，1998）を学習の基本形態とする RLA 形式の授業を採用しており，その意味では，AM_D と AM_P の立場といえる。

表 3-5-1　「真正な数学」の多様性（上ヶ谷，2017，p.5）

記号	説明	真正性の対象	真正性の視点
AM_W	扱われている数学的内容が現実世界の文脈に対して忠実である程度.	内容の真正性	観察者
AM_D	扱われている数学的内容が学問領域としての数学に対して忠実である程度.		
AM_P	学習者の活動が専門家（例えば，数学者）の実践と類似している程度.	活動の真正性	
AM_S	学習者の活動（特に思考）が学習者の経験から創出されている程度.		学習者

しかし，ここまでの議論における「真正性」はともすれば「現実場面の問題文脈」にそのまま換言することも可能であり*[7]，その「度合い」についての精緻な分析は未だなされていない。上ヶ谷（2019）では，真正性の高さを調整する必要性のもと，そのバランスを検討するための基礎資料を提供している。

真正性を社会的構成概念とみなした Vos（2018）は，学習者に真正な学習環境を提供するには，学習者に真正であることの「認証（certification）」をさせることが一つに重要であるという。

先述したように，上ヶ谷（2017）では，数学教育における「真正性」を大きくは AM_W, AM_D, AM_P, AM_S の 4 つに整理している。氏によれば，これら 4 つの意味の違いは，「本物」感を何に求めているかの違いであるとする。真正性を，現実世界に対する本物感（AM_W），学問的内容に対する本物感（AM_D），専門家の活動に対する本物感（AM_P），学習者にとっ

[7] 例えば，中和・高阪（2019）では，5-6 歳児の年長児に対し，「紙で作成した丸いケーキの分配」問題と実際の「みかんの分配」問題を与えた実践について，比較検討をし，幼児達は後者の活動をより真剣に行ったと報告している。後者の問題は Authentic ではなく real そのものであるが，「真正性の度合い」の観点で言えば，この両者をつなぐ範囲における学習者の様相を考察することは今後興味深い。

ての本物感（AM_S）の 4 つに分類し，AM_W と AM_D は，扱われている数学的内容の真正性を，AM_P と AM_S は，学習者の活動の様相の真正性を問題にしている。上ヶ谷（2019）では，対数概念の応用を指導する一環として扱った題材「51000 はどれくらいの大きさの数か」を探究する中で，真正性の高さのバランスについて検討し，結果，生徒達が将来的に直面する AM_W の意味での真正性の高い問題場面に備え，AM_S 以外の真正性が低い課題から始めて，徐々に他の観点での真正性を高めていくという学習過程の実現可能性を示唆した。ここで，授業の導入において，AM_W の意味での真正性の高い場面を生徒達に提供することを検討してみよう。この意味での真正性の度合いについて，Palm（2008）は次のように述べる。

《学校外の課題の文脈を有する学校課題が真正であるためには，現実生活におけるなんらかの課題状況を表すものでなければならず，かつ，その状況の重要な側面がなんらかの合理的な程度にシミュレートされなければならない。》（p.40）

Palm（2008）はこのシミュレートに関して，「学校外の課題状況を完全にシミュレートすることはできない」（p.40）と述べる一方で，「より高いまたはより低い忠実度でシミュレートする課題を作成することは可能」（p.40）とし，真正性の度合いを指摘している。この意味で考えると，今日の数学教科書に見られる多くの文章題は学習者当人にとっての純粋なる現実世界のものではないし，かといって非現実的なものでもない，いわば擬似現実的（quasi-real）なモデルであり（飯田，1990），これらは「低い忠実度でシミュレートされた課題」とも捉えることができよう。ここでのシミュレートとは，扱うデータが実データであるかどうかや，問題文脈においてその解決にあたり非本質的な部分を如何に捨象するかという「現実性の高さ」を「度合い」としている。一方で，数学教育において真正な問題場面を提供することは生徒達の動機付けや能力の向上に寄与し得るが，しかしながら，真正な問題場面を提供さえすれば，必ずしもこれらが向上するとは限らない（Vos, 2018）。問題文脈が相当に現実性の高い問題文脈であったとしても，その問題文脈が学習者にとって解決の必要性のないものであるならば，学習者の問題解決の遂行自体が期待できないのである。

また，Vos（2018）は課題設計者が与える問題文脈と学習者の関係について次のように述べている。

《課題設計者は真正な側面を真正でない側面に縮小する。この縮小は生徒達に経験を提供し，現実の専門家が現実の世界で現実の数学を使うことの“感触”を彼らに与える目的を果たす。すべてが教育において本物である必要はない。学習環境のすべての側面が本物であれば，生徒達はプロの仕事を完全に引き受ける。（中略）しかしながら，生徒達は批判的な消費者になるべきで，またプラスチック汚染や CO_2 排出問題について憂慮する市民にもなるべきである。課題設計者はさまざまな生徒の幅広い関心に焦点

を合わせることが重要である。》（p.11）

Vos（2018）はこのように,「現実性の高さ」と「学習者にとっての関心」について言及し，真正性を分析するためのツールとして，例えば，“課題文脈”と“問い”と“解法手段”の 3 つの真正な側面を選択した 3 次元図を示している。しかしながら Vos 自身も，真正であり得る側面は他にも多々あるとし，今後，これら以外の検討の必要性も述べている。

そこで，本研究では，上ヶ谷（2017）の分類でいえば，内容の真正性と活動の真正性の両面からの検討の必要性を鑑み，内容の真正性（AM_W，AM_D）と活動の真正性（AM_S）を接続する教材開発の観点から，問題文脈の親和的潜入性のモデルを図 3-5-1 のように提案したい。AM_Sの意味での「真正性」を縦軸に，AM_W（AM_D）の意味での「真正性」を横軸としたモデルである。

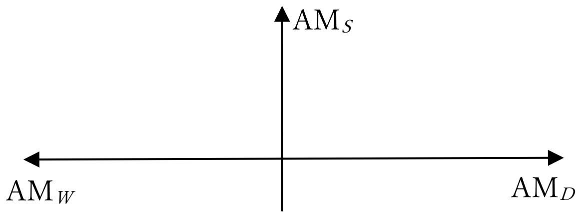


図 3-5-1　真正性に関する問題文脈の親和的潜入性のモデル
（服部・上ヶ谷，2019，p. 545）

以下，このモデルについて詳述しよう。横軸については，真正性の対象が「内容」である AM_W と AM_Dを現実性（具体性）と数学性（抽象性）の意味で両極に設定した。また，縦軸の AM_Sについては矢印の方向に向かうほど, 学習者自身の活動性の度合いが高いことを意味する。そしてこのように AM_S と AM_W（AM_D）の関係を，便宜上，平面座標で見たとき，第 1 象限と第 2 象限に「真正な数学的活動」（上ヶ谷，2017）を実現するための，異なる「真正性」間の関係性が議論できるようになる。真正な数学的活動を実現する場合，少なくとも AM_S の観点から真正性が実現できていなければ，たとえ他の真正性が実現できたとしても，数学教育として実質的な価値を持ち得ない（上ヶ谷，2017）。第 3 象限及び第 4 象限は AM_Sの意味での真正性が実現できていないことを意味する．そして，第 1 象限と第 2 象限に目を向けると，学習者の活動性を高める AM_W と AM_Dが存在することを意味し，それを「学習者にとっての問題文脈の親和的潜入性」（以下，潜入性と略す）と表現したい。つまり，潜入性とは学習者にとって，その問題文脈が考えるに足る有意味性を持ち得るかどうかの程度を表している。そして，潜入性は現実の世界のみならず，数学の世界においても存在する。

ここで，図 3-5-1 のモデル及び潜入性の概念を，本章第 1 節で開発・実践した「自動車の購入」教材から検討してみよう。平成 28 年度全国学力学習状況調査中学校数学 B3（以

下，全国調査問題）では，航平さんの家において，新しい自動車を購入することを数学的に検討する問題が出題されている（国立教育政策研究所，2016)。具体的には，車両価格が 280 万円の電気自動車（1 年間あたりの燃料代は 4 万円）と車両価格が 180 万円のガソリン車（1 年間あたりの燃料代は 16 万円）のどちらを購入するべきかという問題文脈である。それぞれの車の使用年数に応じた総費用を比較するために，一次関数を用いて数学的に問題解決する方法を問うている。さて，この全国調査問題を原問題とするとき，真正性をより高めるにはどのようなことが考えられるであろうか。一つに，登場人物である“航平さん”は架空の人物であるため，“航平さん”を学習者にとっての身近な存在に置き換えることが考えられる。さらに言うと，その身近な人物に，ある考えを提示させ，生徒達にはその判断の根拠やそれを支える価値観を顕在化させることなども考えられるだろう（清水，2007)。また，自動車の使用状況（1 年間あたりの燃料代）が既に相当に単純化されているため，授業において学習者自身で定式化させる場面を設定することも考えられる。そして，原問題では，最後の問い（3）において，電気自動車とガソリン車の総費用が等しくなるおよその使用年数を考えさせているが，この文脈に有意味性を持たせる工夫（2 つの車の総費用が等しくなるおよその使用年数を求める理由を持たせる工夫）も必要である。本章第 1 節の社会的オープンエンドな問題「自動車の購入」では，これらの点を鑑み，全国調査問題を発展させる形で開発・実践を行っている。あらためて概要を述べると，まず，授業の導入において，自分達の学級担任が新しい自動車を購入しようとしていることを生徒達に共通理解させ，本時では「先生にお薦めの車をみんなで提案しよう」という社会的文脈を設定し，中心的課題として図 3-5-2 の問題を考察させる展開をとった。

教師は自動車の購入を検討しています。購入を検討している「ガソリン車」･「ハイブリッド車」･「電気自動車」の価格及び燃費は次の通りです。また，教師は年間に 12000km 走っており，ガソリン価格は 120 円/L，電気代は，12 円/kwh とします。

	ガソリン車	ハイブリッド車	電気自動車
価格	180 万円	210 万円	240 万円
燃費	15km/L	32km/L	8km/kwh

教師は，「私は値段の一番安いガソリン車を買う」と言っています。あなたなら，これらの 3 つのタイプの車から，どれを教師にお薦めしますか？

図 3-5-2　社会的オープンエンドな問題「自動車の購入」の中心的課題

結果，授業では，生徒達の様々な価値観（公共性，道徳観） が表出し，その問題解決に

おいては，数学的判断に社会的価値判断を加えた多様な問題解決を遂行する生徒達の様相を捉えることができた。さて，これら 2 つの教材を先述の図 3-5-1 のモデルで捉えた場合，潜入性の概念も合わせて図示すると以下の図 3-5-3 のようになろう。

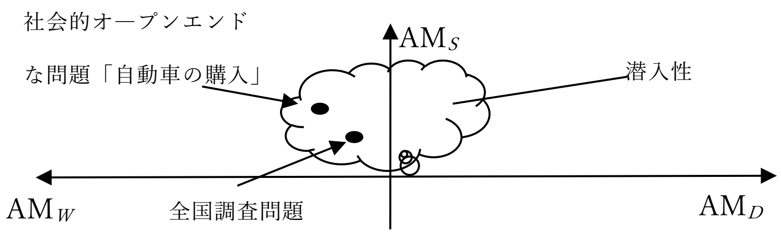


図 3-5-3　全国調査問題と社会的オ―プンエンドな問題「自動車の購入」の真正性の関係と潜入性（服部・上ヶ谷，2019，p.546）

社会的オープンエンドな問題「自動車の購入」は全国調査問題に比べ，AM_W の意味で問題文脈がより現実性の高い設定がなされており，また，AM_S の意味においても学習者の経験が社会的価値観という形で顕在化するため，より高い度合いに設定されよう。そして，潜入性の概念は，第 1 象限，第 2 象限をカバーする形で広がりを見せていくことになり，真正な数学的活動を実現するにあたって，教材開発の観点からの授業設計上の実践的示唆になりえると考えられる。

5.2　社会的オープンエンドな問題における数学性

社会的オープンエンドな問題を扱う先行研究においては，理論と実践の両面において，子ども達が表出する社会的価値観に焦点をあてる傾向が強い。社会的オープンエンドな問題では，個人（あるいは集団）の社会的価値観に基づいて数学的な問題解決が遂行されるが，本項では社会的オープンエンドな問題に内在する数学性や子ども達が遂行する数学的問題解決に焦点をあてる。つまり，子ども達はどのような社会的場面でどのような数学を使うのか？各学校段階で社会的オープンエンドな問題を扱うにあたって，子ども達が遂行する数学的問題解決に洗練性の差異は同定しうるか？社会的オープンエンドな問題に内在する数学には，ある種の傾向性が認められるのか？本項では，これらの課題を考究するための準備作業を行う。

まず，社会的オープンエンドな問題の数学性を同定するにあたって，数学的方法に関わる概念として，中心概念及び PISA2022 数学フレームワークから Key Understandings の概念を取りあげてみたい。

このたびの改訂学習指導要領（例えば，文部科学省，2019）が数学的な見方・考え方を強調しているように，日本の数学教育では古くから数学的な考え方の育成が教科「数学科」

で数学を学ぶ第一義として挙げられてきた。数学的な考え方が高等学校の学習指導要領で初めて登場したのは昭和 31 年度改訂版である。中心概念もまたこのときの学習指導要領で初めて明示された概念であった。中心概念は数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲの教育内容にて示され，例えば,数学Ⅰでは「代数的内容および幾何的内容を通して一般化すべき数学的な考え方を，中心概念として例示する」（文部省，1955，p.11）とされている。中心概念は，「すべての高校生が一般教養を身に付けるという教育目的のもとでの教育目標としての数学的な考え方に対応する,教育内容としての数学的方法」（長崎，2013，p.255）であった。しかしながら，当時の日本では中心概念を評価することが困難であるとの批判があり，直接指導する内容項目ではないことが教師の理解を困難にし，中心概念や態度概念は数学ではないとの理由で拒否されたようである（湊，2007)。実際，中心概念はその後の学習指導要領の改訂で明示されなくなってしまった。

一方，21 世紀に入り，OECD が「キー・コンピテンシー」を提唱し，その一角を担う数学的リテラシー概念が PISA の枠組みに用いられた。PISA は学校カリキュラムに通常規定されている知識や技能を超えた活用の能力を重視し（湊，2007)，言わば，市民的教養としての数学的な資質・能力が世界的に注目を集めることとなった。数学的リテラシーを身に付けるという意味は，基礎的な知識や技能を単に獲得することではなく，身の回りの状況や文脈の中で事象を数学の眼でとらえ問題を解決することができるようになること，そしてその過程で用いられる数学的方法とその意義を知ることまで込めて考えることである（清水，2018)。数学的方法を強調した数学的リテラシーのこの理念は，まさに中心概念と調和的である。その意味でも，中心概念は半世紀以上の時を経て，今後の数学教育の改善の方向性の 1 つとしても注目を集めている（清水，2018；日本学術会議数理科学委員会数学教育分科会，2016)。

それでは，昭和 31 年度改訂版学習指導要領当時の数学Ⅰで位置づけられた中心概念を検討してみよう（表 3-5-2)。

表 3-5-2　数学Ｉの中心概念（文部省，1955，p.13）

中心概念
a　概念を記号で表すこと
記号・文字による一般的表現
文字式
式の形
b　概念・法則などを拡張すること
拡張の原理
c　演繹的な推論によって知識を体系だてること。
公理・定義
定理・命題
証明
d　対応関係・依存関係をとらえること
函数的関係
統計的関係
図形的な対応関係・依存関係
命題の論理的依存関係
e　式や図形について不変性を見いだすこと
f　解析的方法と図形的方法の関連
函数のグラフ

中心概念は目標に述べられている数学的な考え方の内容を具体的に例示するため設けられ，教師はこの例示を参考として「数学Ｉ」の目標にふさわしい数学的な考え方の内容を具体的に明らかにして指導にあたることが必要とされた（文部省，1955）。数学Ⅱの中心概念は，数学Ｉの中心概念のうち，数学Ⅱの内容に即したものは引き続きそのまま取り上げるとともに，そのいくつかについては新たに発展した内容のものが付け加わっている。例えば，「函数の大域的な性質や局所的な性質をとらえること」（※以後，d’とする）などが付け加えられた。数学Ⅲでは「統計的な事象を量的にとらえること」（※以後，g とする），「極限によって量をとらえること」（※以後，h とする）などが付け加えられた。

数学的考え方の例示である中心概念は社会性をもつ PISA の力量群に比べると数学自体に拘束されていて狭いが，これまでの PISA 調査における 8 つのコンピテンシーとも確かに重複が見られる（清水，2018；湊，2007）。それでは，このたびの PISA2022 数学フレームワークから Key Understandings の概念との共通性を検討してみたい。PISA2022 数学フレームワーク（図 3-6-1）では数学的リテラシーの基本概念に基づき，数学的推論と問題解

決（数学的モデリング）サイクルの 3 つのプロセスを関連付けることで，評価の理論的基盤が定義された。

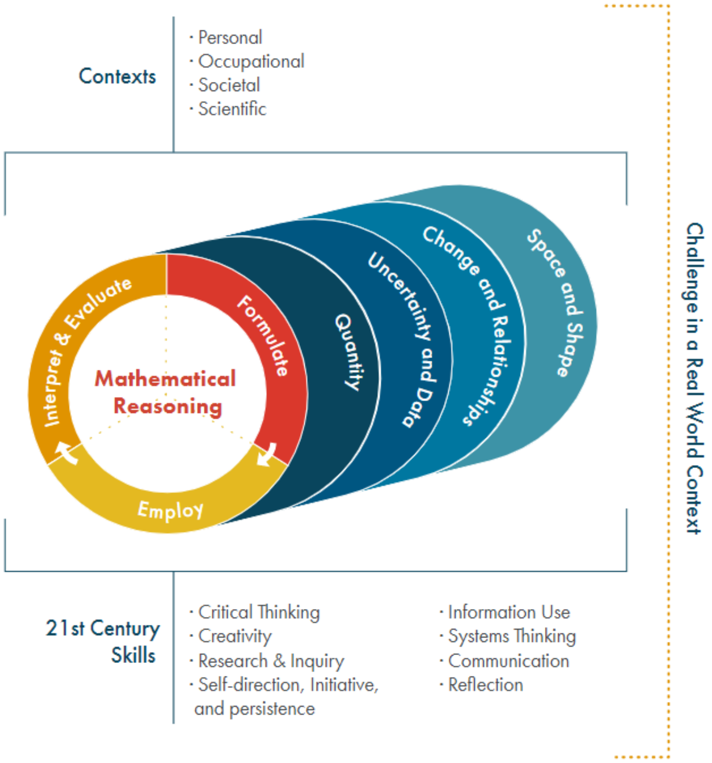


図 3-5-4　PISA2022 数学フレームワーク（OECD，2018b）

数学的推論については，数学的リテラシーの中核をなしており（OECD，2018a），論理的に推論し，誠実で説得力のある議論を展開する能力として強調され，特に以下の 6 つの重要な理解（Key Understandings）が必要とされている（表 3-5-3）。中心概念との共通性を考察すると，中心概念 a の「概念を記号で表すこと」は Key Understandings の A，B に，中心概念 d の「対応関係・依存関係をとらえること」は Key Understanding D に，また中心概念 g の「統計的な事象を量的にとらえること」 は Key Understanding F に本質的に対応をしていることがみてとれる。

表 3-5-3　PISA2022　Key Understandings（OECD, 2018a）※アルファベットは筆者による

Key Understandings
A　量，数体系とそれらの代数的性質を理解すること
B　抽象化と記号表現のよさを理解すること
C　数学的構造とそれらの規則性を理解すること
D　量の間の関数的関係を認識すること
E　数学的モデリングを実世界へのレンズとして使用すること（例えば，物理学，生物学，社会科学，経済学及び行動科学に由来するもの）
F　統計学の本質として，データのばらつきを理解すること

次項では，社会的オープンエンドな問題における数学教育性について，子ども達がどのような社会的場面でどのような数学を用いたかについて明らかにしよう。

5.3　社会的オープンエンドな問題における数学教育性

島田（2020）は社会的オープンエンドな問題のカテゴリを「分配」,「ルール作り」,「選択」,「計画・予測」の 4 つに分類し，表 3-5-4 のように整理している*8。この問題カテゴリはここまで議論した社会的オープンエンドな問題における社会性と数学性の結合といえ，それは正に，社会的オープンエンドな問題における数学教育性と言えるだろう。ここで，まずは本研究において開発・実践した社会的オープンエンドな問題をこのカテゴリを基に分類してみよう。

第 1 節における「自動車の購入」，第 2 節における「携帯電話の購入」，第 3 節における「エアコンの購入」は，先生に車や携帯電話，エアコンをお薦めする問題文脈であった。その意味で,「選択」のカテゴリに位置づけることができる。第 4 節における「リーグ戦の対戦計画－よりよい対戦計画とは！？」は，より良いリーグ戦の対戦計画を検討させる意味で「計画・予測」のカテゴリに位置づくであろう。

---

[8] 第 2 章で紹介した社会的オープンエンドな問題「的当て」は「ルール作り」のカテゴリに,「長椅子の必要数」は「分配」に位置づくであろう。中和・高阪(2019)は，幼児を対象に「みかんの分配」という社会的オープンエンドな問題を提案している。この問題は 9 個のみかんをみんな（6 人）でどう分けるかを考えさせるものであった。この実践もまた「分配」に該当するであろう。

表 3-5-4　社会的オープンエンドな問題のカテゴリー(島田, 2020, p.146)

カテゴリー	ねらい	個人・家庭・学校の場面での例（個人は下線）	地域社会・国・世界の場面での例	社会的価値観
分配	有限な物や人の分配を通して公平性や思いやり等の多様な価値観と数学的モデルについて批判的に考察する．又，政策などで既に分配されている場合にどのような意図で分配されたのかを批判的に考察する．	・物の分配（ケーキ等）・人間の分配（スポーツ大会，部屋割り等）	・資源の分配・財（税金）や社会的サービスの分配等	社会的価値観（平等・公平，弱者思い，他者への思い，自分思い，倫理性，多様性の受容，等）
ルール作り	ルール作り（システム作り）を通して公平性や思いやり等多様な価値観と数学的モデルについて批判的に考察する．又，既に他者（政策）によりルール（システム）が作られている場合にどのような意図で作られたのかを批判的に考察する．	・的あて(ゲーム)のルール作り・身近なスポーツのルール作り	・試合のルール（スキージャンプ等)・税(累進課税)，年金等	社会的価値観（平等・公平，弱者思い，他者への思い，倫理性，多様性の受容等）
選択	物の選択（車，携帯電話，お菓子等）や人の選択(スポーツ選手，選挙)や職業・学校の選択を通して多様な価値観と数学的モデルを批判的に考察する．又，既に他者（政策）により選択されている場合にどのような意図で選択されたのかを批判的に考察する．	・物の選択（車，携帯電話，お菓子等）・スポーツ選手の選択（五輪の選手，リレーの代表選手等）	・選挙（集団の代表者を選択する)・職業の選択，学校の選択	社会的価値観（平等・公平，弱者思い，他者への配慮，安定性，優秀性，経済性，安全性，自由性，倫理性，多様性の受容等）
計画・予測	時間的な要素や空間的な要素や経済的な要素を生かして近未来や遠い未来の事について計画を立てたり，予測したりする事を通して多様な価値観と数学的モデルについて批判的に考察する．又，既に他者（政策）により計画・予測されている場合にどのような意図で計画・予測されたのかを批判的に考察する．	・遊園地，動物園，卒業旅行等の計画・交通ルートの計画・学習の計画・お小遣いの計画・文化祭,スポーツ大会等の計画・丹頂鶴の今後の予測と対策	・都市（町）造りの計画，・修学旅行の計画・自然環境計画・交通事故減少計画・人口予測と対策	社会的価値観（平等・公平，弱者思い，他者への配慮，愉悦性，経済性，倫理性，安全性，簡便性，多様性の受容等）

本項では，これまで開発されてきたその他の社会的オープンエンドな問題も分析対象に加え，前項の数学性の議論も踏まえたうえで，対象（学校種），問題カテゴリ，問題の概要，子ども達の主な数学的問題解決を列挙し，その数学的問題解決に関わる中心概念，Key Understanding を特定する。

結果は表 3-5-5，3-5-6，3-5-7 のとおりである。なお，中心概念，Key Understanding については，子ども達が遂行した主な数学的問題解決に直接的に関わるもののみを特定している（詳細は後述する）。なお，比較のため，対象は中学生，高校生だけではなく，幼児や小学生，大学生を対象とした社会的オープンエンドな問題も取り上げた。

幼児を対象とした「ケーキの分配」では，その問題解決において，「等しく分ける」行為や「余りのある割り算」に関連する行為が特定されているが，中心概念及び Key Understandings のそれぞれのリスト（表 3-5-2, 3-5-3）にあるような行為は明示的に特定できなかったため，「-」とした。また，中学校第 2 学年を対象とした「地球温暖化問題」では統計的問題解決の手法として特性要因図が用いられたが，統計的な事象を量的に捉えたり（中心概念 g），データのばらつきに着目をしたりする活動（Key Understanding F）はなかったため，こちらも「-」とした。中心概念は高校生を，Key Understandings は PISA2022 が 15 歳児を対象としていることからも，これらは主に中等教育段階で身に付けるべき数学的方法といえる。しかしながら，小学生を対象にした「的当て」や「バスの問題」，「遊園地の行動計画」においては，その数学性は四則演算による問題解決が中心であったが，それは演算記号によって立式して表現する行為であり，その意味では中心概念 a や Key Understanding A に相当する数学的方法を遂行したといえる。また，現実の事象をモデル化している意味でも Key Understanding E が特定できる*[9]。なお，大学生を対象とした「まんじゅうの分割」については，小学生を対象としても同様に授業実践が可能なものであり，その数学性の中心はやはり四則演算であるため，中心概念や Key Understanding の対応も同様の結果が認められる。「自動車の購入」，「携帯電話の購入」についてはどちらも一次関数を利用した問題解決が中心であり，中心概念 d，Key Understanding D に対応付けることができる。「リーグ戦の対戦計画」については，子ども達の社会的価値観から形成される数学的問題解決の方向性を分析すると，その中心には「数学的帰納法」に帰着させた展開であった。その意味ではその数学性を中心概念 c，Key Understanding C に対応づけることが可能である。一方で，用いられる数学がやや限定的で意思決定の自由性が制限される授業展開であったため，今後，授業デザインを改善した上で再実践を行った場合には子ども達の異なる数学的様相が顕在化する可能性もあり得るだろう。

[9] 社会的オープンエンドな問題は，その持つべき特性の 1 つに「数学的モデリング」が挙げられている（島田，2017）。

表 3-5-5　社会的オープンエンドな問題の数学教育性（その１）

	ケーキの分配（中和・高阪，2019）	的当て（島田，2017）	バスの問題（島田，2017）
対象（学校種）	幼児	小学校第 4・5・6 学年	小学校第 4 学年
問題カテゴリ	分配	ルールづくり	分配
問題の概要	紙で作成した丸いケーキをみんなでハサミを使って分ける．	的当て（3 回行い，合計点数で競う）に参加した１年生が行った結果について，その点数を決定するルールを検討する．	サッカー大会に選手，コーチ，家族を含めて 210 人で行く．40 人乗れるバスを何台注文するか．
主な数学的問題解決	分割，等分	四則演算（主に加法），平均の考え	四則演算（主に除法）
中心概念	-	a	a
Key Understanding	-	A，E	A，E

表 3-5-6　社会的オープンエンドな問題の数学教育性（その２）

	自動車の購入（服部・松山，2018）	携帯電話の購入	地球環境問題（服部・福田，2019）
対象	小学校第 5・6 学年複式	中学校第 3 学年	中学校第 2 学年
問題カテゴリ	選択	選択	計画・予測
問題の概要	教師が購入すべき自動車を薦める．	教師が契約すべき携帯電話の料金プランを薦める．	地球温暖化の原因について，インターネットを用いて検討させる．
主な数学的問題解決	単位量あたりの計算，表	単位量あたりの計算，表，一次関数	特性要因図
中心概念	d	d	-
Key Understanding	C，D，E	C，D，E	-

表 3-5-7　社会的オープンエンドな問題の数学教育性（その３）

	遊園地の行動計画（服部，2020）	リーグ戦の対戦計画	まんじゅうの分割（久保，2020）
対象	小学校第 5 学年及び中学校第 1 学年	高等学校第 2 学年	大学生（4 回生），大学院生
問題カテゴリ	計画・予測	計画・予測	分配
問題の概要	遊園地において，よりたくさんの乗物に乗ることができ，また，より安く，かつ楽しい行動計画を立てる．	どのチームも試合が連続することがないなど，リーグ戦のより良い対戦計画を考える．	大きさや味の同じ紅白まんじゅうを 4 人で分ける．
主な数学的問題解決	四則演算（主に加法），単位量あたりの計算	数学的帰納法，表	四則演算，分割
中心概念	a	c	a
Key Understanding	A，E	C，E	A，E

表 3-5-5，3-5-6，3-5-7 を全体的に確認すると，社会的オープンエンドな問題に内在する中心概念としては a，d が，Key Understandings は A，C，D，E が特に整合的であるようである。中心概念 a のその意味は「数学的な概念を記号によって簡潔明確に表現したり」（文部省，1955，p.22）することを含み，式の形に着目して代数的に考えをすすめることである。四則演算を中心的な問題解決とする社会的オープンエンドな問題では特に有効な数学的方法として同定できる。また，中心概念 d および Key Understanding D に係る関数関係を捉える力については，特に中等教育段階の社会的オープンエンドな問題において，有効な問題解決の方法知として特定できる。量の関係を式，グラフ，表，あるいは言葉によって表現し，「関数」概念を取り出すことの重要性は Key Understanding D においても明確に指摘されている（OECD，2018a）。合わせて，社会的オープンエンドな問題の多くは，問題解決すべき対象が，数学によってモデル化されるべき現実世界であるため，数学的構造はモデル化の指針となりえ（OECD，2018a），その意味でも Key Understanding C は数学的構造を理解する意味で重要である。また，中等教育段階でも適用され，関数が未習である初等教育段階において「単位量あたりの計算をすること」は様々な社会的オープンエンドな問題における数学的問題解決の方法知として適用されている。島田（2017）による「的当て問題」を参考に，久保（2019）は，大学生を対象とする教材「卒業論文集の製本代と一人の支払う代金」を開発した。この実践においても「単位量あたりの計算」が大学生による問題解決（意思決定）の中心的な根拠として支えられている。

