

歩行の速さ感覚に関する一考察

天野 秀樹 ・ 真野 祐輔*

1. はじめに

東雲中学校に電車で通学している生徒がいる。その生徒たちは、東雲中学校の最寄りの駅である向洋駅まで2km以上ある道のりを、徒歩で通学している。電車で通学する生徒たちから、向洋駅から中学校までの徒歩の様子について、「仁保橋を8時15分までに渡れば学校は間に合う」とか、「電車の到着が2分遅れた場合は、仁保橋までかけ足で行けば残りは歩いてもいつもと同じ時刻に到着できる」などの声を聞く。これらの声は、学校のルールでもないし、保護者が生徒に教えた事柄でもない。生徒たちが日々の登校の中で見つけた指標と言えよう。これらの指標は、自分が歩行する速さを測定して見つけたわけではなく、何となく自分が歩行するペースをつかんでいて、そのペースをもとに見つけたものと推測する。この例のように、何となく歩行するペースを、本稿では「歩行の速さ感覚」と呼ぶことにする。歩行の速さ感覚は、歩行する距離や時間に影響を受けて体得される感覚であり、数値化された速さと結びつけば精緻化される感覚でもある。

図1は、体育授業における持久走のスタート時の風景写真である。この授業は、各人のスタート位置を20mずつあけて、200mのトラックを各人のペースで5周する活動であった。また、経過時間を測定して走者に伝えるタイムキーパーを補助員にして、走者に各人のペースを意識させる設定になっていた。この持久走は、自分が走行するペースを意識させることを主眼としているから、走行の速さ感覚を磨く活動といえる。



図1 体育授業における持久走のスタート時の風景

ここで1つの疑問が生じる。そもそも歩行や走行の速さ感覚はいつ生み出されるのか。どのような環境によって磨かれ伸びているのか。岡田(1994)は、Gattegnoの数学教育観をもとにして、人は胎児の時から誰しもが、多かれ少なかれ周りの環境に影響を受けず、自分自身で数学を学び進める力をもっていると述べている。この岡田の主張に従えば、人は誰しもが歩行の速さ感覚を有していて、日々の生活の中で歩行の速さ感覚を数学と結びつけながら伸ばすことができることになる。それにしても、中学校数学科授業で取り扱う速さの問題解決力と生徒がもつ歩行の速さ感覚との関係は不明瞭である。

2. 研究の目的と方法

中学校数学科授業における速さの問題は例えば、中学1年の比例学習で図2の問題(藤井ほか, 2021a)を取り扱う。

〔問〕ある車いすマラソンで最も速い選手は分速300m、最も遅い選手は分速120mで走ります。
スタートから6kmの地点では、先頭の選手が通過してから何分後に、最後の選手が通過しますか。

図2 中学1年の比例学習で取り扱う速さの問題

* 広島大学大学院人間社会科学研究科

Hideki AMANO, Yusuke SHINNO

A study on the speed sense of walking

本稿の目的は、生徒がもつ歩行の速さ感覚と中学校数学科授業で取り扱う速さの問題解決力との関係を明らかにすることである。この研究を基盤として、生徒がもつ歩行の速さ感覚を伸長する数学科授業の実践可能性を考察することを最終目標にしたい。

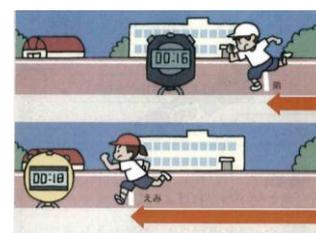
そのために本稿ではまず、速さの学習についての教科書の扱いを整理する。次に、速さ及び歩行の速さ感覚についての文献研究を進める。そして、歩行の速さ感覚や速さの問題解決力について調査し、分析する。

3. 歩行の速さ感覚に関する文献研究

本節においては、教科書における速さの扱いを整理したうえで、速さに関する文献研究をする。そのうえで、歩行の速さ感覚に関する文献研究を行う。

3-1. 教科書における速さの扱い

速さは、小学5年で4段階に分けて学習する（藤井ほか，2021b）。1つ目は、速さを単位量あたりの大きさから捉える学習である。100mの距離を18秒で走ったえみさんと80mの距離を16秒で走った弟の速さを比べる題材である（図3）。この段階では、「速い」「遅い」という感覚が重視され、



