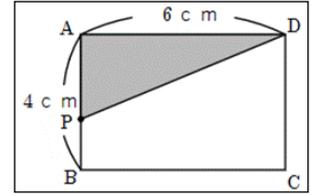


中学校数学科授業における GeoGebra の有効性に関する考察

天野 秀樹 ・ 豊内 智仁 ・ 北基 如法*

1. はじめに

中学校数学科授業の醍醐味の一つに、「動きの中で生徒のワクワク感を演出する」ことがある(天野, 2021)。例えば, 長方形 $ABCD$ の辺上を点 P が動く問題を考える。点の動きにともなって, $\triangle APD$ の面積もどんどん変わっていく事象を取りあげることができる。また, 四角形 $PBCD$ の面積が変わっていく事象を取りあげることができる。さらに点 P が辺 BC 上を動く場合は, 点の動きにかかわらず, $\triangle APD$ の面積は変わらない事象を取りあげることができる。これらのように, 動きの中で答えがどんどん変わったり, 全然変わらなかったりする事象にひそむ関係に, 生徒はワクワク感を高める。点 P が動く問題を黒板にチョークを使って書くときには, 多くの状態を取りあげるのに限界がある。そこで, 動的ソフトである GeoGebra を利用することで, 長方形 $ABCD$ の辺上で点 P を自由自在に動かすことができるようになる。GeoGebra の利点は, これだけではない。各頂点 A , B , C , D の位置や数を変えることができるので, 長方形の問題を他の四角形に変形したり, 三角形や五角形など他の多角形に変えたりすることもできる。また, 点 P 自体を長方形の辺上だけではなく, 長方形の内部や外部, 場合によっては空間上で立体的に動かすこともできる。さらには, 数値表示のアイコンを指定すれば, 長方形の縦や横の長さ, $\triangle APD$ の面積などが見える化して表すこともできる。



GeoGebra を利用することによって, 生徒に数学の見方・考え方を働かせる中学校数学科授業での実践可能性を考察したい。

2. GeoGebra 教材の有効性を検証する枠組み

OECD 国際教員指導環境調査 (2018) によると, わが国の中学校教師が生徒に ICT を活用させることについて, 「しばしば」あるいは「いつも」行うの回答は 17.9% であった (表 1 はその一部)。参加国の平均は 51.3% で参加 48 か国中のうち 2 番目に少なく, わが国の ICT 活用状況は世界から大きく後れている。

表 1 「ICT を活用して明らかな解決法が存在しない課題を提示する」の肯定的回答率

ロシア	58.1%
ノルウェー	53.1%
ブラジル	48.9%
イタリア	44.2%
中国	43.7%
韓国	38.1%
オーストラリア	29.2%
アメリカ	27.6%
日本	16.1%
リトアニア	13.4%

* 広島大学大学院人間社会科学研究科

Hideki AMANO, Tomonori TOYOUCHI, Yukinori KITADAI

A study on the effectiveness of GeoGebra in the junior high school mathematics classes

全国学力・学習状況調査(2016)の中学校数学Bの大問4番では、生徒がコンピュータを使って問題を考える授業風景が掲載されている(図2)。中学校数学科授業に期待する通常場面の一例を表現したものと解釈できる。

