

論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)	氏名	坂井 駿介
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 ・ ② 項該当		
<p>論 文 題 目</p> <p>Alternating links and cubed complexes (交代絡み目と立方複体)</p>			
<p>論文審査担当者</p> <p>主 査 教 授 藤森 祥一</p> <p>審査委員 教 授 寺垣内 政一</p> <p>審査委員 准教授 奥田 隆幸</p>			
<p>〔論文審査の要旨〕</p> <p>本論文は、立方複体の観点から交代絡み目の位相的・幾何的性質を論じたものである。交代絡み目とは、交代的な射影図で表示される絡み目である。交代絡み目は特殊な絡み目ではあるが、最も基本的な絡み目である 2 橋絡み目を含み、古くから現在に至るまで様々な観点から興味深い研究が行われて来ている。</p> <p>一方、立方複体とは、立方体を貼り合わせてできる CW 複体である。立方複体には（特異点を持つ）局所ユークリッド距離が自然に定まり、更に M. Gromov のリンク条件を満たすならば、局所 CAT(0)空間になることが知られている。立方複体のアイデアは幾何学的群論、3 次元多様体論を含む様々な分野で本質的な役割を果たしている。本論文の主題は、この立方複体を用いた交代絡み目の研究である。</p> <p>第 1 章では、立方複体の観点からの交代絡み目外部空間の特徴付けが与えられている。1960 年代初頭に R.H. Fox が提起した問題「What is an alternating knot?」は、結び目図式により定義される交代結び目の、その外部空間の内在的性質による特徴付けを求めるものである。この問題は長らく未解決であったが、2017 年に J. Greene と J. Howie により、外部空間にプロパーに埋め込まれた正定値・負定値の曲面对の存在という交代結び目の特徴付けが独立に与えられた。この特徴付けは交代結び目のみならず交代絡み目に対しても成立する。Gordon-Luecke の結び目補空間定理により、結び目はその外部空間で決まるため、上述の結果は交代結び目外部空間の特徴付けも与える。しかし、成分数が 2 以上の絡み目に関しては補空間定理が成立しないため、交代絡み目外部空間の特徴付けを与えるという問題が残る。この問題に対して本論文では、I. Aitchison によって考案された交代絡み目外部空間の立方複体分割（Aitchison 複体）を用いた解答が与えられている。</p>			

具体的に述べると、符号付き BW 立方複体という概念を導入し、Aitchison 複体が符号付き BW 立方複体の構造を持つことを観察した上で、与えられた符号付き BW 立方複体が Aitchison 複体となるための必要十分条件をオイラー標数の条件で与えた。これにより、交代絡み目外部空間は、その条件を満たす符号付き BW 立方複体への分割を持つ 3次元多様体として特徴付けられた。

第 2 章では立方複体を用いた双曲的交代絡み目群の放物的生成対の研究が述べられている。2001 年にブダペストで開催された研究集会において、I. Agol は 2 つの放物的変換により生成される自由群でないクライン群の分類定理、及びそのようなクライン群に対する放物的生成対の分類定理をアナウンスした。証明のアイデアが書かれた講演スライドは公開されていたが、プレプリントも書かれていなかった。最近になりその様なクライン群の分類定理の完全な証明が Akiyoshi-Ohshika-Parker-Sakuma-Yoshida により、そして放物的生成対の分類定理の「別証明」が Aimi-Lee-Sakai-Sakuma により与えられた。しかしながら、Agol がアナウンスした放物的生成対の分類定理の Aitchison 複体を用いた証明は、より深い情報を含んでいるにもかかわらず、その詳細はまだ解明されず、議論の妥当性も確認されていなかった。このような状況下、本章では Agol のアイデアに基づいた放物的生成対の分類定理の厳密な証明が与えられ、Aitchison 複体が果たす役割も明らかにされた。この厳密な証明には様々な創意工夫が必要であり、特に (i) チェッカーボード曲面が定める双曲空間の無限遠境界における単純閉曲線の交叉パターンに関する Agol の主張の適切な解釈とその厳密な証明、及び (ii) その解釈を用いて与えた、Maskit-Swarup の定理が適用できる状況にあるということの明快な説明、この二点が本論文第 2 章の核心である。

以上、審査の結果、本論文の著者は博士（理学）の学位を授与される十分な資格があるものと認められる。

備考：審査の要旨は、1,500 字以内とする。