

令和5年度

修士論文

算数文章題と数式の関係理解の
段階的かつ適応的な
学習支援環境の設計・開発

指導教員 林 雄介 教授

広島大学大学院 博士課程前期

先進理工系科学研究科

先進理工系科学専攻 情報科学プログラム

M223452

山本 凪人

令和6年2月21日 提出

概要

算数数学教育で重要視されているものの一つとして、「数学的モデリング」がある。これは、「現実の世界」の問題を「数学の世界」で「数学的モデル」としてモデル化することで「数学的な問題」に変換し、「数学的結論」を導くことで「現実の世界」の問題の解を求めることである。「現実の世界」の問題を「数学的モデル」として表すためには、定式化（単純化、理想化、近似、仮定の設定、記号化、形式化）に関する能力、「数学的モデル」を処理して「数学的結論」を得るためには、数学的作業（数学的理論や手法）に関する能力、「数学的結論」を「現実の世界」での解として扱うには、その解を解釈し評価、比較をする能力が求められる。このように、「数学的モデリング」では「現実の世界」と「数学の世界」を行き来することで、数学の持つ有用性、現実事象と数学との関係、さらには、新たな問題に直面した際の解決の方法を、身につけさせることをねらいとしている。この考え方に基づいて、算数・数学教育の中では「現実の世界」と「数学の世界」の関係を理解する支援を行うために、現実の問題から数学的モデルの生成過程に関する考察や、数学的モデル化が行われる教材の条件分析、分析に基づいた数学的モデリングの育成に関する実践的授業の実施など、様々な取り組みが行われている。

「数学的モデリング」は算数・数学教育で重要視されており、その中で定式化の手法の一つとして算数文章題がある。算数文章題は解くよりも作ること（＝作問学習）でより効果がみられる。作問学習は、解法（算数文章題→数式）の適用条件を意識化させ、その意識化が解法の適用条件の適切な理解に基づく使いこなし（解法定着）に効果的であることの示唆がされている。そのため、数学的モデリングにおいても重要視されている要素間の関係を理解する支援を行うことができる。作問学習は関係理解に有効な学習方法だとされながらも、学習者と教授者にとって負荷が大きいことから教育現場ではあまり使われてこなかった。

作問学習を三文構成モデルに基づいてシステム化したものが算数文章題作問学習環境「モンサクン」である。三文構成モデルは、算数文章題の問題文と数式の関係を表すためのモデルであり、問題文を数量ごとの単文に分解し、その意味的な数量関係と数式を対応づけるものである。モンサクンは三文構成モデルに基づいて、学習者が単文の取捨選択を行い、組み立てることで作問を実施し、即時の正誤判定やフィードバックを受けることができる学習環境であり、即時の正誤判定やフィードバックによって、作問学習の難しさを解決し、作問をタブレット・パソコン端末上で実行できるように開発されたシステムである。モンサクンでは単位算数文章題を扱い、単文統合により作問を行うことで、算数文章題と数式の関係の理解を促進することを目的としている。単位算数文章題とは、1回の演算で数量関係を表すことができる物語において1つ未知数を設定したものである。例として、「リンゴが3個あります。リンゴを5個買ったので、8個になりました」というのは「 $3 + 5 = 8$ 」という式で数量関係を表せる単位算数物語である。これを「リンゴが

概要

3個あります。」「リンゴを5個買いました。」「リンゴが8個あります」と3つの文に分解して、増えた後のリンゴの数を未知数とすると、単位算数文章題となる。三文構成モデルでは、数式を量の存在を表す存在文と2つの量の関係を表す関係文の2種類の文の組み合わせで単位算数文章題の組み立てができるものとして定式化している。先程の例では、「リンゴが3個あります」(存在文)、「リンゴを5個買いました」(関係文)、「リンゴが8個あります」(存在文)という存在文2つと関係文1つで構成することができる。モンサクンでの単文統合型作問とは単文として表される存在文や関係文を組み合わせることで作問を行うものである。モンサクンの各問題の正解は一意に決まり、制約に応じた問題の関係を理解することができる。モンサクンは算数文章題(現実の世界)で表された数量関係を意識して、作問学習活動を実施させている。算数文章題で扱われる題材は「現実の世界」を簡略化しており数量関係を意識させないという主張があるが、本研究では作問学習により、数量関係を意識した学習を行わせることで、数学的モデリングで扱う「現実の世界」と「数学の世界」の関係を意識させるものとなっていると言える。

本研究では、「算数文章題が示す具体的状況」と「その状況から導かれる数式」の関係を説明させることを目的としている。モンサクンでは、「発見的」で「自己調整的」に学ぶことを通じて、「現実の世界」と「数学の世界」の関係の理解を促している。それに対して、本研究では「関係」を「段階的」で「適応的」に学べる環境づくりを目標としている。モンサクンは、作成する算数文章題の条件を提示し、学習者が数量と数式の具体的な関係を見つけながら、その背後にある原理を自己調整的に学んでいくことで学習者が制約に合った問題の関係理解することを目的としている。モンサクンは、関係を学習者が発見的に見つけ、学習者自身で学習状況を把握して学んでいくという意味で「モンサクン」は算数文章題における「数量関係」を「発見的」で「自己調整的」に学ぶ環境となっている。

算数文章題と数式の関係の理解を促すことを支援しているモンサクンでは、この関係を発見的に学んでおり、関係を把握する活動は数学的モデリングにおいても重要な能力となる。また、モンサクンは自己調整的に学んでいく学習方針であるが、学習者の能力や学習状況によっては学習者に応じて適切な支援が必要になる。そこで、本研究では「発見的」になっている関係を「段階的」にして、「自己調整的」に学んでいくことが難しい学習者に対して「適応的」な支援を行う。本研究の目的は、数学的モデリングで扱う「現実の世界」と「数学の世界」の関係の理解を促す支援を行うために「段階的」で「適応的」な演習環境を作ることである。

本研究では、算数文章題と数式をより明示的かつ学習者の学習状況に応じた適応的な学びを支援する「モンサクンアダプティブ」を提案する。「モンサクンアダプティブ」は、算数文章題と数式を学んでいくうえで意識すべき制約を「段階的」に学習し、「適応的支援機能」として理解状態の推定や理解状態の色付けによる可視化機能や復習すべき箇所を提示する復習推薦機能が備わっている。これにより、学習者が明示的な関係を学んでいくだけでなく、学んでいく中で学習箇所の行き来を支援するようなシステムにな

概要

っている。

「モンサクンアダプティブ」の妥当性の検証として、算数文章題の数量関係は理解して解くことには問題の無い大学生に利用をしてもらい、その関係を説明することに効果があるかを調べた。その結果として、モンサクンのみを利用した場合に算数文章題における数量関係の言語化が難しかった被験者もモンサクンアダプティブを利用することによって、より適切に説明できたことが確認された。これは算数文章題における数量関係の原理に関する要素をより「段階的」に学習することができたことで、関係の原理に気がつきやすくなったためだと考えられる。また、「可視化機能」に関しては学習の意思決定に役立ったという学習者が 68%となっていたことや実際に可視化機能を基に復習をした学習者がいたことから有効性が示唆された。しかし、「復習推薦機能」については使用される状況がないことから、有効性については検証できていない。そのため、今後の課題としては「適応的支援機能」の有効性の確認のために、小学校での実践利用を実施することがあげられる。

目次

概要.....	2
目次.....	5
図索引.....	8
表索引.....	9
第1章 はじめに.....	10
第2章 研究背景.....	11
2.1 数学的モデリングと算数文章題	11
2.1.1 数学的モデリング.....	11
2.1.2 数学的モデリングの目的.....	11
2.1.3 数学的モデリングの難しさ.....	12
2.1.4 算数文章題による数学的モデリングの学習.....	12
2.2 作問学習	12
2.2.1 作問学習.....	12
2.2.2 作問学習の難しさ.....	13
2.3 段階的な学び	13
2.3.1 段階的な学びとは.....	13
2.3.2 段階的な学びの目的.....	13
2.4 適応的な学び	13
2.4.1 適応的な学びとは.....	14
2.4.2 適応的な学びの目的.....	14
第3章 先行研究.....	15
3.1 三文構成モデル	15
3.2 モンサクン	15
3.3 モンサクンにおける5つの制約	16
3.4 モンサクンでの学習	17
第4章 研究目的.....	18