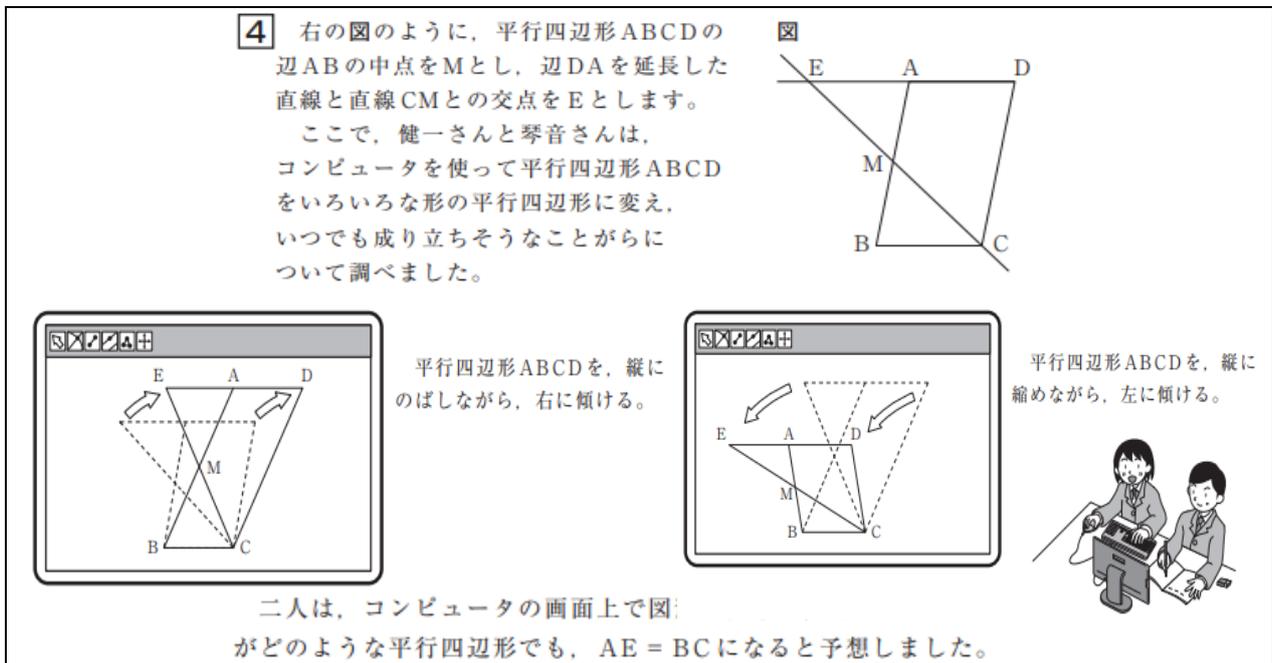


図2 平成28年度全国学力・学習状況調査(中学校数学B)

また文部科学省(2019)は、中学校現場でICTを活用することは、公正で個別最適化された学び、言いかえると、誰ひとり取り残すことなく生徒の力を最大限引き出す学びを実現することにつながれると提唱している。そのうえで、令和7年までに新時代の学びを支えるICTを活用する教育の推進を謳う中で、クラウド上で提供されている安価な学習者用ツールなどのソフトを活用した教育の推進を現場に呼びかけている。

これらのことが、本稿でGeoGebra(無料インターネットツール)教材を開発する契機になっている。中村(2018)は、ICTを活用した教材開発をめざすうえでICTを活用する意義を整理している。本稿は、中学校数学科授業においてICTを活用した教材開発をめざしていること、ICTの活用を目的とするのではなく手段と捉えて、ICTの有効活用をめざしていることから、中村の研究と軌を一にしている。そこで、中村の研究(2018)を援用して、本稿における中学校数学科授業においてICTを有効に活用する視点(表3)をまとめ、GeoGebra教材の有効性を検証する枠組みとする。

表3 中学校数学科授業においてICTを有効に活用する視点

	視 点
視点1	紙と鉛筆だけでは扱えない問題か
視点2	数学の関係や規則等を探究・考察できるか
視点3	数学の意味や概念等を視覚で理解を深められるか
視点4	多様に解決できるか
視点5	計算時間を軽減して探究・考察の時間を確保できるか
視点6	問題を発展的に扱えるか
視点7	見方・考え方を可視化できるか

3. 研究の目的と方法

本稿の目的は、中学校数学科授業における GeoGebra 教材の有効性を考察することである。そのためにも、中学校数学科授業において ICT を有効に活用する視点を整理する。次に、GeoGebra 教材を開発する。そのうえで、GeoGebra 教材の有効性について、ICT を有効に活用する視点を手がかりにして検証する。さらには、本稿の検証が汎用性をもち独りよがりにならないようにするため、日々中学校の数学科授業を実践している教師に GeoGebra 教材の功罪を問いかける。