以上をまとめると，四則演算を基盤として，単位量あたりの計算，表を用いて規則性を捉えること，一次関数を利用すること（比例とみなすこと）などは，広義には数学の「線形性」を捉えることを意味している。実際，数学の世界においても，曲線を直線で捉えるなど，非線形な事象を線形で捉える行為は数学的にも有効な方法知である。もちろん現実の日常生活や社会の事象は非線形的な現象がほとんどである。しかしながら，問題解決すべき複雑な現象において何が必要かを考え，本質的な部分を特定し，問題を定式化することは，数学を使って現実世界の問題を解くにあたって肝要なことであり（日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会，2013），その問題解決のための方針として，例えば「線形とみなすこと」,「線形的に考えること」は社会問題を解決する数学的な方法知の 1 つとして強調されたい。社会的オープンエンドな問題を解決するために「線形的に考えること」を初等教育から後期中等教育までの各教育段階で捉えると図 3-5-5 のようになろう。集合内の各項目は代表的な方法知を例示している。後期中等教育段階で明示した「微分の考えを用いる（変化率を考える）」は現段階では仮想的なものであり，今後の研究推進にて検証を行いたい。

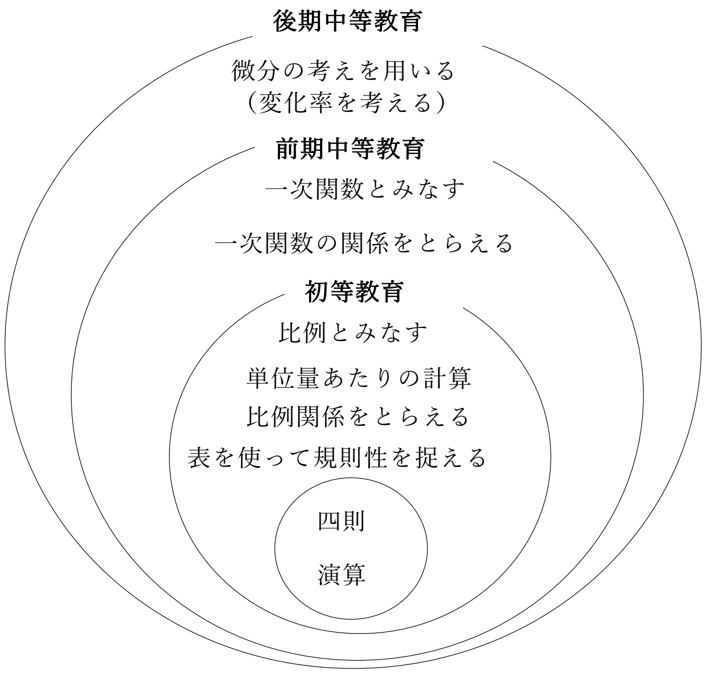


図 3-5-5　各教育段階における線形的に考えること

他方，社会的オープンエンドな問題において用いられる数学でこのたび特定できなかったものを検討したい。中心概念 f は,「解析的な方法（式による表現）と図形的な方法（図形による表現）の特徴やその間の対応を生かして用いていく考え方」(文部省, 1955, p.22)

を指すが，このたび検討した社会的オープンエンドな問題では，その問題解決において，解析的な方法に比べ，図形的な方法は同定されていない。また，中心概念と Key Understandings の共通性でも特定された「統計的な事象について，ばらつきを理解し，量的にとらえること」も同様である。近年，島田・馬場（2022）の実践では，初等教育段階で図形的方法や統計的な事象における教材開発・実践も進められている。今後は中等教育段階においても累積的研究が求められる。

第 6 節　本章のまとめ

本章では，中等教育における社会的オープンエンドな問題を開発し，実践を通して生徒がどのような批判的思考力を発揮したかを検証した。

第 1 節では，中学校第 2 学年を対象に，社会的オープンエンドな問題「自動車の購入」を開発し，実践を行った。自動車の購入を検討している教師に対し，ガソリン車，ハイブリッド車，電気自動車の中から教師に合う自動車をお薦めする文脈を設定した。具体的には，本体価格が一番安い理由からガソリン車が欲しいと言及する教師に対し，生徒によってその代替案を検討させる展開を促した。その代替案の提出が正に本実践で目指す批判的思考力の具体であった。授業では，生徒それぞれが様々な価値観（公共性，道徳観）を表出させながら教師の使用年数を仮定し，一次関数を用いてお薦めの自動車を検討する生徒の様相を捉えることができた。

第 2 節では，中学校第 3 学年を対象に，社会的オープンエンドな問題「携帯電話の購入」を開発し，実践を行った。携帯電話の購入を考えている教師に対し，A プラン，B プラン，C プランのどの料金プランが教師にとってお得であるかを生徒に検討させた。本実践では問題解決のための変数に「データ容量」を付加することによって，現実世界により忠実なものとしたという意味で，教材の真正性を高めた点に特徴があった。授業では，他者を説得しようと数学的モデルを構成し，それを根拠とした代替案を提出する生徒や，他者の意見を踏まえつつも熟考を重ね，自己の意見を他の根拠から更に強化しようとする生徒の様相を特定することができた。

第 3 節では，中学校第 3 学年を対象に，社会的オープンエンドな問題「エアコンの購入」を開発し，実践を行った。教師（K 先生）にスタンダードモデル，省エネモデル，超省エネモデルのそれぞれのエアコンのいずれかをお薦めする文脈であった。前節の「携帯電話の購入」と類似な社会的オープンエンドな問題であるが，「携帯電話の購入」授業で扱われる一次関数の式とグラフは固定的なものであったことに対し，本実践では，一日のエアコンの使用時間の仮定によって一次関数の式やグラフが異なってくることになり，それゆえ，意思決定を行うための判断材料が他の実践と比較して多いことが特徴である。より良いエアコンを購入してほしいという生徒達の意思決定は，正に本研究が目指す批判的思考力を

発揮したとも言え，とりわけ，本実践では，授業序盤で社会的文脈のみの解答であった生徒が授業を通じて，社会的価値観に基づいた数学的問題解決を行うという様相を特定することができた。

以上が中学校において新たに開発した社会的オープンエンドな問題であるが，これら 3 つの問題はいずれも社会的オープンエンドな問題の問題カテゴリにおける「選択」に位置付く。問題構造としてはいずれも「教師にお薦めのものを提案する」という問題構造であったが，授業展開においてはそれぞれの実践に異なる特徴がみられる。「携帯電話の購入」においては，授業展開時において,「他者の考えを共有する」,「振り返る」,「自分の考えを見つめ直す」といった点が強調され,「エアコンの購入」においては，問題文脈の特性から「１日の使用時間」という変数を多様に設定することが可能となり，生徒が構成する数学的モデルがより豊かになり得ることが特徴であった。これらの実践からも中学校社会的オープンエンドな問題における「選択」問題の開発にあたって，多様な授業展開の可能性が示されることとなり，小学校の実践との比較・考察もまた今後の課題として指摘できる。

第４節では，高等学校における社会的オープンエンドな問題「リーグ戦の対戦計画－よりよい対戦計画とは！？」を開発し，実践を行った。「よりよいリーグ戦を実現するためには，どうすればよいか？」という課題に対し，生徒達は対戦計画の公正性・公平性に着目して,新たな対戦計画を考えたり,新たな条件を付加させ検討したりする様相がみられた。「数学的帰納法」を用いて「どのチームも連続した試合がないようにする」という対戦計画が実現可能であることを確認し，彼らの社会的価値観に基づいて更なる代替案を検討した生徒達の様相は本授業実践における批判的思考力の具体として特定することができた。

第５節においては，社会的オープンエンドな問題における社会性，数学性，数学教育性をそれぞれ検討した。社会的オープンエンドな問題における社会性を考察するにあたっては，子どもたちに与える問題文脈の「真正性（authenticity)」の観点からその意味を考究した。真正性を離散的な立場で捉えるのではなく，連続的な立場で捉え，学習者に与える問題文脈について,「真正性の度合い」の観点から考察を行った。結果，真正性の対象としての「内容の真正性(AM_W，AM_D)」と「活動の真正性(AM_S)」に関して，これらを接続する教材開発モデルを提案し，異なる「真正性」間の関係性を議論した。例えば，社会的オープンエンドな問題「自動車の購入」は全国学力学習状況調査の類似問題に比べ，AM_W の意味で問題文脈がより現実性の高い設定がなされており，また，AM_S の意味においても学習者の経験が社会的価値観という形で顕在化するため，より高い度合いに設定されることを示した。そして学習者にとって，その問題文脈が考えるに足る有意味性を持ち得るかどうかの程度を表す「親和的潜入性」概念の存在を示唆した。社会的オープンエンドな問題における数学性の検討にあたっては，中心概念及び Key Understandings の概念から検討を試みた。結果，社会的オープンエンドな問題における数学教育性として，各問題カテゴ

リに内在する数学性として「線形的に考えること」を同定した。なお，巻末資料 6 において，ここまでの議論を受けて，中等教育における社会的オープンエンドな問題と育成を目指す批判的思考力の関係について，「対象学年」，「問題カテゴリ」，「問題の概要」，「主な数学的問題解決」，「中心概念」，「Key Understanding」，「育成を目指す批判的思考力と構成要素の対応」，「顕在化した社会的価値観」の観点から表にまとめた。育成を目指す批判的思考力と構成要素の対応とは，本授業で育成を目指す批判的思考力が図 1-5-1 で示した批判的思考力の構成要素（論理性・合理性，反省性・省察性，批判性・懐疑性）のどれと対応するかを示したものである。なお，顕在化した社会的価値観については主として島田・馬場（2022）のものを参考にし，授業において子ども達が表出させた社会的価値観を同定している。

第 3 章の引用・参考文献

浜田兼造(2018). 1 次関数を利用して，携帯電話の一番得なプランを選ぼう！，教育科学／数学教育 2018 年 12 月号（No.734），明治図書, 40-43.

服部裕一郎・井上優輝(2015). RLA によるクリティカルシンキングを育成する数学科授業の開発―子ども達による査読評価活動を通して―, 数学教育学研究, 21(2), 1-12.

服部裕一郎・松山起也(2018). 批判的思考力の育成を目指した算数科授業の開発と実践―小学校高学年児童達の批判的思考の具体に焦点をあてて―, 数学教育学研究, 24(2), 97-108.

服部裕一郎・福田博人 (2019). 批判的数学教育の視座における公正な批判的思考の様相―前期中等教育段階での授業実践を事例として―, 第 7 回春期研究大会論文集, 19-26.

服部裕一郎(2020). 社会的オープンエンドな問題から誘発される批判的思考の特質－同一問題における小中学生の様相比較を通して, 第 8 回春期研究大会論文集, 161-168.

市川伸一(1998). 開かれた学びへの出発―21 世紀の学校の役割―, 金子書房.

飯田慎司(1990). 問題解決, 岩合一男編, 算数・数学教育学, 福村出版, 135-149.

飯田慎司・山下昭・隅正幸・小森晃(1994). 算数学習におけるオープンエンドの問題による価値認識に関する研究（1）研究の概略と第 1 次報告, 九州数学教育学研究（九州数学教育学会），第 1 号, 32-43.

井上優輝・服部裕一郎・松原和樹・袴田綾斗(2018). 組合せ論における諸問題を教材としたクリティカルシンキングを育成する数学授業の開発 ―高校数学における授業実践「リーグ戦の対戦計画」を通して―, 数学教育学研究, 24(1), 99-120.

影山和也(2020). 算数・数学科とはどのような教科か, 日本教科教育学会(編), 教科とその本質―各教科は何を目指し，どのように構成するのか―, 教育出版, 92-97.

高知県教育委員会小中学校課(2021). 高知県算数・数学思考オリンピック，https://www.pref.kochi.lg.jp/doc/syo/ (2024.6.28 最終確認)

国立教育政策研究所(2009). 平成 21 年度全国学力・学習状況調査　中学校数学調査問題.
国立教育政策研究所(2016). 平成 28 年度全国学力・学習状況調査　中学校数学調査問題.
国立教育政策研究所(2019). 平成 31 年度全国学力・学習状況調査　中学校数学調査問題.
久保良宏(2019). 批判的思考における「妥当性」に関する大学生の考え方, 第 7 回春期研究大会論文集, 27-34.
久保良宏(2020). 分割問題における大学生の批判的思考に関する範例に注目した考察, 第 8 回春期研究大会論文集, 131-138.
道田泰司(2005). 強い意味の批判的思考に関する覚書, 琉球大学教育学部紀要, 66, 75-91.
湊三郎(2007). PISA の出現が我々に告げる大切なこと, 日本数学教育学会誌, 89(3), 2-7.
文部省(1955). 高等学校学習指導要領数学科編　昭和 31 年度改訂版, 好学社.
文部科学省(2019). 高等学校学習指導要領(平成 30 年告示)解説 数学編 理数編, 学校図書.
長崎栄三(2013). 高等学校数学科における「中心概念」の誕生とその後：高等学校学習指導要領数学科編昭和 31 年度改訂版を中心に, 日本数学教育学会誌臨時増刊, 数学教育学論究, 95, 240-256.
中和渚・高阪将人(2019). 就学前教育における算数的活動において表出する批判的思考に関連する幼児の社会的価値観, 第 7 回春期研究大会論文集, 3-10.
日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会(2013). 報告　大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準　数理科学分野.
日本学術会議数理科学委員会数学教育分科会(2016). 提言　初等中等教育における算数・数学教育の改善についての提言.
OECD(2018a). PISA 2022 mathematics framework (DRAFT) https://pisa2022-maths.oecd.org/files/PISA%202022%20Mathematics%20Framework%20Draft.pdf (2022.5.6 最終確認)
OECD(2018b). PISA 2022 MATHEMATICS FRAMEWORK. https://pisa2022-maths.oecd.org/ (2022.5.6 最終確認)
Palm, T. (2008). Impact of Authenticity on Sense Making in Word Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics*. 67(1). 37–58.
Paul,R.W.(1992). *Critical thinking: What, why, and how*. New Directions for Community College, 77, pp.3-24.
Paul,R.W.(1995). *Critical thinking : how to prepare students for a rapidly changing world*, Santa Rosa, CA: Foundation for Critical Thinking.
清野辰彦(2015).「仮定の意識化」を重視した数学的モデル化の学習指導—「比例とみなす」見方に焦点をあてて—, 日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊, 97, 105-112.
島田功・馬場卓也(2013). 算数教育における社会的オープンエンドな問題による価値観指導

に関する研究(1)—社会的価値観とそれが表出する問題について—, 数学教育学研究, 19(1), 81-88.

島田功・馬場卓也(2014). 算数教育における社会的価値観の育成に関する研究(3)—先行研究の批判的検討によるオープンエンドな問題の特性の考察—, 日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊第 47 回秋期研究大会特集号, 96, 73-80.

島田功・馬場卓也編著(2022). 多様な価値観や数学的な見方・考え方を磨く算数授業のオープンエンドアプローチ, 明治図書.

島田功(2016). 社会的オープンエンドな問題を通した批判的思考力育成の可能性, 第 4 回春期研究大会論文集, 113-120.

島田功(2017). 算数・数学教育と多様な価値観—社会的オープンエンドな問題による取り組み—, 東洋館出版社.

島田功(2020). 「遊園地問題」における小学生の批判的思考力に関する分析－範例の視点から－, 第 8 回春期研究大会論文集, 139-146.

清水美憲(2007). 算数・数学科の評価問題における「他者」の使用の意義, 筑波数学教育研究, 26, 1-10.

清水美憲(2018). 数学的リテラシー論の源流と現在, 小寺隆幸（編著）, 主体的・対話的に深く学ぶ算数・数学教育—コンテンツとコンピテンシーを見すえて—. (pp.36-54), ミネルヴァ書房.

Skovsmose,O.(1994). *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Springer.

Skovsmose,O.&Nielsen,L.(1996). Critical Mathematics Education, *International Handbook of Mathematics Education. Part Two*. Kluwer Academic Publishers, pp.1257-1288.

上ヶ谷友佑(2017). 真正な数学的活動を実現するための哲学に関する研究, 未刊行, 学位論文, 広島大学.

上ヶ谷友佑(2019). 集団での意思決定場面を取り入れた真正な数学的問題解決の事例—対数概念の応用の場合—, 広島大学附属福山中・高等学校　中等教育研究紀要，59，162-167.

Vos, P. (2018). How Real People Really Need Mathematics in the Real World"—Authenticity in Mathematics Education, *Education Sciences*, 8, 195.

van Lint, J. H. & Wilson, R. M.(2001). *A Course in Combinatorics* (2nd ed.). Cambridge University Press.

Weiss, M., Herbst, P., & Chen, C. (2009). Teachers' perspectives on "authentic mathematics"and the two-column proof form. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3),pp.275-293.

第 4 章　批判的思考力育成のための社会批判的オープンエンドな問題の枠組み

第 4 章では，トランス・サイエンスな問題に対して多様な価値観を尊重しながら生徒達の批判的思考力を育成する新たな理論的枠組みとして，「社会批判的オープンエンドな問題」の枠組みを提案することを目的とする。そのために，まず第 1 節では，批判的数学教育（Skovsmose，1994）の視座に基づいた教育実践である課題アプローチ及び社会的オープンエンドな問題が抱える課題について検討することから始める。その後，第 2 節において．数学教育における倫理的側面からの数学教育の責任を検討する。また社会的オープンエンドな問題の持つべき特性の 1 つである「数学的モデリング」について，倫理的な観点からの検討として「社会批判的モデリング」（Gibbs, 2019）に着目し，社会問題を数学を使って取り組む機会の是非について考察する。第 3 節では，批判的数学教育の理念を日本の文脈に適用させるために，日本の文脈の固有性を検討する。そのうえで，第 4 節において，社会的オープンエンドな問題を社会的公正や倫理の面で強調させた「社会批判的オープンエンドな問題」を提案する。

第 1 節　課題アプローチと社会的オープンエンドな問題が抱える課題

1.1　課題アプローチと社会的オープンエンドな問題の再考

批判的数学教育の視座に基づいた教育実践としての課題アプローチ（Skovsmose,1994）については，第 2 章第 2 節において「子どもの世界における経済的関係」を紹介した。そこでは，一連の学習活動が，問題文脈における個人と社会の関係性及び，個人レベルから社会レベルへと広げる教育方法的な示唆を得る（馬場，2009）一方で，授業設計上の課題を有することを指摘した。その意味で，社会的オープエンドな問題は，その課題を克服すると共に，子どもの日常社会を大事にしたアプローチであると言えよう。第 2 章第 4 節で紹介した「的当て」の問題をみても，それは子どもにとって，ゲームという日常性があり，それゆえ，社会的価値観も顕在化されやすく，実際，社会的に多様な解答が子ども達からさまざまに提出されている。しかしながら，ここでいう社会的とは，子どもにとっての日常的な具体的課題であり（島田・馬場，2014），政治や経済，平和，ジェンダー，公正といった今日的な社会的課題からは少し離れ，社会の存在が全面的に出ているわけではない。

近年の数学教育研究においては，例えば，Wedege（2010）は数学と人間と社会を融合した学問分野である「社会数学」の概念を提唱し，この研究分野では，数学を知り，学び，教える上で, 社会的文脈の影響が前面に出て, 意識することが特徴づけられている。また，社会正義を数学教育に取り入れる研究も増えている（e.g. Gutstein, 2006; Mamolo, 2018）。このように，現在，直面している社会的課題（例えば，コロナパンデミック，地球温暖化など）に子ども達が目を向け，その問題に内在する数学を批判的に評価し，活用する機会

をつくることは今日的な数学的リテラシーの観点からも肝要であり，トランス・サイエンスな問題（Weinberg, 1972）に対応する能力ともなり得る。

1.2　社会的オープンエンドな問題に残された課題の克服

前項で述べた通り，社会的オープンエンドな問題においては，子どもの日常社会が問題文脈において優先される。この点において，子ども達に与える問題文脈としては，現代社会が直面している複雑で多様な問題，例えば地域社会の課題から地球規模の問題に至るまで，経済的，環境的，政治的といった様々な側面を含む幅広い社会的課題を扱う可能性があると言えよう。しかし，気候変動，貧困，ジェンダーや民主主義の問題といったテーマを中等教育の数学授業で取り扱える教材は多くない。

そこで，そのような社会的オープンエンドな問題における課題点の克服を目指し,「擬似社会」*[1]という問題文脈を学習者に与えることを提案する。「擬似社会」の題材の 1 つとしては，生徒が所属する学校社会における問題場面を採用できる。生徒は言わば，自分達の所属する学校という彼らなりの社会に属していると言える。学校社会における生徒会活動は異年齢集団によって構成された擬似社会とも言え，それは現実の実社会で言えば，自治体や議会に対応するだろう。学校の校則を変えることも，これは現実社会における法改正の問題とも対応する。学校において実際に行う特別活動を現実社会と対応させ，擬似社会として捉える。そして，その擬似社会に内在する問題に対し，数学を活用し，数学の役割を批判的に考察することは社会的オープンエンドの一授業の可能性としても有効である。学校における特別活動は子どもにとっても日常的である。そして，特別活動を擬似社会と捉えれば，それは社会を舞台にしており，社会的でもある。問題解決活動は自分ごととして捉えられるし，問題解決に対する責任は，生徒ではなく教師が負えばよい。表 4-1-1 は現実社会と擬似社会の対応例を表したものである。

---

[1] 「擬似」とは広辞苑によれば,「【疑似・擬似】本物とよく似ていて区別をつけにくいこと」（新村，2018，p.703）とある。本研究では擬似社会を現実社会に対応する学校の特別活動として捉えており，その意味で，擬似社会は教育の場における現実の複雑な社会状況が再現された活動として捉えられる。本研究が重視する真正性とは相互補完的な関係をもち得て，このことについては，本章第 2 節 2.2 においても議論する。

表 4-1-1　現実社会と擬似社会の対応

現実社会	擬似社会　(学校における特別活動)
自治体や議会	生徒会活動
法改正	学校の校則を変える
投票	行事のテーマ決めや生徒会長選挙など

現在の社会が抱える複雑で様々な問題（環境，福祉，国際など）に，次世代を担う子ども達が取り組んでいくためには，社会から（教育を通して）各人に働きかけ，数学的な考え方を用いた社会的判断力を形成・深化させることが必要である（馬場，2009)。第 2 章第 2 節で紹介した Skovsmose 氏によるプロジェクト「子どもの世界における経済的関係」では，そのような能力の育成に子ども，家族，社会と段階を踏むことが提案されていた。Skovsmose（1994）はここから範例性の理論も提唱しており，それは特定の現象が全体的複雑性の鏡になり得るというものである。図 2-2-1 で見られるように，子どもと社会の関係において「円」を選択する理由の一つは，子ども達に社会における自らの位置を学ばせることが重要であり，結果，経済的関係が 3 相において記述され，それによって経済的関係の複雑性の全体が記述されている。島田（2020）は，この範例性を「多様な価値観や数学的モデルを教育実践を通した批判的思考が表出する社会的オープンエンドな問題の模範的な例」（島田，2020，p.141）とも捉えており，特殊な社会的事象を通しながら一般社会に通底する考えや社会構造に子供の批判の目を向けさせ，こうした活動を通して社会を批判的に考察する必要性を強調している。このことは本研究が提案する「擬似社会」の概念とも大変に共通するものである。「擬似社会」では子ども達の所属する学校社会を舞台として，その社会における活動と一般社会の活動を対応づけるものといえる。

第 2 節　数学教育における倫理的側面

2.1　一般教育的価値観と倫理*2

[2] 本研究における倫理と価値観の違いについて言及しておく。倫理は字義的には，「人倫のみち。実際道徳の規範となる原理。道徳。」（新村，2018，p.3106）とあり，人倫は「人と人との秩序関係。人として守るべき道。」（新村，2018，p.1531）とある。つまり，本研究における価値観の定義（第 1 章注 7 参照）からは倫理は価値観に含まれるものとなる。一方で，倫理は「人として守るべき道」ともあるように，意思決定において個人や社会全体がより良くなることを目指し，対象や他者との関係において，個人や社会全体の幸福，誠実さや社会正義，公共の福祉などの価値観を重視するものであると捉えることとする。近年では，数学教育における倫理的側面に着目した研究も増えており，Radford (2023)では数学授業において倫理がどのように普遍的な存在であるかを示してい

前節で述べたような社会的課題を授業で扱うにあたっては学習者の価値観や倫理の問題が生じ得る。本研究では広義の批判的思考力の育成を目指しており，第 1 章でも述べたように, 教室において顕在化した子ども達の価値観を子ども達同士で批判的に検討させる「批判性」に依った研究として位置づけている。価値観に基づく批判を行うのであれば，批判を行う際に前提となる価値観やその基礎となる価値観を明確にする必要があるだろう（Ernest, 2010）。

ここでは，一般教育的価値観（Bishop et al., 1999）に注目することから始めてみたい。一般教育的価値観の中には倫理的なものが存在している。Boylan (2016) は，倫理には普遍的なものと状況的なものがあることを指摘し，またそれを見る時，4 つの次元（他者との関係，社会文化的次元，生態学的次元，自己との関係）が示され，異なる倫理的責任が存在することを指摘している。

《倫理的行動は常に暫定的である。私たちができることは，一歩一歩進むことで，それを通して社会を変えることができる。》（p.407）

このように倫理を状況的にとらえることは，倫理的構成主義 (Skovsemose, 2018) とも関係してその状況に応じて話し合うことを必要とする。数学教育において主要なテーマである問題解決の中で，倫理の状況性，多元性を議論することは重要である。社会的オープンエンドな問題は，価値多元化社会における能力を育む方法として扱われるが，それは状況的，多元的な倫理を教室の中で具現化することとなる。つまり問題解決において個々の生徒が持つ価値観と，これらの価値観の個別性を許容する教室が持つ価値観という二層構造である。そしてまた，これらの価値観に基づいて構成される数学的モデルもまた，状況によって議論の俎上にのせられるべきものである。数学は道具的理性の本質であり，根本的な価値観ではなく，目的への手段に焦点を当てられる（Ernest, 2010）。

2.2　倫理的側面からの数学教育の責任

Atweh, B. & Brady, K. (2009)は, 責任（Responsibility）を対応可能性（造語 Response-ability）という語に結び付けて議論をしている。対応可能性は，個人の価値観や才能に焦点を当てている。「社会や文化に関わる様々な先行する数学教育研究が，単一の客観的な無価値の数学観という支配的な見方に対して異議申し立てをしている」(p.267)ことを指摘したうえで，近年行われる様々な社会的な視点からの異議申し立てを紹介しつつ，最後に，倫理を十分に扱っていない西洋の学問的伝統から抜け出せていないことを指摘している。

Atweh, B. & Brady, K. (2009)は根源までさかのぼって，「倫理は概念や反省に先立つ他者との対面での出会いに関連している」(p.274)ことを指摘して，社会や他者との対応可能性

る。

を重視している。それに基づき「倫理的な観点から，数学が市民としての生徒に対応可能性を身に着けさせるには，数学的能力のみならず，社会を理解し可能な時はそれを変換する能力を伸ばすために,『現実世界の』意義ある真正な問題や活動に取り組ませることが必須である」(p.274)として，倫理的側面からの数学教育の責任を指摘している。

では，実施される授業が『現実世界の』意義ある真正な問題であるかどうかを判断する基準は何なのだろうか。それは，第 3 章第 5 節でも議論したように，与えられた問題が現実の文脈だけでなく，学習者にとって解決すべき「自分達の問題」であることの必要性を示唆している。子ども達に与えられる問題文脈については，教育であるため，すべてのものが本物である必要もなく，それゆえ生徒に社会的責任は委譲されない（Vos，2018)。教育においては，責任が排除されているからこそ，失敗をすることが許される利点もある。その一方で，例えば日本では，生々しい多重債務の問題や社会政治的な問題は教育的配慮の観点から，数学授業で避けられる傾向にある。しかし，このような問題を避けることは，生徒が学校外の社会問題を数学を使って取り組む機会を奪うことにもつながる（Weiland, 2017)。

近年では，数学教育に社会的な問題や社会正義を取り入れようとする研究も増えているように（Gutstein，2003；Gutiérrez, 2013)，今後の 21 世紀を生き抜くにあたって，トランスサイエンスな問題に対応する力を育むためには，それらに関わる真正な問題を意図的に教室で扱うことも重要であろう。より公正な社会を実現するために，生徒が自分達の社会についての疑問を理解し，数学を使って世界を読む（Gutstein，2003，2006）機会を教師は保障しなければならない。

2.3　社会批判的モデリングの視点と価値観・倫理

本項では，社会的オープンエンドな問題の持つべき特性の 1 つである「数学的モデリング」について，更に倫理的な観点からの検討を行ってみよう。ここで注目すべきは，社会における数学的モデルや数学的モデリングそれ自体を批判する「社会批判的モデリング」(Gibbs, 2019)に関する研究である。

Barbosa（2006）は社会批判的モデリングの教室での実践例として，ブラジルの公立学校 7 年生を対象に行った事例を紹介している。生徒達には，以下の実際の新聞記事の一部を読ませ，その後，議論をするよう促している。

> 《昨日の午後から，政府から寄贈された豆とトウモロコシの種の配布が始まった。その量は 37.5 トンで，豆の種が 25 トン，トウモロコシの種が 12.5 トンであった。これにより，約 8000 人の自給自足の農家が恩恵を受けることになる。市長によると，各農家には 3kg の豆と 2kg のトウモロコシが配られるとのことである。》(p.294)