目次

4.1	研究目的.....	18
4.2	段階的に作問ができる環境.....	18
4.3	適応的に作問ができる環境.....	19
第5章	提案手法.....	20
5.1	段階的学習環境の設計・開発.....	20
5.1.1	段階的学習環境.....	20
5.1.2	段階的学習環境の実践利用に向けて.....	21
5.2	適応的学習環境の設計・開発.....	21
5.2.1	主観的データ（自信）と客観的データ（正誤判定）の導入.....	21
5.2.2	理解状態の取得.....	22
5.2.3	理解状態の推定.....	22
5.2.4	理解状態の可視化.....	23
5.2.5	理解状態に基づく復習推薦.....	24
第6章	大学生による利用実験.....	26
6.1	実践計画.....	26
6.1.1	調査目的.....	26
6.1.2	実施状況.....	26
6.1.3	調査手順.....	26
6.1.4	テスト内容.....	26
6.1.5	アンケート内容.....	27
6.2	実践結果.....	28
6.2.1	テスト結果.....	28
6.2.2	アンケート結果/システムログ結果.....	32
第7章	まとめと今後の課題.....	34
7.1	まとめ.....	34
7.2	今後の課題.....	34

目次

参考文献	35
謝辭.....	36

図索引

図 1 数学的モデリング過程	11
図 2 三文構成モデル	15
図 3 モンサクン	16
図 4 段階的学習環境	21
図 5 実践利用に向けた段階設計	21
図 6 正誤・自信の取得までの流れ	22
図 7 正答率と正誤・自信の一致率による理解状態の 4 つの分類	23
図 8 可視化機能	24
図 9 復習推薦機能	25
図 10 小問 1 の上位群・下位群でのプレ・中間・ポストでの正答率の推移	28
図 11 小問 2 の上位群・下位群でのプレ・中間・ポストでの F1 値の推移	29
図 12 小問 2 での群内・群間を多重比較、有意差を踏まえた推移	30
図 13 小問 3 の上位群・下位群でのプレ・中間・ポストでの F1 値の推移	31
図 14 小問 3 での群内・群間を多重比較、有意差を踏まえた推移	32
図 15 可視化機能による意思決定のしやすさ	33
図 16 モンサクンアダプティブの正答率	33

表索引

表 1 テスト問題（問題 1）	27
表 2 アンケート内容	28

第1章 はじめに

算数・数学教育で重要視されているものの一つとして、「数学的モデリング」がある [1]。これは、「現実の世界」の問題を「数学の世界」で「数学的モデル」としてモデル化することで「数学的な問題」に変換し、「数学的結論」を導くことで「現実の世界」の問題の解を求めることである。「数学的モデリング」では「現実の世界」と「数学の世界」を行き来することで、数学の持つ有用性、現実事象と数学との関係、さらには、新たな問題に直面した際の解決の方法を、身につけさせることをねらいとしている [2]。

数学的モデリングを学習する方法として、算数文章題がある。算数文章題は解くことではなく作ること、いわゆる作問学習により効果があるといわれている。しかし、作問学習は教授者・学習者にとっての負担からあまり授業で行われてこなかった。そこで作問学習環境「モンサクン」が提案された。モンサクンは、作問学習を記述式ではなくカードを並び替えて行うシステムで、正誤判定やフィードバックが自動で可能になったことから、作問学習時の負担を解消することができた。

算数文章題と数式の関係の理解を促すことを支援しているモンサクンでは、この関係を発見的に学んでおり、関係を把握する活動は数学的モデリングにおいても重要な能力となる。また、モンサクンは自己調整的に学んでいく学習方針であるが、学習者の能力や学習状況によっては学習者に応じて適切な支援が必要になる。そこで、本研究では「発見的」になっている関係を「段階的」にして、「自己調整的」に学んでいくことが難しい学習者に対して「適応的」な支援を行う。「段階的」に学習させることで関係の発見を容易にし、「適応的」に学習させることで学習の行き来をスムーズに行えるようにする。

以上から、本研究ではモンサクンを拡張し、段階的な学びや適応的な学びができる学習環境をつくることで、「算数文章題が示す具体的状況」と「その状況から導かれる数式」の関係を説明できるようになることを目的としており、「モンサクンアダプティブ」を提案する。

評価については、本研究の提案システムによるモンサクンアダプティブによって、先ほどの目的を達成したことが示唆された。ただし、利用者が大学生であったことから、適応的な学びの支援がそれほど必要でなかったといえる結果であった。

本論文では、まず第2章で、研究背景である数学的モデリングや作問学習とその難しさについて述べる。第3章では先行研究が作問学習の難しさを解消できたことについて述べる。第4章では、本研究の目的や目的を達成するためのサブゴールについて述べる。第5章では提案手法について述べ、第6章では提案手法によるシステムの実践利用について述べる。

第2章 研究背景

本章では、数学的モデリングと算数文章題の関係や本研究で扱う作問学習によるメリット、段階的な学びや適応的な学びとその目的について述べていく。

2.1 数学的モデリングと算数文章題

本節では、数学的モデリングや目的、難しさについて述べたのち、数学的モデリングの学習方法である算数文章題について述べていく。

2.1.1 数学的モデリング

「数学的モデリング」とは、「現実の世界」の問題を「数学の世界」で「数学的モデル」としてモデル化して「数学的結論」である解を求めることである。「現実の世界」の問題を「数学の世界」での「数学的モデル」として表すためには、定式化（単純化、理想化、近似、仮定の設定、記号化、形式化）に関する能力、「数学的モデル」を処理して「数学的結論」を得るためには、数学的作業（数学的理論や手法）に関する能力、「数学的結論」を「現実の世界」での解として扱うには、その解を解釈し評価、比較をする能力が求められる[図 1]。このように「現実の世界」と「数学の世界」を行き来することで、数学の持つ有用性、現実事象と数学との関係理解を促し、さらには、新たな数学の問題に直面した際の解決の方法を、身につけさせることをねらいとしている。そのため、「数学的モデリング」は算数・数学教育においても重要視されているものの1つとなっている。

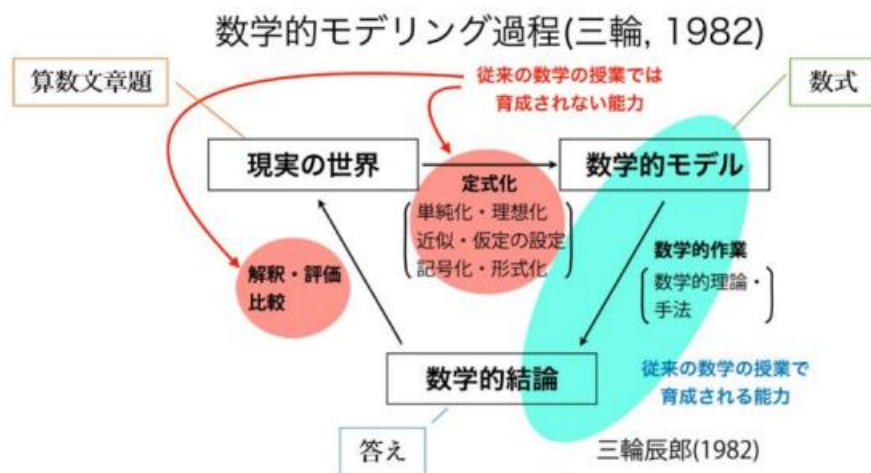


図 1 数学的モデリング過程

2.1.2 数学的モデリングの目的

数学的モデリングの教育的意義は、従来の授業では実現されていない数学的活動を実現し、数学教育の目標の達成に貢献することにあると考えられる。理由として、西村は従来

第2章 研究背景

の授業で行われている学習活動においては、数学的モデリングの「現実の世界」と「数学の世界」の間でのサイクルが欠けているため、数学的活動の全体が実現されていないこと [3]を指摘し、算数・数学科の目標の達成のためにこの数学的活動の全体を学習活動に含めるべきことを主張している。

また、現実の問題を数学を使って解決する力を身に付けること自体に意義があるという考えもある。例えば、杉山（1999）は、テクノロジーの発達により、これからの数学教育は『数学を作り、数学を使う』教育になるべきであることを主張している [4]。このように現実の問題を数学的に解決することは、これからの数学教育に対する現代社会の要請となっている。

2.1.3 数学的モデリングの難しさ

数学的モデリングは算数・数学教育において重要視されているが、「定式化は学習することが困難」であると指摘されている。三輪によると、数学的モデリングの中で最も困難かつ重要であるのは「定式化」であり、この段階では、熟慮した上で関係のうすい細部を無視ないし省略することが必要であるし、それにもとづいた適切な仮定を設定することが必要になると述べている [1]。

定式化の学習することの困難さの原因としては、扱う現実の問題はしばしば複雑で異なる要素や影響が絡み合っている [1]からである。現実の問題では、複数の条件が絡まりあって構成されていることから扱うこと自体が難しいものである。