4. GeoGebra 教材の有効性についての検証

4-1. GeoGebra について

GeoGebra (図 4) は、Markus Hohenwarter が 2001 年にザルツブルク大学での卒業論文として手がけたものである。その後、現在まで世界中の ICT 開発関係者や翻訳者の協力を得ながら iPad や Android, Windows Store アプリ版を含むように拡張された動的数学ソフトウェアである。現在何億人もの生徒が利用し、このソフトウェアが世界中に広く普及した原因は、多言語翻訳ができることや 100 万教材以上の授業用教材集が無料でオンライン提供されていることにあると言われている。



図 4 数学ソフト：GeoGebra の最初の画面

4-2. GeoGebra 教材の開発

教材 (1) 中学 3 年： $(x + a)(x + b)$ の展開 [※豊内①と検索すれば出現する。]

教材「豊内①」(図 5) の特徴は、中学 3 年における $(x + a)(x + b)$ の展開で利用できる。長方形の頂点 A や B を動かすことによって、それと連動して長方形の形や数式を自由自在に変えることができる。a や b の値を負の数に変えることもでき、それに連動して長方形の色が変形する仕組みになっている。

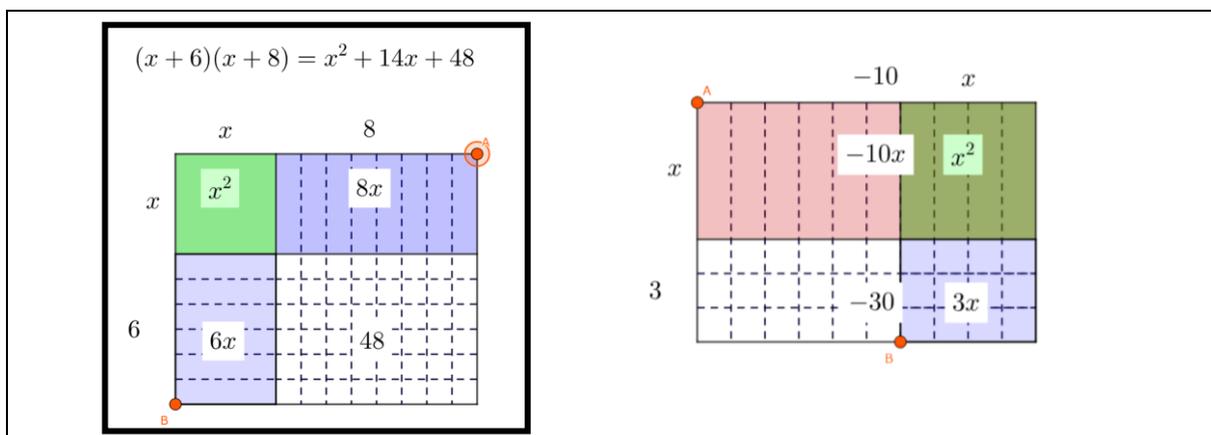


図 5 教材「豊内①」： $(x + a)(x + b)$ の展開

教材(2) 中学3年：円周角の定理 [※豊内②と検索すれば出現する。]

教材「豊内②」(図6)の特徴は、中学3年における円周角の定理で利用できる。円周上の点A, B, C, Dを動かすことによって、それと連動して弧ABや弧CDの長さや弦ABや弦CDの長さ、円周角APBや円周角CQDの大きさを自由自在に変えることができる。また、それぞれの数値を非表示にすることができるし、点Rを円の外部から周上や内部に移動させることもできる。