数値化の対象が明確になる。ただし、速さを単位時間あたりの道のりで捉えるか、単位距離あたりの時間で捉えるかは明確ではない。2つ目は、速さを単位時間あたりに進む道のりから捉える学習である。このとき、 $(速さ) = (道のり) \div (時間)$ で求められることや時速、分速、秒速の用語も学習する。3つ目は、速さと時間から道のりを捉える学習である。このとき、 $(道のり) = (速さ) \times (時間)$ で求められることを学習する。4つ目は、速さと道のりから時間を捉える学習である。このとき、 $(時間) = (道のり) \div (速さ)$ で求められることを学習する。その後、教科書において速さの題材は、次のように扱われている（表4）〔註①〕。

表4 小5：速さの学習後の教科書における速さの扱い（東京書籍，2021）

学 年	内 容	題 材	問 い	扱 い
小学5年	円周の長さ	観覧車	1周する時間を求める	A
小学6年	文字と式	自動車	時速を求める	A
		フェリー	道のりや時間を求める	A
	比 例	自転車	通過時間の差を求める	B
		新幹線	比例とみなして時間を求める	C
		歩 行	どのような変わり方か考える	D
反比例	自動車	速さと時間の関係を式で表す	A	
	中学1年	正負の数	歩 行	歩行距離を求める
文字と式		歩 行	時間を求める	A
		1次方程式	歩 行	追いつく時間
自転車			追いつく時間	A
比 例		車いすマラソン	通過時間の差を求める（図2）	B
中学2年	連立方程式	歩 行	道のりを求める	A
	1次関数	自転車	時速を求める	A
中学3年	2乗に比例する関数	ジェットコースター	平均の速さを求める	D
		自動車	ブレーキ痕から速さを求める	C

〔註①〕 表4の「扱い」における“A”は、道のり・速さ・時間の関係から解を導く題材である。“B”は、道のり・速さ・時間の関係を利用して問題解決する題材である。また“C”は、関数とみなして時間や速さを求める題材である。そして“D”は、日常の現象を分析して問題を考察する題材である。

3-2. 速さに関する文献研究

本小節では、わが国の数学教育研究において速さに関する研究の扱いを概観する。そのために、日本数学教育学会及び全国数学教育学会の学会誌を対象とした論文検索より、「速さ」から表出する論文を対象にした〔註②〕。対象とする論文は35本あった。それは、南(1955)、橋本(1962)、石田ほか(1981)、塩谷(1982)、小林(1983)、田中(1987)、池崎(1988)、栗原(1993)、山本(1993)、曾我(1994)、大澤(1997)、長田(1997)、廣瀬(1997, 1998, 2000a, 2000b, 2001, 2002, 2004a, 2004b, 2005a, 2005b, 2006a, 2006b, 2007, 2008)、溝口ほか(1999)、西尾(2000)、村松(2000)、阿部(2002)、清水(2003)、清野(2004)、大橋(2008)、日野(2009)、片寄(2015)である。これらの論文を、各論文が作成された趣旨をもとに分類した。その場合、研究内容は、速さの学習での「概念獲得」に関する研究、速さの「指導法・教材研究」に関する研究、速さを求める際の「わり算の計算」に関する研究、速さを用いた「関数とみなす事象」に関する研究の4つに分けられる(表5)。

表5 研究内容別に分類した速さに関する研究

研究内容	本数	論文
概念獲得	18本	南(1955)、田中(1987)、山本(1993)、廣瀬(1997, 1998, 2000a, 2000b, 2001, 2002, 2004a, 2004b, 2005a, 2005b, 2006a, 2006b, 2007, 2008)、片寄(2015)
指導法・教材研究	10本	橋本(1962)、石田ほか(1981)、塩谷(1982)、小林(1983)、池崎(1988)、栗原(1993)、長田(1997)、村松(2000)、大橋(2008)、日野(2009)
わり算の計算	2本	溝口ほか(1999)、西尾(2000)
関数とみなす事象	5本	曾我(1994)、大澤(1997)、阿部(2002)、清水(2003)、清野(2004)