2.1.4 算数文章題による数学的モデリングの学習

数学的モデリングの定式化を学習する方法として算数文章題がある。その背景として、算数文章題を解決するためには現実世界と数学の世界の関係を理解する必要があることから、数学的モデル化の基礎となり得ることが述べられている [5]。また、算数文章題は小学校の算数科において、多く扱われることがある。その意図として、問題解決の基礎的な能力を身に着けさせること [6]、生活に関連した問題を解決する能力を身に着けること、現実と数学が関連していることを認識すること [7]などが挙げられる。

また、算数文章題で扱われる題材は「現実の世界」と「数学の世界」の関係をあまり意識させないという主張があるが、数量関係に注目させることで、数学的モデリングで扱う「現実の世界」と「数学の世界」の関係を意識させるものとして扱う。

2.2 作問学習

本節では、算数文章題の学習方法の1つである作問学習や作問学習による効果、作問学習を授業で行う難しさを述べる。

2.2.1 作問学習

算数文章題を学習していく方法として作問学習がある。作問学習は問題を解くことではなく、作ることによる学習方法である。作問学習については、先行研究において解法(文章

第2章 研究背景

→数式)の適用条件を意識化させる演習であるという主張 [8]やその意識化が解法の適用条件の適切な理解に基づく使いこなし(解法定着)に効果的であることの示唆 [8]がされている。以上のことから、適用条件を明確に意識して作らなければ、解法の適用できない問題を作ることとなる。したがって、作問を繰り返し行うことで、適用条件が意識化され、解法の定着が促進されると考えられる。

2.2.2 作問学習の難しさ

作問学習は問題を解くことよりも効果があると述べたが、授業で行う際には学習者・教授者にとっての負担からあまりされてこなかった。

学習者としては、作問活動における負担がある。問題解決演習とは異なり、学習者は一意ではない解を求める必要があるために、負担がかかる。

教授者としては、個別の正誤判定の難しさやフィードバックの難しさが挙げられる。個別の正誤判定の難しさの理由としては、同じ解法の問題でも複数の作問課題が作れてしまうことから、正解が一意に決まらないことが挙げられる。また、フィードバックについても、各々の学習者が作成した問題を吟味する必要があり、時間がかかることとなる。

以上のような理由から、作問学習に効果があるとされていながらも、実際の授業で実施することは簡単ではなかった。

2.3 段階的な学び

本節では、本研究での研究テーマのひとつである段階的な学びとその重要性、難しさについて述べていく

2.3.1 段階的な学びとは

段階的な学びとは「物事を一挙にではなく、部分に分けて段階的に学んでいくこと」であると本研究では定義する。先行研究には、「人がある物事について学ぼうとする際、その物事のすべてを一挙に学ぶのではなく、その物事についての部分を段階的に学んでいくのが一般的である [9]」と述べられていることから、どのような学びにおいても必要とされていることがうかがえる。

2.3.2 段階的な学びの目的

段階的な学びの目的は、一定レベルの目標をすべての学習者が達成できることである。通常の授業では、学習が得意な生徒と得意でない生徒が混合しており、そのために得意でない生徒が途中で挫折してしまうことも少なくない。そこで、そのような生徒に向けて、挫折をできるだけしないように、学習を段階的に行うようにしたものが「段階的な学び」となる。また、挫折を少なくすることで、学びの効率化やモチベーションの向上にもつながることが期待できる。

2.4 適応的な学び

本節では、本研究での研究テーマのひとつである適応的な学びとその重要性、難しさに

第2章 研究背景

ついて述べていく

2.4.1 適応的な学びとは

適応的な学びとは、「学習者が自身の理解状態に応じて、学習活動を行うこと」であり、「理解状態を把握」して「理解状態に応じて行動」することと本研究では定義する。文部科学省の学習指導要領では「指導の個別化」の中で「子供一人一人の特性や学習進度、学習到達度等に応じ、指導方法・教材や学習時間等の柔軟な提供・設定」が必要であると記述されている。また、どのような順序でどの部分を学んでいくかが、その学びの効率や学び取れること自体に影響を与えると述べている。そのことから、学習進度の把握や、学習進度に応じた学習活動が必要だと考えられる。

2.4.2 適応的な学びの目的

適応的な学びの目的は、一人一人に合った方法で目標を達成することである。学習指導要領では「指導の個別化」 [10]とされており、一定の目標をすべての児童が達成することを目指し、個々の児童生徒に応じて異なる方法等で学習を進める方法等で学習を進めることであり、その中で児童生徒自身が自らの特徴やどのように学んでいくことが効果的なのかを学ぶことも含まれると記述されている。すなわち、個々の学習者によって、学習進度や学習状況が異なり、それに適した学習方法も異なってくることが指摘されている。また、各々に最適な学びを実現することで学びの効率化につなげることができると考えられる。

第3章 先行研究

本章では、先行研究が作問学習環境を構築したことについて述べる。作問学習の難しさを算数文章題の問題文と数式の関係を表す三文構成モデルや三文構成モデルを基にしたシステム「モンサクン」などの先行研究によって解決したことを述べる。また、本研究で解消したいモンサクンによる学習の難しさについても述べる。

3.1 三文構成モデル

三文構成モデルは、算数文章題の問題文と数式の関係を表すためのモデル [11] であり、問題文を数量ごとの単文に分解し、数式と対応づけるものである。三文構成モデルは、ある数量の存在を表す「存在文」2つ、その2つの数量の関係を表す「関係文」1つ、計3つの文から構成される[図 2]。

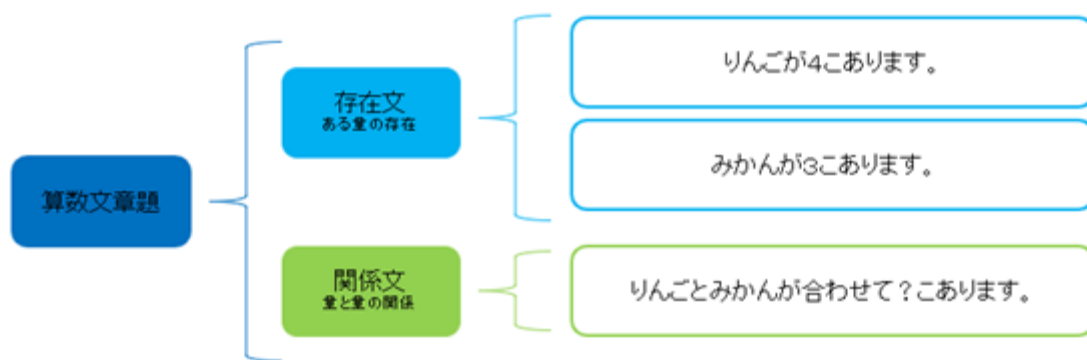


図 2 三文構成モデル

3.2 モンサクン

モンサクンは単位算数文章題を扱い、単文統合により作問を行うことで算数文章題と数式の関係の理解を促進する単文統合型作問学習支援システムである[図 3]。

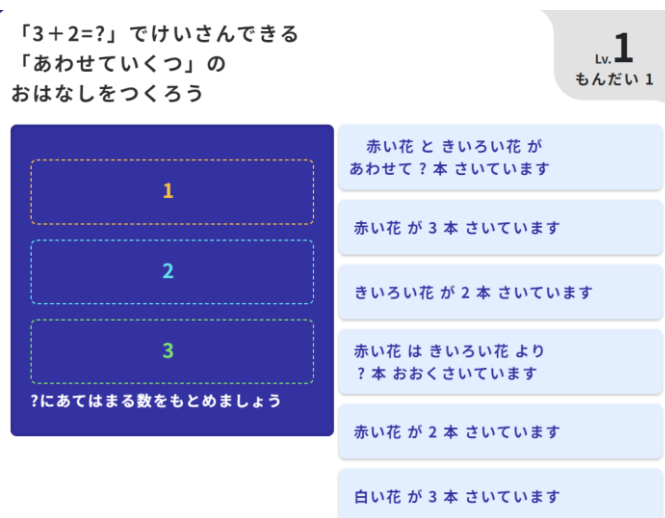


図 3 モンサクン

単位算数文章題とは、1回の演算で解くことができる問題で、ある数量の存在を表す存在文2つと、2つの量の関係を表す関係文で定式化でき、前節で述べた三文構成モデルが基となっている。また、モンサクンでは作問活動の中で単文カードを取捨選択し、並び替えることから、単文統合型のシステムとなっている。モンサクンは、現実の世界（算数文章題）と数学の世界（数式）を行き来することができ、数学的モデリングを学ぶことができる環境になっている。