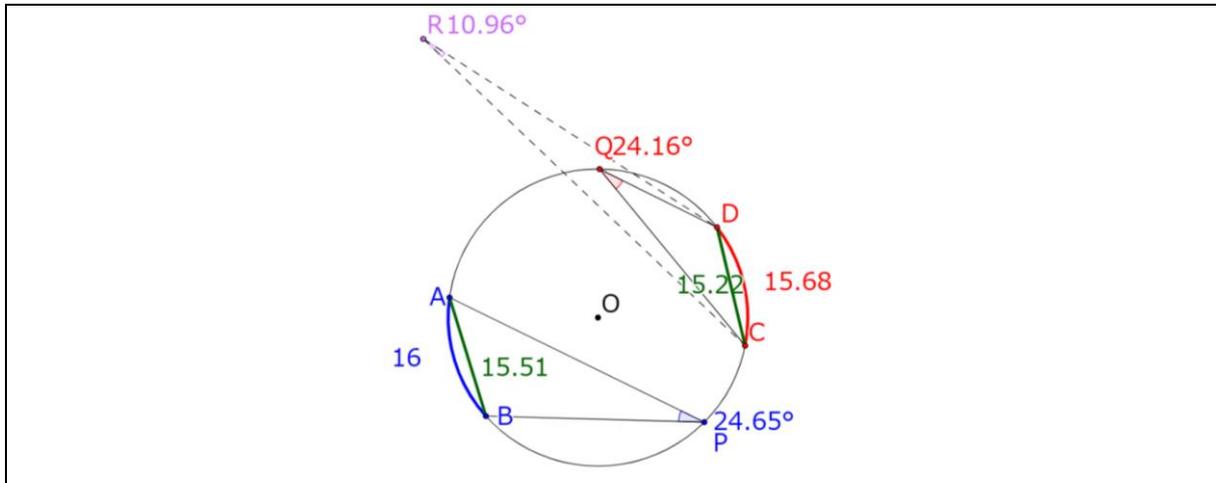


図6 教材「豊内②」：円周角の定理

教材(3) 中学3年：三平方の定理 [※豊内③と検索すれば出現する。]

教材「豊内③」(図7)の特徴は、中学3年における三平方の定理で利用できる。三角形の頂点AやCを動かすことによって、それと連動して三角形の形や各辺の長さ、角の大きさを自由自在に変えることができる。また、それぞれの数値を非表示にすることができるし、鋭角三角形や鈍角三角形と関連づけながら直角三角形の場合を調べることもできる。

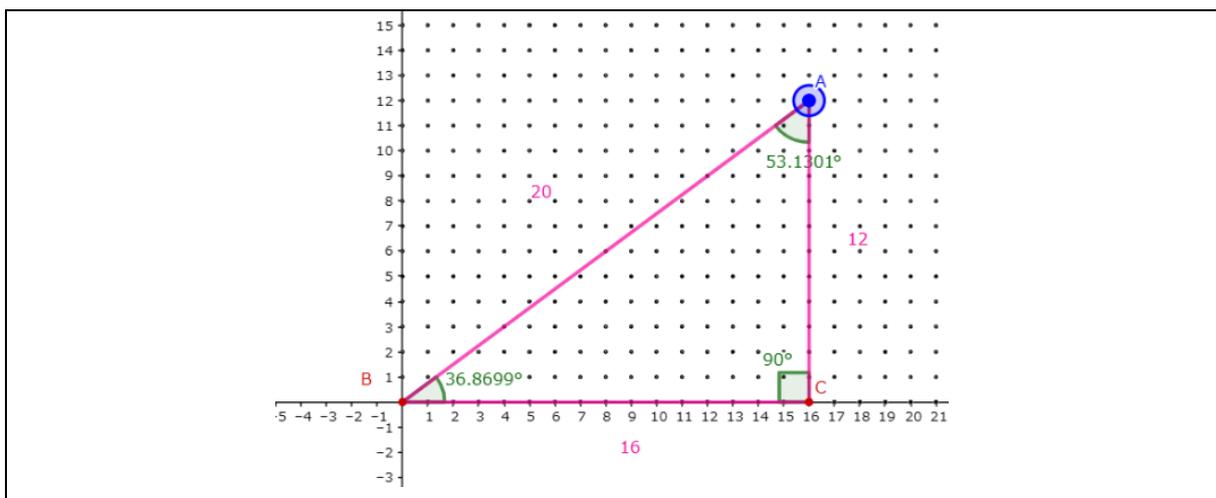


図7 教材「豊内③」：三平方の定理

教材(4) 中学3年: 球の落下運動実験 [※豊内⑤と検索すれば出現する。]