このニュース記事を読んだ生徒達は，この記事に書かれている内容の数学的な間違いを

指摘したり，各農家の家族人数によって種の分配量を調整すべきであるとして，比例の表やグラフを作成するといった数学的モデリング活動が行われたりしたことが報告されている。数学の使用を批判的に吟味し，社会において意思決定を行うことを目標とする社会批判的モデリングの視点は，他のモデリングの視点*[3]とは異なり，数学的コンピテンシーや数学的理解に焦点が当てられていない（Abassian et al., 2020）。社会批判的モデリングは，批評家としてのモデリング（Barbosa，2006）とも言われ，その理論的背景は批判的数学教育（Skovsmose，1994）の視座に基づくものである。このとき，先述の Barbosa（2006）による新聞記事による実践は，新聞記事が生徒達の日常生活や彼らの家族に直接かかわるものとして，人工的なものでも架空のものでもないことが特徴付けられている*[4]。生徒達の生活に密着した事件について，数学を通して議論を生み出すことが意図的に仕組まれていたといえるだろう。

社会批判的モデリングは政治社会学における社会批判的アプローチに基づいており(Dede, Akcakin, & Kaya, 2021)，社会における数学の役割の理解を通した活動の主観的意味づけ(sense)を指している(Gibbs, 2019; Blum, 2015)。数学的モデルは社会における意思決定において多用されているが，モデルの構築や応用に潜む前提や基準は暗黙的であり，それらは一般には専門家の世界観であることがほとんどである(Gibbs, 2019, Skovsmose, 1994)。しかしながら，今日社会がトランスサイエンスな時代(Weinberg, 1972)ないしはポスト真実な時代(松下，2017)を迎え，専門家の世界観だけではなく，市民の社会に対する価値観も必要不可欠な要素となる。そのため，多様な価値観を持った再帰的な議論(reflexive discussion)(Gibbs, 2019)に基づく数学的モデルの構築や応用に対する批評も，社会批判的モデリングにおけるプロセスの一部とみなされる(AlrØ & Skovsmose, 2002)。このような社会批判的モデリングは，本研究でこれまで議論してきた真正性を有しているとされ(Blum，2015)，批判的数学教育で実践された課題アプローチ(thematic approach)(Skovsmose, 1994)とも整合している。特に，批判的数学教育の鍵概念である解

---

[3] Abassian et al.(2020)は，数学教育における数学的モデリングを”現実的モデリング”，”教育的モデリング”，”モデルとモデリングの観点”，”社会批判的モデリング”，”認識論的モデリング”の 5 つに分類している。

[4] この事例は，ブラジル内陸部の田舎町にある公立学校 7 年生を対象とした実践である。当時，その地方政府は農家に豆やトウモロコシの種を配布するプログラムを発表し，生徒の多くの家族が実際にこのプログラムの恩恵を受けていた。つまり，このニュースは，生徒の日常生活に言及し，彼らの家族を直接的に巻き込んだものであった。実践を行った教師の意図は，数学を通して生徒の生活に密着したケースについての議論を生み出すことにあり（Barbosa，2006），そのようなブラジルの社会経済的文脈を背景に持った実践であることに留意する必要がある。

放性(emancipatory)が社会批判的モデリングと関連していることは，Kaiser & Sriraman (2006)などで整理されている。Skovsmose (1994)によれば，解放性とは「イデオロギーの批評の結果であり，ステレオタイプ的な思考からの自由」(p. 19)とされる。専門家による意思決定は正しいというステレオタイプを脱却し，一人の「批判家としてのモデリング」(Barbosa, 2006, p. 294)こそが，まさに社会批判的モデリングなのである。

そして，Dede, Akcakin, & Kaya (2021)でも言われるように，社会批判的モデリングでは社会正義，公平性，社会福祉，人間性，利他主義といった教育的価値が重要であり，多様な価値観に基づく再帰的議論を方法とすることから,価値観や倫理の議論は避けられない。最近では Skovsmose (2020)において，倫理に加えて社会学も重要であるとし，「社会学的次元は数学の社会的形成に対処し，一方で倫理的次元は社会の数学的形成に対処する」(p. 1)とも主張されている。

第 3 節　日本の数学教育文化と批判的数学教育の再検討

3.1　社会と数学を結びつける教育実践の必要性

ここで，日本の数学教育文化と批判的数学教育を再検討してみよう、まず指摘できるのは，日本において社会と数学を結びつける教育実践の必要性である。一般に，批判的数学教育は，社会的不平等や抑圧のシステムを批判することにあるため（Skovsmose, 2021)，そのような問題は日本に比べると，諸外国の方がより顕著に存在するとも考えられる。しかし，日本社会において根本的に問題なのは，日本の若者の社会意識の欠如が指摘できる。

内閣府の調査によると,「社会をよりよくするために，社会の問題解決に関わりたい」という質問に対し,「そう思う」･「ややそう思う」と回答した割合は，アメリカ 72.6%，ドイツ 75.5%に対し，日本は 42.3%であった（内閣府, 2019)。また，国際数学・理科教育動向調査（TIMSS2019）においても,「数学を勉強すると日常生活に役立つ」「数学を使う仕事に就きたい」と答えた日本の生徒の割合は，国際平均より下回っていることも報告されている（Mullis et al.,2020)。つまり，日本では，社会と数学を結びつける教育実践を展開することが第一に求められる。批判的数学教育が目指す批判的市民性の涵養とは，学習者が社会と積極的に関わり，より良い社会を作ろうとする建設的な志向のことを意図するのである。

3.2　日本の教育文化である和の精神と同調圧力

日米の教育文化を比較すると，日本では小学校教育を中心に「和」や「人間関係」が据えられていることがわかる（土井他，2005)。第 2 章第 4 節で，日本の生徒がオーストラリアの生徒よりも「1 年生思いの価値観」を表出する傾向にあったのは，このような日本社会における「和の精神」に起因している可能性もあるだろう。実際，Seah ら（2017）の研

究においても日本人生徒が数学学習で重視する価値観として「他者への関わり」が挙げられている。

しかしながら，日本文化の一部である「和の精神」は，場合によっては同調圧力（少数意見を持つ者が多数意見に合わせることを暗黙のうちに強制すること）の問題につながることもある。自分の意見が言えないというのは日本的な傾向と言えるが，このような抑圧には様々な種類があり，相互に関連し合っている（Benedict,1946）。さらに，抑圧は社会によっても異なる（Kincheloe et al., 2017）。同調圧力は日本社会における抑圧であり，日本社会で見えない形で薄く広がっているともいえるだろう。

3.3　日本社会の抑圧を克服するための批判的数学教育の視点

批判的数学教育はあらゆる形の抑圧や搾取に対処するための関心も含まれており（Skovsmose,2020），明示的な課題だけでなく，すべての学生に対する教育として考える必要がある広い視野をもった概念である（Skovsmose,2016,2022）。日本では調和と優しさを犠牲にすることなく，同調圧力という抑圧を克服することが重要である。自分の考えが尊重されることで, 人は社会に参加し, 学び続ける意欲を持つようになる（Frankenstein, 2012）。つまり，日本における「同調圧力」という抑圧を乗り越えることが日本における批判的数学教育の実現といえ，その方法論として本研究では次節において社会批判的オープンエンドの枠組みを提案する。社会批判的オープンエンドな問題では様々に自分の価値観を自由に表出させ，色々な生徒が自分の価値観に基づく数学的解を提出することができる。明示的な社会課題に関して声高に叫ぶことだけでなく，身近な社会課題に対しても，たとえ静かであっても自分の意見を言うことができる環境や自信を持つことが社会的な基盤として重要である。社会と関わり，自分自身が意見を積極的に持ち，それを表出させること，また他者の異なる意見に触れ，話し合うことが重要である。生徒が複数の社会的価値観にさらされ，異なる社会的価値観の共存の難しさと重要性を理解し，モデルと社会的価値観を意図的，論理的，批判的に議論する必要がある（Baba&Shimada,2019）。批判的数学教育は開かれたものであり，対話を通じてさまざまな協力がなされ，新しい可能性を開き，未来に向かって視野を広げる（Skovsmose,2012, 2022）。その意味でも，本研究は日本社会に広がった課題に関する批判的数学教育の実践*[5]を提案する。

---

[5] 日本の文脈固有性とは何か。本文でも述べた通り，日本社会には薄く広がる同調圧力という抑圧が存在する。それを克服するために，馬場（2009）によって提唱された社会的オープンエンドな問題は，生徒が自身の社会的価値観を顕在化させ，その基で数学的問題解決を試みることを促す。このように，教室で小さいながらも声を出して問題解決を遂行しようとする姿勢は，日本の固有性を発揮した授業文化であると言える。我が国の改訂学

第 4 節　社会批判的オープンエンドな問題の枠組み

4.1　社会批判的オープンエンドな問題の理論的枠組み

以上の議論を基に，本研究では，社会的オープンエンドな問題を社会的公正や倫理の面で強調させた「社会批判的オープンエンドな問題」を提案する。まず社会批判的オープンエンドな問題の目標として，育成を目指すコンピテンシーは「批判的数学的リテラシー」である。これは，従来の社会的オープンエンドな問題が目指した「数学的考え方を方法とした価値観に基づく社会的判断力」に,「用いた数学的考え方を状況に応じて批判的に捉える力」が加わったものである。第 2 章第 1 節でも議論したように，数学は，危機の読解と処理の一部を作ることができるが，それは，しかし，誤読や誤操作であることが判明する可能性がある（Skovsmose，2019)。問題解決者は，社会的公正・倫理が伴う真正な問題文脈の中で，その与えられた状況において数学を使用すべきか否かも含め，数学の使い方に慎重にならなければならない。これまでの数学授業では，必ず数学的な解答が存在をしていた。しかしながら，社会批判的オープンエンドな問題では，状況によっては，数学を用いないという意思決定も 1 つの解答になり得る。社会的公正や倫理に関する価値観に基づく数学を用いた解答や，あるいは敢えて数学を用いない社会的な解答も交えながら，様々な問題解決者の解決方法を議論する中で，最適な解答を模索していく問題が社会批判的オープンエンドな問題である。このように，価値に焦点をあてた数学授業(Seah, Andersson, Bishop, & Clarkson, 2016)が展開されることによって，社会における数学の役割はより強調されるのである。

社会批判的オープンエンドな問題の理論的枠組みをこれまでの数学的オープンエンドな問題や社会的オープンエンドな問題と比較して示すと表 4-4-1 のとおりとなる。

習指導要領（文部科学省，2018a，2018b，2019）では「社会に開かれた教育課程」の実現を謳っており，よりよい学校教育を通じてよりよい社会を創るという目標を学校と社会が共有することが強調されている。例えば，公民科では必修科目として「公共」が新設され，子どもたちの社会参画意識の向上や社会的問題解決能力の向上も目指されている。このような日本の教育の現状の中で，数学教育に求められる役割の考究は引き続き求められるものである。

表 4-4-1　社会批判的オープンエンドな問題の理論的枠組み：
3 つのオープンエンドな問題の比較
（Hattori et al.,2021, p.367；福田・服部, 2023, p.216）

	数学的オープンエンドな問題	社会的オープンエンドな問題	社会批判的オープンエンドな問題
目標	数学的考え方の育成	数学的考え方を用いた社会的判断力の育成	数学的考え方を用いた社会的判断力の育成に加え，用いた数学的考え方を状況に応じて批判的に捉えるリテラシーの育成
問題	数学的多様な解を有する	数学的・社会的多様な解を有する	社会的公正・倫理が伴う真正な問題であり，数学的・社会的多様な解を有する
方法	数学的多様な解と一般化，記号化による数学の深まり	数学的・社会的多様な解と価値観に基づく議論による	数学的・社会的多様な解が社会的公正・倫理の観点から議論される

4.2　社会批判的オープンエンドな問題の教材可能性

ここで，社会批判的オープンエンドな問題の教材になり得る可能性の例として，ある実験授業（Uegatani, Ishibashi & Hattori, 2020）を紹介する。この実験授業は，高校 1 年生を対象に，コロナ禍の 2020 年に実施されたものである。数学授業において，社会生活における新型コロナウイルスの陰性証明書の必要性について議論をさせたものであった。生徒達には，コロナ禍の昨今，プロスポーツチームや企業が選手や会社員に陰性証明書を提出するよう求めている現実の新聞記事を読ませ，その後，以下のような架空の問題（図 4-4-1）が与えられた。

> 【問題】ある都市部のスーパーで大学生でアルバイトをしている男性が，店長から勤務継続のために新型コロナウイルスの陰性証明書を提出するよう求めています．この要求は妥当なのでしょうか？

図 4-4-1　陰性証明書を提出することの妥当性に関する問題
（Uegatani, Ishibashi & Hattori, 2020, p.44）

授業では，図 4-4-1 の問題に不足している情報について，生徒は教師に要求し，教師は

適宜，その情報を生徒に与える形式で展開された。授業では，生徒はいくつかのグループに分けられた。各グループには，アルバイト男性，店長，市長の 3 つの役割のいずれかが割り当てられ，それぞれの立場から陰性証明の妥当性を議論させた。PCR 検査にまつわる社会問題は，条件付確率を学ぶための真正性の高い教材として活用することができる。しかしながら，実験授業では，聡明な生徒であっても確率論的な思考の結果を意図的に無視して，結論的な意見に至ったことが報告されている。例えば，以下のような生徒の回答（図 4-4-2）があった。

【生徒の回答】ＰＣＲ検査の陰性判定を提出するかどうかという議論において数学の確率を中心に考えることは不適切だと思う。陰性の証明書など社会的に見れば，保険でしかないと思うし，企業や市の対応の良し悪しは結局，大衆が決めるのであり，当時の様々なデータを用い確率を求め，批判する一般人は多くないだろう。普段の生活で培った観点を複合的に検討し判断すべきだ。

図 4-4-2　ある生徒の回答（Uegatani，Ishibashi & Hattori，2020，p.48）

この生徒は数学の使用を不適切であると主張し，数学以外の要素からの検討の必要性を述べている。このように，与えられた社会的文脈の中で，生徒自身が数学を用いること自体を評価する状況設定は社会批判的オープンエンドな問題の特徴の 1 つと言える。この授業における教育学的アプローチは社会的オープンエンドな問題の位置付けの下で事前に設計されたものであるが，与えられた問題文脈は倫理が伴う真正性の高いもので，生徒は社会批判的モデリングにおける確率の役割を考察した。この実験授業は，1 時間の実験授業であったこともあり，生徒同士の議論に十分な時間を確保することができなかった。今後はデザイン研究（Bakker，2018）の観点から更なる授業改善が求められる。

また，第 2 章第 4 節で紹介した社会的オープンエンドな問題「長椅子の必要数」（図 2-4-2）も社会批判的オープンエンドな問題になり得る。それは，「公平性」という社会的価値観とともに，現在の社会状況を更に考慮に入れるのである。例えば，コロナ感染防止の観点からソーシャルディスタンスを意識して， 1 台に 2 人ずつ座ることにして計 15 台を必要とするという解答である。社会を強く意識し，数学的な判断だけでなく，さまざまな観点からより良い解答を考えることが社会批判的オープンエンドな問題では求められる*[6]。

[6] なお，第 3 章における表 3-5-4 にもあるように，社会的オープンエンドな問題の問題カテゴリにおける「分配」では「政策などで既に分配されている場合にどのような意図で分配されたのかを批判的に考察する」（島田，2020，p.146）とあり，ルール作りでは「既に他者（政策）によりルール（システム）が作られている場合にどのような意図で作られ

さて，社会批判的オープンエンドな問題を学校教育の数学カリキュラムに実装させるにあたって, 目指すべき倫理や社会的公正のゴールをより意識したトップダウン方式の教授･学習過程と，日常生活などを通して既に備えている子どもなりの倫理や社会的公正というスタートをより意識したボトムアップ方式の教授・学習過程のバランスを考えてみたい。倫理は状況的なものであり，また，文化の違いが価値観の違いにも反映される。それぞれの国がそれぞれの文化的価値観を持っており，異なる文化が数学的モデル化課題に異なる教育的価値観を含んでいる（Dede, Akcakın, & Kaya, 2020）。つまり異なる文化によって，目指すべき倫理や社会的公正のゴールも異なるし，既に備えている子どもなりの倫理や社会的公正というスタートも異なるため，トップダウン方式の教授・学習過程とボトムアップ方式の教授・学習過程間のバランスもまた異なってくる。社会批判的オープンエンドな問題を学校教育に取り入れたとき，その教室に 1 つの小社会が形成されることになる。これは教室において，価値を通した数学の教授・学習過程（数学の社会的形成）と数学を通した価値の教授・学習過程（社会の数学的形成）の 2 つのプロセスが正に共存することをも意味する (Skovsmose, 2020)。そしてそれは，数学的な考え方を通して社会的判断力を育成することと，社会的公正を達成するために数学的な考え方を批判的に検討することのプロセスの共存とも言い換えることもできる。

4.3　社会批判的オープンエンドな問題の内容的社会性と方法的社会性

2020 年のパンデミックは 21 世紀の数学教育について考える機会を生じさせ，トランスサイエンスな問題の重要性もまた強調した。仮に，パンデミックがなかったとしても，社会批判的オープンエンドな問題はどの程度 21 世紀の特徴となり得るのだろうか。このことについて，社会批判的オープンエンドな問題の内容的社会性と方法的社会性の 2 つの観点から回答を見出したい。

まずは内容的社会性である。PISA（OECD, 2018)では，数学的な内容カテゴリとして，「量」,「不確実性とデータ」,「変化と関係」,「空間と形」の 4 つがあり，文脈カテゴリを

たのかを批判的に考察する」（島田，2020，p.146）とある。これらは正に社会批判的オープンエンドな問題の特徴にあたると考え，その意味でも社会批判的オープンエンドな問題は社会的オープンエンドな問題に内包される。社会批判的オープンエンドな問題は，社会に内在する数学の批判的検討を強調していることも特徴であり，今日的な社会的課題が設定されたうえで，子ども達の問題解決にあたっては社会的公正性や倫理がより顕在化すると考える。社会的オープンエンドな問題との相違点は，子ども達による社会批判的モデリングの遂行が一つにあり，学校教育で経験した実践が，大人になってからの社会のどのように場面につながるのかを対応させることも社会批判的オープンエンドな問題の強調点であると言えるだろう。

私的，職業的，社会的，科学的の 4 つとしている。両者とも問題の内容に関わっている。前者は数学的な内容であり，後者は問題が置かれる文脈である。文脈とは,「問題が置かれている個人の世界の側面である。適切な数学的戦略と表現の選択は，しばしば問題が発生する文脈に依存し，含意によって，モデルを開発する際に現実世界の文脈の知識を利用する必要がある」(OECD, 2018, p. 29)とされる。通常，問題の解決過程において，この文脈は捨象されるため，文脈を超えて数学の有効性は担保される。そのような意味でこれまで文脈は重視されてこなかった。ところが，このたびの PISA2021 では，数学的リテラシーが「さまざまな現実世界の状況で問題を解決するために, 数学的に推論し, 数学を定式化,採用，解釈する個人の能力のことである。これには，現象を記述，説明，および予測するための概念，手順，事実，およびツールが含まれる。数学が世界で果たす役割を個人が理解し，建設的で熱心で思慮深い 21 世紀の市民が必要とする十分に根拠のある判断や決定を下すのを支援する」（OECD，2018，p.7）と規定され，単純に，数学の技能を使える,数学概念を理解できるにとどまらず, それを社会との関係で,「数学が世界で果たす役割を個人が理解する」ことが求められるようになってきた。そこでは文脈は捨象されるべきものではなく，その中で考える態度が求められるのである。

例えば，21 世紀の国際社会共通の目標である SDGs（Sustainable Development Goals）では，社会における問題群に応じて目標を設定している。ここでは社会問題を分節している。しかし数学には数学なりの特徴がある。社会のための科学を実現するためにも，このような数学と社会の関係, 数学と科学の関係, さらに科学と社会の関係を十分に踏まえた,文脈と数学が関連付けられた問題解決が重要になってくるのである。

社会批判的オープンエンドな問題の方法的社会性の観点からも議論しよう。近年，PISA では教育や労働力の現場で使用される重要かつ必要なスキルとして，協同的問題解決能力（OECD，2017）の必要性もまた強調している。21 世紀スキルの中心でもあるコラボレーションスキルやコミュニケーションスキルは，知識を身に着けるための方法であり，他の人と協働する能力が身に着けるべき目的であり内容でもある。従来，数学教育は，数量や形に関わる思考・表現の道具として，基礎的リテラシーや高次認知スキルの形成に力を発揮してきた。近年，教室内での意味の構成や教室内外を含めた他者との関係性も重視されている。たとえば「社会的構成」はそのような他者との議論や交流を通して，数学的な意味を構成することを指し，自分だけで意味（概念）を構成するのではなく，教室という社会，学校外の社会で構成することを指す。これらは，方法であり，目的や内容でもあるという上述のことと一致している。社会批判的オープンエンドな問題では，文脈の取り扱い方によっては，社会的側面が議論の俎上に乗らないこともある。したがって内容だけでなく，その取り扱い方―方法―もまた重要である。そして様々なモデルを議論に乗せることが，そのような協同的問題解決能力の育成につながっている。そのような教室は，競合す

る倫理的観点(Boylan, 2016)が表出し，個々人の価値観とそれを許容する教室の価値観という二層の価値観を生み出している。

社会批判的オープンエンドな問題における「数学的考え方を用いた社会的判断力の育成に加え，用いた数学的考え方を状況に応じて批判的に捉えるリテラシーの育成」という目標と「数学的・社会的多様な解が社会的公正・倫理の観点から議論される」という方法は一体化している。社会批判的オープンエンドな問題は，21 世紀に求められる数学教育に関して具体的な提案となりうるのである。

第 5 節　本章のまとめ

本章では，社会的オープンエンドな問題の枠組みを社会的公正や倫理の面で強調した，社会批判的オープンエンドな問題の枠組みの構築を目指した。

第 1 節では，その目的を達成するために，批判的数学教育（Skovsmose，1994）の視座に基づいた教育実践である課題アプローチ及び社会的オープンエンドな問題が抱える課題について検討し，それを克服する概念として，「擬似社会」という問題文脈を学習者に与えることを提案した。生徒は言わば，自分達の所属する学校という彼らなりの社会に属していると言える。学校において実際に行う特別活動を現実社会と対応させ，それを擬似社会として捉え，その擬似社会に内在する問題に対し，数学を活用し，数学の役割を批判的に考察することは社会的オープンエンドの一授業の可能性としても有効である。

第 2 節では，数学教育における倫理的側面に着目した。批判的数学教育が価値観に基づく批判を行うのであれば，批判を行う際に前提となる価値観やその基礎となる価値観を明確にする必要がある。先行研究を検討することで，倫理的側面からの数学教育の責任について検討した。また，社会的オープンエンドな問題の持つべき特性の 1 つである「数学的モデリング」について，倫理的な観点からの検討として「社会批判的モデリング」（Gibbs, 2019）について検討した。Barbosa（2006）による社会批判的モデリングの教室での実践例を検討し，批判的数学教育の鍵概念である解放性(emancipatory)が社会批判的モデリングと関連していること，社会批判的モデリングが批判的数学教育で実践された課題アプローチ(thematic approach)(Skovsmose, 1994)とも整合していることが確認された。

第 3 節では，批判的数学教育（Skovemose,1994）の視座を日本の文脈に適用させる可能性とその意義について検討した。日本の教育文化である和の精神は，ともすれば同調圧力という抑圧の問題につながる可能性があること，そのような日本社会の抑圧を克服するための批判的数学教育と社会批判的オープンエンドな問題に基づく教育実践が必要であることを示した。

そして，第 4 節において，これまでの議論を基にして，「社会批判的オープンエンドな問題」を提案した。社会批判的オープンエンドな問題の目標として，育成を目指すコンピテ

ンシーは「批判的数学的リテラシー」である。これは，従来の社会的オープンエンドな問題が目指した「数学的考え方を方法とした価値観に基づく社会的判断力」に,「用いた数学的考え方を状況に応じて批判的に捉える力」が加わったものである。社会批判的オープンエンドな問題では，状況によっては，数学を用いないという意思決定も 1 つの解答になり得る。社会的公正や倫理に関する価値観に基づく数学を用いた解答や，あるいは敢えて数学を用いない社会的な解答も交えながら，様々な問題解決者の解決方法を議論する中で，最適な解答を模索していく問題が社会批判的オープンエンドな問題である。次章では，この枠組みに基づく教材の開発とその実践を行う。

第 4 章の引用・参考文献

Abassian et al.(2020). Five different perspectives on mathematical modelling in mathematics education. *Investigations in Mathematics Learning*, 12, 1, 53–65.

Atweh, B., & Brady, K. (2009). Socially response-able mathematics education: Implications of an ethical approach. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, *5*(3), 267-276.

AlrØ, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique*. Dordrecht: Kluwer.

馬場卓也(2009). 算数･数学教育における社会的オープンエンドな問題の価値観からの考察, 数学教育学研究, 15(2), 51-57.

Baba, T., & Shimada, I.(2019). Socially open-ended problems for enriching student learning with mathematical models and social values. In P. Clarkson, W. T. Seah & J. Pang (Eds.), *Values and valuing in mathematics education: Scanning and scoping the territory* (pp. 171–183). Springer Nature Switzerland AG.

Bakker, A. (2018). What is design research in education. In A. Bakker (Ed.), *Design Research in Education: A Practical Guide for Early Career Researchers* (pp. 3-22), Routledge

Barbosa, J. C.(2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM Mathematics Education*, *38*(3), 293-301.

Benedict, R.(1946). *The chrysanthemum and the sword; patterns of Japanese culture.* Houghton Mifflin.

Bishop, A. J., FitzSimons, G. E., Seah, W. T., & Clarkson, P. C. (1999). Values in mathematics education: Making values teaching explicit in the mathematics classroom. Paper presented at the AARE Annual Conference 1999. Retrieved from https://www.aare.edu.au/data/publications/1999/bis99188.pdf

Boylan, M.(2016). Ethical dimensions of mathematics education, *Educational Studies in*

Mathematics, *92*(3), 395-409.

Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In S. J. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and attitudinal challenges* (pp. 73-96), Seoul, Korea: Springer.

Dede, Y., Akçakın, V., & Kaya, G. (2021). Mathematical, mathematics educational, and educational values in mathematical modeling tasks. *ECNU Review of Education*.

土居健郎・キャサリン・ルイス・松田義幸(2005). 甘えと教育と日本文化, PHP 研究所.

Ernest, P. (2010). The scope and limits of critical mathematics education. In H. Alrø, O. Ravn, & P. Valero (Eds.), *Critical mathematics education: Past, present, and future: Festschrift for Ole Skovsmose* (pp. 65-88). Sense: Rotterdam.

Frankenstein, M. (2012). Beyond math content and process: Proposals for underlying aspects of social justice education. In A. A. Wager & D. W. Stinson (Eds.), *Teaching mathematics for social justice: Conversations with mathematics educators* (pp. 49-62)., National Council of Mathematics Teachers (nctm).

Gibbs, A. M. (2019). *Socio-critical mathematical modeling and the role of mathematics in society* [Doctor of Philosophy in Mathematics Education, Florida Institute of Technology]. Florida.

Gutiérrez, R.(2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, *44*(1), 37-68.

Gutstein, E.(2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, Latino school. *Journal for Research in Mathematics Education*, *34*(1), 37-73.

Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics*. New York, NY: Routledge.

Kaiser, G., & Sriraman, B.(2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, *38*(3), 302-310.

Kincheloe, J. L., McLaren, P., Steinberg, S. R., & Monzó, L. (2017). Critical pedagogy and qualitative research: Advancing the bricolage. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *The SAGE handbook of qualitative research* (fifth edn.) (pp. 235–260). Sage.

Mamolo, A., Thomas, K., & Frankfort, M. (2018). Exploring math through social justice problems. In (Eds.) A, Kajander, E. Chernoff, & J. Holm, *Teaching and learning secondary school mathematics: Canadian perspectives in an international context* (pp. 377–392). Springer.

内 閣 府 (2019). *White paper on children and young people.* Retrieved from https://www8.cao.go.jp/youth/english/whitepaper/2019/pdf/2019.pdf, 2019 <Summary>.

新村出編(2018). 広辞苑（第七版）, 岩波書店.

松下佳代(2017). 科学教育におけるディープ･アクティブラーニング―概念変化の実践と研究に焦点をあてて―, 科学教育研究, 41(2), 77-84.

文部科学省(2018a). 小学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説算数編, 日本文教出版.

文部科学省(2018b). 中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説 数学編, 日本文教出版.

文部科学省(2019). 高等学校学習指導要領（平成 30 年告示）解説 数学編 理数編, 学校図書.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: https://timssandpirls.bc.edu/timss2019 /international-results/

OECD(2017). *PISA 2015 assessment and analytical framework: Science, reading, mathematic, financial literacy and collaborative problem solving* (revised edition), Paris: OECD Publishing.

OECD (2018). *PISA 2021 mathematics framework (second draft)*. Retrieved from https://pisa 2021-maths.oecd.org/files/PISA 2021 Mathematics Framework Draft.pdf

Radford, L. (2023). Ethics in the mathematics classroom. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, vol.16, pp.57-75.

Seah, W. T., Andersson, A., Bishop, A., & Clarkson, P.(2016). What would the mathematics curriculum look like if values were the focus? *For the Learning of Mathematics*, *36*(1), 14-20.

Seah, W. T., Baba, T., & Zhang, Q. P. (2017). The WIFI study: Students' valuing of mathematics learning in Hong Kong and Japan. Son. In J. W. Watanabe, T. & J. J. Lo (Eds.), *What Matters?: Research Trends in International Comparative Studies in Mathematics Education.* Springer, 333–354.