モンサクンでは、それぞれの問題の正解は一つで、算数文章題と数式の関係の理解を促進することができる。モンサクンは文章（現実の世界）で表された数量関係を意識させる活動を実施させるものであり、実践利用による効果も見られている。また、算数文章題で扱われる題材は「現実の世界」と「数学の世界」の関係をあまり意識させないものが多いが、数量関係に注目させることで、数学的モデリングで扱う「現実の世界」と「数学の世界」の関係を意識させるものとなっていると言える。

3.3 モンサクンにおける5つの制約

算数文章題の作問活動においては、三文構成モデルに基づいた3つの制約と課題の条件に基づいた2つの制約という合計5つの制約 [11]があり、それら5つの制約を満たして作問しなければならない。

まず、三文構成モデルに基づいて、「文構成」「オブジェクト」「数量」の3つの制約を満たす必要がある。「文構成」を満たすためには、選んだ3つの単文カードのうち、2つが存在文、1つが関係文になっている必要がある。「オブジェクト」を満たすには、選択した単文カードのオブジェクト関係が正しく構成されている必要がある。「数量」を満たすには、選択した単文カードの数量関係が正しく構成されている必要がある。

また、課題の条件に基づいて、「計算式」「物語」の2つの制約を満たす必要がある。モ

第3章 先行研究

モンサクンでは、課題に「式」や「お話の種類」を指定するため、課題に応じた「計算式」「物語」の条件がある。「計算式」を満たすには、課題の計算式の条件を満たす必要がある。例えば、「 $3 + 5 = ?$ 」で計算できる問題を作ることが条件ならば、3つの単文カードによって成立する式が「 $3 + 5 = ?$ 」でなければならない。その際に「リンゴが2個あります」「リンゴを?個買いました」「リンゴが5個あります」という順番で単文カードを並べると「 $2 + ? = 5$ 」の計算式となり間違いとなる。「物語」を満たすには、3つの単文カードのうち1枚が関係文であり、その関係文の物語と課題で指定された物語が一致している必要がある。例えば、「減るといくつ」のお話を作るとする。その際に、「ミカンが5つあります」「ミカンが1つ買いました」「ミカンが?個あります」という順番で単文カードを並べると、「増えるといくつ」のお話を作っている。そのため、実際に作った物語と課題の物語が異なるので間違いとなる。

以上から、算数文章題における作問課題で満たすべき制約としては「文構成」「オブジェクト」「数量」「計算式」「物語」の5つが課されている。これらの制約を理解していることが算数文章題と数式の関係を理解していることとなる。

3.4 モンサクンでの学習

前節でモンサクンにおける5つの制約について述べたが、モンサクンは学習者が制約を「発見的」かつ「自己調整的」に学ぶような環境である。モンサクンは、制約をシステムのフィードバックのみないしは学習者自身で見つけないという点で「発見的」であり、理解状態を学習者自身で適宜把握しながら学習箇所を決めるという点で「自己調整的」である。

しかし、モンサクンをうまく学習できない学習者もいることから、「発見的」かつ「自己調整的」の学習に対しての支援をすることでより多くの学習者に対して、算数文章題と数式の関係の理解を促すことができる可能性がある。

第4章 研究目的

本章では達成したい研究目的に加えて、研究目的を実現するための2つのサブゴール（段階的な学び・適応的な学びの実現）について述べる。

4.1 研究目的

本研究の目的は、「算数文章題が示す具体的状況」と「その状況から導かれる数式」の関係を説明できるレベルの育成を目指した学習環境を構築することである。算数文章題と数式の間をより概念的に理解してほしいために、説明ができるかどうかというパフォーマンスで測定する。

3.4節では、モンサクンで学習する学習者の中には「発見的」かつ「自己調整的」に学ぶことが難しい学習者がいることを述べた。そこで、「発見」がしやすいように「段階的に学習できる環境を用意し、「自己調整的」に学ぶことが難しい学習者には「適応的」に学べる環境を用意する。

そのために満たすべきサブゴールは2つになる。

- サブゴール1：段階的に作問ができる環境
作問課題が体系化されていることが必要
- サブゴール2：適応的に作問ができる環境
学習者の理解状態を診断、共有、作問課題を推薦できることが必要

4.2 段階的に作問ができる環境

サブゴール1の「段階的に作問ができる環境」を構築するためには、作問課題が体系化されていることが必要となる。ここで体系化とは、別々の個々の物事を一つにまとめることであり、体系化することによって学習のつながりを明確化し、段階の設定、学習者との共有することができる。また、先行研究において段階的に学ぶことで問題解決や既学事項との結び付けを安易にすることが可能 [9] となることが述べられている。ここで、モンサクンにおいて学習を進めていく際には、「どういう制約があるのか」「カードを用いてどのように取捨選択すれば制約を満たした作問が可能か」の2つを考える必要がある。段階的に学ぶ環境のための「作問課題の体系化」を学習者と明示的に共有することによって、「どういう制約があるのか」を発見、説明しやすくなるのではないかと考えた。

以上から、段階的に作問ができる環境により、「発見的」に学ぶことが難しい学習者が、「段階的に学ぶ環境によって、制約を発見しやすい状態で学ぶことができ、制約を意識した学習が可能になるのではないかと考えた。

しかし、作問課題を考える際には、制約が5つあるなどの情報の複雑さを整理することは難しく、制約ごとの作問課題の整理が行われていなかった。

4.3 適応的に作問ができる環境

サブゴール2の「適応的に作問ができる環境」を構築するためには、学習者の理解状態を診断、共有、作問課題を推薦できることが必要となる。理解状態を診断、共有、作問課題の推薦ができることで、うまく理解状態を把握し、理解状態に応じた行動ができない学習者がそれらができるようになり、学習の効率化につながる。

以上から、適応的に作問ができる環境により、「自己調整的」に学ぶことが難しい学習者が、制約を「適応的」に学ぶ環境によって、自由に制約を行き来し、段階的な学びを支えることができ、制約を意識した学習が可能になるのではないかと考えた。

しかし、理解状態を診断する際には、客観的なデータだけでは正確に評価できず、主観的なデータを扱う際には取得、統合する方法が難しく、理解状態の診断が行われてこなかった。また、理解状態の診断のみにとどまらず、理解状態を学習者と共有し、うまく学習できない学習者を支援するための復習推薦が必要となる。

第5章 提案手法

本章では第4章で示した2つのサブゴールを満たす手法やシステム「モンサクンアダプティブ」について述べる。1つ目のサブゴールである段階的に作問できる環境を構築するために、作問課題の体系化を行い、2つ目のサブゴールである適応的に作問できる環境を構築するために、正誤判定と自信の導入、正誤判定と自信による理解状態の取得、推定、可視化、推薦を行ったため、それぞれについて述べる。

5.1 段階的学習環境の設計・開発

本節では、段階的に作問できる環境を構築するために、先行研究での段階的学習環境の設計に加えて、本研究で取り組んだ小学校の先生や他大学の先生とのミーティングによる変更点を述べる。

5.1.1 段階的学習環境

嶋川らは作問課題の体系化を行い、制約が段階的かつ差分的になるように設計した[図3][12]。体系化を行うために、作問課題を制約ごとに分類・整理をして、制約ごとでの作問課題の作成可能性を考えており、作成可能な作問課題について制約の個数やつながりによって学習順序を踏まえた設計されている。設計は制約が1つから5つに徐々にふえていくというような段階的になっており、次の問題を解こうとしたときにはその前提条件となる制約での問題が解けていないと進めないというような差分的な課題設計になっている。具体的には「計算式・数量」の制約の作問課題に取り組むときには、前提の制約となる「計算式」に取り組んでいないと、課題に取り組めない。

モンサクンでは、5つの制約を同時に考えさせる作問課題になっているのに対して、嶋川は段階的かつ差分的に考えさせる作問課題になっている。また、考えるべき制約を明示することで、着目すべき制約がわかりやすくなっている。