教材「豊内⑤」(図8)の特徴は, 中学3年における2乗に比例する関数で利用できる。[start] ボタンや [stop] ボタンを押すことによって, 球の落下実験をシミュレーションでき, 経過時間や移動距離を計測させることができる。また, 坂道の勾配を自由自在に変えることができるし, それぞれの数値を非表示にすることもできる。

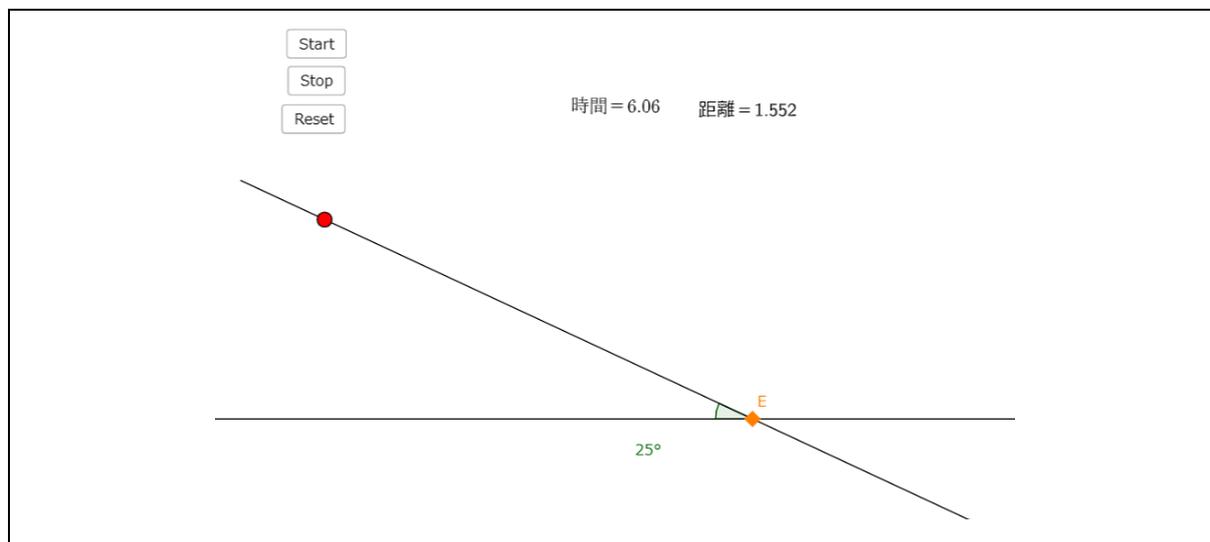


図8 教材「豊内⑤」: 球の落下運動実験

教材(5) 中学3年: 2乗に比例する関数の変域 [※豊内ワーク②と検索すれば出現する。]

教材「豊内ワーク②」(図9)の特徴は, 中学3年における2乗に比例する関数の変域で利用できる。xの変域を動かすことによって, それと連動して最小値や最大値の位置を表示させながら観察することができる。また, 比例定数aの値を負の数にまで変えることもでき, yの変域を何度も考察できる仕組みになっている。さらには, それぞれの数値や色表示を非表示に設定することもできる。