島田功・馬場卓也(2014). 算数教育における社会的価値観の育成に関する研究(3)―先行研究の批判的検討によるオープンエンドな問題の特性の考察―, 日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊第 47 回秋期研究大会特集号, 96, 73-80.

Skovsmose, O.(1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Springer.

Skovsmose, O. (2012). Critical mathematics education: A dialogical journey. In A. A. Wager & D. W. Stinson (Eds.), *Teaching mathematics for social justice: Conversations with mathematics educators* (pp. 35-47). National Council of Mathematics Teachers (nctm).

Skovsmose, O. (2016). What could critical mathematics education mean for different groups of students? *For the Learning of Mathematics*, 36(1), 2-7.

Skovsmose, O. (2018). Critical constructivism: Interpreting mathematics education for social justice. *For the Learning of Mathematics*, *38*(1), 38-42.

Skovsmose, O. (2019). Crisis, critique and mathematics. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 35.

Skovsmose, O. (2020). Mathematics and ethics. *Revista Pesquisa Qualitativa*, *8*(18), 478-502.

Skovsmose, O. (2021). A philosophy of critical mathematics education. *Philosophy of Mathematics Education Journal, 37*.

Skovmose, O. (2022). Concerns of Critical Mathematics Education – and of Ethnomathematics. *Revista Colombiana de Educación*, (86), 365-382.

Uegatani, Y., Ishibashi, I., & Hattori, Y. (2020). Role of probability in socio-critical modelling: A study of Japanese high school students' perception of COVID-19 certification. *JSSE Research Report*, *35*(3), 43-48.

Vos, P. (2018). "How real people really need mathematics in the real world" – Authenticity in mathematics education. *Education Sciences*, *8*(4), 195.

Wedege, T. (2010). Sociomathematics: A subject field and a research field. In U. Gellert & E. Jablonka (Eds.), *Proceedings of the Sixth International Mathematics Education and Society Conference*, Berlin, Germany, 20-25 March 2010 (pp. 449–458). Freie Universität Berlin.

Weinberg, A. M. (1972). Science and trans-science. *Minerva*, *10*(2), 209-222.

Weiland, T. (2017). Problematizing statistical literacy: An intersection of critical and statistical literacies. *Educational Studies in Mathematics*, *96*(1), 33-47.

第 5 章　社会批判的オープンエンドな問題の開発とその実践

第 5 章では，社会批判的オープンエンドな問題の理論的枠組みに基づき教材を開発すること，そしてその開発にあたっては，問題文脈の特性を明らかにした上で，実践を通して生徒達の発揮した批判的思考力を同定することを目的とする。第 1 節では，社会批判的オープンエンドな問題に基づく教材として「選挙システムの批判的検討」を開発し，第 2 節において，授業の実際を記述する。なお，授業はビデオカメラによって撮影・録音を行い，プロトコル分析により詳細に検討を行う。また，授業で用いたワークシート等は全てを検証対象とし，多角的に分析を行う。第 3 節では生徒の発揮した批判的思考力の特質を同定するにあたって,「生徒はどのような批判的思考力を発揮したのか？」,「生徒は選挙システムという民主主義の問題に対し，数学をどのように結びつけるのか？」この 2 点からの検討を行い，最後に，本研究における批判的思考力の概念規定からの考察を行う。

第 1 節　社会批判的オープンエンドな問題の枠組みに基づく教材の開発「選挙システムの批判的検討」

第 4 章第 4 節で提案した社会批判的オープンエンドな問題では，状況に応じて用いられる数学を批判的に捉えたり，問題解決で働かせた数学的思考を批判的に捉えたりすることが求められる。そして，数学的思考を手段として，価値観に基づいて社会的判断を下し，社会的に公正で倫理的な価値観に基づいて様々な議論が展開される。社会批判的オープンエンドな問題では数学的思考を通して社会的判断力を育成することと，社会的公正を達成するために数学的思考あるいは社会で用いられる数学を批判的に検討することのプロセスが共存することを求める点に特徴があり，数学的思考を用いて検討し得る社会的公正や倫理を伴う真正な問題が扱われる。例えば，昨今のコロナパンデミックの問題や地球温暖化の問題，ダイバーシティやインクルーシブなど社会文化的な問題，そして，選挙制度のあり方やマイノリティの権利保護などの民主主義に関わる問題など，今日的な社会的課題が題材として想定されている。本節では，前章で述べたようにそのような問題文脈を学校の特別活動と対応させ，擬似社会的活動として授業設計を試みてみよう。

教材を開発するにあたっては,「選挙システム」を題材とする。とりわけ，民主主義社会の新しい投票形式として注目も集める「Quadratic Voting (以下，QV) 」(ポズナー・ワイル, 2019) のシステムに注目する。QV とは，ポイントを消費して複数の候補に複数票を投じることができる投票システムであり，例えば台湾では，民間から募った Sustainable Development Goals (SDGs) に関する 200 あまりのアイデアを絞り込むために，また，アメリカのコロラド州では，107 の法案から優先順位を決定するために，それぞれ実験的に活用されている。QV においては，同じ候補に複数票を投じたい場合は，票数の 2 乗に比

例するポイントを消費しなければならない。その意味で, QV のシステム設計の背後では，社会的公正や倫理を念頭に置いた数学的な思考が働いていると考えられ，日本の文脈において QV を含む投票システムの長所や短所を検討することは，平方根や 2 乗に比例する関数を学習する中学校 3 年生にとって適時的な社会批判的オープンエンドな問題になり得ると考えられる。

1.1　QV に関する数学的考察

本項では，QV に内包される数学性について検討しておこう。QV は，投票において，1 人 1 票ではないことが特徴である。投票者は何ポイント (以下，ポイントは pt と表記する) かを予め所有しており，1 人に 1 票を投じるには 1×1 の 1 pt が必要で，1 人に 2 票投じるには 2×2 の 4 pt が必要となる。つまり，1 人の候補者や企画に対して，n 票投じるためには n の 2 乗 pt を消費する仕組みとなっており，例えば，投票者が 100 pt を所持していた場合，同じ候補者 (企画) には最大 10 票しか投じられない。台湾では，1 人に対し 99 pt を配ることとしており，必ず分散投票をさせている点に工夫があるだろう。pt を全て使い切るとして，1 つの企画に集中的に投票をしようとしても最大 9 票までであり，残りの 18pt (99 − 9×9=18) の行く末は投票者に委ねられ，それゆえ熟考しなければならない。

ここでは更に，QV における「pt の配分方法」と「1 票の重み」について考える。QV で pt の配分方法を考えることは，自然数 (ここでは 99) を平方数の和で表す問題とみなすことができる。つまり，三平方の定理やラグランジュの四平方の定理等が関わる 2 次の不定方程式の求解問題であり，投票する候補数 (不定方程式においては未知変数の数) を決定してから pt を配分する場合，pt 数の合計を 99 に合わせることは分散投票に比べてはるかに難しい。特に，99 pt では投票候補数を 1 または 2 として集中的に投票することはできない。また，票数を変化させるときの消費 pt の変化量は，その票がその候補に対して何票目であるかに依存する。例えば，9 票を 8 票に減らすと，消費 pt は 17 pt 減り，3 票を 4 票に増やした場合，消費 pt は 7 pt 増える。一般に n 票目の 1 票の増減による消費 pt の変化量は表 5-1-1 の通りである。つまり，投じる票が増加するにつれて，一票の重み配分が増大することが分かる。

表 5-1-1　1 票の増減による消費 pt の変化量

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
pt	1	3	5	7	9	11	13	15	17

1.2　授業デザイン

社会批判的オープンエンドな問題の視座から授業を設計するにあたっては，今日的な社会的課題の取り扱いが求められるが，中学生を対象に授業を実践する際，いつもそのよう

な題材がタイムリーに溢れているとは限らない。そこで子どもたちに与える問題文脈として第 4 章で示した「擬似社会」の概念を採用する。あらためて「擬似社会」の概念を述べると,「擬似社会」とは子ども達が将来直面するであろう社会的課題を学校における課題に対応させ，それを教育の形で擬似体験させるものである。生徒は言わば，自分達の所属する学校という彼らなりの社会に属していると言え，学校における行事や特別活動は子ども達にとっても日常的であり，それらの活動の問題解決は自分事としても捉えやすい。自分達の学校をより良くしようとする活動は彼らが社会に出て直面するであろう課題への対応にも繋がることが期待され，それは「擬似社会」を授業で扱う価値となり得る。本研究では社会批判的オープンエンドな問題の文脈設定として現実社会における「投票」に注目する。学校において行われる行事のテーマ決めなどに QV を取り入れ,「投票」を題材とした問題文脈のもと，授業を設計する。

QV を社会批判的オープンエンドな問題として授業化するにあたり，問題文脈としては「体育祭で流す曲をみんなで決めよう」という擬似社会的活動を設定することとした。生徒には体育祭に流す曲として 100 曲から上位 5 曲を投票によって決めることを伝え，授業では QV を含めた 3 つの投票形式を試行し，その長所や短所を検討させる。これらの投票形式の検討が生徒によってオープンな回答を提出させることとなり，数学的・社会的多様な解を有することとなる。3 つの投票形式を授業で扱うのは，生徒らにとって最も身近な一人一票形式から出発し，様々な投票形式を相対的に評価・検討させたい意図がある。授業の構成としては，まずは一人一票形式及び分散投票（一人百票）形式で実際に生徒に投票を行わせる。授業の序盤において，一人一票形式においてどの曲に投票するかを考えさせ，その長所と短所を記述させる。分散投票形式では一人百票の持ち票を全て使い切るよう促す。一人一票形式の結果は直接，手作業で集計を行い，結果を伝え，分散投票形式の結果については表計算ソフトを用いて速やかに集計を行う。その後，図 5-1-1 の架空の問題を生徒に設定する。

分散投票形式については，一人一票形式に対して，複数の曲に重みを付けて投票をすることができる。一方で，図 5-1-1 のように少人数の極端な意思が選挙結果全体に大きく影響を与えてしまうこともあり得る。この事例を参考にさせながら，分散投票形式の長所・短所について検討させる。

その後，生徒に QV の投票形式を紹介し，生徒もその方法で実際に投票を行わせる。台湾で行われた QV 同様に, 一人 99pt を持ったうえで, 全ての pt を使い切るよう指示する。その結果も受けた上で，最後に,「もし QV を図 5-1-1 の隣のクラスで行っていた場合，どのような結果になっていただろうか？」という問いを生徒に投げかけ，QV の長所・短所について数学的に検討させる。その後，授業を受けて考えたこと（感想）を記述させる。自分の意見を記述するワークシートには自分の意見と他者の意見を区別して記述するよう

に指示することとした。

隣のクラスの分散投票（一人百票）の結果は次の通りでした．1 位は曲番号 7 の「カエルの合唱」で，担任によると，結果を見た生徒 4 名が「すみません，ふざけて「かえるのがっしょう」にそのまま 100 票入れてしまいました」と申し出たようです．この結果や私たちが今回行った一人一票システム，分散投票システムの結果を参考に，分散投票システムの長所や短所を考えてみましょう．

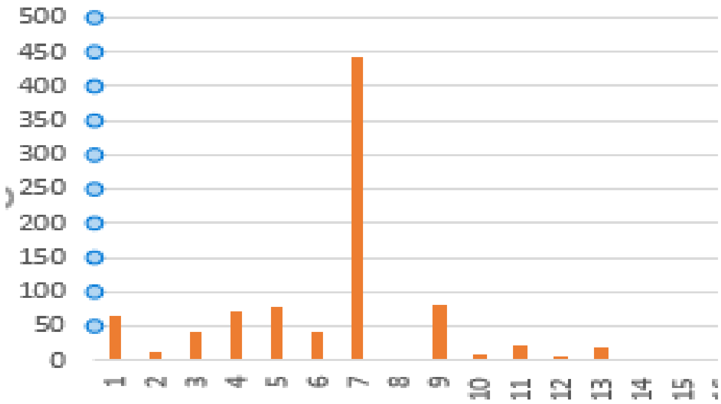


図 5-1-1　隣のクラスの分散投票結果に関する問題*1（服部ら，2024，p. 23）

授業の構成は以上のとおりであるが，本授業が批判的数学教育（Skovsmose，1994）の視座に基づくことからも授業そのもののねらいについても補足しておこう。批判的数学教育は，社会正義のための数学教育でもある（Skovsmose,2022）。本研究における社会正義とは生徒が様々な選挙システムについて，何をもって公正であるかを問い続けることであると解釈する。その意味で，本授業では，どのような投票システムも全員の総意がきちんと反映されるというのは難しいことを知ること，実際の社会では今回の QV のように数学をうまく使ってより良い投票システムを構築しようとしたり，実際に実装したりしていることを知ること，それぞれの投票システムについて，その妥当性を考えたり，より良いシステムはないのかと考えたりすることが重要であることを授業の終末に生徒に伝えることにした。今後の学校生活において，そして社会に出てからもそのようなリテラシーをもつことが重要であり，生徒にその意味を実感させることが本授業のねらいでもある。なお，巻末資料 7 にて，本時の学習指導案を添付する。

ここで，本実践を社会的オープンエンドな問題の持つべき特性（島田，2017）の観点からの分析も行ってみよう。社会批判的オープンエンドな問題は社会的オープンエンドな問

[1] 実際のワークシートの図には曲番号 16 以降の 100 曲の投票結果を全て表している。

題に内包される意味でも，これらの特性を満たすことを検討したい。つまり，ア：社会的文脈の重視，イ：問題の真正性，ウ：問題の条件付け，エ：社会的オープンエンドな問題の取り扱い，の 4 つの観点からの分析である。

ア：社会的文脈の重視

生徒は学校社会の文脈の中で，生徒会選挙やクラスの委員選挙など，子どもなりの選挙経験を有しているといえるだろう。全校生徒から生徒会長を選ぶために投票を行ったり，クラスの委員長を選ぶために，クラスメイトから委員長の適任者を判断したりする経験である。その意味で,「選挙」の文脈それ自体は学校という日常の中で生起している問題であり，本実践は，大人社会で経験する選挙システムについて，まさに擬似社会の文脈で社会的課題を考察する授業展開となっている。

イ：問題の真正性

本授業実践では「一人一票」,「一人百票」,「QV」のシステムを用いて，体育祭のテーマ曲を選ばせることを行うが，候補曲は実際の曲を題材として扱うことで，より現実的な文脈になるように心掛けた。しかしながら，授業実践校において，実際に体育祭で本当に曲を流すわけではなく，あくまでそのような想定で授業を展開している。授業の本質的な部分は，人気曲の結果が選挙システムによってどのように変わるかであり，架空の曲設定ではなく，実際の曲設定にすることは，子ども達自身が自分なりの好みを真摯に考え，投票行動を決定することにつながる。

ウ：問題の条件付け

社会的オープンエンドな問題では，問題の条件付けによって，解が多様になることが特徴であるが，本実践においては，システムの長所・短所を検討させることが中心的な課題となる。その意味では子ども達が直接的に数学的な仮定を立てたり，条件を設定したりという場面は少ないことが考えられるが，どのような数学性（ちらばりや重み）に着目するかや,「QV 投票において，仮に人気曲に集中的に投票しようとしていたら・・」といった仮定を立てることは可能であり，その意味での条件付けによって結果はオープンなものになり得る。

エ：社会的オープンエンドな問題の取り扱い

これまでも述べてきたように，社会的オープンエンドな問題の取り扱いとは，数学的モデリングを用いた取り扱いであり,本時は社会批判的オープンエンドな問題であるがゆえ，生徒が遂行する数学的モデリングは社会批判的モデリングとなる。「一人一票」,「一人百票」,「QV 投票」に内包される数学性を特定し，また内包された数学を批判的に検討することもまた本授業の重要なねらいである。

以上，本実践もまた社会的オープンエンドな問題の持つべき特性を一定満たしていることが確認できる。では，社会批判的オープンエンドな問題ならではの特徴や子ども達の様

相はどのようなものか。次節以降，検討を進めていく。

第 2 節　授業の実際

実験授業は 2022 年 7 月 5 日に国立大学教育学部附属中学校にて, 第 3 学年 1 クラス（33 名出席）を対象に，2 時間構成（50 分授業×2）で行われた。授業者は本時において，学校における体育祭をもっと盛り上げるために，生徒の意見をふまえて体育祭で流す曲を投票によって決めたいことを伝えた。一人一票形式では紙の用紙で実際に投票させ，その場でリアルタイムにヒストグラムを作成し，結果を発表した。一人一票による投票では曲番号 44 が 4 票で一位，曲番号 99 が 3 票で二位，曲番号 57，58，86 が各 2 票で三位であった。残りの曲は全て 1 票以下となった。分散投票形式では表計算ソフトを利用し，生徒に各自で入力させ（投票させ），コンピュータでヒストグラムに表した上で生徒に結果を伝えた。分散投票では曲番号 31 が 260 票で一位，曲番号 58 が 230 票で二位，曲番号 44 が 225 票で三位，曲番号 41 が 220 票で四位，曲番号 86 が 200 票で五位であった。その後，図 5-3-1 を提示した上で，一人一票形式，分散投票形式のそれぞれの長所・短所を検討させた。
一人一票形式の長所・短所としては次のような回答（原文のまま）がみられた。

生徒 KK：一人一人の意見が均等に結果に影響する。

生徒 TS：公平な投票ができる。

生徒 MM：すべての人が平等に投票できるからもめることがない。クラスのみんなが平等に投票する権利がある。少ない人数でも 1 番いい曲を自分が意図的にすることができない。

生徒 SM：選択肢が多かったから票がちらばってしまう。→中々決まらない。

生徒 SR：35 人なのに 4 票の所がえらばれると，4/35%（1/8%）しか,「うれしい」と思えない。

生徒 HK：100 個の中で 1 個をきめるのは難しく悩む。

生徒 NY：少数意見が尊重されない。

分散投票形式の長所・短所としては次のような回答（原文のまま）がみられた。

生徒 KM：いくつか入れたいものがあったときに分けて入れることができる。票を入れる人が少なくても重みをつけられる。

生徒 KK：1 人で全票入れたりする人がいると，票数が一気に増えてしまうので，多くの人がいいと思っているのかが分からない。

生徒 TS：ふざけての組織票が入ると，他の意見が台無しになってしまう。

生徒 SR：本当にみんなに人気なものが，ひとつにたくさん入れた人より少なくなってしまい，不公平になる。

授業ではこれらの意見を共有し，一人一票形式，分散投票形式のどちらにも長所・短所

があることを確認した。そして QV と呼ばれる投票形式があることを伝え，生徒にその内容を紹介し，この投票システムが実際の社会で実装されていることを説明した。そして，実際に QV の方法でも投票を行ってみた。QV による投票では曲番号 86 が 58 票で一位，曲番号 44 が 55 票で二位，曲番号 57 が 36 票で三位，曲番号 31 が 33 票で四位，曲番号 7 が 32 票で五位であった。隣のクラスで QV を行った場合，どのような結果になり得るか検討させた場面（図 5-1-1 を提示した場面）では，次のような回答（原文のまま）がみられた。

生徒 KF：2 乗することによって複数票を 1 つに投票をするときに票数が多くなるにつれて P（ポイント）の消費量が激しくなるため複数票入れにくくなる。票の差が大きくなりにくい。

生徒 KKA：QV が 99pt を分散するのは，2 乗してできる自然数の何で引いてもあまりが出るので，1 つの曲だけに投票することがないようになっている等の工夫があった。

生徒 TY：2 乗することで，1 乗よりも票の差が大きくなりすぎない。

生徒 KKU：2 乗することによって投票数の差が減って，1 人 100 票よりも平等になると思う。

生徒 NY：100pt 制の時よりは，1 票増やすごとに失うポイントがぐんっと上がるので，1 票 1 票の重みが増して本当にみんなが希望する曲を選ぶことができると思う。

生徒 NR：1 人 1 曲に 9 票しか入れられず，4 人全員が K 曲（注：図 1 の****）に 9 票ずつ入れても 36 票だから，上位に入るかもしれないけどダントツで 1 位ということがなくなり，投票の結果がもっと公平なものになると思った。

授業のまとめでは,本日の授業が決して QV のよさを学習することではないことを伝え，どのような投票システムも長所や短所があり，全員の総意がきちんと反映されるシステムを作ることは簡単なことではないことを確認した。その後，QV の短所について聞いてみると，教師と生徒で次のようなやりとりがなされた。

T: QV のデメリットには何があるでしょうか？

S1:突出して多い票というのが起こりづらい分,突出して世の中で人気のものが分かりづらい。

T:あー，なるほどね．突出して人気なものが分かりづらいというデメリットもあるのではないかと。

（中略）

T:ほかー，ありますか？はい,どうぞ。

S2:2 乗するっていう計算をするのがめんどくさい。

T:難しいよね。めんどくさいよね。システムを理解するのが難しいですよね。

QV にも短所があることを皆で共有したあと，授業者は実際の社会では今回の QV のように数学をうまく使ってより良い投票システムを構築しようとしたり，実際に実装しようとしたりしていることを伝えた。そして，それぞれの投票システムについて，その妥当性を考えたり，もっとより良いシステムはないのかと考えたりすることが大切で，これからの学校生活において，そして社会に出てからもそのようなリテラシーをもつことが重要であることを伝え，授業は終了した。授業後には，次のような感想記述（原文のまま）をかいた生徒がいた。

生徒 US：決め方，一つで結果までもを変えてしまうなら結果だけでなく「決め方」も重視していくべきだなと思いました。一人一人，価値観や考え方が異なるので全員が完璧に納得するということは少ないと思うので社会に出た時より多くの人が納得できる「決め方」を探してみたいです。

生徒 OK：(中略) 社会ではいろんなことについて何かを決めようとしています。そういうときに決め方に不平等なところがないか見極めることが大切だと思いました。

第 3 節　生徒の発揮した批判的思考力の同定

本節では，生徒の発揮した批判的思考力を同定するにあたって，本授業において，生徒はどのような批判的思考力を発揮したのか？そして，社会批判的オープンエンドな問題に対する生徒達の数学的思考が選挙システムという社会問題にどのような影響を有するか？これは換言すれば，日本の中学生が選挙システムという民主主義の問題に対し，数学をどのように結びつけるのかである。この 2 点から検討を行い，最後に本研究における批判的思考力の概念規定からの考察を行う。

3.1　生徒はどのような批判的思考力を発揮したのか？

本授業は，体育祭で流す曲を決めるにあたって，さまざまな投票システムを試行し，その長所や短所を批判的に検討する授業であった。まず，一人一票形式の投票では，生徒 SM のように投票候補が多い場合は結果がばらついてしまうことを指摘する生徒が多かった。また生徒 SR は割合を用いて一人一票形式の短所を指摘したとも言える。生徒 KM は分散投票形式の長所として票を複数入れることができ，なおかつ重みづけができることを指摘した。生徒 KK や生徒 TS は図 5-1-1 の結果を基に，分散投票の短所として，少数の極端な強い意志が与える影響について指摘している。QV による投票以前の場面においては生徒による数学的な探究はそれほど特定できなかったが，興味深いことは生徒 KK, TS, MM, SR，NY にみられるように「公平」・「平等」・「不公平」・「少数意見の尊重」といった表現を用いて，それぞれの投票システムの公正性を検討した回答が多くみられた。QV の検討場面においても生徒 KKU や生徒 NR はこれらの表現を用いている。これは社会批判的オ

ープンエンドな問題が目指す社会的公正の観点からの議論とも言え，本授業全般を通じて，公正な投票システムの在り方を生徒それぞれが正に検討した様子が伺えよう。

生徒による数学的探究の様相が中心的に顕在化したのは QV の検討場面である。生徒 KF と生徒 TY，生徒 NY は QV において 2 乗する意味について，票数と pt 数の変化量の関係に着目して，1 票増えるごとに pt の重みが増すことによる影響を指摘している。ここでの重みは pt の変化率であり，まさに解析的思考と言える。また，生徒 KKA は今回の QV が 100pt ではなく 99pt に設定した利点を代数的に検討し，評価している。このように，生徒は QV が内包する数学性をこれまでの既習知識を基に検討していた。彼らの数学的探究の推進の要因としては，分散投票における極端な事例として図 5-1-1 を検討材料として提供したことが大きいといえる。比較の文脈を設定することで，QV の利点が数学的に浮き彫りになり，生徒の数学的探究の遂行を促す契機になり得たと考える。また，QV の投票前の段階で彼ら自身に実際に計算させたうえで投票を行わせたことも大きいだろう。分散投票に比べ，QV はある程度の試行錯誤の作業を伴う必要もあり，それゆえ投票に熟慮を要することになったといえる。

また，生徒の回答を確認すると，それぞれの投票システムにおいて結果が異なったことに驚きを見せた生徒が多かった。最後の感想の生徒 US や生徒 OK の回答は，民主的な社会の発展に貢献し得る重要な指摘であり，より良い社会を創るために，システムそのものを検討しようとする批判的思考（久保，2020）の様相とも言え，第 2 章においても検討した「公正な批判的思考」の具体としても特定できるだろう。

3.2　社会批判的オープンエンドな問題に対する数学的思考の様相

本項では，日本の中学生は選挙システム（QV を含む）を教材とした社会批判的オープンエンドな問題を扱った授業において，数学と社会問題をどんな契機（what）で，どのように（how）結びつけて考察することができるかを検討する。分析にあたっては，生徒が記述したワークシートに着目した。生徒のワークシート（一人一票形式の長所・短所，分散投票形式の長所・短所，QV，感想）について，数学的な思考を働かせて記述したもの（数学的な観点に立って記述をしたもの）を「数学使用」，それ以外の観点に立って回答を記述したものを「数学不使用」と分類した。数学的な思考を働かせた記述例としては，①「散らばる」，②「全ての票を一ケ所に入れると偏りが大きくなる」，③「差をつけることができる」，④「重みを付けられる」などが挙げられる。①②については，データのばらつきに目を向けたものと言え，③④については加重すなわち重み付けに目を付けたものと言えよう。

著者及び広島大学附属福山中・高等学校教諭・上ヶ谷友佑氏がそれぞれ独立して評価を

行ったところ，一致率は 90.9%（κ 係数 0.82）*[2]であった。一致しなかったものについては，岡山大学講師・石橋一昴氏も加えた三名で協議を行い，確定した。その結果を表 5-3-1 で示す。

表 5-3-1　ワークシートの分析結果※（）内は度数。一票は一人一票形式を，百票は分散投票形式を表す。

	一票長所	一票短所	百票長所	百票短所	QV	感想
使用	15.2% (5)	75.8% (25)	24.2% (8)	45.5% (15)	97.0% (32)	57.6% (19)
不使用	84.8% (28)	24.2% (8)	75.8% (25)	54.5% (18)	3.0% (1)	42.4% (14)
計	100% (33)	100% (33)	100% (33)	100% (33)	100% (33)	100 % (33)

結果を確認すると，生徒は選挙システムという社会問題に対し，システムの短所を検討する際に，数学を用いて言及する傾向が認められる。一人一票形式の長所を言及する際には数学的な観点からの記述が 15.2%だったことに対し，短所を言及する際には 75.8%の生徒が数学的な観点からの記述を行っている。数学的な観点から短所を言及したものの多くは「散らばりが多くなる」というもので，データのばらつきに着目した視点であった。データのばらつきへの理解は統計学の本質として，今日的に求められる数学的リテラシーの一つでもあり（OECD，2018），システムの長所を指摘することに比して，短所を指摘することはそのシステムの改善，そして発展に寄与する。その意味において，システムを批判的に検討する判断材料として数学が採用される傾向があるとも言えるだろう。長所について言及する際には，「個人の意見がしっかり反映される」，「公平な投票ができる」，「1 人 1 人の意見を尊重できる」といった社会的に公正な意見や倫理的な意見のみの回答が多くみられた。一方で，短所について言及する際には問題点を有することを正当化する際に，数学を利用する傾向があると考えられる。数学は広く人間の文化活動において共有される言語となりえ（日本学術会議，2008），そしてまた数学は，本来的に思考の道具として発生したもの（平林 1986）である。長所に比して短所の指摘は客観性や慎重さも求められ，それゆえ数学使用を促進したとも考える。

一方，一人百票形式の短所に言及する場合は状況が異なる。一人百票形式の短所を指摘する場合の「数学使用」の割合は，その長所に言及する場合に比べて大きいものの，一人一票形式の短所を指摘する場合に比べると小さい。これは図 5-1-1 の問題設定に起因するものであると考えられる。図 5-1-1 の問題文にあるように，隣のクラスでは生徒 4 名がふ

[2] 合計したデータの κ 係数である。表 5-5-1 の 6 項目それぞれの κ 係数の平均値は 0.66 である。

ざけて,「かえるのがっしょう」に集中的に投票を行った。この事実に対し，一人百票形式の短所の指摘は「不公平になる時がある」,「ふざける人がいる」,「平等ではない」といった不公平感が先行する回答を行う生徒が多くみられた。他方で,「差がつけやすくなりみんなの好きな曲が選ばれなくなる」,「すべての票を 1 ケ所に入れたらかたよりが大きくなる」といった回答は，社会的公正性のみを指摘した前者に比べ，一人による集中的な投票が全体の結果に大きな影響を与え，偏りを生む意味で分散投票形式のシステム自体を数学的な観点から批判的に検討したものと言えよう。一人一票形式の投票に対し，分散投票形式の問題点の要因が不正義な人間であったと考えた生徒は，数学使用には至らなかったと考えられる。

ここで，一人一票形式から一人百票形式に至るまで，ワークシートの記述において数学を使用したか（使用），しなかった（不使用）かについて，その変容を見てみよう（図 5-4-1）。この図によって，個人の回答記述の変容を把握することができる。図の左は，一人一票形式・一人百票形式の長所を記述した回答の変容について，右は短所を記述した回答の変容について，それぞれ表している。矢印の太さは 20%未満の移動は 1pt で，20%以上 40%未満の移動は 3pt で，40%以上の移動は 4.5pt で，60%以上の移動は 6pt で表している。