以上から、制約に注意して作問活動を行うことで、算数文章題と数式の関係性を制約を意識して説明できるようになるのではないかと考えている

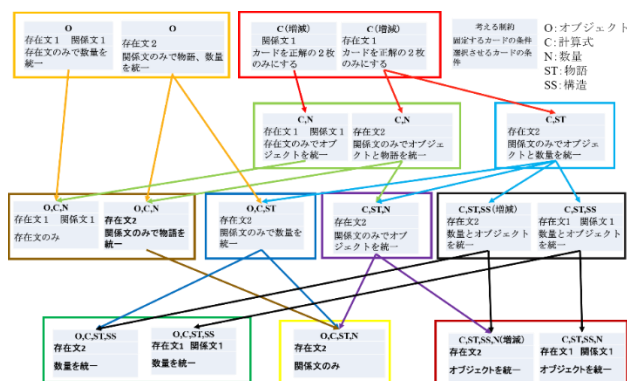


図4 段階的学習環境

5.1.2 段階的学習環境の実践利用に向けて

段階的学習環境の提案によって、制約を発見しやすくなった状態で学習をすることができ、算数文章題と数式の関係の説明できるようになる可能性があるために、この環境で実践可能か小学校の先生や他大学の先生とミーティングを行った。

ミーティングの中で、様々な意見の中をいただき、設計段階の部分で「学習が自由すぎることによって、どこを学習すればいいのかわからない学習者も出てくる」という意見をいただいた。そこで本研究では「網目上の学習構造」から「一本道の学習構造」に変更を行った[図5]。

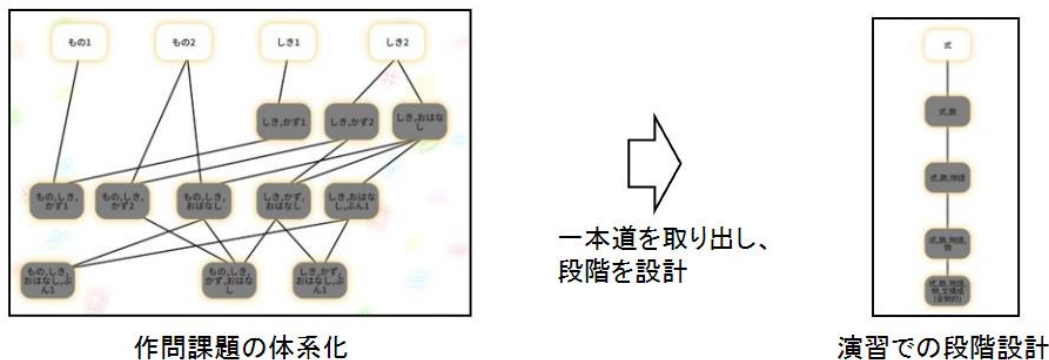


図5 実践利用に向けた段階設計

5.2 適応的学習環境の設計・開発

本節では、適応的に作問できる環境を構築するために、正誤判定と自信の導入、正誤判定と自信による理解状態の取得、推定、可視化、推薦方法について述べる。

5.2.1 主観的データ（自信）と客観的データ（正誤判定）の導入

システムで適応的な学びを支援していく中で、理解状態を推定するために、まずどのデータを扱うのかを明確にする必要がある。そこで、主観的データと客観的データの2値を

第5章 提案手法

扱うことで表現する。扱われることが多い客観的データに加えて、主観的データを用いることで、理解状態を詳細化することができ、詳細化することでその後の学習方法の検討や支援方法の検討につなげることが可能となる。

本研究では「主観的データ＝自信」「客観的データ＝正誤」とする。自信は学習者の解答に対する根拠を基にした情報であり、学習者の主観的な理解を表したものになっている。それに対して、正誤は学習者の解答に対する正答・誤答を基にした情報であり、学習者の客観的な理解を表したものになっている。

5.2.2 理解状態の取得

適応的な学びを支援するにあたり、正誤・自信の取得をシステム側で行うことが必要となる。正誤・自信の取得の流れは、まず自信については図6のように作問課題の作成後に学習者に問い取得し、その後、学習者が作成した作問課題の正誤情報を取得している。



図6 正誤・自信の取得までの流れ

5.2.3 理解状態の推定

理解状態を推定するために、「正誤と自信の一致率」「正答率」の2軸で学習の評価を行い、4つに分類した。

「正誤と自信の一致率」は、一致していれば主観的評価と客観的評価の誤差がなく、一致していなければ誤差があることを測定している。もし、主観的評価と客観的に誤差があると、その後の学習箇所を選択が間違えたものになる可能性があり、効果的な学習ができない可能性があるため、一致しているかどうかを測る必要がある。

また、「正答率」は「正答率が高いが、自信がない」「正答率が低いが、自信がある」の2つを区切るためである。両者はともに主観的評価と客観的評価の誤差があるものの、正答率の高さによって知識の有無が変わってくるために、支援方法も異なる。

以上から、理解状態の分類は以下のようなになる[図7]。

- ・ 正答率高+正誤・自信の一致率高：問題がなく、理想的な学習状態
- ・ 正答率高+正誤・自信の一致率低：自信を身に着けることができればよい状態
- ・ 正答率低+正誤・自信の一致率高：知識を間違えて獲得している可能性がある危

第5章 提案手法

険な状態

- ・ 正答率低+正誤・自信の一致率低：知識がないことが分かっているものの、知識を持っていない状態

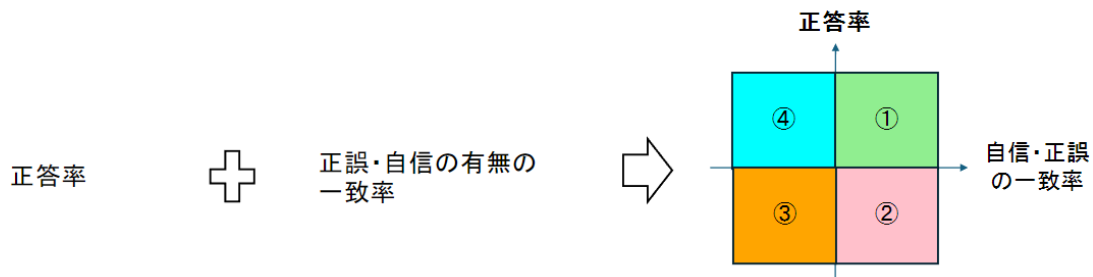


図7 正答率と正誤・自信の一致率による理解状態の4つの分類

5.2.4 理解状態の可視化

理解状態を学習者と共有できるようにするために、それぞれの学習箇所を理解状態の色付けによって可視化を行う。色付けによる可視化によって、自分の学習してきた学習箇所の理解状態が視覚的に把握可能となっている。理解状態は以下になり、具体的なシステム画面を図8に示す。

- ・ 正答率高+正誤・自信の一致率高：薄緑
- ・ 正答率高+正誤・自信の一致率低：シアン
- ・ 正答率低+正誤・自信の一致率高：ピンク
- ・ 正答率低+正誤・自信の一致率低：オレンジ

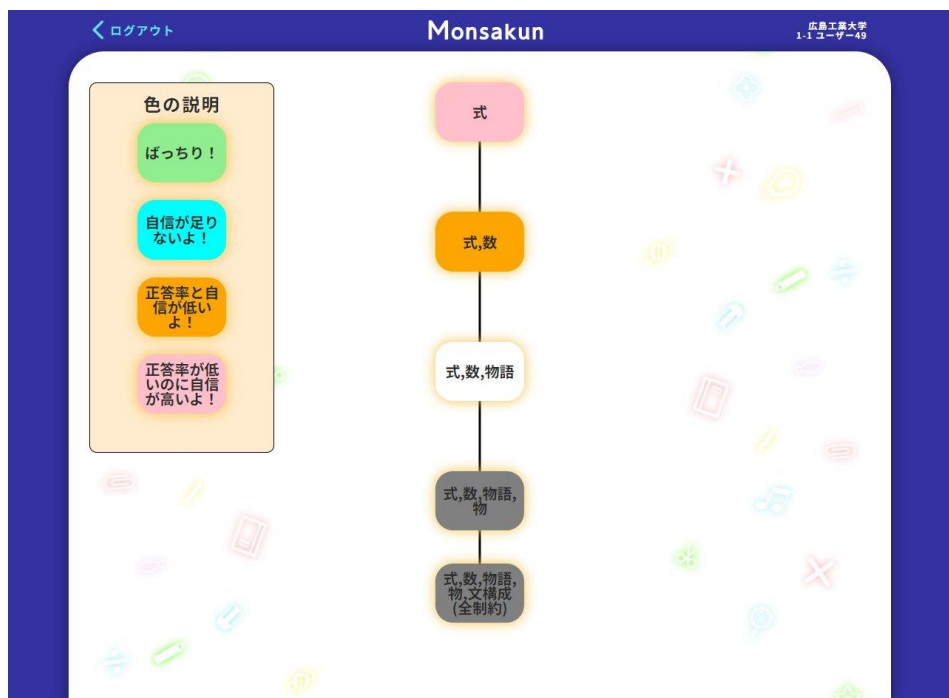


図 8 可視化機能

また、色付けだけでなく、色に応じた説明も加えている。これにより色と説明を基に学習者がどの理解状態なのかを把握することが可能となり、それ以降の学習箇所への決定の意思決定に役立つ。