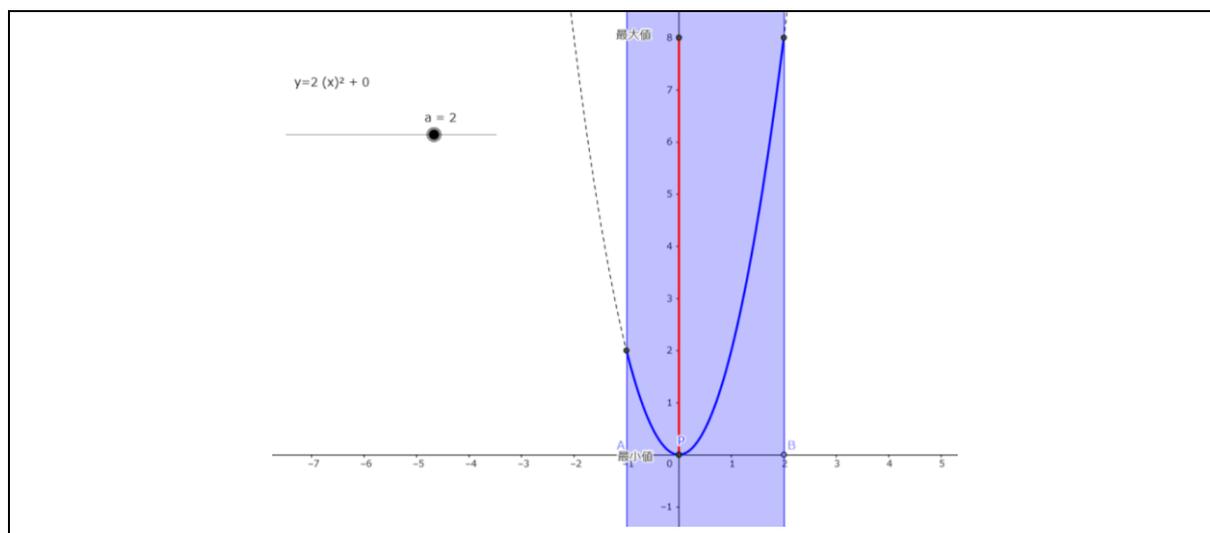
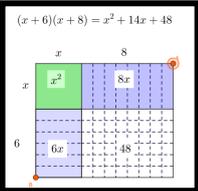
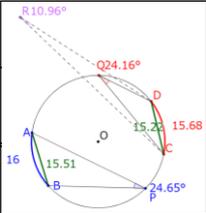


図9 教材「豊内ワーク②」: 2乗に比例する関数の変域

4-3. GeoGebra 教材の有効性についての検証

前小節において開発・紹介した 5 つの GeoGebra 教材について、順に中学校数学科授業において ICT を有効に活用する視点（表 3）を手がかりにして検証する。

教材 (1) について		
視 点		有 効 性 の 検 証
視点 1:紙と鉛筆だけでは扱えない問題か		a や b の値をさまざまに変えられる
視点 2:数学の関係や規則等を探究・考察できるか		長方形の縦・横の長さを変える中で和積の関係に注目できる
視点 3:数学の意味や概念等を視覚で理解を深められるか		値の増減をタイル図でも確認できる
視点 4:多様に解決できるか		値を変えながら式からも図からも確認できる
視点 5:計算時間を軽減して探究・考察の時間を確保できるか		値を正の数だけでなく負の数にしても考えられる
視点 6:問題を発展的に扱えるか		a と b の値を等しくするなど他の公式に統合させて考えられる
視点 7:見方・考え方を可視化できるか		a と b の値の和積の関係など色タイル図として確認できる

教材 (2) について		
視 点		有 効 性 の 検 証
視点 1:紙と鉛筆だけでは扱えない問題か		円周上の点をさまざまに動かせる
視点 2:数学の関係や規則等を探究・考察できるか		弧や弦に対する円周角の関係を考えられる
視点 3:数学の意味や概念等を視覚で理解を深められるか		円周角の大きさを図から観察できる
視点 4:多様に解決できるか		点を動かす中で、長さや角の大きさの数値表示からも図からも考えられる
視点 5:計算時間を軽減して探究・考察の時間を確保できるか		長さや角の大きさの数値表示から円周角の关系到焦点をあてて考えられる
視点 6:問題を発展的に扱えるか		点 R を円の外部や内部にも移動させて考えられる
視点 7:見方・考え方を可視化できるか		さまざまに設定した弧や弦に対する円周角の大きさを図と数値で表示しながら考えられる