図 5-3-1　数学を使用したか，しなかったかについてのワークシート記述の変容

まず，長所を検討してみよう。一人一票形式については，生徒の日常で最も馴染みのある投票システムであるが故か，主観的な記述に留まりやすく，敢えて数学を用いる生徒が少ない傾向であった。しかし，一人百票形式については一人一票形式に比べてそのシステムの有用性を伝えるべく（あるいは，一人一票形式と対比することで長所が分析しやすくなったがために）数学的に分析している生徒が増加している可能性が示唆される。それでも，長所を評価する必要性は短所に比べ乏しいため，そこまで数は増大していない。短所については，問題点の明確化のために一人一票形式で数学を使用する生徒が多い一方で，一人百票形式の指摘にあたっては，不正義な生徒の投票行動に対する道徳的判断により，数学的分析の増加が困難な状況であったことが推察されよう。

授業では，その後，QV の投票形式の検討を行った。表 5-3-1 が示す通り，QV においては数学的な思考を働かせた記述が大きな割合を示した　(97%）。これは，生徒に与えた問い，具体的には「もし QV を図 1 の隣のクラスで行っていた場合，どのような結果になっていただろうか？」という問い自体に教育的意図があり，QV に内包する数学性が選挙システムの問題にどのような影響を与えうるか生徒から数学的思考を働かせた検討を誘発させる意図があった。実際，「100pt だと，10 票まで投票できるけどそれだと 100 票あったときのように，推し曲に全部つかってしまうからで，99pt だと 9 票まで投票できて，あとの 18pt は別のやつにもつかえて不公平じゃなくなる」,「2 乗することによって投票数の差が減って，1 人 100 票よりも平等になると思う」,「1 人 1 曲に 9 票しか入れられず，4 人全員が「かえるのがっしょう」に 9 票ずつ入れても 36 票だから，上位に入るかもしれないけどダントツで 1 位ということがなくなり，投票の結果がもっと公平なものになると思った」といった生徒の記述は数学を用いて社会的公正や倫理を考慮した数学的・社会的に多様な解であり，社会批判的オープンエンドな問題の典型的な回答であるともいえるだろう。QV を検討するにあたって，他の投票システムと比較したことが数学的な批判性発揮の契機となったとも考えられる。

また，これまでの分析から，教育上，生徒には選挙システムの構造自体に目を向けさせる必要性が示唆された。結果の不平等性のみに着目させるのではなく，その結果をもたらした要因であるシステムそれ自体に着目させることが肝要である。

3.3　数学教育における批判的思考力の概念規定からの考察

最後に，本授業実践における生徒が発揮した批判的思考力を本研究における概念規定に基づいて考察を行ってみよう。

第 1 章で述べたように, 本研究は図 1-5-1 における広義の批判的思考力の育成を目指し，教室において顕在化した子ども達の価値観を子ども達同士で批判的に検討させる意味で，「批判性」に依った研究として位置づけている。本授業実践においても子ども達は自らの価値観に基づき，選挙システムの批判的検討がなされたわけであるが，QV における数学性を純粋に数学の舞台に落として検討する場面も一定みられた。例えば，生徒 KKA の回答を再掲すると，「QV が 99pt を分散するのは，2 乗してできる自然数の何で引いてもあまりが出るので, 1 つの曲だけに投票することがないようになっている等の工夫があった」と検討しており，生徒 NY も「100pt 制の時よりは，1 票増やすごとに失うポイントがぐんっと上がるので，1 票 1 票の重みが増して本当にみんなが希望する曲を選ぶことができると思う。」とあり，彼らは純粋に選挙システムを数学の舞台に乗せて検討したことが窺え，現実世界における数学の有用性を感得しているとも言えるだろう。その意味では，広義の批判的思考力を発揮する中で, 狭義の批判的思考力の概念規定である「与えられた事象（選

挙システムに内包する数学性）について，自らの数学的知識を駆使してその妥当性や信頼性を正しく判断しようとする能力と積極的な態度」も発揮したとも言え，その意味では，狭義と広義の批判的思考力の往還もまた為されていたとも言える。教室におけるすべての生徒がそのような批判的思考力の往還が為されたといえるわけではないが，このたびの授業実践では，QV に豊かな数学性が内包されていたこともあり，そのような数学的探究を遂行する生徒を一定特定できたことは，今後の新たな教材開発を行う上での示唆を得ることができたとも言える。

一方で，狭義の批判的思考力に比べ，本研究で扱った題材において発揮された広義の批判的思考力は問題解決に係る数学の専門性がそれほど要求されていないことが窺えた。これは当然与えられる問題文脈に依存することもあり得るが，第 3 章において社会的オープンエンドな問題における数学性について考察した結果からも表 3-5-5 のとおり,「線形的に考えること」がその中心部分になり，単位量あたりの計算，関数的に捉えることが問題解決の中心的な道具となる。このことは社会批判的オープンエンドな問題を今後新たに開発する上でも検討の余地があり，とりわけ後期中等教育では変化率を考え，微分の考え方を用いた問題解決の舞台を想定するなど，数学性の観点からの新たな教材の開発もまた求められる。とりわけ，社会批判的オープンエンドな問題は社会問題に数学性が内包され，その数学の用い方を批判することが特徴であることからも生徒の数学使用の促進可能性については引き続き検討を重ねていきたい。

第 4 節　本章のまとめ

本章では，第 4 章で構築した社会批判的オープンエンドな問題の枠組みに基づく教材を開発し，実践を通して，生徒の発揮した批判的思考力の特質を同定することを目指した。

第 1 節では，社会批判的オープンエンドな問題に基づく教材として「選挙システムの批判的検討」を開発した。問題文脈としては「体育祭で流す曲をみんなで決めよう」という擬似社会的活動を設定し，一人一票形式及び分散投票（一人百票）形式，QV の投票形式のそれぞれの長所，短所を検討させた。第 2 節において，授業の実際を記述した。第 3 節では生徒の発揮した批判的思考力の特質を同定するにあたって，本授業において,「生徒はどのような批判的思考力を発揮したのか？」,「生徒は選挙システムという民主主義の問題に対し，数学をどのように結びつけるのか？」この 2 点から考察を行った。1 点目については，社会批判的オープンエンドな問題が目指す社会的公正の観点からの議論が教室において展開されたこと，授業において比較の文脈を設定することで，QV の利点が数学的に浮き彫りになり，生徒の数学的探究の遂行を促す契機になり得たこと，より良い社会を創るために，選挙のシステムそのものを検討しようとする批判的思考力の様相を捉えることができたことが成果として挙げられる。また，2 点目については，選挙システムの短所の

検討は，長所を検討することに比して，数学的な批判的検討が遂行され得ること，とりわけ，そのシステムが問題点を有することを正当化する際に，生徒は数学を使用する傾向があること，さまざまな投票システムの比較の文脈を契機として，数学を通した選挙の公正性の検討が行われ得ること，しかしながら，問題の要因がシステムではなく人間の振る舞いに帰着された場合，中学生は数学を使用したシステムの問題点の検討に移行できない可能性があることが示唆された。最後に，本授業実践における生徒が発揮した批判的思考力を本研究における概念規定に基づいて考察を行った。結果，QV の豊かな数学性から狭義と広義の批判的思考を往還する生徒を一定特定でき，その意味で，今後の新たな教材開発を行う上での示唆を得ることができた。

第 5 章の引用・参考文献

エリック・A・ポズナー，E・グレン・ワイル(2019). ラディカル・マーケット 脱・私有財産の世紀：公正な社会への資本主義と民主主義改革，東洋経済新報社.

平林一栄(1986). 数学教育の有効性のために，奈良教育大学紀要, 35(2), 1–17.

久保良宏(2020). 分割問題における大学生の批判的思考に関する範例に注目した考察，第 8 回春期研究大会論文集, 131-138.

日本学術会議(2008). 21 世紀を豊かに生きるための「科学技術の智」. https://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-20-h64-3.pdf (2023.7.19 参照)

OECD(2018). PISA 2022 mathematics framework (DRAFT) https://pisa2022-maths.oecd.org/files/PISA%202022%20Mathematics%20Framework%20Draft.pdf (2022.5.6 最終確認)

Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Springer.

Skovmose, O. (2022). Concerns of Critical Mathematics Education – and of Ethnomathematics. *Revista Colombiana de Educación*, (86), 365-382.

終章　本研究の総括と今後の課題

本研究主題は「数学教育における批判的思考力の育成に関する理論的・実証的研究」である。本章では，第 1 節において，本研究の総括を述べ，第 2 節において今後の課題を述べる。

第 1 節　本研究の総括

本研究の目的は以下のとおりであった。

①中等教育段階における社会的オープンエンドな問題を開発し，実践を通して，生徒達の批判的思考力の様相を捉えること。
②トランス・サイエンスな問題に対して多様な価値観を尊重しながら生徒の批判的思考力を育成する新たな理論的枠組みとして「社会批判的オープンエンドな問題」を提案し，それに基づいた生徒達の批判的思考力を育成する実践的な授業モデルを構築すること，及びその実践を通して生徒の発揮した批判的思考力の様相を特定すること。

この目的を達成するために，以下の下位目的を設定した。

1. 数学教育における批判的思考力について，その理論的位置づけ，構成要素を明らかにし，概念規定を行う。
2. 批判的思考力を育成するための数学授業デザインを明らかにする。
3. 数学教育における批判的思考力の育成を目指した中等教育を対象とした社会的オープンエンドな問題を開発し，実践を通して生徒達の発揮した批判的思考力を同定する。
4. 多様な価値観を尊重しながら生徒達の批判的思考力を育成する新たな理論的枠組みとして，「社会批判的オープンエンドな問題」の枠組みを提案する。
5. 4 の理論的枠組みに基づき，批判的思考力を育成するための教材を開発する。開発にあたっては，問題文脈の特性を明らかにした上で，実践を通して生徒達の発揮した批判的思考力を同定する。

これらの下位目的に対する成果を各章ごとにまとめていく。

第 1 章では，下位目的 1 である数学教育における批判的思考力について，その理論的位置づけ，構成要素を明らかにし，概念規定を行うことを試みた。

第 1 節では，現代社会の急速な変化が能力に対する認識に大きな影響を及ぼし，それが

能力育成の方法論にも変化を促していることを指摘した。従来の学問中心の教育から得られる「学力」を超える「能力」，特にコミュニケーション能力や人格特性を含む広範囲な能力の追究が，現在の「資質・能力」中心の教育への転換を示唆していることを述べた。

第 2 節において，数学教育における批判的思考力を池田（2016）による汎用的能力を捉える枠組みから捉え，本研究では数学教育で育成すべき資質・能力としての「批判的思考力」を，社会の変化として「多様性が高まる社会」に焦点をあてた数学教育における陶冶的目的として対応させることとした。

第 3 節では批判的思考力に関する先行研究の基礎的考察を行った。各研究者による定義を検討し，その特徴を考察した結果，概念規定が広範囲に及び，批判的思考を単一的な思考法として捉えることが困難であること，反省的思考や論理的思考，創造的思考など，様々な思考法が相互補完的に作用している点，構成要素としては「知識」・「技術」・「態度」の 3 点に分ける研究者が多いことが明らかとなった。また，この 3 要素の中で，最も重要視されるものとしては「（批判的な）態度」が挙げられ，これは批判的思考力を遂行する基盤になることが示唆された。

第 4 節では，数学教育における批判的思考力に関する先行研究の基礎的考察を行った。考察にあたっては，道田（2013）による批判的思考の大三角形（「合理性（論理性）」，「反省性（省察性）」，「批判性（懐疑性）」）を援用し，Paul（1992）のいう「公正な，あるいは強い意味の批判的思考」（Paul，1992，p.10）といった視点も重要視した。

第 5 節では，数学教育における批判的思考力育成に関わる先行研究を精査し，本研究における批判的思考力の概念規定を行った。本研究では数学教育における批判的思考力を，現実社会の文脈（authentic）において社会的判断力を重視する立場による批判的思考力に関する研究（例えば，久保，2016；島田，2016）と，純粋な数学の世界における数学的判断力を重視する立場による批判的思考力に関する研究（例えば，服部・井上，2015；伊藤，2015）に大別することができ，前者を広義の批判的思考力（クリティカルシンキング），後者を狭義の批判的思考力（クリティカルシンキング）と捉えることとした。そして，本研究における批判的思考力の定義を次のように暫定的に設定した。

数学教育における狭義の批判的思考力：「与えられた事象について，数学的知識や数学的推論等を駆使してその妥当性や信頼性を正しく判断しようとする能力と積極的な態度」

数学教育における広義の批判的思考力：「与えられた問題について，表面的な相違に惑わされず本質を見抜き，自身の価値観に基づいて構成した数学的モデルを根拠に解決案を提出すること．また，他者の解決案に対して，その妥当性や信頼性を判断しながら，自身の解決案を更により良いものへ修正しようとすること」

第 6 節では，問題解決の思考法としての批判的思考力の位置づけとその特性を考察した結果，狭義の批判的思考力は数学を問題対象としてその判断基準としての特性に数学的判断が同定され，広義の批判的思考力は社会や数学を問題対象としてその判断基準としての特性には数学的判断に加え，個人的あるいは社会的価値判断が同定されることを示した。

第 2 章では，下位目的 2 である批判的思考力を育成するための数学授業デザインを明らかにすることを試みた。

第 1 節において，本研究の理論的基盤である批判的数学教育の視座を検討し，批判的数学教育では，社会における現象や危機（Skovsmose,1994,p.12）に対し，数学はあくまで方法として用いられ，社会的文脈の強調のもとでの批判的市民の育成が目指されるところにその特徴があることを示した。また数学は有用さと危機の二面性を持つこと，数学を慎重に適切に用いることで公正で責任ある意思決定を行う必要があることを指摘した。

第 2 節では批判的数学教育の視座の日本の数学教育への導入を検討した。批判的数学教育における課題アプローチの実践については，個人から社会へと段階的に自らの位置を広げていく教育方法的な示唆を得られるとともに，授業設計の点で数学授業に実装する難しさを有することを指摘した。

第 3 節では，批判的思考力の育成のための方法的側面として，批判的数学教育の理念に依拠した社会的オープンエンドな問題（馬場，2009）の特徴を検討した。社会的オープンエンドな問題ではその解決にあたって，生徒の社会的価値観を積極的に顕在化させるところにその特徴があると言え，授業では生徒の社会的価値観に基づく数学的モデルの構成が期待される。社会的オープンエンドな問題において発揮される数学的考え方は問題解決の「方法」として位置付けられることもまた特徴である。

第 4 節では，初等教育の文脈における社会的オープンエンドな問題の実践とその成果をまとめた。

第 5 節では，中等教育の文脈における社会的オープンエンドな問題の実践に向けて，批判的思考力の育成を目指した数学授業において，教材開発のための指針及び教師の指導法的側面を検討した。その上で，批判的思考力の育成を目指す数学授業デザインを「価値観」の観点から構築を試みた。数学的価値観と社会的価値観の関係性については，ポパーやピアジェの知見から考察した。そして，本研究で定めた批判的思考力の概念規定の基での固有な授業デザインとして以下の三点を示した。

Ⅰ．　生徒それぞれの様々なアプローチが可能なオープンエンドな問いを設定すること

Ⅱ．生徒が代替案を提出しうるシチュエーションを設定すること

Ⅲ．授業において生徒達の価値観を顕在化させ，その基で社会的協定過程を実現すること

第 3 章では，下位目的 3 である数学教育における批判的思考力の育成を目指した中等教育を対象とした社会的オープンエンドな問題を開発し，実践を通して生徒達の発揮した批判的思考力を同定することを試みた。

第 1 節では，中学校第 2 学年を対象に，社会的オープンエンドな問題「自動車の購入」を開発し，実践を行った。授業では，生徒それぞれが様々な価値観（公共性，道徳観）を表出させながら教師の自動車の使用年数を仮定し，一次関数を用いてお薦めの自動車を検討する生徒の様相を捉えることができた。

第 2 節では，中学校第 3 学年を対象に，社会的オープンエンドな問題「携帯電話の購入」を開発し，実践を行った。授業では，他者を説得しようと数学的モデルを構成し，それを根拠とした代替案を提出する生徒や，他者の意見を踏まえつつも熟考を重ね，自己の意見を他の根拠から更に強化しようとする生徒の様相を特定することができた。

第 3 節では，中学校第 3 学年を対象に，社会的オープンエンドな問題「エアコンの購入」を開発し，実践を行った。本実践では，授業序盤で社会的文脈のみの解答であった生徒が授業を通じて，社会的価値観に基づいた数学的問題解決を行うという様相を特定することができた。

第 4 節では，高等学校における社会的オープンエンドな問題「リーグ戦の対戦計画－よりよい対戦計画とは！？」を開発し，実践を行った。「数学的帰納法」を用いて「どのチームも連続した試合がないようにする」という対戦計画が実現可能であることを確認し，彼らの社会的価値観に基づいて更なる代替案を検討した生徒達の様相は本授業実践における批判的思考力の具体として特定することができた。

第 5 節においては，社会的オープンエンドな問題における社会性，数学性，数学教育性をそれぞれ検討した。社会的オープンエンドな問題における社会性を考察するにあたっては，子ども達に与える問題文脈の「真正性（authenticity)」の観点からその意味を考究した。真正性を離散的な立場で捉えるのではなく，連続的な立場で捉え，学習者に与える問題文脈について，「真正性の度合い」の観点から考察を行った。結果，真正性の対象としての「内容の真正性(AM_W,　AM_D)」と「活動の真正性(AM_S)」に関して，これらを接続する教材開発モデルを提案し，異なる「真正性」間の関係性を議論した。そして学習者にとって，その問題文脈が考えるに足る有意味性を持ち得るかどうかの程度を表す「親和的潜入性」概念の存在を示唆した。社会的オープンエンドな問題における数学性の検討にあたっては，中心概念及び Key Understandings の概念から検討を試みた。結果，社会的オープンエンドな問題における数学教育性として，各問題カテゴリに内在する数学性として「線形的に考えること」を同定した。

第 4 章では，下位目的 4 である生徒達の批判的思考力を育成する新たな理論的枠組みとして，「社会批判的オープンエンドな問題」の枠組みを提案した。

第 1 節では，その目的を達成するために，批判的数学教育（Skovsmose，1994）の視座に基づいた教育実践である課題アプローチ及び社会的オープンエンドな問題が抱える課題について検討し，それを克服する概念として，「擬似社会」という問題文脈を学習者に与えることを提案した。

第 2 節では，倫理的側面からの数学教育の責任について述べた。また社会批判的モデリング（Gibbs,2019）について検討し，批判的数学教育の鍵概念である解放性(emancipatory)が社会批判的モデリングと関連していること，社会批判的モデリングが批判的数学教育で実践された課題アプローチ(thematic approach)(Skovsmose, 1994)とも整合していることを示した。

第 3 節では，批判的数学教育（Skovemose,1994）の視座を日本の文脈に適用させる可能性とその意義について検討した。日本社会の抑圧を克服するための批判的数学教育と社会批判的オープンエンドな問題に基づく教育実践が必要であることを示した。

そして，第 4 節において，社会的オープンエンドな問題を社会的公正や倫理の面で強調させた「社会批判的オープンエンドな問題」を提案した。社会批判的オープンエンドな問題では，状況によっては，数学を用いないという意思決定も 1 つの解答になり得る。社会的公正や倫理に関する価値観に基づく数学を用いた解答や，あるいは敢えて数学を用いない社会的な解答も交えながら，様々な問題解決者の解決方法を議論する中で，最適な解答を模索していく問題が社会批判的オープンエンドな問題である。社会批判的オープンエンドな問題の目標として，育成を目指すコンピテンシーは，従来の社会的オープンエンドな問題が目指した「数学的考え方を方法とした価値観に基づく社会的判断力」に，「用いた数学的考え方を状況に応じて批判的に捉える力」が加わったものであることを示した。

第 5 章では，下位目的 5 である社会批判的オープンエンドな問題の理論的枠組みに基づき，批判的思考力を育成するための教材の開発及び実践を通して生徒達の発揮した批判的思考力を同定することを試みた。

第 1 節では，社会批判的オープンエンドな問題に基づく教材として「選挙システムの批判的検討」を開発した。問題文脈としては「体育祭で流す曲をみんなで決めよう」という擬似社会的活動を設定し，一人一票形式及び分散投票（一人百票）形式，QV の投票形式のそれぞれの長所，短所を検討させた。

第 2 節において，授業の実際を記述し，第 3 節では生徒の発揮した批判的思考力の特質を同定することを試みた。考察にあたっては，本授業において，「生徒はどのような批判的思考力を発揮したのか？」，「生徒は選挙システムという民主主義の問題に対し，数学をどのように結びつけるのか？」について，この 2 点をまずは検討した。

1 点目については，社会批判的オープンエンドな問題が目指す社会的公正の観点からの議論が教室において展開されたこと，授業において比較の文脈を設定することで，QV の

利点が数学的に浮き彫りになり，生徒の数学的探究の遂行を促す契機になり得たこと，より良い社会を創るために，選挙のシステムそのものを検討しようとする批判的思考力の様相を捉えることができた。

2 点目については，選挙システムの短所の検討は，長所を検討することに比して，数学的な批判的検討が遂行され得ること，とりわけ，そのシステムが問題点を有することを正当化する際に，生徒は数学を使用する傾向があること，さまざまな投票システムの比較の文脈を契機として，数学を通した選挙の公正性の検討が行われ得ること，しかしながら，問題の要因がシステムではなく人間の振る舞いに帰着された場合，中学生は数学を使用したシステムの問題点の検討に移行できない可能性があることが示唆された。

最後に，本授業実践における生徒が発揮した批判的思考力を本研究における概念規定に基づいて考察を行った。結果，QV の豊かな数学性から狭義と広義の批判的思考を往還する生徒を一定特定でき，その意味で，今後の新たな教材開発を行う上での示唆を得ることができた。

第 2 節　今後の課題

本研究は，数学教育における批判的思考力を育成する理論的・実証的研究を遂行したものである。理論的基盤としては Skovsmose（1994，2023）による批判的数学教育の視座に立ち，教材開発の方法的側面として，社会的オープンエンドな問題による授業実践を中等教育の文脈で行った。また，今日的な社会的課題への対応として，社会批判的オープンエンドな問題の理論的枠組みを構築し，1 つのケーススタディとして，社会批判的オープンエンドな問題「選挙システムの批判的検討」を開発・実践を行い，生徒の批判的思考力の様相を一定程度，捉えることができた。ただし，本研究の課題は数多く残されている。本節では以下の 4 点に絞って課題を述べ，今後の研究推進に向けての方向性を示したい。

(1)　社会批判的オープンエンドな問題のカリキュラムへの実装：日本型批判的数学教育カリキュラムへ

本研究では，主に中等教育段階に焦点をあてて，生徒の広義の批判的思考力を育成する授業実践を行ったが，校種間における生徒の構成する数学的モデルの差異や洗練，問題解決時における社会的価値観の広がり(社会的価値観の共通性と相違性)は，未だ明らかとなっていない。社会批判的オープンエンドな問題の枠組みに基づいた授業を開発し，生徒が発揮する批判的思考力を校種横断の基で検討することが求められ，それは今後，社会批判的オープンエンドな問題のカリキュラムへの実装，ひいては日本型批判的数学教育カリキュラムの開発に貢献するものであると考える。また，第 3 章で行った中等教育における社会的オープンエンドな問題による授業実践，及び第 4 章で行った社会批判的オープンエン

ドな問題による授業実践は 1，2 時間規模の研究授業を対象として生徒によって発揮された批判的思考力を分析したものである。今後は，デザイン実験の方法論（岡崎，2007）やデザイン研究（Bakker，2018）からの授業改善も求められる。

(2)　社会批判的オープンエンドな問題はどのような特性を有するか

本研究では，社会批判的オープンエンドな問題の枠組みに基づいて授業デザインを行うにあたって,「擬似社会」という問題文脈の特性を明らかにしたが，問題カテゴリについては明らかとなっていない。社会批判的オープンエンドな問題は，数学的思考を用いて検討し得る社会的公正や倫理を伴う真正な問題であり，昨今のコロナパンデミックの問題や地球温暖化の問題，ダイバーシティやインクルーシブなど社会文化的な問題，そして，選挙制度のあり方やマイノリティの権利保護などの民主主義に関わる問題など，今日的な社会的課題が題材として想定されている。本研究では，このうち，民主主義の問題である「選挙」に焦点をあてた問題を開発した。今後はどのような問題カテゴリが考えられるかを検討することで社会批判的オープンエンドな問題の範例的な教材の開発が求められる。

(3)　数学教育における狭義の批判的思考力の育成に焦点をあてた理論的・実践的研究

本研究では，数学教育における批判的思考力を数学世界における問題解決に焦点をあてた狭義の批判的思考力と，現実世界の問題解決に焦点をあてた広義の批判的思考力に大別し，主に後者の広義の批判的思考力に関わる理論的･実証的研究を遂行した。その意味で，純粋な数学の問題を解決するときに働かせる狭義の批判的思考力に焦点をあてた理論的・実証的研究は本研究の射程外であった。数学教育における狭義の批判的思考力は，どのような理論的基盤のもとで，どのような教材で，どのように指導することで育成することができるのか。これらの研究の余地は未だ残されている。

(4)　数学教育における批判的思考力の育成と学際性

本研究では，数学教育において批判的思考力の育成を目指し，中等教育における社会的オープンエンドな問題の開発及び実践，そして社会批判的オープンエンドな問題の枠組みの構築からその実践までを展開し考察してきた。その一方で，社会的オープンエンドな問題および社会批判的オープンエンドな問題は与えられる問題設定にある程度の社会性を帯びるゆえ，その問題解決は数学的問題解決が中心とはなるものの理科的問題解決や社会的問題解決，ひいては道徳的問題解決などあらゆるアプローチが可能である。そのため，数学的問題解決は数ある問題解決方法の一つに過ぎないと捉えられるかもしれない。

昨今の平成 30 年改訂高等学校学習指導要領では,「理数探究基礎」と「理数探究」が新設され，数学的な見方・考え方と理科的な見方・考え方を組み合わせて課題解決を目指す

ことが強調されている（文部科学省，2017）。また，教科等横断的な学びとしては STEM や STEAM 教育への期待も大きいところである。最近では,「多様な「知」が集い，新たな価値を創出する「知の活力」を生むこと」（内閣府，2022）と定義される「総合知」も注目されており，様々な分野の知見を総合的に活用することで，社会課題の解決を図ることが目指されている。これは，より複雑化する社会において総合的な能力を如何に向上させるかが問われていることを示している。

数学の応用指向と構造指向のバランスが問われ続けるなかで（阿部，2010），本研究が射程とする数学教育における批判的思考力もまた，数学を方法とする総合的な問題解決能力である。そのため，数学の存在位置が重要な課題となる。典型的な複合的学問領域の一つと言える数学教育学は「数学的方法」をその核心に据えることで，他の周辺諸科学との差異が明確になり，固有性も強調される（岩崎・中野，2006）。本研究が育成を目指す批判的思考力は数学教育の固有性や独自性を担保しながら学際性との関係もまた考究する必要がある。その明確化については，今後の課題として残すこととしたい。

終章の引用・参考文献

阿部好貴(2010). 数学教育におけるリテラシーの育成に関する研究，広島大学学位論文（未刊行）.

馬場卓也(2009). 算数･数学教育における社会的オープンエンドな問題の価値観からの考察, 数学教育学研究, 15(2), 51-57.

Bakker, A. (2018). What is design research in education. In A. Bakker (Ed.), *Design Research in Education: A Practical Guide for Early Career Researchers* (pp. 3-22), Routledge

Gibbs, A. M. (2019). *Socio-critical mathematical modeling and the role of mathematics in society* [Doctor of Philosophy in Mathematics Education, Florida Institute of Technology]. Florida.

服部裕一郎･井上優輝(2015). RLA によるクリティカルシンキングを育成する数学科授業の開発―子ども達による査読評価活動を通して―, 数学教育学研究, 21(2), 1-12.

池田敏和(2016). 数学教育における汎用的能力の育成を考えるための枠組みとその歴史的展望, 第 4 回春期研究大会論文集, 289-292.

伊藤孝希(2015). 算数教育におけるクリティカルシンキングの育成に関する基礎的研究―反例の提示に着目して―, 数学教育学研究, 21(2), 39-48.

岩崎秀樹･中野俊幸(2006). 学としての数学教育研究の展開, 日本数学教育学会誌, 87(R85), 3-21.

久保良宏(2016). 数学教育における批判的思考の捉え方, 第 4 回春期研究大会論文集. 97-104.

道田泰司(2013). 三つの問いから批判的思考力育成について考える, 心理学ワールド, 61, 9-

12.

文部科学省(2017). 高等学校学習指導要領（平成 30 年告示），https://www.mext.go.jp/content/20230120-mxt_kyoiku02-100002604_03.pdf（2024.6.28 最終確認）

内閣府（2022）.「総合知」の基本的考え方及び戦略的に推進する方策 中間とりまとめ，令和 4 年 3 月 17 日，内閣府科学技術・イノベーション推進事務局. https://www8.cao.go.jp/cstp/sogochi/honbun_print.pdf（2024.6.18 最終確認）

岡崎正和(2007). 数学教育研究方法論としてのデザイン実験の位置と課題ー科学性と実践性の調和の視点からー，数学教育学研究，13， 1-13.

Paul,R.W.(1992).*Critical thinking: What, why, and how*. New Directions for Community College, 77, pp.3-24.

島田功(2016). 社会的オープンエンドな問題を通した批判的思考力育成の可能性, 第 4 回春期研究大会論文集, 113-120.

Skovsmose,O.(1994). *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Springer.

Skovsmose,O.(2023). *Critical mathematics education*. Springer.

本研究における引用・参考文献一覧

Abassian et al. (2020). Five different perspectives on mathematical modelling in mathematics education. *Investigations in Mathematics Learning*, 12, 1, 53–65.