5.2.5 理解状態に基づく復習推薦

理解状態における「正答率が低い」かつ「一番容易に解決できる」箇所学習を復習推薦するようにする。ここで、理解状態の分類において、正答率が高く、正誤と自信の一致率が低い箇所に関しても振り返る必要がある。しかし、正答率からある一定の知識があることが確認できているために、まずは知識がない状態、正答率が低い状態の知識を獲得してもらうために、正答率が低い状態を復習推薦の対象とする。図 9 では、学習者は「式,数,物語」を学習しようとしているが、それ以前の学習箇所である「式」「式,数」が危険な理解状態であり、その中で一番容易に解決できる学習箇所は「式」である。以上から、「式」を推薦するような画面になっている。



図 9 復習推薦機能

学習者は根本のつまずきを解消することによって、その後の学習をスムーズに行うことができ、効率的に学習をしていくことが可能となる。

第6章 大学生による利用実験

本研究を通して、「算数文章題が示す具体的状況」と「その状況から導かれる数式」の関係の説明ができるかどうかを調べるためにモンサクンアダプティブの実践利用を行った。本章では、実践利用前の計画から実践利用後の結果について述べる。

6.1 実践計画

6.1.1 調査目的

この実践の目的は以下のとおりである。

目的：「算数文章題が示す具体的状況」と「その状況から導かれる数式」の関係の説明できるようになっているか？

6.1.2 実施状況

システムを用いた演習に効果があるのかを検証するため、モンサクンならびにモンサクンアダプティブによる実践を行った。実践は、広島工業大学の学生 18 名で、2024 年 1 月 17 日に行った。

6.1.3 調査手順

調査手順を以下に示す。

1. プレテスト(10分)
2. モンサクンの説明(5分)
3. モンサクンの利用(15分)
4. 中間テスト(10分)
5. モンサクンアダプティブ説明時間(5分)
6. モンサクンアダプティブ(25分)
7. ポストテスト(10分)
8. アンケート(5分)

6.1.4 テスト内容

本研究では、プレ・中間・ポストテストを行ったが、問題構成は以下になっている。

問題数：8問(それぞれの問題は問1・問2・問3からなる)(問題例は表1に記載)

問1：算数文章題と数式を与えて、文章題から数式を作成可能かどうか選ばせる

問2：(問1で作成不可能を選んだ人のみ)原因となる制約にチェックマークを入れてもらう

問3：(問1で作成不可能を選んだ人のみ)原因について学習者自身で自分の言葉で説明(言語化)してもらう

問題 1	以下の算数文章題があります。 「ミカンが 5 つあります。なしを 3 つ買いました。ミカンが？つあります。」
小問 1	上記の文章は「5 + 3」で計算可能ですか？ ○ 「5 + 3」で計算できる ○ 「5 + 3」で計算できない
小問 2	計算できない理由となる箇所にチェックを入れてください（複数選択可） <input type="checkbox"/> 物があっていない <input type="checkbox"/> 計算式があっていない <input type="checkbox"/> 数量があっていない <input type="checkbox"/> 物語があっていない <input type="checkbox"/> 文の構成があっていない
小問 3	計算ができない原因を自分の言葉を用いて説明して下さい

表 1 テスト問題（問題 1）

6.1.5 アンケート内容

アンケート内容は表 2 のようになる。質問内容としては、以下の 2 つの観点からの質問から成る。

- ①システム利用時、理解状態の把握・復習の有無について
- ②可視化・復習推薦機能の有効性について

番号	質問内容
1	モンサクンで学習を進めていく際に正誤情報(正解・不正解)を把握することを意識して学習を進めましたか？
2	(1 で「はい」と答えた人のみ解答してください) モンサクンを学習していく中で正誤情報(正解・不正解)を把握することは難しかったですか？
3	可視化機能(学習状況を色付けすること)による理解状態の表示は自分の認識と合っていましたか？
4	可視化機能(学習状況を色付けすること)による理解状態の表示は学習する課題を選択するのに役立ちましたか？
5	モンサクンで自分の苦手な学習箇所に戻りましたか？
6	(5 で「はい」と答えた人のみ解答してください) モンサクンで自分の苦手な学習箇所に戻ることは難しかったですか？
7	復習推薦機能(学習箇所の提案)は自分の認識と合っていましたか？
8	(7 ではいと答えた人のみ回答してください)復習推薦機能(学習箇所の提案)は表示は学習する課題を選択するのに役立ちましたか？
9	モンサクン(1 回目に利用したシステム)の問題は簡単でしたか？
10	モンサクンアダプティブ(2 回目に利用したシステム)の問題は簡単でしたか？

表2 アンケート内容

6.2 実践結果

6.2.1 テスト結果

目的が達成されたかどうかを調査するためにプレ・中間・ポストテストのスコアを比較した。分析対象は、小問1の作問課題と数式が一致しているかどうかを選択する問題、小問2の作問不可課題における間違えている理由をチェックマーク形式で選択する問題、小問3の作問不可課題において学習者に説明する問題となっている。

まず、小問1について分析を行った。プレテストのスコアで学習者ごとの平均正答率を取り、上位群・下位群に分け、それぞれの群のプレ・中間・ポストテストの結果を確認した。その結果を図11に示す。

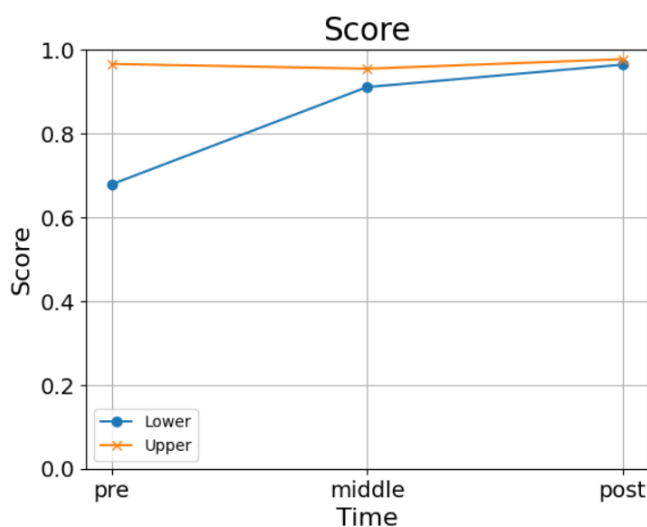


図10 小問1の上位群・下位群でのプレ・中間・ポストでの正答率の推移

結果としては、プレ・中間テストの下位群の学習者の正答率が上がっていることから、モンサクンによって、正誤判定をうまく行えるようになったといえる。しかし、中間テストの段階で成績が天井効果に達しているとおもわれるため、モンサクンアダプティブの利用前後である中間・ポストテストで大きな差は見られなかった。

次に、小問2について分析を行った。プレテストのスコアで学習者ごとのF1の合計値を取り、合計値を基に上位群・下位群に分け、それぞれの群のプレ・中間・ポストテストの結果を確認した。その結果を図11に示す。