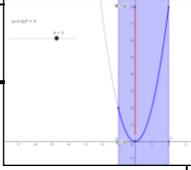
教材(3)について

視 点		有 効 性 の 検 証
視点1:紙と鉛筆だけでは扱えない問題か		三角形の頂点をさまざまに動かせる
視点2:数学の関係や規則等を探究・考察できるか		各辺の長さを1辺とする正方形の面積の関係を考える材料にできる
視点3:数学の意味や概念等を視覚で理解を深められるか		各辺の長さを座標や数値表示から観察できる
視点4:多様に解決できるか		試行錯誤して考えることができ、各辺の長さや角の大きさから考えることもできる
視点5:計算時間を軽減して探究・考察の時間を確保できるか		各辺の長さを1辺とする正方形の面積の関係を考えることに焦点をあてられる
視点6:問題を発展的に扱えるか		鋭角三角形や鈍角三角形と関連づけながら直角三角形の場合として考えられる
視点7:見方・考え方を可視化できるか		斜辺の長さを1辺とする正方形の面積と他辺に対する正方形の面積の和を比較できる →斜辺やBC, ACを1辺とする正方形を表示できれば、正方形の面積の和をより考察しやすくなる

教材(4)について

視 点		有 効 性 の 検 証
視点1:紙と鉛筆だけでは扱えない問題か		何度も実験を重ねてシミュレーションできる
視点2:数学の関係や規則等を探究・考察できるか		経過時間や移動距離を計測させてそれらの関係を考えられる
視点3:数学の意味や概念等を視覚で理解を深められるか		〔start〕ボタンや〔stop〕ボタンを利用してあらゆる時点での状況を確認できる
視点4:多様に解決できるか		坂道の勾配を変えてシミュレーションする際数値を見たり球の動きを見たりして現象を捉えられる
視点5:計算時間を軽減して探究・考察の時間を確保できるか		自動計測システムを利用して経過時間と移動距離の関係に焦点をあてられる
視点6:問題を発展的に扱えるか		数値を非表示にしたり勾配を変えたりして経過時間と移動距離の関係を考えられる
視点7:見方・考え方を可視化できるか		〔stop〕ボタンで途中の球の位置を図で確認して、経過時間、移動距離の数値を記した表をもとに、等加速する様相の捉えをもつことができる

教材 (5) について

視 点		有 効 性 の 検 証
視点 1:紙と鉛筆だけでは扱えない問題か		x の変域や比例定数をさまざまに変えられる
視点 2:数学の関係や規則等を探究・考察できるか		変化の中で最大値や最小値の増減に焦点をあてて考えられる
視点 3:数学の意味や概念等を視覚で理解を深められるか		x の変域を青色の塗りつぶし表示とし, y の変域を赤色の直線表示として観察できる
視点 4:多様に解決できるか		場合分けして考察したり一連のシミュレーションから考察したり自由に確認できる
視点 5:計算時間を軽減して探究・考察の時間を確保できるか		y の変域の推移に焦点をあてて考えられる
視点 6:問題を発展的に扱えるか		比例定数を負の数にまで変化させたり放物線の頂点を原点から移動させたりできる
視点 7:見方・考え方を可視化できるか		最大値や最小値の推移を考えられる

4-4. 中学校数学科教師による実践家としての評価

日々中学校の現場で実践している数学科の教師に, 前述した 5 つの GeoGebra 教材の功罪を問いかけた (図 10)。その調査結果を, 実践家による評価として報告する。

- (1) 日時: 令和 5 年 6 月 1 日 (木) 13:00~14:00
- (2) 場所: 広島県自治総合研修センター
- (3) 質問者: 豊内智仁 (第二筆者)
- (4) 記録者: 天野秀樹 (第一筆者)
- (5) 対象者: 12 名の中学校数学科教師