阿部好貴(2010). 数学教育におけるリテラシーの育成に関する研究，広島大学学位論文（未刊行）.

Atweh, B., & Brady, K. (2009). Socially response-able mathematics education: Implications of an ethical approach. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, *5*(3), 267-276.

AlrØ, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique*. Dordrecht: Kluwer.

アーネスト， P.(2015). 数学教育の哲学，長崎栄三・重松敬一・瀬沼花子監訳，東洋館出版.

馬場卓也(1998). 民族数学を基盤とする数学教育の展開(2)：批判的数学教育と民族数学の接点，数学教育学研究, 4, 29-35.

馬場卓也(2008). 数学教育における批判的思考の研究(1)，日本数学教育学会第 41 回数学教育論文発表会論文集, 853-854.

馬場卓也(2009). 算数･数学教育における社会的オープンエンドな問題の価値観からの考察，数学教育学研究, 15(2), 51-57.

馬場卓也(2016). 数学教育を通した批判的思考力の育成，第 4 回春期研究大会論文集, 95-96.

馬場卓也(2017). 数学教育を通した批判的思考力の育成に関する研究：批判的数学教育（Skovsmose1994)の日本の文脈からの検討，第 5 回春期大会論文集, 199-200.

馬場卓也(2019). 数学教育における批判的思考力育成に関する研究，第 7 回春期大会論文集, 1-2.

Baba, T., & Shimada, I. (2019). Socially open-ended problems for enriching student learning with mathematical models and social values. In P. Clarkson, W. T. Seah & J. Pang (Eds.), *Values and valuing in mathematics education: Scanning and scoping the territory* (pp. 171–183). Springer Nature Switzerland AG. https://doi.org/10.1007/978-3-030-16892-6_12

馬場卓也(2020). 数学教育における批判的思考力育成に関する研究：範例を用いた総合的考察，第 8 回春期大会論文集, 129-130.

Bakker, A. (2018). What is design research in education. In A. Bakker (Ed.), *Design Research in Education: A Practical Guide for Early Career Researchers* (pp. 3-22), Routledge

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM Mathematics Education*, *38*(3), 293-301.

Benedict, R. (1946). *The chrysanthemum and the sword; patterns of Japanese culture.* Houghton Mifflin.

本研究における引用・参考文献一覧

Bishop, A. J. (1991). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Kluwer Academic.

Bishop, A. J. (1999). Mathematics teaching and values education: An intersection in need of research. *ZDM Mathematics Education*, *31*(1), 1-4.

Bishop, A. J., FitzSimons, G. E., Seah, W. T., & Clarkson, P. C. (1999). Values in mathematics education: Making values teaching explicit in the mathematics classroom. Paper presented at the AARE Annual Conference 1999. Retrieved from https://www.aare.edu.au/data/publications/1999/bis99188.pdf

Boylan, M.(2016). Ethical dimensions of mathematics education, *Educational Studies in Mathematics*, *92*(3), 395-409.

Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In S. J. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and attitudinal challenges* (pp. 73-96), Seoul, Korea: Springer.

C. カミイ(1987). 平林一栄監訳, 子どもと新しい算数　ピアジェ理論の展開, 北大路書房.

Clarkson, P., Seah, W. T., & Pang, J. (Eds.) (2019). *Values and valuing in mathematics education: Scanning and scoping the territory*. Cham, Switzerland: Springer Nature Switzerland AG.

Dede, Y., Akçakın, V., & Kaya, G. (2021). Mathematical, mathematics educational, and educational values in mathematical modeling tasks. *ECNU Review of Education*.

土居健郎・キャサリン・ルイス・松田義幸(2005). 甘えと教育と日本文化, PHP 研究所.

エリック・A・ポズナー, E・グレン・ワイル(2019). ラディカル・マーケット 脱・私有財産の世紀：公正な社会への資本主義と民主主義改革, 東洋経済新報社.

Ernest, P. (2010). The scope and limits of critical mathematics education. In H. Alrø, O. Ravn, & P. Valero (Eds.), *Critical mathematics education: Past, present, and future: Festschrift for Ole Skovsmose* (pp. 65-88). Sense: Rotterdam.

Ernest, P. (2012). What is our first philosophy in mathematics education? *For the Learning of Mathematics*, *32*(3), 8-14.

E.B.ゼックミスタ・J.E.ジョンソン(1996). クリティカルシンキング《入門篇》, 宮元博章・道田泰司他訳, 北大路書房.

Ennis R.H.(1987).A Taxonomy of Critical Thinking Dispositions and Abilities. In Baron, J.B., Sternberg, R.J. (Eds) *Teaching Thinking Skills: Theory and Practice.*　New York, W.H. Freeman and Company pp.9-26.

Fisher, A. (2001). *Critical Thinking : An Introduction*.　Cambridge University Press.

Frankenstein, M. (2012). Beyond math content and process: Proposals for underlying aspects of social justice education. In A. A. Wager & D. W. Stinson (Eds.), *Teaching mathematics for social* *justice: Conversations with mathematics educators* (pp. 49-62)., National Council of Mathematics Teachers (nctm).

藤井斉亮 (2014). 理論構築の萌芽領域として算数・学科における授業研究(2)：授業研究の構成要素と構造の特定, 第 2 回春期研究大会論文集， 111-118.

Gibbs, A. M. (2019). *Socio-critical mathematical modeling and the role of mathematics in society* [Doctor of Philosophy in Mathematics Education, Florida Institute of Technology]. Florida.

Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, *44*(1), 37-68.

Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, Latino school. *Journal for Research in Mathematics Education*, *34*(1), 37-73.

Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics*. New York, NY: Routledge.

浜田兼造(2018). 1 次関数を利用して，携帯電話の一番得なプランを選ぼう！, 教育科学／数学教育 2018 年 12 月号（No.734）, 明治図書， 40-43.

服部裕一郎・岩崎秀樹(2013). 数学教育におけるクリティカルシンキング育成のための教育課程の開発研究—数学科における総合的な学習の時間の授業実践—, 数学教育学研究, 19(2), 63-71.

服部裕一郎・井上優輝(2015). RLA によるクリティカルシンキングを育成する数学科授業の開発—子ども達による査読評価活動を通して—, 数学教育学研究, 21(2), 1-12.

服部裕一郎(2016). クリティカルシンキングを育成する数学授業に関する一考察, 第 4 回春期研究大会論文集, 105-112.

服部裕一郎・松山起也(2018). 批判的思考力の育成を目指した算数科授業の開発と実践—小学校高学年児童達の批判的思考の具体に焦点をあてて—, 数学教育学研究, 24(2), 97-108.

服部裕一郎・福田博人(2019). 批判的数学教育の視座における公正な批判的思考の様相—前期中等教育段階での授業実践を事例として—, 第 7 回春期研究大会論文集, 19-26.

服部裕一郎(2020). 社会的オープンエンドな問題から誘発される批判的思考の特質－同一問題における小中学生の様相比較を通して, 第 8 回春期研究大会論文集, 161-168.

Hino, K. (2007). Toward the problem-centered classroom: Trends in mathematical problem solving in Japan. *ZDM Mathematics Education, 39*(5-6), 503-514.

平林一栄(1986). 数学教育の有効性のために, 奈良教育大学紀要, 35(2), 1–17.

平林一栄(1987). 数学教育の活動主義的展開，東洋館出版社.

廣瀬隆司・齋藤昇・長谷川勝久・坂井武司(2009). 算数教育における数学的価値の測定尺度の開発 ： 小学校教師と児童を対象にして, 科学教育研究, 33 (3), 277-287.

市川伸一(1998). 開かれた学びへの出発—21 世紀の学校の役割—, 金子書房.

飯田慎司(1990). 「問題解決」, 岩合一男(編), 教職科学講座第 20 巻算数・数学教育学, 福

村出版, 135-149.

飯田慎司(1995). オープンエンドの問題解決と Humanistic Mathematics について, 第 28 回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集, 243-248.

飯田慎司・山下昭・隅正幸・小森晃(1994). 算数学習におけるオープンエンドの問題による価値認識に関する研究（1）研究の概略と第 1 次報告, 九州数学教育学研究（九州数学教育学会）, 1, 32-43.

池田敏和(2016). 数学教育における汎用的能力の育成を考えるための枠組みとその歴史的展望, 第 4 回春期研究大会論文集, 289-292.

井上優輝・服部裕一郎・松原和樹・袴田綾斗(2018). 組合せ論における諸問題を教材としたクリティカルシンキングを育成する数学授業の開発 —高校数学における授業実践「リーグ戦の対戦計画」を通して—, 数学教育学研究, 24(1), 99-120.

石橋一昴・服部裕一郎・上ヶ谷友佑(2022). 数学の誤用を批判的に認識する数学教育の必要性,科学教育研究，46(2), 224-226.

石田淳一(1983). 算数教育と問題解決一「問題解決」の意味と問題解決指導の問題点を中心に一，愛知教育大学研究報告，32（教育科学編），277-292.

伊藤孝希(2015). 算数教育におけるクリティカルシンキングの育成に関する基礎的研究—反例の提示に着目して—, 数学教育学研究, 21(2), 39-48.

岩崎秀樹・中野俊幸(2006). 学としての数学教育研究の展開, 日本数学教育学会誌, 87(R85), 3-21.

岩崎秀樹(2007). 数学教育の成立と展望，ミネルヴァ書房.

岩崎秀樹・阿部好貴・山口武志(2008). 知識基盤社会における数学的リテラシーの課題と展望，科学教育研究, 32(4), 366-377.

岩崎秀樹・杉野本勇気・大滝孝治・岩知道秀樹(2017). 数学教育研究としての教材開発のあり方—中等教育を一貫する論証指導のために—, 数学教育学研究, 23(2), 1-13.

Jablonka, E. (2015). The evolvement of numeracy and mathematical literacy curricula and the construction of hierarchies of numerate or mathematically literate subjects. *ZDM Mathematics Education, 47*(4), 599-609.

Jablonka, E. (2020). Critical Thinking in Mathematics Education. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham.

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, *38*(3), 302-310.

Kincheloe, J. L., McLaren, P., Steinberg, S. R., & Monzó, L. (2017). Critical pedagogy and qualitative research: Advancing the bricolage. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *The SAGE handbook of qualitative research* (fifth edn.) (pp. 235–260). Sage.

影山和也(2020). 算数・数学科とはどのような教科か, 日本教科教育学会(編), 教科とその本質—各教科は何を目指し, どのように構成するのか—, 教育出版, 92-97.

片桐重男(1975). 算数・数学　新しい問題の開発とその指導, 東洋館出版社.

川嶋太津夫(2006). 学生の雇用可能性を開発一英国大学のキャリア教育, 教育学術新聞, 2231 号.

高知県教育委員会小中学校課(2021). 高知県算数・数学思考オリンピック, https://www.pref.kochi.lg.jp/doc/syo/ (2024.6.28 最終確認)

国立教育政策研究所(2009). 平成 21 年度全国学力・学習状況調査　中学校数学調査問題.

国立教育政策研究所(2016). 平成 28 年度全国学力・学習状況調査　中学校数学調査問題.

国立教育政策研究所(2019). 平成 31 年度全国学力・学習状況調査　中学校数学調査問題.

クリスティン カイテル. (1998). 21 世紀の数学教育の展望(第 30 回数学教育論文発表会講演録)：数学カリキュラム：だれに対してか, だれの利益か, 日本数学教育学会誌臨時増刊, 数学教育学論究, 70, 57-64.

久保良宏(2016). 数学教育における批判的思考の捉え方, 第 4 回春期研究大会論文集. 97-104.

久保良宏・谷口千佳(2018). 数学教育における「批判的思考」の合意形成の様相－「民主的能力」との関係に着目して－, 第 51 回秋期研究大会発表集録, 185-188.

久保良宏(2019). 批判的思考における「妥当性」に関する大学生の考え方, 第 7 回春期研究大会論文集, 27-34.

久保良宏(2020). 分割問題における大学生の批判的思考に関する範例に注目した考察, 第 8 回春期研究大会論文集, 131-138.

國本景亀(1998). 準経験主義の哲学に基づく証明指導の研究, 日本教科教育学会誌, 21(2), 35-43.

楠見孝(1996). 帰納的推論と批判的思考, 認知心理学 4　思考, 市川伸一編, 東京大学出版会.

楠見孝(2007). 批判的思考力を育成する：認知心理学に基づく大学教育実践, 教育心理学年報, 46, 35-36.

楠見孝・子安増生・道田泰司(2011). 批判的思考力を育む—学士力と社会人基礎力の基盤形成, 有斐閣.

Krulik, S. (1977). Problems, Problem Solving, and Strategy Games. *Mathematics Teacher*, 70, 649.

Krulik, S. & Rudnick, J. A. (1999). Innovative Tasks to Improve Critical- and Creative-Thinking Skills. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (1999 yearbook) (pp. 138-145). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

ライチェン,D.S.・サルガニック,L.H.(2006). 立田慶裕(監訳), キー･コンピテンシー—国際

標準の学力をめざして―, 明石書店.

Mamolo, A., Thomas, K., & Frankfort, M. (2018). Exploring math through social justice problems. In (Eds.) A, Kajander, E. Chernoff, & J. Holm, *Teaching and learning secondary school mathematics: Canadian perspectives in an international context* (pp. 377–392). Springer.

松下佳代(2017). 科学教育におけるディープ･アクティブラーニング―概念変化の実践と研究に焦点をあてて―, 科学教育研究, 41(2), 77-84.

水町龍一(2015). 高水準の数学的リテラシーと重要概念を形成する教育，日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊第 48 回秋期研究大会特集号, 97, 193-200.

道田泰司(2000). 批判的思考研究からメディア・リテラシーへの提言，コンピュータ＆エデュケーション，９, 18-23.

道田泰司(2005). 強い意味の批判的思考に関する覚書, 琉球大学教育学部紀要, 66, 75-91.

道田泰司(2013). 三つの問いから批判的思考力育成について考える，心理学ワールド, 61, 9-12.

道田泰司(2015). 近代知としての批判的思考, 楠見孝・道田泰司（編）, 批判的思考　21 世紀を生きぬくリテラシーの基盤, 新曜社.

湊三郎(2007). PISA の出現が我々に告げる大切なこと，日本数学教育学会誌, 89(3), 2-7.

文部省(1955). 高等学校学習指導要領数学科編　昭和 31 年度改訂版, 好学社.

文部科学省（2014）育成すべき資質・能力を踏まえた教育目標・内容と評価の在り方に関する検討会ー論点整理ー，育成すべき資質・能力を踏まえた教育目標・内容と評価の在り方に関する検討会
https://www.mext.go.jp/component/b_menu/shingi/toushin/__icsFiles/afieldfile/2014/07/22/1346335_02.pdf　（2023.11.3 最終確認）

文部科学省(2016). 幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）（中教審第 197 号），
https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/__icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902_0.pdf（2023.8.5 最終確認）

文部科学省(2017). 高等学校学習指導要領（平成 30 年告示），
https://www.mext.go.jp/content/20230120-mxt_kyoiku02-100002604_03.pdf（2024.6.28 最終確認）

文部科学省(2018a). 小学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説算数編, 日本文教出版.

文部科学省(2018b). 中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説 数学編, 日本文教出版.

文部科学省(2019). 高等学校学習指導要領（平成 30 年告示）解説 数学編 理数編, 学校図書.

室井和男(2000). バビロニアの数学，東京大学出版会.

本研究における引用・参考文献一覧

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: https://timssandpirls.bc.edu/timss2019 /international-results/

長崎栄三編著(2001). 算数・数学と社会のつながり, 明治図書.

長崎栄三(2003). 算数・数学の学力と数学的リテラシー，教育学研究，70(3)，302-313.

長崎栄三(2013). 高等学校数学科における「中心概念」の誕生とその後：高等学校学習指導要領数学科編昭和 31 年度改訂版を中心に, 日本数学教育学会誌臨時増刊, 数学教育学論究, 95, 240-256.

中村滋・室井和男(2014). 数学史―数学 5000 年の歩み―，共立出版.

中島健三(2015). 復刻版　算数・数学教育と数学的な考え方―その進展のための考察―, 東洋館出版社.

中和渚･高阪将人(2019). 就学前教育における算数的活動において表出する批判的思考に関連する幼児の社会的価値観, 第 7 回春期研究大会論文集, 3-10.

内閣府 (2019). *White paper on children and young people.* Retrieved from https://www8.cao.go.jp/youth/english/whitepaper/2019/pdf/2019.pdf, 2019 <Summary>.

内閣府（2022).「総合知」の基本的考え方及び戦略的に推進する方策 中間とりまとめ，令和 4 年 3 月 17 日，内閣府科学技術・イノベーション推進事務局. https://www8.cao.go.jp/cstp/sogochi/honbun_print.pdf（2024.6.18 最終確認）

日本学術会議 (2008). 21 世紀を豊かに生きるための「科学技術の智」, https://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-20-h64-3.pdf（2023.7.25 最終確認）

日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会 (2013). 報告　大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準　数理科学分野.

日本学術会議数理科学委員会数学教育分科会(2016). 提言　初等中等教育における算数･数学教育の改善についての提言.

日本数学史学会編(2020). 数学史事典，丸善出版.

新村出編(2018). 広辞苑（第七版）, 岩波書店.

二宮裕之(2015). アクティブな「アクティブ・ラーニング」のための素地指導の充実, 第 3 回春期研究大会論文集, 185-190.

西村圭一(2020). 学校教育における設計科学的視座に基づく数理科学教育の構築に関する総合的研究,平成 28 年度～令和元年度　科学研究費補助金基盤研究（B）研究報告書，文章堂印刷所.

OECD(2004). 国立教育政策研究所(監訳), PISA2003 年調査　評価の枠組み，ぎょうせい.

OECD(2017). *PISA 2015 assessment and analytical framework: Science, reading, mathematic,*

financial literacy and collaborative problem solving (revised edition), Paris: OECD Publishing.
OECD(2018a). PISA 2022 mathematics framework (DRAFT) https://pisa2022-maths.oecd.org/files/PISA%202022%20Mathematics%20Framework%20Draft.pdf (2022.5.6 最終確認)
OECD(2018b). PISA 2022 MATHEMATICS FRAMEWORK. https://pisa2022-maths.oecd.org/ (2022.5.6 最終確認)
小川正賢(2017). 科学教育という研究領域は何をめざすのか？, 科学教育研究, 41(1), 7-8.
小倉金之助著(1924), 数学教育の根本問題, 東京イデア書院.
岡崎正和(2007). 数学教育研究方法論としてのデザイン実験の位置と課題一科学性と実践性の調和の視点から一，数学教育学研究，13，1-13.
Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, *67*, 37-58.
Paul,R.W.(1992).*Critical thinking: What, why, and how*. New Directions for Community College, 77, pp.3-24.
Paul,R.W.(1995). *Critical thinking : how to prepare students for a rapidly changing world*，Santa Rosa, CA: Foundation for Critical Thinking.
清野辰彦(2015).「仮定の意識化」を重視した数学的モデル化の学習指導―「比例とみなす」見方に焦点をあてて―, 日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊, 97, 105-112.
関雅美(1990). ポパーの科学論と社会論, 勁草書房.
島田功・西村圭一(2006). 算数と社会をつなげる力の育成をめざす授業に関する研究－「仮定をおく」「仮説を立てる」「検証する」に焦点を当てて－, 日本数学教育学会誌 算数教育, 88(2) 2-11.
島田功・馬場卓也(2013). 算数教育における社会的オープンエンドな問題による価値観指導に関する研究(1)―社会的価値観とそれが表出する問題について―, 数学教育学研究. 19(1), 81-88.
島田功・馬場卓也(2014). 算数教育における社会的価値観の育成に関する研究(3)―先行研究の批判的検討によるオープンエンドな問題の特性の考察―, 日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊第 47 回秋期研究大会特集号, 96, 73-80.
島田功(2016). 社会的オープンエンドな問題を通した批判的思考力育成の可能性, 第 4 回春期研究大会論文集, 113-120.
島田功(2017). 算数・数学教育と多様な価値観―社会的オープンエンドな問題による取り組み―, 東洋館出版社.
島田功(2020). 「遊園地問題」における小学生の批判的思考力に関する分析－範例の視点から－, 第 8 回春期研究大会論文集, 139-146.

島田功・馬場卓也編著(2022). 多様な価値観や数学的な見方・考え方を磨く算数授業のオープンエンドアプローチ, 明治図書.

島田茂編著(1977). 算数・数学科のオープンエンドアプローチ, みずうみ書房.

清水紀宏(2016). 数学教育における汎用的能力の育成―問題解決という観点から―, 第4回春期研究大会論文集, 293-300.

清水禎文(2012). ジェネリック・スキル論の展開とその政策的背景, 東北大学大学院教育学研究科研究年報, 61(1), 275-287.

清水美憲(2002). 国際比較を通してみる日本の数学科授業の特徴と授業研究の課題－TIMSS ビデオテープ授業研究の知見の検討－, 日本数学教育学会誌, 84(3), 2-10.

清水美憲(2007). 算数・数学科の評価問題における「他者」の使用の意義, 筑波数学教育研究, 26, 1-10.

清水美憲(2008). 今日的数学的リテラシー論からみた学校数学の現状と課題, 科学教育研究, 32(4), pp.321-329.

清水美憲(2018). 数学的リテラシー論の源流と現在, 小寺隆幸（編著）, 主体的・対話的に深く学ぶ算数・数学教育―コンテンツとコンピテンシーを見すえて―, ミネルヴァ書房.

相馬一彦(1983). 問題の解決過程を重視する指導 －数学教育と問題解決－, 日本数学教育学会誌, 65(9), 2-11.

Radford, L. (2023). Ethics in the mathematics classroom. *Hiroshima Journal of Mathematics Education,* vol.16, pp.57-75.

Seah. W. T. (2010). The “Third Wave”: Values associated with effective learning of mathematics in Australian primary classrooms. *Proceedings of the Korea Society of Mathematical Education Conference*, *The 44th*, 291-306.

Seah, W. T., Baba, T., & Zhang, Q. P. (2017). The WIFI study: Students’ valuing of mathematics learning in Hong Kong and Japan. Son. In J. W. Watanabe, T. & J. J. Lo (Eds.), *What Matters?: Research Trends in International Comparative Studies in Mathematics Education.* Springer, 333–354.

Seah, W. T., & Wong, N. Y. (2012). What students value in effective mathematics learning: A ‘Third Wave Project’ research study. *ZDM Mathematics Education*, *44*(1), 33-43.

Seah, W. T., Andersson, A., Bishop, A., & Clarkson, P. (2016). What would the mathematics curriculum look like if values were the focus? *For the Learning of Mathematics*, *36*(1), 14-20.

Seah, W. T. (2018). Improving mathematics pedagogy through student/teacher valuing: Lessons from five continents. In G. Kaiser, H. Forgasz, M. Graven, A. Kuzniak, E. Simmt, & B. Xu (Eds.), *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 561-580), Hamburg, Germany: Springer.

Skovsmose,O.(1994).*Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Springer.

Skovsmose, O., & Nielsen, L. (1996). Critical mathematics education. In A. Bishop, M. A. K. Clements, C. Keitel-Kreidt, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 1257–1288). Kluwer Academic Publishers.

Skovsmose, O. (2012). Critical mathematics education: A dialogical journey. In A. A. Wager & D. W. Stinson (Eds.), *Teaching mathematics for social justice: Conversations with mathematics educators* (pp. 35-47). National Council of Mathematics Teachers (nctm).

Skovsmose, O. (2016). What could critical mathematics education mean for different groups of students? *For the Learning of Mathematics*, 36(1), 2-7.

Skovsmose, O. (2018). Critical constructivism: Interpreting mathematics education for social justice. *For the Learning of Mathematics*, *38*(1), 38-42.

Skovsmose, O. (2019). Crisis, critique and mathematics. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 35.

Skovsmose, O. (2020). Critical Mathematics Education. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham.

Skovsmose, O. (2020). Mathematics and ethics. *Revista Pesquisa Qualitativa*, *8*(18), 478-502.

Skovsmose, O. (2021). A philosophy of critical mathematics education. *Philosophy of Mathematics Education Journal, 37*.

Skovmose, O. (2022). Concerns of Critical Mathematics Education – and of Ethnomathematics. *Revista Colombiana de Educación*, (86), 365-382.

Skovsmose, O. (2023). *Critical mathematics education*. Springer.

髙口努他(2015). 資質・能力を育成する教育課程の在り方に関する研究報告書 1：使って育てて 21 世紀を生き抜くための資質・能力, 国立教育政策研究所.

上ヶ谷友佑(2017). 真正な数学的活動を実現するための哲学に関する研究, 未刊行, 学位論文, 広島大学.

上ヶ谷友佑(2019). 集団での意思決定場面を取り入れた真正な数学的問題解決の事例―対数概念の応用の場合―, 広島大学附属福山中・高等学校　中等教育　研究紀要, 59, 162-167.

Uegatani, Y., Ishibashi, I., & Hattori, Y. (2020). Role of probability in socio-critical modelling: A study of Japanese high school students' perception of COVID-19 certification. *JSSE Research Report, 35*(3), 43-48.

Vos, P. (2018). How real people really need mathematics in the real world – Authenticity in mathematics education. *Education Sciences*, *8*(4), 195.

van Lint, J. H. & Wilson, R. M. (2001). *A Course in Combinatorics* (2nd ed.). Cambridge

University Press.

Wedege, T. (2010). Sociomathematics: A subject field and a research field. In U. Gellert & E. Jablonka (Eds.), *Proceedings of the Sixth International Mathematics Education and Society Conference*, Berlin, Germany, 20-25 March 2010 (pp. 449–458). Freie Universität Berlin.

Weinberg, A. M. (1972). Science and trans-science. Minerva, 10(2), 209-222.

Weiss, M., Herbst, P., & Chen, C. (2009). Teachers' perspectives on "authentic mathematics"and the two-column proof form. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3),pp.275-293.

Weiland, T. (2017). Problematizing statistical literacy: An intersection of critical and statistical literacies. *Educational Studies in Mathematics*, *96*(1), 33-47.

山崎美穂(2016). 中学生の抱く数学的価値に関する一考察―解法選択の理由の分析を通して―, 日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊第 49 回秋期研究大会特集号, 98, 41-48.

各章の内容に対応する著者の既発表論文

序章　本研究の目的と方法

・服部裕一郎(2021). これからの数学科教育研究に関する一私見－狭義の問題解決と広義の問題解決に焦点をあてて－, 日本教科教育学会誌, 43(4) , 85-92.

第 1 章　数学教育における批判的思考力の概念規定と理論的位置づけ

・服部裕一郎(2017). 数学教育における批判的思考力の育成とその課題, 第 5 回春期研究大会論文集, 269-276.

・井上優輝・服部裕一郎・松原和樹・袴田綾斗(2018). 組合せ論における諸問題を教材とした クリティカルシンキングを育成する数学授業の開発 ―高校数学における授業実践「リーグ戦の対戦計画」を通して―, 数学教育学研究, 24(1), 99-120.

・服部裕一郎・松山起也(2018). 批判的思考力の育成を目指した算数科授業の開発と実践―小学校高学年児童達の批判的思考の具体に焦点をあてて―, 数学教育学研究, 24(2), 97-108.

第 2 章　批判的思考力育成のための方法論的検討

・服部裕一郎・福田博人(2019). 批判的数学教育の視座における公正な批判的思考の様相―前期中等教育段階での授業実践を事例として―, 第 7 回春期研究大会論文集, 19-26.

第 3 章　中等教育における社会的オープンエンドな問題の開発・実践とその特性

・服部裕一郎(2017). 中学校数学における批判的思考力を育成する授業の開発研究―批判的数学教育の視座に依拠して―, 第 5 回春期研究大会論文集, 209-216.

・井上優輝・服部裕一郎・松原和樹・袴田綾斗(2018). 組合せ論における諸問題を教材とした クリティカルシンキングを育成する数学授業の開発 ―高校数学における授業実践「リーグ戦の対戦計画」を通して―, 数学教育学研究, 24(1), 99-120.

・服部裕一郎・上ヶ谷友佑(2019). 学習者にとっての問題文脈の親和的潜入性―数学教育における真正性の度合いの観点から―, 日本科学教育学会年会論文集 43, 544-547.

・田中勇誠・服部裕一郎(2020). 中学校数学授業における社会的オープンエンドな問題の開発とその実践―生徒の批判的思考力の涵養を目指して―, 日本数学教育学会誌 数学教育, 102(11), 2-11.

・圓岡悠・服部裕一郎(2023). 中学校数学授業における算数・数学の問題発見・解決の過程の具現化―「日常生活の事象の数学化」及び「活用・意味づけ」の過程の強調―, 日本数学教育学会誌 数学教育, 105(3), 2-14.

各章の内容に対応する著者の既発表論文

第 4 章　批判的思考力育成のための社会批判的オープンエンドな問題の枠組み

- Hattori, Y., Uegatani, Y., & Ishibashi, I.(2021). Posing a Quasi-Society in the Problem Context of Socio-Critical Modeling:“Quadratic Voting” as Teaching Materials, *Proceedings of the Annual Meeting of JSSE, 45.*（日本科学教育学会第 45 回年会論文集, 137-140）
- Hattori, Y., Fukuda, H. & Baba, T. (2021). Development of Socio-critically Open-ended Problems for Critical Mathematical Literacy: A Japanese Case, *Journal of Educational Research in Mathematics,31*(3),357-378.

第 5 章　社会批判的オープンエンドな問題の開発とその実践

- 服部裕一郎・上ヶ谷友佑・松原和樹・石橋一昴（2024）社会批判的オープンエンドな問題に対する中学生の数学的思考の様相についての仮説構築－Quadratic Voting を教材として－，日本数学教育学会誌 第 104 巻 数学教育学論究，通巻 120 号，pp.19-28.