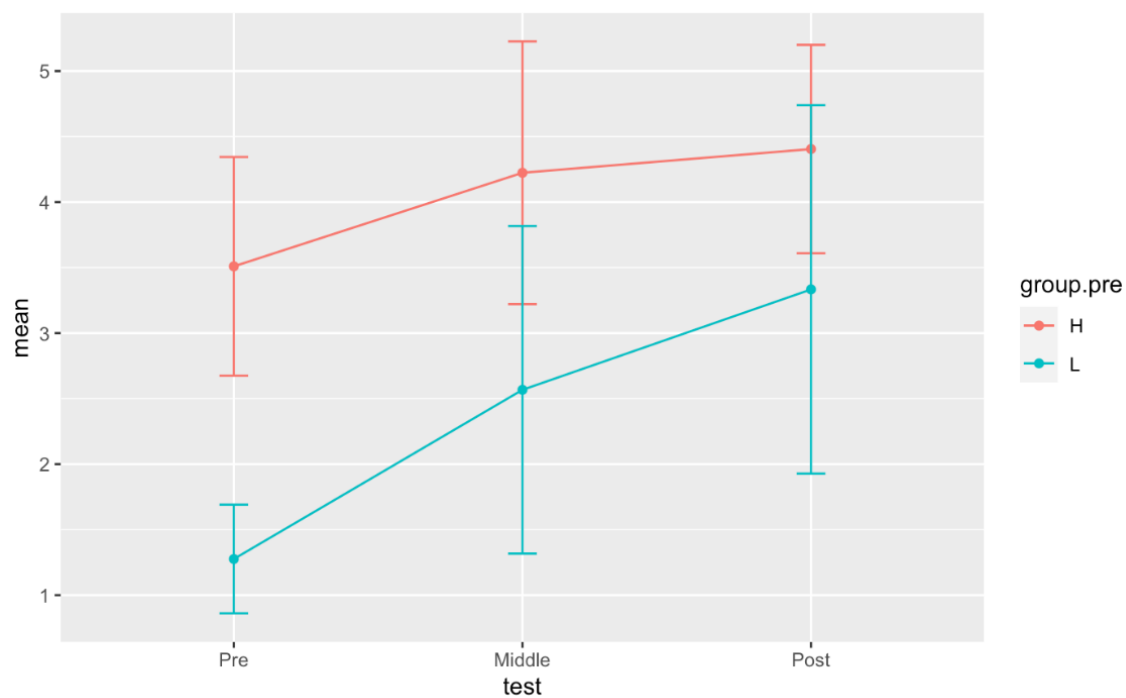


図 11 小問2の上位群・下位群でのプレ・中間・ポストでのF1値の推移

この結果から、上位群・下位群にかかわらず、プレ・中間・ポストテストでF1値が上昇していることが言える。

また、小問2に対して、学習者・問題ごとのプレ・中間・ポストテストのF1値で、群内・群間を多重比較し各対をウィルコクソンの順位和検定 (Wilcoxon rank sum test) で検定し、Holm法でp値を補正した。その結果を図12に示す。

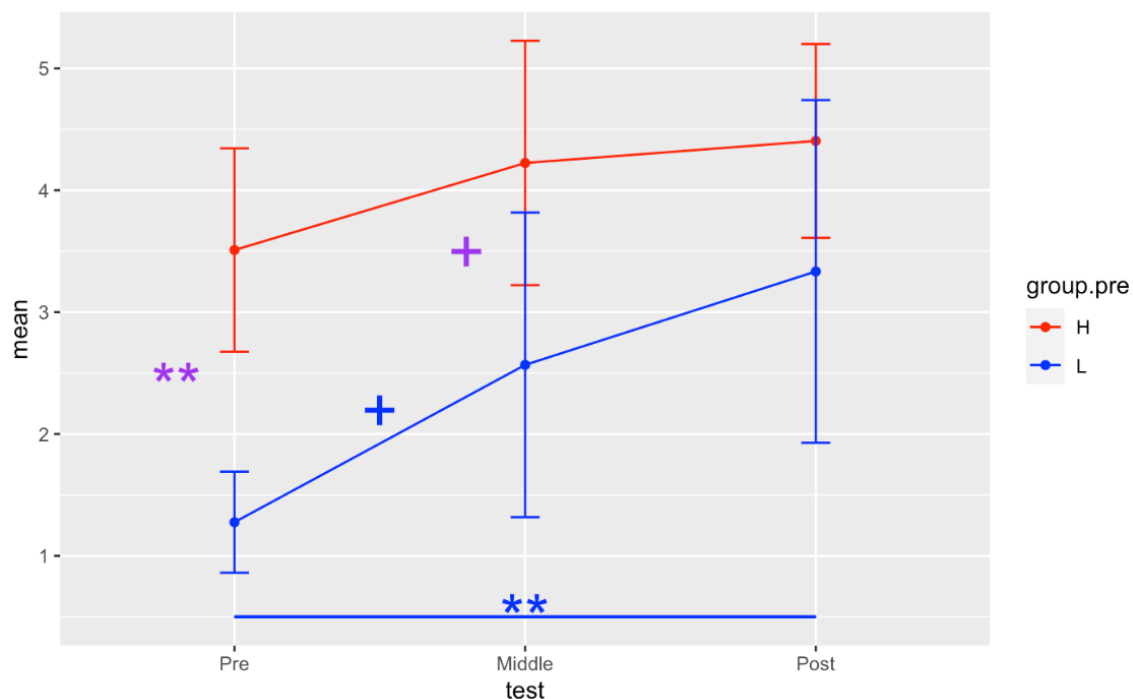


図 12 小問 2 での群内・群間を多重比較、有意差を踏まえた推移

この結果から、小問 2 についてはプレ・中間テストにおいて有意差傾向 ($p < 0.10$) がみられていたが、中間・ポストテストで有意差傾向 ($p < 0.10$) が見られない。しかし、中間テストでの上位群・下位群の群間の効果量が 1.35 (大) から、ポストテストでの群間の効果量が 0.84 (大) になっており、上位群・下位群の差が縮まっていることから、下位群に対してある程度はモンサクンアダプティブによる効果が見られたと考えることができる。

最後に、小問 3 について分析を行った。プレテストのスコアで学習者ごとの F1 の合計値を取り、合計値を基に上位群・下位群に分け、それぞれの群のプレ・中間・ポストテストの結果を確認した。その結果を図 13 に示す。

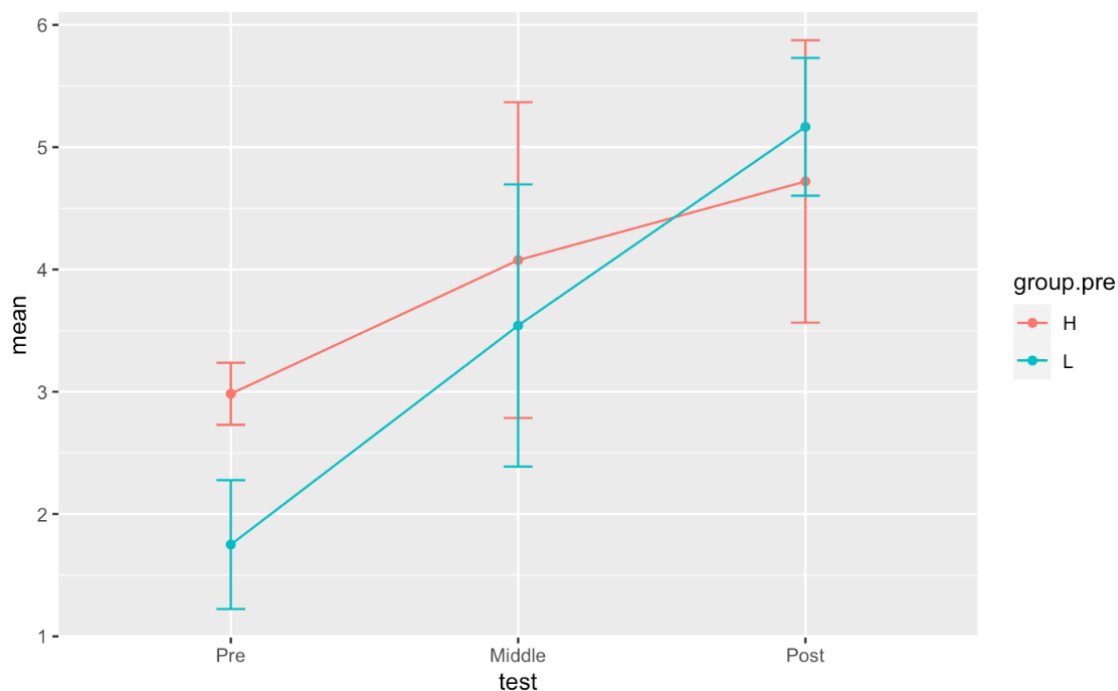


図 13 小問3の上位群・下位群でのプレ・中間・ポストでのF1値の推移

この結果から、上位群・下位群にかかわらず、プレ・中間・ポストテストでF1値が上昇していることが言える。特に、下位群のスコアがプレ・中間、中間・ポストテストで伸びていることが確認できる。

また、小問3に対して、学習者・問題ごとのプレ・中間・ポストテストのF1値で、群内・群間を多重比較し各対をウィルコクソンの順位和検定 (Wilcoxon rank sum test) で検定し、Holm法でp値を補正した。その結果を図14に示す。