※本稿では, 所属地域名のみを次に記す。

(呉, 東広島, 廿日市, 江田島, 安芸, 安芸高田, 安芸太田, 三原, 尾道, 府中, 世羅, 三次)



図 10 GeoGebra 教材に関する調査風景

(6) 実践家による評価

〔日々の実践・全般的なこと〕

- ◇既にある教材を使って生徒に発問を工夫して提示できるから使いやすいと思いました。
- ◇プログラミングのような難しさがなくて実践しやすいと思った。
- ◇生徒自身が動かす時間を確保すれば、生徒の思考が進んでいくように感じた。
- ◇楽しみながら操作する中で学びが広がっていくと考えました。
- ◇他の GeoGebra 教材をいろいろ検索してみようと思った。
- ◇自分が使いやすいように上書き変形できるところが GeoGebra 教材の良さだと思いました。
- ◇他の教材も作れると思った。
- ◇GeoGebra 教材を使った授業をデザインする場合のパターンがあると思いました。
- ◇他のソフトと上手に使い分けながら利用していこうと考えた。
- ◇生徒にどんどん触らせることができるところが有効だと感じた。
- ◇教師も生徒もトライ & エラーが大切だと改めて思った。

〔図形領域〕

- ◇教材 2 を使った生徒に有効な主発問を考えてみたいと思った。
- ◇教材 2 と教材 3 の有効性が際立っていると感じた。
- ◇視覚化できるところが有効だと感じた。
- ◇教材 2 や教材 3 のように、図形の性質を見いだすときに使えると思いました。
- ◇図形領域でも角の大きさなどを数値表示できるところがすごく良いと感じた。

〔関数領域〕

- ◇教材 4 と教材 5 は有用で使いそうだと思った。
- ◇教材 4 や教材 5 のように関数は表とグラフで有効活用できると考えました。
- ◇教材 5 を使った研究授業をしたいと考えた。
- ◇教材 3 や教材 5 のように座標にグラフ表示するときに生徒はイメージがわきやすいと思った。
- ◇関数領域では特に効果的に使用できると考えました。
- ◇動点の問題はどの問題でも使えると考えました。
- ◇1 次関数の教材を自分でアレンジして作ってみようと思った。
- ◇シミュレーションや目に見えて考えられるところが有効だと感じた。

〔領域横断事項に関して〕

- ◇「数と式」, 「図形」, 「関数」, 「データの活用」各領域で異なる良さがあると思った。
- ◇図形と関数の融合問題を教材化してみたいと考えました。

5. おわりに

本研究の目的は、中学校数学科授業における GeoGebra 教材の有効性を考察することである。そのために、中学校数学科授業において ICT を有効に活用する視点(表 3)をまとめた。そして、5つの GeoGebra 教材を開発して、表 3 をもとに GeoGebra 教材の有効性を検証した。さらに、中学校数学科教師に 5つの GeoGebra 教材について評価を受けた。これらのことから、中学校数学科授業における GeoGebra の実践可能性を考察した。

今後は、さらなる GeoGebra 教材を開発することに着手したい。また、中学校数学科教師が全学年全領域全単元別に授業用教材を、容易に無料オンライン提供される体制を検討したい。

【 引用・参考文献 】

- 天野秀樹 (2021),『中学校数学科「見方・考え方」を働かせる 7 つの指導術&授業ワークシート』,
明治図書.
- 文部科学省 (2018),『教員環境の国際比較：OECD 国際教員指導環境調査 (TALIS) 2018 報告書－学
び続ける教員と校長－の要約』.
- 国立教育政策研究所 (2016),『平成 28 年度全国学力・学習状況調査報告書中学校数学』.
- 文部科学省 (2019),『新時代の学びを支える先端技術活用推進方策 (最終まとめ)』.
- 中村好則 (2018),「ICT を活用して算数・数学を指導できる能力を育成するためのカリキュラムの開発：
教職専門科目「ICT を活用した理数教育」の実践を通して」,『日本科学教育学会研究会研究報告』,
第 33 巻 1 号, 115-120.