終章　本研究の総括と今後の課題

- 該当論文なし

本博士論文に関わる著者の主な先行研究

【学術論文（査読有）】

1. 服部裕一郎・岩崎秀樹(2013). 数学教育におけるクリティカルシンキング育成のための教育課程の開発研究―数学科における総合的な学習の時間の授業実践―, 数学教育学研究, 19(2), 63-71.
2. 服部裕一郎・井上優輝(2015). RLA によるクリティカルシンキングを育成する数学科授業の開発―子ども達による査読評価活動を通して―, 数学教育学研究, 21(2), 1-12.
3. 服部裕一郎(2017). クリティカルシンキングを育成する数学授業における生徒の「アブダクション」に関する一考察, 数学教育学研究, 23(1), 55-62.
4. 井上優輝・服部裕一郎・松原和樹・袴田綾斗(2018). 組合せ論における諸問題を教材とした クリティカルシンキングを育成する数学授業の開発 ―高校数学における授業実践「リーグ戦の対戦計画」を通して―, 数学教育学研究, 24(1), 99-120.
5. 服部裕一郎・松山起也(2018). 批判的思考力の育成を目指した算数科授業の開発と実践―小学校高学年児童達の批判的思考の具体に焦点をあてて―, 数学教育学研究, 24(2), 97-108.
6. 田中勇誠・服部裕一郎(2020). 中学校数学授業における社会的オープンエンドな問題の開発とその実践―生徒の批判的思考力の涵養を目指して―, 日本数学教育学会誌 数学教育, 102(11), 2-11.
7. 服部裕一郎・上ヶ谷友佑(2020). 数学的活動を真正にするためのユーモアの認知的役割―多角形の内角の和の求め方の拡張に注目して―, 科学教育研究, 44(4), 261-270.
8. Uegatani, Y., Ishibashi, I., & Hattori, Y. (2021). Japanese use of probabilistic language about diagnosis tests for COVID-19: an analysis of Twitter data. *Philosophy of Mathematics Education Journal,* 37.
9. Hattori, Y., Fukuda, H. & Baba, T. (2021). Development of Socio-critically Open-ended Problems for Critical Mathematical Literacy: A Japanese Case, *Journal of Educational Research in Mathematics,31*(3),357-378.
10. 服部裕一郎・井上優輝・松原和樹・袴田綾斗・久冨洋一郎(2023). 批判的思考力の育成と評価を志向した高校数学における教材の開発とその実践―社会的オープンエンドな問題「マヨネーズの絞り口を提案しよう」を通して―, 数学教育学研究, 28(2), 77-97.
11. 圓岡悠・服部裕一郎(2023). 中学校数学授業における算数・数学の問題発見・解決の過程の具現化―「日常生活の事象の数学化」及び「活用・意味づけ」の過程の強調―, 日本数学教育学会誌 数学教育, 105(3), 2-14.
12. 西澤誠・服部裕一郎(2023). 統合的・発展的に考える力の育成を目指した中学校数学授

業の実践―「凹四角形の内角の和及び外角の和」を教材として―, 日本数学教育学会誌 数学教育, 105(7), 2-13.

13. Baba, T., Shimada, I., Hattori, Y., Fukuda, H. (2024). Categories and Their Relationships Among Socially Open-Ended Problems. In: Dede, Y., Marschall, G., Clarkson, P. (eds) *Values and Valuing in Mathematics Education*. Springer, Singapore.

14. 服部裕一郎・上ヶ谷友佑・松原和樹・石橋一昴（2024）社会批判的オープンエンドな問題に対する中学生の数学的思考の様相についての仮説構築－Quadratic Voting を教材として－，日本数学教育学会誌 第 104 巻 数学教育学論究，通巻 120 号，pp.19-28.

【その他（査読有)】

15. 上ヶ谷友佑・服部裕一郎・石橋一昴(2022). 観点別学習状況の総括的評価を機械的計算に依拠することの問題点,科学教育研究, 46(2), 221-223.

16. 石橋一昴・服部裕一郎・上ヶ谷友佑(2022). 数学の誤用を批判的に認識する数学教育の必要性, 科学教育研究, 46(2), 224-226.

17. 服部裕一郎・上ヶ谷友佑・松原和樹・石橋一昴(2023). 社会批判的オープンエンドな問題に対する中学生の数学的思考の様相－Quadratic Voting を教材として－, 日本数学教育学会第 56 回秋期研究大会発表集録，9-16.

【その他（査読無)】

18. 井上優輝・服部裕一郎(2015). ESD の視座からクリティカルシンキングを深化させる統計教材の開発, 中等教育研究紀要, 55, 183-188.

19. 服部裕一郎・井上優輝(2015). 数学教育におけるクリティカルシンキングを育成する学習指導の在り方―中学校 3 年「相似の利用」の授業実践を通して―, 高知大学教育学部研究報告, 75, 83-96.

20. 服部裕一郎(2016). クリティカルシンキングを育成する数学授業に関する一考察, 第 4 回春期研究大会論文集, 105-112.

21. 服部裕一郎(2017). 中学校数学における批判的思考力を育成する授業の開発研究―批判的数学教育の視座に依拠して―, 第 5 回春期研究大会論文集, 209-216.

22. 服部裕一郎(2017). 数学教育における批判的思考力の育成とその課題, 第 5 回春期研究大会論文集, 269-276.

23. 服部裕一郎・福田博人(2019). 批判的数学教育の視座における公正な批判的思考の様相―前期中等教育段階での授業実践を事例として―, 第 7 回春期研究大会論文集, 19-26.

24. 服部裕一郎・山中貴博(2019). 数学的モデル化過程における批判的思考の様相―「定式化」及び「解釈・評価」の場面に着目して―, 日本科学教育学会年会論文集 43, 99-102.

25. 川上貴・服部裕一郎(2019). 批判的思考力の育成におけるモデル・モデリングを核とした学習指導の貢献－企画趣旨－, 日本科学教育学会年会論文集 43, 97-98.

26. 服部裕一郎・上ヶ谷友佑(2019). 学習者にとっての問題文脈の親和的潜入性—数学教育における真正性の度合いの観点から—, 日本科学教育学会年会論文集 43, 544-547.

27. 服部裕一郎(2020). 社会的オープンエンドな問題から誘発される批判的思考の特質－同一問題における小中学生の様相比較を通して, 第 8 回春期研究大会論文集, 161-168.

28. Uegatani, Y., Ishibashi, I., & Hattori, Y. (2020). Role of probability in socio-critical modelling: A study of Japanese high school students' perception of COVID-19 certification. JSSE Research Report, 35(3), 43–48.

29. 服部裕一郎(2021). これからの数学科教育研究に関する一私見－狭義の問題解決と広義の問題解決に焦点をあてて－, 日本教科教育学会誌, 43(4) , 85-92.

30. Hattori, Y., Uegatani, Y., & Ishibashi, I.(2021). Posing a Quasi-Society in the Problem Context of Socio-Critical Modeling:"Quadratic Voting" as Teaching Materials, Proceedings of the Annual Meeting of JSSE, 45. (日本科学教育学会第 45 回年会論文集, 137-140)

31. Ishibashi, I.,Uegatani, Y., & Hattori, Y. (2021). Exploration of socio-critical modeling teaching materials from the perspective of risk communication, Proceedings of the Annual Meeting of JSSE, 45. (日本科学教育学会第 45 回年会論文集, 133-136)

32. Uegatani, Y., Ishibashi, I., & Hattori, Y. (2021). Intellectual need: A key motivation toward critically understanding the roles of mathematical modeling in society, Proceedings of the Annual Meeting of JSSE, 45. (日本科学教育学会第 45 回年会論文集, 129-132)

33. Hattori, Y., Uegatani, Y., & Ishibashi, I.(2021). Mathematics education for trans-scientific issues: Implementability of a socio-critical modeling approach Rationale for our research project, Proceedings of the Annual Meeting of JSSE, 45. (日本科学教育学会第 45 回年会論文集, 127-128)

34. Uegatani, Y., Ishibashi, I., & Hattori, Y. (2021).Critical thinking as equitable treatment of multiple perspectives in solving trans-scientific issues: Comparison between socio-critical modeling and word problem solving, 日本科学教育学会研究会研究報告, 36(2),65-70.

35. 福田博人・服部裕一郎(2023). 社会批判的オープンエンドな問題に着目した中等教育段階における教材可能性：コロナパンデミックに関わる実践研究のレビューから, 日本科学教育学会年会論文集, 47, 217-220.

36. 石橋一昴・上ヶ谷友佑・服部裕一郎(2023). 新聞記事を通じた社会批判的モデリング：「人出」と「接触機会」の違いを題材として，日本数学教育学会 第 56 回秋期研究大会発表収録， 608.

37. 石橋一昴・上ヶ谷友佑・服部裕一郎(2023). 夏休みの保健だより作りを通した中学生による社会批判的モデリング―暑さ指数を題材として，日本科学教育学会研究会研究報告 38(2) 37-42.

巻末資料１　中学校第２学年　学習指導案「自動車の購入」

【学習目標】

自動車の購入を検討している担任教師に対し，値段と燃費に着目したうえで，一次関数を利用して，数学的に考えることができる。また，数学的に考えた結果に加え，社会的な文脈も考慮に入れた上で，教師にお薦めの自動車を提案することができる。

内容・時間	学習活動・指導過程	指導上の留意点	評価方法【観点】
導入 10分 展開 35分	○教師が自動車を新しく購入しようと思っている旨を生徒に説明．実際の自動車のカタログを生徒に提示し，どのようなことを考えて，自動車を購入すべきかを問う． 【仮定の意識化】 みんなはどのようなことを考えて，自動車を購入する？ 【予想される回答】 ・デザイン・乗り心地・車の大きさ・値段・燃費 ○生徒によって挙げられた条件のうち，今回は，「値段」・「燃費」に着目して，自動車の購入を考えることを説明．	・「どのような事を考えて」という発問は抽象的であるが，敢えてオープンエンドな発問を行う．※カタログに書かれている内容にも注目させる． ➡仮定の意識化(1) ・燃費の意味については補足説明を行う．	・発表の様子【主体的に学習に取り組む態度】

【教材の提示】教師は自動車の購入を検討している．購入を検討している「ガソリン車」・「ハイブリッド車」・「電気自動車」の価格及び燃費は次の通りである．また，教師は年間に 12000km 走っており，ガソリン価格は 120 円/L，電気代は，12 円/kwh とする．

	ガソリン車	ハイブリッド車	電気自動車
車両価格	180 万円	210 万円	240 万円
燃費	15km/L	32km/L	8km/kwh

内容・時間	学習活動・指導過程	指導上の留意点	評価方法【観点】
	○教師は，車両価格の安いガソリン車を購入しようと考えていることを生徒に伝え，この考えについてどのように思うか問う． 【予想される回答】 ア：車両価格が一番安いので，その考えで良い． イ：燃費が良いハイブリッド車や電気自動車の方が長い目で見ると安い． ウ：燃費を利用し，一定の金額あたりの走行距離を求めると，電気自動車が得である．（例）8km/kwh→80km/120 円 ➡イの考えを受けて，長い年数，車を使用した場合，ガソリン車よりもハイブリッド車や電気自動車を購入する方が総費用が安くなりそうであることを皆で共有する．そこで，教師が下の式を示し，各自動車の総費用で比較することを提案する． （総費用）=（車両価格）+（1 年間の燃料代）×（使用年数）	・教師の年間走行距離や，一年間のガソリン価格及び電気代は常に一定であることを確認する． ・車両価格が最も安いので，ガソリン車が最もお得であることを教師は強調する． ・イの考えが出ない場合は，もう一方の教師がこの立場をとる． ・電卓使用可．	・発表の様子，ノート記述【主体的に学習に取り組む態度】

【問いの提示】それぞれの車の総費用を比較して，どの車がお得か考えよう．

【予想される生徒の回答】

ア：特定の使用年数を決めて，総費用を計算して比較し，説明する．➡仮定の意識化(2)

イ：表を用いて考える（G：ガソリン車，H：ハイブリッド車，E：電気自動車）　（単位：万円）

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
G	180	189.6	199.2	208.8	218.4	228	237.6	247.2	256.8	266.4	276	285.6	295.2	304.8
H	210	214.5	219	223.5	228	232.5	237	241.5	246	250.5	255	259.5	264	268.5
E	240	241.8	243.6	245.4	247.2	249	250.8	252.6	254.4	256.2	258	259.8	261.6	263.4

ウ：使用年数(x)と総費用(y)の関係から連立方程式をつくり，それを解いて，使用年数の値を求めて考える．

G：$y = 96000x + 1800000$　H：$y = 45000x + 2100000$　E：$y = 18000x + 2400000$

エ：使用年数(x)と総費用(y)の関係を一次関数のグラフに表して，その交点の座標を読み取って考える．

内容・時間	学習活動・指導過程	指導上の留意点	評価方法【観点】
           まとめ 5分	○それぞれの車における 1 年間当たりの燃料代を確認する． ○アの考えが多いと予想される．この考えをまず取り上げた後，各自動車の総費用が一致する境界の存在に目を向けさせる． ○イ，ウ，エそれぞれの考え方をしている生徒を取り上げる． ○コンピュータを利用したグラフを提示し，グラフからどのようなことが読み取れるか考えさせ，最終的な意思決定を求める． 【予想される回答】 ・長い目で見れば電気自動車がお得だが，12 年以上も乗るのは嫌なのでハイブリッド車． ・５年目まではガソリン車が最もお得．買い替えを考えるとガソリン車でよい． ○「ガソリン車」や「ハイブリッド車」，「電気自動車」のどれがお得かどうかについては，各家庭の社会的な価値観により判断がなされること，またその根拠については数学的な解決も可能であることを確認する．	・イ，ウ，エの考え（表，式，グラフ）については，その問題解決の方法を選択したことを評価し，正確な計算結果や数学的表現については，適宜，教師が支援を行う． ・グラフを用いれば総費用と使用年数の関係が一目で分かる良さを実感させる．	・机間指導及び発表の様子，ノート記述 【知識及び技能】・【思考力・判断力・表現力等】・【主体的に学習に取り組む態度】

巻末資料２　中学校第３学年　学習指導案「携帯電話の購入」

【学習目標】

新しいスマートフォンの購入を検討している教師に対し，データ量と料金，通話料に着目したうえで，一次関数を利用して，数学的に考えることができる。また，数学的に考えた結果に加え，社会的な文脈も考慮に入れた上で，教師にお薦めのスマートフォンを提案することができる。また，様々な他者の意見を受けての「より良い」解決に向けた更なる代替案を提出することができる。

内容・時間	学習活動・指導過程	指導上の留意点	評価方法【観点】
導入 15 分	○教師から新しいスマートフォンの購入を考えているという話があり，自分たちがスマートフォンを選ぶ際のポイントについて考える.	○スマートフォン未所持の生徒もいるため，カタログもしくは Web サイトを利用しイメージを持たせる.	
展開 ① 45 分	○今回は出てきた意見の中から「データ量」と「通話料」を合わせた「月額料金」に着目し話を進めていく. ○本日の課題１を確認する.	○スマホ未所持の生徒には１GB でできることを紹介し，データ量のイメージを持たせる.	

[課題１]
T 先生は新しくスマホを持とうと考えています．そこで，次の３社から選ぼうと思いました．

	A	B	C
月々のデータ量と料金	25GB ; 9000 円	12GB : 5000 円	6GB : 3000 円
通話料金	無料	50 円／分	150 円／分（※）

（※C の通話料の上限額は 9000 円とします．それ以上（60 分以上）はいくら通話しても料金は発生しません.）
各社の月額料金は**「月額料金」＝「月々のデータ量の料金」＋「通話料金」**とする．

Q１．スマホを持とうとしているのがあなただった場合，あなたならどこの会社を選びますか．**（ワークシートNo.１）**

学習活動・指導過程	指導上の留意点	評価方法【観点】
(予想される生徒の回答) ・A を選ぶ ・(通話料無料に加え,）データ量が多いので，動画をたくさん観ることができる. ・１GB あたりを求めると，A が 360 円，B が約 416 円，C が 500 円なので，A が最もお得. ・B を選ぶ ・A に比べると 4000 円安く 4000 円を埋める通話時間は 4000÷50＝80 分である．自分はそこまで通話はしないと思うから B でよい. ・C を選ぶ ・自分は全く通話をしないと思うので，データ量は少ないが，月額料金を最も安くできる C がよい. ○教師が表，グラフを提示し，そこから読み取れることを考える.	○月々のデータ量：料金は一か月に使用できるデータの容量，どんな使い方をしたとしても毎月必ず払う金額であることを確認する. ○表やグラフからは，通話時間が 20 分未満であれば，C 社 20 分以上 80 分未満であれば，B 社 80 分以上であれば，A 社 が最も得であることがわかる.	・発表の様子，机間指導【数学的な技能】【数学的な見方・考え方】

(i)通話時間に基づいた月額料金の移り変わり（表）

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150　(分)
A	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000 (円)
B	5000	5500	6000	6500	7000	7500	8000	8500	9000	9500	10000	10500	11000	11500	12000	12500(円)
C	3000	4500	6000	7500	9000	10500	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000(円)

○再度，Q１について問う．

○次の課題を確認する．

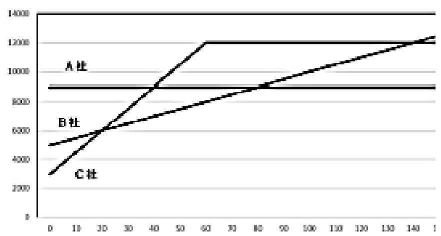
[課題２]
T 先生は３社から選ぶ際には，次のポイントに気を付けて選びたいようです．
①月額料金はなるべく安いほうがいいな．
②今使用しているスマホの月々のデータ量は５GB なんだけど，たまに好きな動画を観過ぎちゃって通信速度の制限がかかって苦労した月があったな．
③電話はするから通話料金が気になるな．ちなみに，去年の月ごとの通話時間は次のような感じだったな．

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
通話時間（分）	250	10	150	120	60	15	60	100	15	15	15	180

Q２．さて，あなたなら T 先生にどこの会社をお勧めしますか．

(ii)月額料金を y，通話時間を x とおき，１次関数の式で表す．
A：$y = 9000$
B：$y = 50x + 5000$
C：$y = 150x + 3000$　$(0 \leqq x \leqq 60)$
　$y = 12000$　$(60 \leqq x)$

(iii)通話時間に基づいた月額料金の移り変わり（グラフ）



○教師は「通話時間の少ない月が多いことから C 社を選ぼうかと考えているがどうだろうか」と問う．
(予想される生徒の解答)
・①から（通話を控えるとよいという助言付きで，もしくは無視をして）C が最も安くよい．
・②からデータ量のある A もしくは B がよい．
・通話時間の平均値が 82.5 分であるから，この時点で最も安い A がよい．

資料

展開 ② 70 分	○グループ（選択した会社ごとに４人で１グループ）ごとに意見をまとめ，発表する． **(予想される生徒たちの発表)** ・代表値を根拠としたもの (例：昨年の通話時間の平均値は 82.5 分であるから，82.5 分時点で最も安い A を勧める．) ・去年の通話時間をグラフ，表から読み取れる 20 分未満，20 分以上 80 分未満，80 分以上の三つに分類した場合の考え方 （例：昨年の通話時間を 20 分未満，20 分以上 80 分未満，80 分以上の三つに分類すると，20 分未満が 5 回，20 分以上 80 分未満が 2 回，80 分以上が 5 回だったので，頻度から A もしくは C のどちらかを勧める） ・②の条件からデータ量が多い B と C で考えたもの （例：B ならばデータ量が 12GB あるので，ある程度動画を見ることができ通話を 20 分から 80 分の間で抑えれば，3 社の中では安い） ○他グループの発表を聞いたうえで最終意思決定を行う．	○教師の発言をきっかけにこの発言に対する代替案の提出（批判的思考）を働きかける． ○通話時間についての代表値を取り扱っている生徒がいればとりあげる． ○必ずしも代表値の考えを取り入れなくてはならないと生徒に思わせないように注意する．あくまで判断材料の一つであることを強調する．	・発表の様子，机間指導【数学的な技能】【数学的な見方・考え方】
まとめ 10 分	○今回は月額料金に着目し，代表値の考えも取り入れたが，それはあくまでひとつの考え方であり，ほかの視点（年間総額料金比較など）があることについて確認する．	○生徒から授業中に年間総額料金の意見が出てきた場合にはとりあげ，差があまりないことを確認する．	

去年の通話時間に基づく各社の月額料金と年間総額料金

	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月	年間総額料金
A	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	108000 円
B	17500	5500	12500	11000	8000	5750	8000	10000	5750	5750	5750	14000	109500 円
C	12000	4500	12000	12000	12000	5250	12000	12000	5250	5250	5250	12000	109500 円

	○年間総額料金からは A 社が最も安いことや 3 社の差はそれほどないこと，通話時間を抑えれば B や C でも安く抑えられること等を確認する．		

巻末資料３　中学校第３学年　学習指導案「先生にエアコンをお薦めしよう」

【学習目標】

教師にエアコンをお薦めするという日常生活の問題場面において，様々な要素の中から本体価格と電気代に着目し，一次関数を利用して，数学的に考えることができる。特に，使用時間を仮定することで，様々な一次関数のグラフを検討することができる。また，数学的に考えた結果に加え，社会的な文脈も考慮に入れた上で，教師にお薦めのエアコンを提案することができる。

<table>
<tr><th>内容
・時間</th><th>学習活動・指導過程</th><th>指導上の留意点</th><th>評価方法
【観点】</th></tr>
<tr><td>導入

15 分</td><td>１．K 先生がエアコンの購入を考えている．
★キー発問：「皆さんはエアコンを購入するにあたって，何を基準に購入を決定しますか？」→実際に書かせる

（予想される生徒の反応）
エアコンの情報
・電気料金　　・本体価格
・エアコンの性能　・１日あたりの電気料金

（先生の情報）
※K 先生の情報が出てこない場合は，教師から次のように誘導する．

発問：「K 先生の情報って要らないかな？」
→実際に書かせる．
・部屋の間取り　・家族の人数
・どのくらいの年数使いたいのか？
・今のエアコンはどのくらい年間で使っているのか？
・エアコンに対して，どんなことを求めているか？

K 先生の情報他（黒板上に別途，板書する）
・エアコンは実はそんなに使わない．１日あたり，１，２時間程度である（全国的な平均使用時間は１日当たり３時間弱といわれている）．
・間取りは６畳くらい．</td><td>・一般的なエアコンの使用年数は１０年くらいであることを最初に共有する．エアコンの買い替え時の目安は１０年～１５年である．（最近のエアコンは長持ちすることも共有したいところである）

・７ 月という時期でもあり，エアコンを購入することに対して，現実的な問題として捉えさせたい．そのために，パソコンを用いて，電器屋の画像を生徒に見せる．

・購入基準は複数，記入させる．困難を示すことも予想されるため，実際のカタログも配布し，カタログから基準を特定させる．

・十分な時間をとる．黒板に列挙していく．

・展開で扱う「本体価格」と「年間電気代」については生徒から引き出したい．

・非本質的な要素（授業で取り扱わない要素）もこの時点ではできるだけ取り入れる．</td><td>・発表の様子【主体的に学習に取り組む態度】
・現実世界の事象を考察する際に，目的に応じて必要な観点を捉えることができる．</td></tr>
<tr><td rowspan="2">展開①

35 分</td><td colspan="3">課題
K 先生はエアコンの購入を考えています．そこで，次の３台から選ぶことにしました．<table><tr><td>スタンダードモデル（機能なし）</td><td>省エネモデル（自動掃除）</td><td>超省エネモデル（自動掃除・空気清浄）</td></tr><tr><td>60000 円</td><td>150000 円</td><td>230000 円</td></tr><tr><td>年間電気代　25000 円</td><td>年間電気代　15000 円</td><td>年間電気代　7000 円</td></tr><tr><td>１時間あたりの電気代　23 円</td><td>１時間あたりの電気代　14 円</td><td>１時間あたりの電気代　6.5 円</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>２．まずは，直感的にどれが良いか挙手させ，理由も書かせる．
（予想される生徒の反応）
・超省エネモデルを選ぶ
性能が一番いいし，初めは高くなるけど，その後は安くつくから．
・省エネモデルを選ぶ
Aよりは，本体価格が高いけど，Cよりも安いし，一番お手頃な価格だから．
・スタンダードモデルを選ぶ
K 先生の性格を考えたら，できるだけ安いものを買いたいと思うだろうし，あまりエアコンを使わなさそうだから．

３．個人で検討させ，発表する．
総額を y 円 ,使用年数を x 年 とおき１次関数の式で表す．

４．式から考えられることをできるだけ発言させる．
・グラフ
・連立方程式
グラフの読み取りや連立方程式で分かることを確認する．</td><td>・年間電気料金や本体価格，１ 時間あたりの電気料金，エアコンの性能など丁寧に一つ一つ確認する．

・机間指導中に，式を用いている生徒，表を用いて考えている生徒，グラフを考えようとしている生徒を特定する．

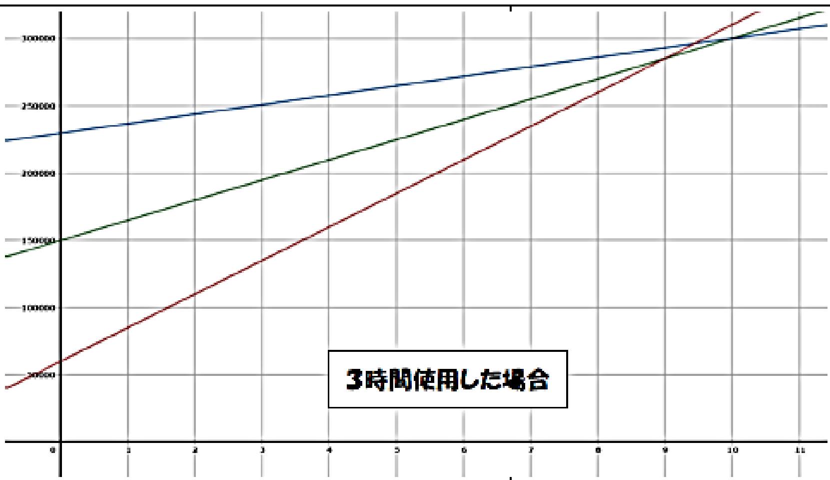
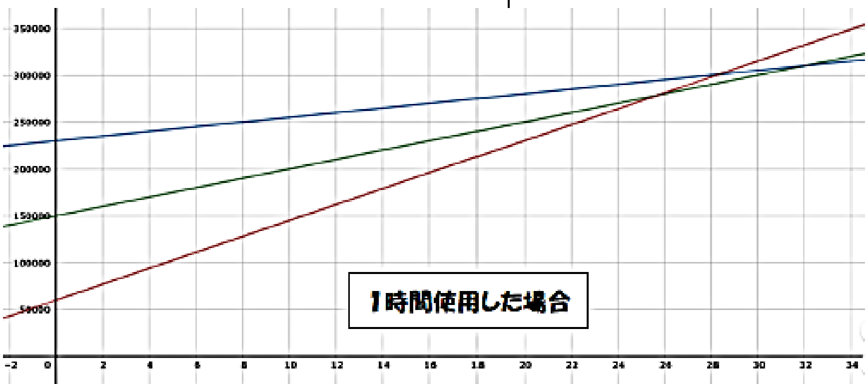
・導入で列挙された情報を整理し，本時は，「電気料金」と「本体価格」などに主に焦点をあてることを伝える．

・～だから・・・というふうに根拠をしっかりと書くよう口頭でも促す．

・グラフの準備をしておく．</td><td>・発表の様子，ノート記述【知識及び技能】【思考力・判断力・表現力】【主体的に学習に取り組む態度】

・総額と使用年数の２変数に着目して，一次関数を利用して数学的に問題解決することができる．</td></tr>
</table>

資料

	 スタンダードモデル：y=25000x+60000 省エネモデル：y=15000x+150000 超省エネモデル：y=7000x+240000 ★使用時間３時間のグラフから読み取れることは何ですか？ スタンダードと省エネの交点　9 年 スタンダードと超省エネの交点　おおよそ 9.5 年 省エネと超省エネの交点　10 年	・グラフから解釈できることとして，「10 年以上使うと，超省エネがお得になる」，「9 年から 10 年使うと省エネがお得になる」，「9 年未満ならスタンダードがお得になる」ことを全体で押さえる．	
展開② 35 分 まとめ 15 分	★使用時間を複眼的に考える ＜キー発問＞課題の年間電気代・１時間あたりの電気代はどのように算出しているのだろうか？→授業前半で確認した「全国平均は一日平均３ｈ」を基に算出したものである． ※ここは丁寧に確認する． ５．使用時間が１時間，２時間，３時間，４時間であった場合のグラフ（４種類）を提示し，グループでどのエアコンをおすすめするかを検討する．  スタンダードモデル：y=8395x+60000 省エネモデル：y=5110x+150000 超省エネモデル：y=2372.5x+240000 ６．グループごとに意見をまとめ，発表する． ７．他のグループの発表を聞いたうえで，どのエアコンを薦めるか意思決定を行う． ８．まとめ，感想	・グラフについては，あらかじめ準備をしておき，グラフ解釈を大切にしたい． ・このとき，様々な側面から検討してよいことを伝える．K 先生の平均 1，2 時間使う等の意見や，エアコンの自動掃除機能，空気清浄機能なども考慮に入れてよい． ・数学的な問題から現実に戻す際に，数学だけでなく様々な要素をあらためて強調する．つまり，グループの根拠を考えさせる際には，数学以外の要素も教師から強調し，意思決定の根拠に含めてよいことを伝える．	・発表の様子，ノート記述【知識及び技能】【思考力・判断力・表現力】【主体的に学習に取り組む態度】 ・数学的に考えた結果に加え，社会的な文脈も考慮に入れた上で，教師にお薦めのエアコンを提案することができる．

資料

巻末資料 4　高等学校第 2 学年　学習指導案「リーグ戦の対戦計画」

【学習目標】

よりよいリーグ戦を実現するためにはどのようにすればよいかを検討するにあたって，価値判断や数学的帰納法を含む数学的知識を駆使して問題解決を遂行する。現実場面の社会的文脈をも考慮にいれた際，数学の応用性や限界を感じるとともに，よりよいリーグ戦の実現に向けて，更なる代替案を提案することができる。