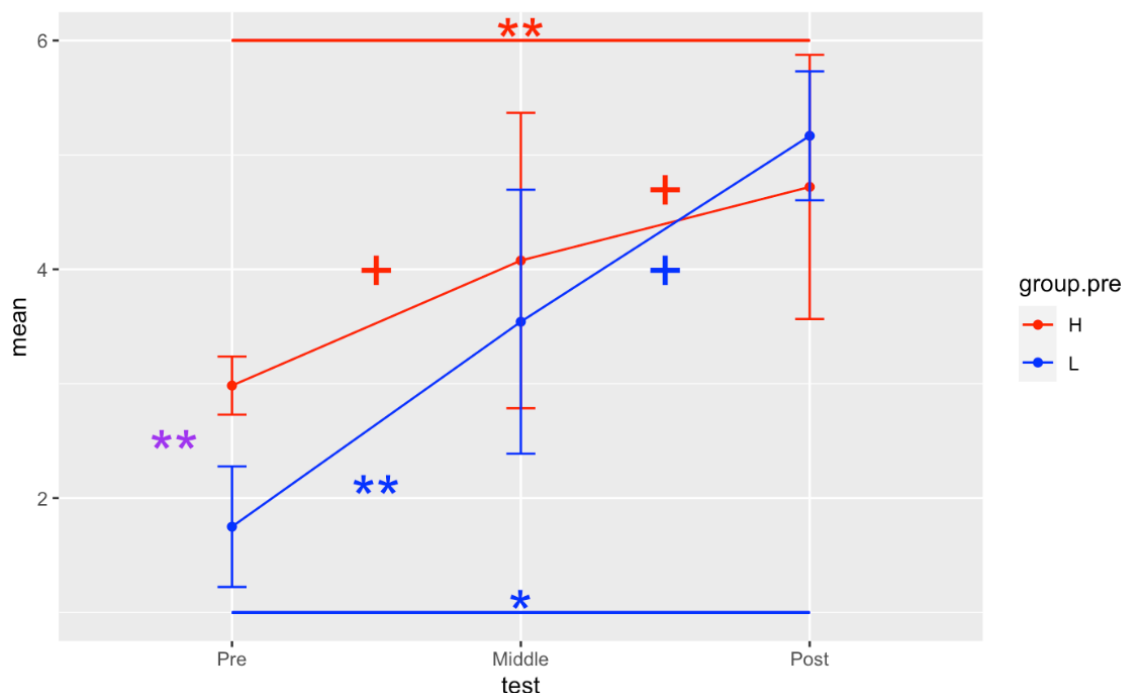


図 14 小問3での群内・群間を多重比較、有意差を踏まえた推移

この結果から、中間・ポストテストでは上位群・下位群ともに有意差が出ず、有意差傾向 ($p < 0.10$) にとどまった。しかし、下位群においては、中間・ポストテストで効果量 1.69(大)がみられ、上位群では 0.50 (中) がみられることから、モンサクンを利用してモンサクンアダプティブに算数文章題と数式の関係の説明できることに効果があったことが言える。下位群に特に効果があった理由としては、上位群の学習者は意識せずとも作問ができるために形式的に作問するのに対し、下位群の学習者の方が慎重に考えて意識的に作問するので、より思考をしている可能性などが考えられる。

6.2.2 アンケート結果/システムログ結果

適応的な学びを支援する環境（可視化機能・復習推薦機能）と算数文章題と数式の関係の説明できることとの関係をシステムログやアンケート調査をしたが、関係は見られなかった。

まず、可視化機能について述べる。アンケートの結果は図 15 のようになる。

第6章 大学生による利用実践

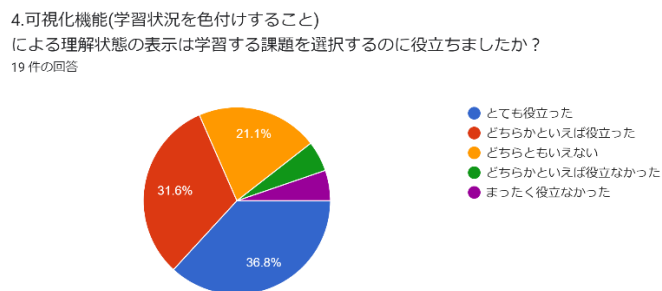


図 15 可視化機能による意思決定のしやすさ

この結果から、可視化機能による理解状態の表示によって課題選択に役立ったという学習者が 68%いることが分かった。まだまだ改善の余地があるものの、課題選択に役立った学習者もいることから、可視化機能は適応的な学びをある程度のレベルで支援しているといえる。

また、システムログを分析してみると、可視化機能によって、振り返り学習している学習者の存在も確認できたことから、有効性が示唆された。

次に、復習推薦機能について述べる。

まず、今回の実験では、モンサクンアダプティブの正答率が全制約を除いて非常に高かった[図 16]。

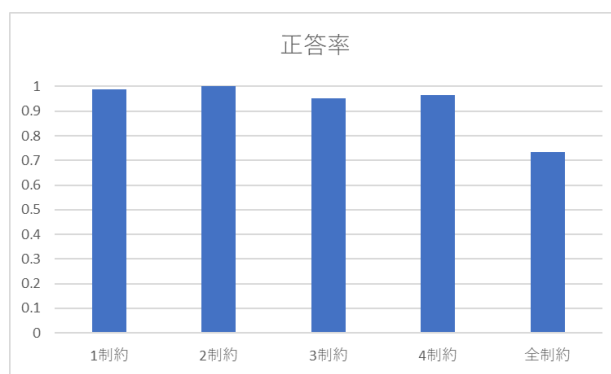


図 16 モンサクンアダプティブの正答率

そのため、復習推薦機能が提案された学習者がいなかった。よって、復習推薦機能の利用については今後の課題となる。

以上のことから、適応的な学びを支援する環境については今後の実践利用で有効性を確かめる必要がある。

第7章 まとめと今後の課題

7.1 まとめ

本研究では、「算数文章題が示す具体的状況」と「その状況から導かれる数式」の関係を説明できるようになることを目的としている。その課題として、モンサクンでは算数文章題と数式の間を「発見的」かつ「自己調整的」に学ぶことがあげられる。そこで、本研究では算数文章題と数式の間を「段階的」かつ「適応的」に学ぶことができる環境づくりを行った。

評価については、本研究の提案システムによるモンサクンアダプティブによって、先ほどの課題を解消したことが示唆された。ただし、利用者が大学生であったことから、適応的な学びの支援がそれほど必要でなかったといえる結果であった。

7.2 今後の課題

今後の課題としては、小学生への実践利用があげられる。今回は大学生への利用であったことから、学習者自身で学習の行き来がスムーズにできている学生が多かったため、適応的な学びの環境の効果検証があまりできていない。

参考文献

- [1] 三輪, 辰郎, ““数学教育におけるモデル化についての一考察,” 筑波数学教育研究, 1983.
- [2] 文部科学省, “平成 29 年度学習指導要領解説[小学校/算数],” 2017.
- [3] 西村 圭一, “数学的モデル化の授業の枠組みに関する研究,” 日本数学教育学会誌, 2001.
- [4] 「高度情報化社会に対応する数学教育カリキュラムの構想, “高度情報化社会に対応する数学教育カリキュラムの構想,” 高度情報化社会に対応する数学教育カリキュラムの開発に関する総合的研究, 「高度情報化社会に対応する数学教育カリキュラムの構想.
- [5] 平林真伊, “数学的モデル化過程からみた算数科文章題の特質 —余りのあるわり算に関する調査を通して—,” 科学教育研究 Vol. 40 No. 2, 2016.
- [6] 川口 延, “問題解決学習の目標,” 金子書房, 1970.
- [7] 清野辰彦, “学校数学における数学的モデル化の学習指導に関する研究: 「仮定の意識化」に焦点をあてて,” 東京学芸大学大学院連合博士論文, 2006.
- [8] “「問題を作ることによる学習」の知的支援環境,” 電子情報通信学会論文誌 D-I Vol. J83-D-I No. 6, 2000 年 6 月.
- [9] 松居辰則, 平嶋宗, “学習課題・問題系列のデザイン,” 人工知能学会誌, 2010 年 .
- [10] 文部科学省, “平成 28 年答申,” 2016.
- [11] Hirashima, T., Yamamoto, S., Hayashi, Y., “Triplet structure model of arithmetical word problems for learning by problem-posing. Human Interface and the Management of Information. Information and Knowledge in Applications and Services,” 2014.
- [12] 嶋川普, 岩井健吾, 林雄介, 平嶋宗, “算数文章題の作問学習における段階的演習システムの設計・開発,” JSiSE 学生研究発表会中国地区, 2021.

謝辞

謝辞

本研究を行うにあたり、ご指導して頂いた林雄介教授、平嶋宗教授に心から感謝いたします。ならびに本修士論文を審査していただいた亀井清華准教授に心から感謝いたします。

また、多くの意見や助言、多大な協力を頂いた、田中恒成氏、森田響氏、並びに学習工学研究室の皆様方に心から感謝いたします。