<table>
<tr><th>内容・時間</th><th>学 習 活 動 ・ 指 導 過 程</th><th>指導上の留意点</th><th>評価方法【観点】</th></tr>
<tr><td>【第 1 時】
導入
課題の提示
（10分）
展開
現実の問題としての解決
（35分）</td><td>○クラスマッチの話題からリーグ戦の割り振り（試合の順序）一覧表を例示し，本単元の課題を提示する。
［よりよいリーグ戦を実現するためには，どうすればよいか？］
【予想される回答】
・前半や後半に試合が集中しすぎるのはよくない
・連続で試合をするのは不利だから考慮すべき
○様々な条件を満たすように試合の順番を決定することは実現可能かを問い，時間的な制約によりそれが難しそうだと感じさせる。
○「試合が連続しない」という条件だけに着目した場合は実現可能かを問い，本時の課題を提示する。</td><td>・「よりよい」の具体的内容は価値判断に関わるので，授業者からは提示しない。
・「すべての場合を網羅すればできるが…」という見方を共有する。</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>［リーグ戦で，どのチームも連続して試合をしなくてすむような試合順の割り振りは実現可能か？］
○課題を焦点化するために，次のようにする。
①　チーム数が 3 の場合は明らかに不可能であることを確認する。
②　チーム数が 4 の場合について考えさせ，その過程を取り上げることで不可能であることをクラスで共有する。
③　チーム数が 5 や 6 の場合について考えさせ，実現例を取り上げることで可能であることをクラスで共有する。
④　チーム数がどのような場合に実現可能なのかを問いかけ，チーム数が多い場合は実現可能でありそうだと予想させ，解決に向けて考えさせる。
○課題の解決に向けて，次のように考えさせる。
①　数学的帰納法を用いた解決をしようとする生徒が多くいることが予想されるが，それが簡単でないことをクラスで共有する。
②　数学的帰納法の思考を応用し，n=k から n=k+2 を考察しようと提案する。
③　以下のように問題を解決させる。</td><td></td><td>机間指導，発表【関心・意欲・態度】
・現実の問題を数学的知識を駆使して解決しようとする。</td></tr>
<tr><td></td><td>n=k で実現可能とする。k チームに 1 から k までの番号を割り振るが，実現可能解で最後に試合をしないチームに番号 1 を割り振ることにしておく。
n=k+2 のとき，新たに増えた 2 チームの試合を初戦とし，次に 1～k 番のチームの $_kC_2$ 試合を実現可能解の順で行う。その後，k+1 番，k+2 番のチームを交互に試合に登場させ， 1～k 番のチームを番号順に対戦相手とすることを 2 度繰り返す。ただし，k が偶数の場合，2 度目は 2～k，1 の順にする。
<table>
<tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>…</th><th>k</th><th>k+1</th><th>k+2</th></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>①</td><td>⑥</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>⑦</td><td>②</td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>③</td><td>⑧</td></tr>
<tr><td>…</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>⑨</td><td>④</td></tr>
<tr><td>k</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>⑤</td><td>⑩</td></tr>
<tr><td>k+1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td>k+2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
n=5,6 で実現可能であったので，n が 5 以上の自然数のときに実現可能である。</td><td>・n=k+1,k+2 や n≦k での成立を仮定して考察するような問題は前時までの授業で取り扱っている。</td><td>机間指導【関心・意欲・態度】【数学的な技能】
・現実の問題を数学的知識を駆使して解決しようとする。
・数学的帰納法を用いて数学の問題を解くことができる。</td></tr>
<tr><td>まとめ
（5分）</td><td>○「どのチームも連続しない」という条件を満たしているものの，先の解決方法では，あまりよい試合順とならないことを確認し，次時の課題とすることを告げる。</td><td></td><td></td></tr>
</table>

資料

【第２時】 導入 課題の提示 （５分）	○前時の内容を振り返り，本単元の課題を確認する。 よりよいリーグ戦を実現するためには，どうすればよいか？ ○ワークシート，計算用紙を配布する。	・「よりよい」の捉え方は個々で定めてよいことを述べる。	
展開① 真正な問題を個々の価値をもとにして解決する （２５分）	○グループで問題解決をさせる。その際，グループの結論として次のような文章を完成させるように指示する。 私たちは「　　　　　　」に気をつけ，対戦計画をたてます。 【予想される思考】 ・試合間隔を２試合以上にする（数学的帰納法を利用し解決） ・試合間隔を m 試合以上にする（数学的帰納法の考え方） ・前時の手法で新たに加える２チームの試合が終盤に集中しないようにする（前時の証明のアレンジ） ・試合がある時間に偏りのないようにする（アルゴリズム的解決） ・複数の条件を設定するが，一部で条件を満たさないことを許容する	・同時に２試合を，などの場面設定については，授業者からは言及せず，質問が出た場合にはグループで自由にしてよいことを告げる	机間指導【関心・意欲・態度】【数学的な見方・考え方】 ・数学的解決をもとにして，真正な解決に向かおうとする。 ・価値判断の過程で，真正な問題に対峙するときの数学の有効性や限界を感じ，体得することができる。
展開② 解決の発表 （１０分）	○グループでの結論について発表させる		観察【数学的な見方・考え方】 ・価値判断の過程で，真正な問題に対峙するときの数学の有効性や限界を感じ，体得することができる。
まとめ （１０分）	○本単元のまとめを行う ○ワークシートを回収する ○アンケートを配布し，回答後に回収する。		
備　考	使用教科書：「数学Ｂ」（数研出版） 準備物：ワークシート，計算用紙 本単元は，グループワーク（４～５人）により実施する		

巻末資料 5　高等学校 2 年「グループの対戦計画」学習プリント①～③

数学　学習プリント（2/17）リーグ戦について考えよう①

Ⅱ年（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）
（　　）班　メンバー（　　　　　　　　　　）

クラスマッチでは，毎年サッカーの試合をリーグ（総当たり）形式で行っています。あなたは，次のクラスマッチでサッカーのリーグ戦を計画する委員会に入ることになりました。例年のクラスマッチでは，サッカーコートを 2 面使ってリーグ戦を行っていますが，次のクラスマッチでは，それを 1 面で行うことになりました。

下の表は，リーグ戦の計画の例（チーム数：$n=4$）です。

	チーム①	チーム②	チーム③	チーム④
チーム①		第 1 試合	第 2 試合	第 3 試合
チーム②			第 4 試合	第 5 試合
チーム③				第 6 試合
チーム④				

計画を実際に立てる前に，「よりよい」計画を立てるために配慮すべきことを委員会で協議することになりました。

課題 0　「よりよい」計画を立てるために配慮すべきことのアイデアをできるだけ多く出そう。

メモ欄

課題 1

	①	②	③
①			
②			
③			

	①	②	③	④
①				
②				
③				
④				

	①	②	③	④	⑤
①					
②					
③					
④					
⑤					

	①	②	③	④	⑤	⑥
①						
②						
③						
④						
⑤						
⑥						

【 $n=3,4,5,6$ の場合についてわかったこと 】

数学　学習プリント（2/17）リーグ戦について考えよう②

Ⅱ年（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）
（　　）班　メンバー（　　　　　　　　　　）

課題２
リーグ戦で，どのチームも連続して試合をしなくてすむような試合順の割り振りは，チーム数 n がどのような場合に可能だろうか。

【予想】「　　　　　　　　　　」

〈方法〉「　　　　　　　　　　」

☆

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
①							
②							
③							
④							
⑤							
⑥							
⑦							

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
①								
②								
③								
④								
⑤								
⑥								
⑦								
⑧								

ⅰ．n が（　　　　）の場合

	①	②	③				
①							
②							
③							

ⅱ．n が（　　　　）の場合

	①	②				
①						
②						

【結論】
リーグ戦で，どのチームも連続して試合をしなくてすむような試合順の割り振りは，

数学　学習プリント（2/17）リーグ戦について考えよう③

Ⅱ年（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）
（　　）班　メンバー（　　　　　　　　　　）

私たちは

に配慮し，対戦計画を立てます。

	①	②	③				
①							
②							
③							

	①	②	③				
①							
②							
③							

【結論】（何が，どこまで実現可能であるか／実現可能でないか）

巻末資料６　中等教育における社会的オープンエンドな問題と育成を目指す批判的思考力

社会的オープンエンドな問題	自動車の購入	エアコンの購入	携帯電話の購入	リーグ戦の対戦計画
対象学年	中学校第２学年	中学校第３学年	中学校第３学年	高校第２学年
問題カテゴリ	選択	選択	選択	計画・予測
問題の概要	教師が購入すべき自動車を薦める	教師が購入すべきエアコンを薦める	教師が契約すべき携帯電話の料金プランを薦める	どのチームも試合が連続することがないなど，リーグ戦のより良い対戦計画を考える
主な数学的問題解決	単位量あたりの計算，表，一次関数	単位量あたりの計算，表，一次関数	単位量あたりの計算，表，一次関数	数学的帰納法，表
中心概念	d	d	d	c
Key Understanding	C，D，E	C，D，E	C，D，E	C，E
育成を目指す批判的思考力と構成要素の対応	批判性	批判性 反省性	批判性 反省性	批判性 論理性
顕在化した社会的価値観	公共性 道徳性 他者への配慮	経済性 安全性 環境性 他者への配慮	経済性 自律性 他者への配慮	公正性・公平性 興行性 他者への配慮

資料

巻末資料７　中学校第３学年　学習指導案「選挙システムの批判的検討」

【学習目標】

体育祭で流す曲を決めるにあたって，さまざまな投票システムを試行し，その長所や短所を検討する授業である。社会で用いられているクアドラティックボーティングのシステムを理解し，批判的に検討する。不真面目に投票されたように思われる隣のクラスの結果を参照することで，それぞれの投票システムの長所や短所を批判的に検討することができる。

<table>
<tr><th>内容
・時間</th><th>学習活動・指導過程</th><th>指導上の留意点</th><th>評価方法
【観点】</th></tr>
<tr><td>導入
一人一票</td><td>○体育祭のテーマ曲を決定することを生徒に伝え，まずは一人一票形式による投票を行う。</td><td>・表計算ソフトによる投票，集約システムを活用する。</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">★体育祭で流す曲をみんなで決めよう！：一人一票形式の場合★
全校生徒からアンケートをとったところ，以下の１００曲が挙げられた。この中から，体育祭に流す曲として上位５曲を決定したい。一人一票形式でまずは投票してください。
①　○○　②△△　③　・・・・　，　⑳××，・・・，100○○×</td></tr>
<tr><td>展開①
分散投票</td><td>○速やかに開票結果を生徒に伝え，一人一票形式のメリット・デメリットを考えさせる。
＜予想される生徒の反応＞
・ア：候補曲が多いので，人気がばらける
・イ：一人一票なので公平だ
・ウ：一つに決めるのが悩んだ
・エ：やたら同点が多い

○今回のように候補曲が多い場合は，一人一票形式は適切ではないように思われる。では，どのような投票システムが適切だろうか？
＜予想される生徒の反応＞
ア：【分散投票】一人１００票もって（何票かもって），好きな曲に自由に投票をすればよい。
イ：【重みづけ】一人計４票もって，１位３票，２位１票として，２位まで入れる。
ウ：【決選投票システム】先ほど０票だった曲は削除した上で，もう一度投票する。
エ：【複数投票】上位５曲を選ぶので，一人５曲を選ぶ。

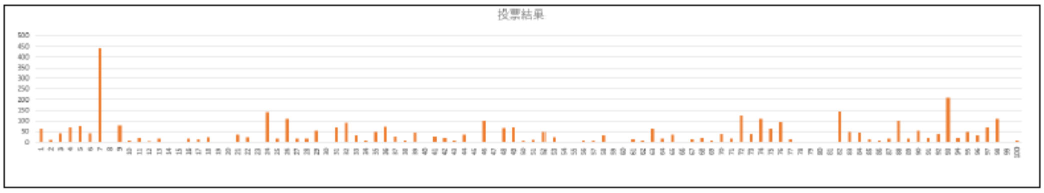
○今回はアで考えてみよう（重みづけもできて複数自由に投票できる）</td><td>※必ず一票投票させるようにする。
・さまざまな意見を子どもから引き出す。
・実際の投票でデメリットを生徒が想像できない分布となった場合，「隣のクラスでは全員ばらばらの曲に投票して困ったらしい」とアナウンスする。
・ワークシートに記述させる。

・いろいろな投票システムの方法を問う。アイデアは広く募る。

・アは重みづけも可能である。
・ウの決選投票システムは適切であるように思われるが，一方で，デメリットとして，何度も投票を行わなければいけない手間がかかることも確認する。

・エが一般的だが，５曲に重みをつけることができないのがデメリット（生徒から引き出したい）</td><td>・発表の様子，ワークシート記述【知識及び技能】・【思考力・判断力・表現力等】・【主体的に学習に取り組む態度】</td></tr>
<tr><td colspan="4">★体育祭で流す曲をみんなで決めよう！：分散投票の場合★
以下の曲リストから，体育祭に流す曲としてふさわしいものに投票してください。一人１００票もって，好きな曲に分散投票してください。
なお，票はすべて使い切ってください。（全員を同じ条件にするため）
①　○○　②△△　③　・・・・　，　⑳××，・・・，100○○×</td></tr>
<tr><td></td><td>○分散投票にあたって，あらかじめタブレットで試行した後に，投票する。
○速やかに開票結果を生徒に伝え，分散投票の結果を受け止める。
○隣のクラスの結果を参照して，分散投票の長所・短所を考えてみよう！</td><td>・白票で出したい生徒は１票ずつ投票するよう指示する（質問があった場合）。
・必ずしも分散する必要はないことも適宜，アナウンスする。
・表計算ソフトによる投票，集約システムを活用する。</td><td></td></tr>
</table>

資料

<table>
<tr><td colspan="4">議論：隣のクラスの分散投票（一人百票）の結果は次の通りであった。１位は曲番号７の「カエルの合唱」であり，担任によると，結果を見た生徒４名が「すみません，ふざけて「かえるのがっしょう」にそのまま１００票入れてしまいました」と申し出たようである。


この結果や我々が今回行った一人一票システム，分散投票システムの結果を参考に，分散投票システムのメリット・デメリットを考えてみよう。</td></tr>
<tr><td>展開②　QV</td><td>＜予想される生徒の反応＞
ア：分散投票は重みづけをすることができるが，隣のクラスのように，いい加減に考えて１００票を投じた曲が有利になる。
イ：一人一票と分散投票は本質的には変わらない。どちらも意思が反映されている。みんなの好みが反映された結果になることが期待される。
ウ：分散投票はとにかくめんどくさい。１００票を振り分けるのがめんどくさかった。
エ：いい加減に投票したとしても，投票の結果だからよいと思う</td><td>・一人一票システムと分散投票システムを関連付けて考えさせる.
・ワークシートに記述させる。
※アについては，一人の強い極端な意志（いい加減な投票）が全体に強く影響してしまう。アを防ぐのが，QV の大きなメリットである。</td><td>・発表の様子，ワークシート記述【知識及び技能】・【思考力・判断力・表現力等】・【主体的に学習に取り組む態度】</td></tr>
<tr><td colspan="4">★台湾で実際に実施されたクアドラティックボーティングを紹介★
・投票において，1 人 1 票ではないことが特徴.
・投票者は 99 ポイントをあらかじめ所有しており，1 人に 1 票を投じるには 1×1 の 1 ポイントが必要で，1 人に 2 票投じるには 2×2 の 4 ポイントが必要．つまり，1 人の候補者や 1 つの企画に対して，2 乗ずつしか投じられない仕組みとなっている。</td></tr>
<tr><td></td><td>○1 人に対し 99 ポイントを配ることで，必ず分散投票をさせている点で興味深い。1 つの企画に集中的に投票をしようとしても最大 9 票までであり，残りの 18 票（99−9×9=18）の行く末はまた投票者に委ねられ，それゆえ熟考しなければならない。
○99 ポイントを使用していくけれども，順位は票数で決定されることを丁寧に説明する。</td><td>・アメリカでは，2019 年 4 月にコロラド州下院の民主党会派による実験で実施。107 の法案から優先順位を決定するために行われた。台湾では，民間から SDGs に関するアイデアを募集し，200 あまりのアイデアからどれを採用するかについて，クアドラティックボーティングの投票方式を実際に採用している。→社会性を強調。</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">★体育祭で流す曲をみんなで決めよう！：クアドラティックボーティングの場合★
以下の曲リストから，クアドラティックボーティングの方法で，体育祭に流す曲としてふさわしいものに投票してください．
<u>なお，票はすべて使い切ってください。（全員を同じ条件にするため）</u>
①　　○○　②△△　③　・・・・　　　　　，　　　　　　　　⑳××，・・・，100○○×</td></tr>
<tr><td></td><td>○クアドラティックボーティングによって，体育祭のテーマ曲を決定する。
○クアドラティックボーティングにあたってあらかじめタブレットで試行した後に，投票する。</td><td>・表計算ソフトによる投票，集約システムを活用する。</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">問い：
（1）もしクアドラティィク・ボーティングを隣のクラスで行っていた場合，どのような結果になっていただろうか？検討せよ。
（2）本日の授業を受けて，考えたことを述べよ。</td></tr>
<tr><td></td><td>クアドラティックボーティングのメリット･デメリットを考えさせ</td><td>・十分な時間をとり，考えを記入させ，授業時</td><td></td></tr>
</table>

	る。 ＜予想される生徒の反応＞ ・クアドラティックボーティングは８１票分が９票になり，極端な強い意志の影響を軽減できる。 ・クアドラティックボーティングは多くの人の意志を反映しやすい。 ・システムを理解するのは難しそう。 ・計算がめんどくさい。	間に応じて適宜，発表させる。 ・ワークシートに記述させる。 ・メリット・デメリットについては，実際に社会実装することを前提に想像させる。 ・生徒が困難を示している場合は次のような発問を行う。 例１：「二乗することによってどんな影響（効果）があるのだろうか？」 例２：「なぜ 100pt ではなく 99pt なのでしょうか？その観点からも考えてください」	・発表の様子，ワークシート記述【知識及び技能】・【思考力・判断力・表現力等】・【主体的に学習に取り組む態度】
まとめ	今回，100 曲の候補から体育祭に流す曲について，さまざまな投票システムの是非を検討した。どのような投票システムも全員の総意がきちんと反映されるというのは難しい。しかし，実際の社会では今回の QV のように数学をうまく使ってより良い投票システムを構築しようとしたり，実際に実装したりしているところである。それぞれの投票システムについて，その妥当性を考えたり，より良いシステムはないのかと考えたりすることは大切である。みなさん，これから学校生活において，そして社会に出てからもそのようなリテラシーをもってください。 ※以下は，授業で扱う予定はないが参考として記載。		

★クアドラティック・ボーティングの数学的検討★
（問１）できるだけ１曲に多くの票を投じたい場合，どのような票の投じ方になるか？
（問２）２曲に集中的に投票する場合，どのような票の投じ方があるか？

	（問１） $99=9^2+4^2+1^2+1^2$ $=9^2+3^2+3^2$ $=9^2+3^2+2^2+2^2+1^2$ $=9^2+2^2+2^2+2^2+2^2+1^2+1^2$ $=9^2+2^2+2^2+2^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2$ $=9^2+2^2+2^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2$ $=9^2+2^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2$ $=9^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2+1^2$ （問２） $99=7^2+7^2+1^2$	・できるだけ１曲に多くの票を投じたい場合，８通りの投票方法があることを知る。 ・問２については，８票ずつは投じることができないことを確認する。なお，２曲に集中的に投票する場合は，この１通りの投票方法しかない。	
備　考			

	一人一票	分散投票（一人百票）	QV
投票ルールの分かりやすさ（現行の日本の投票システム）	◎	○	×
投票システムの手間のかからなさ（現行の日本の投票システム）	◎	△	×
細かい希望が反映されるか？	×	◎	◎
少数派の強い意志の影響を小さくする	◎	×	○

謝辞

私が批判的思考力を研究テーマとすることになったのは，2009 年に遡ります。当時，私は広島大学附属福山中・高等学校で数学科教諭として勤務しており，同校で平成 21 年度からスタートした研究開発課題が「クリティカルシンキングを育成する中等教育教育課程の開発」でした。それ以来，

「数学教育における批判的思考力（クリティカルシンキング）とはそもそも何か？」,

「数学授業で批判的思考力（クリティカルシンキング）を育むには？」

このような問いを考える日々が始まり，ようやくその一つの私なりの回答となり得る博士論文が完成しようとしています。

主任指導教員である馬場卓也先生には, 2018 年に博士課程後期に入学して以来, 温かく, また時には厳しく，未熟な私をご指導いただきました。

「批判的思考力を育むにあたって価値観は考えないですか？」

博士課程後期入学前の全国数学教育学会研究発表会において,（今振り返れば）狭義の批判的思考力の育成に終始していた私に対し，先生からいただいたこのコメントが，私を社会的オープンエンドな問題, そして, 批判的数学教育学の世界へと導いてくださいました。また，博士論文の執筆にあたっては「実践集にならないようにしなさい」とのお言葉をいただき，理論と実践を結びつける数学教育研究の深さと面白さを，先生のご指導を通して学ぶことができました。先生には心より感謝申し上げます。先生からお教えいただいたことを胸に，これからも研究を進めて参る所存です。今後ともご指導ご鞭撻のほど，何卒よろしくお願い申し上げます。

また，馬場卓也先生のもとで博士論文を執筆できたのは，広島大学名誉教授である岩崎秀樹先生のお導きによるものでした。岩崎先生は，私が広島大学附属福山中・高等学校で勤務していた際，校長先生としてご着任され，常に私の博士学位取得を激励してくださいました。

「焦りなさい」

このお言葉は，私が高知大学に着任した 2013 年に頂戴したものです。以来，10 年以上かかってしまいましたが，先生のこのお言葉が，博士論文を執筆し続ける原動力となっておりました。心より感謝申し上げます。これからも研究に邁進いたします。

副指導教員の清水欽也先生には，理科教育の立場からのご示唆を，中矢礼美先生からはグローバルシティズンシップ教育の立場からのご示唆をいただきました。先生方には，いつも温かいお言葉をかけていただき，また他教科の視点からのご助言は，非常に貴重なものでございました。

また，外部審査委員として，元日本体育大学の島田功先生には，社会的オープンエンドな問題の理論と実践について一からご指導いただき，中等教育への接続に関する多大なる

ご示唆をいただきました。私の博士論文執筆は，島田先生による社会的オープンエンドな問題の理論的・実践的研究を常に追いかける毎日でありました。今後も引き続き，ご指導賜れますようお願い申し上げます。埼玉大学の二宮裕之先生は，私が修士課程の学生であった頃から常にご配慮いただき，学会のたびに貴重なご指導を賜りました。このたびの博士論文執筆にあたりましては，既存の数学教育の枠組みとその更新可能性，また数学教育の学際性について多くのご教示をいただきました。この博士論文を新たなスタートとし，引き続き検討を進めて参る所存です。

＜本博士論文に関わる著者の主な先行研究＞をご覧いただければ分かりますように，私の博士論文は，共著者の先生方との共同研究がなければ完成し得ないものでした。広島大学附属中・高等学校の井上優輝さんは，私の大学院時代からの先輩後輩の関係で，理学部から右も左も分からず教育学研究科に入学した私を温かく迎え入れていただきました。附属福山時代からは同僚として長く共同研究をさせていただき，井上さんの数学の力と授業力がなければ本博士論文の実践部分は成し得ることができませんでした。埼玉大学の松原和樹先生も，大学院時代からの先輩後輩の関係です。松原さんには数学者の立場からのお力添えをいつもいただき，中等教育における社会的オープンエンドな問題や社会批判的オープンエンドな問題の数学的側面を支えていただきました。広島県立教育センターの久冨洋一郎先生は，私の学部時代の 1 つ上の先輩です。20 年越しに共同研究をご一緒させていただいたことは私にとってかけがえのないものであり，本当に嬉しかったです。高知大学の袴田綾斗先生は，高知大学時代の同僚としても共にお仕事をさせていただきました。袴田さんの鋭く的確なご指摘には常に大きな助けをいただき，深く感謝しております。井上さん，松原さん，久冨さん，袴田さんと共に，高校数学における社会的オープンエンドな問題の実践研究を進め，とても良い授業実践とその考察を行うことができました。改めまして心より感謝申し上げます。

岡山理科大学の福田博人先生は，国際協力研究科の先輩として，また馬場先生がオーガナイザーを務められた日本数学教育学会における創成型課題研究（2016 年, 2017 年, 2019 年，2020 年）では，中等教育を一緒に担当した共同研究者として，いつも助けていただきました。いつも私の博士論文執筆の状況を気にかけていただき，随所で貴重な助言をいただきました。馬場先生と共に，社会批判的オープンエンドな問題の枠組みが構築できたのも，福田さんのお力によるものです。本当にありがとうございました。

広島大学附属福山中・高等学校の上ヶ谷友佑先生，岡山大学の石橋一昴先生とは，社会批判的モデリングの研究をご一緒させていただき，これまで何十回と研究打ち合わせを行ってきました。上ヶ谷さんのクリティカルさ，石橋さんの精緻なお力添えに何度私は助けていただいたか分かりません。日本科学教育学会第 45 回年会（2021 年）では，課題研究「トランス･サイエンスな問題に対応する数学教育：社会批判的モデリングの実装可能性」

の共同オーガナイザーを三人で務めさせていただきました。社会批判的オープンエンドな問題の実践部分の具現化である「選挙システムの批判的検討」は，上ヶ谷さん，石橋さん，そして松原さんのお力がなければ絶対に成し得なかった授業実践でした。本当にありがとうございました。

高知県教育委員会中部教育事務所の松山起也先生，高知県四万十市立中村中学校の圓岡悠先生，高知県須崎市立須崎中学校の田中勇誠先生には，社会的オープンエンドな問題の授業実践において，多大なご協力をいただきました。先生方の授業実践が，私の博士論文を支えていただきました。

まだまだ多くの先生方に感謝申し上げるべきところです。広島大学大学院教育学研究科の修士課程に在籍していた際には，主任指導教官として中原忠男先生，副指導教官として小山正孝先生にご指導いただきました。当時は全体論を修士論文の研究テーマとしていました。私の数学教育研究をスタートさせていただいたのは，中原先生，小山先生のご指導があってのことでした。数学教育研究の出発点において多大なるご指導をいただきました。改めまして心より感謝申し上げます。

福岡教育大学の岩田耕司先生には，私の大学院時代の先輩として，また広島大学附属福山中・高等学校で 1 年間一緒にお仕事させていただき，以来，公私ともに大変お世話になっております。岩田さんには，「良い数学授業とはどのようなものか」について，私の授業観を根幹から変えていただき，それがこの博士論文の授業実践部分に反映されています。

高知大学に着任していた折には，中野俊幸先生に多大なるご指導をいただきました。中野先生には，大学教員 1 年目の私に対し，数学教育学の基本を一からご教示いただきました。「批判的思考力の批判性の本質を見失わないように」とのお教えは，常に心に留めています。また，元嶺北中学校の濱田淳一先生，高知大学の矢田敦之先生には単身で高知に来た私を温かく迎え入れていただき，心から感謝申し上げます。高知県では，高知大学数学教育コースの先生方，安芸算数学習会の先生方，高知県の小学校，中学校，高等学校，大学など，さまざまな現場の先生方とご一緒させていただきました。先生方からは，小学校から大学までの算数・数学のつながりについてなど，本当に多くの貴重な学びの機会をいただきました。心より御礼申し上げます。

先述しました日本数学教育学会春期研究大会では，創成型課題研究を通じて博士論文の方向性を明確にすることができました。その際にご一緒させていただいたのは，元北海道教育大学の久保良宏先生，関東学院大学の中和渚先生，福井大学の高阪将人先生です。先生方とは，馬場先生，島田先生，福田先生と共に，批判的数学教育の哲学の翻訳や勉強会など，大変長い期間，議論を重ねさせていただき，博士論文の理論部分を形作るうえで大変貴重なご助言をいただきました。

岡山大学に着任してからは，大学教員として働きながら博士論文の執筆を進めるにあた

り，岡崎正和先生には様々なご配慮を賜りました。岡崎先生には修士時代からご指導をいただいており，今後はそのご恩返しが少しでもできればと思っております。

また，大妻女子大学の大谷洋貴先生，香川大学の杉野本勇気先生には，広島数学教育研究会において，博士論文の構成や内容について多大なるご示唆をいただき，いつも気にかけていただきました。

国際協力研究科には 6 年半在籍しましたが，英語力の乏しい私に対し，日本人学生や留学生の皆さんには大変お世話になりました。本当に感謝しきれません。特に，鳴門教育大学の日下智志先生には，博士学生の直近の先輩として，私の博士論文執筆を最後まで助けていただき，いつも温かく応援していただきました。また，安部喜敬さん，大島慧さん，金子禕さん，湯田しおりさんには，私の英語をいつもカバーいただき，日常のゼミナールや広島数学教育研究会の運営面などでも大変に助けていただきました。本当にありがとうございました。

このように，私の博士論文は，本当に多くの先生方のお力添えによって完成したものです。ここに名前を挙げることができなかった先生方も多くいらっしゃいますが，すべての先生方に心より感謝申し上げます。本当にありがとうございました。

最後になりましたが，大変勝手な生き方をしている私を温かく見守ってくれた両親に，この場を借りて心から御礼申し上げます。2020 年に他界した父に，この博士論文を見せることができなかったのは心残りですが，何とか完成できたことをここに報告いたします。また，私の博士課程後期の入学と博士論文執筆を陰で支えてくれた家族，そして妻に感謝の意を表し，ここで筆をおかせていただきます。

皆様，本当にありがとうございました。

2024 年 8 月

服部　裕一郎