表5に示したように、わが国の数学教育研究において速さに関する研究は、継続的に行われてきている。例えば、速さの概念獲得について廣瀬(2000b)は、小学4年(10歳)までに何らかの速さ概念が存在していること、比例の考えを用いて速さの問題を解決する能力は小学6年から中学1年の間に発達することを述べている。また、廣瀬(2005b)は、道のり・速さ・時間の計算処理は、道のり→速さ→時間の順で手続き的知識として獲得されることも述べている。

本研究は最終的に、中学校数学科授業で生徒がもつ歩行の速さ感覚を伸長することをめざしている。そのため表5の分類でいえば、速さの「概念獲得」及び速さを用いた「関数とみなす事象」に関する研究と関連している。

〔註②〕 「速さ」で検索して表出する全論文のうち、第一にカリキュラム研究で表出した論文は、本研究において分析する対象から除外した。それは、すべての学習内容が記述されており、そのうちの「速さ」の表現にヒットしている論文である。したがって、本研究のような速さの学習そのものに関する研究とは異なるためである。第二に、総会特集号の1ページ分の論文や論文発表会論文集における口頭発表の2ページ分の論文も、分析する対象から除外した。それは、研究の概略を記述しているものがほとんどで、各著者の主旨を誤って解釈してしまうことを防ぐためである。

3-3. 歩行の速さ感覚に関する文献研究

Gattegno が論ずる人間誰もが所有している精神の力を、岡田(1994)は自己教育力と呼び、この力は外からのインパクトとは独立に存在していると述べている。言いかえると、人は誰かに教えられる前から自分自身で数学を学び進める力をもっているということである。また、この力の中身は、イメージや感覚のようなものがあると述べている。したがって、この岡田の主張から、人は歩行の速さ感覚をもっていて、経験や学習の中でその感覚を伸ばせられることがわかる。実際に田中(1987)は、小学5年の速さ教材で、子どもたちが既に有している速さの観念を働かせられることを指摘している。また、廣瀬(2002)は、速さ感覚は(道のり)÷(時間)の計算から初めて存在するのではなく、人間が初めから有している感覚であると述べている。

中原(1998)は、歩行の速さ感覚のように表面に顕在しにくいものを潜在力と呼び、生得性、自然性、学習性の3つの要因で説明している。それは、生まれながら取得している側面、経験によって発達する側面、数学科授業で伸長できる側面の3つである。この中原の主張を援用すれば、生得性や自然性がある歩行の速さ感覚は、中学校数学科授業でも伸長できる可能性を示していることになる。

長崎(2001)は、算数・数学と社会をつなげる力の中に、7つの量感があると述べている。その7つは、長さ、広さ、かさ、重さ、角度、時間、速さの感覚である。氏は速さ感覚の存在と、その感覚を授業で伸長する意義を認めたとうえで、小学4年から高校2年までを対象に大規模調査を実施している。その調査の中で速さ感覚については、図6のような問題を出題している。

普通の速さで歩くと1時間におよそどれくらいの道のりを進みますか。
 次のア～オの中から、もっとも近いものを1つ選びましょう。
 ア. 4メートル イ. 40メートル ウ. 400メートル エ. 4キロメートル オ. 40キロメートル

図6 速さの感覚についての調査問題(長崎, 2001)

図6の問題に対する回答の結果は、表7の通りである。

表7 速さの感覚についての回答の結果〔単位：％〕(長崎, 2001)

	ア	イ	ウ	エ(正答)	オ	無答	複数回答
小学4年	3.5	12.0	23.9	54.8	4.6	1.1	0.2
小学5年	1.3	6.1	16.8	72.2	2.6	1.0	0.0
小学6年	1.9	5.2	14.4	74.1	3.3	1.1	0.0
中学1年	1.5	1.5	10.5	82.8	2.8	0.6	0.3
中学2年	1.1	0.4	10.7	83.1	4.2	0.4	0.0
中学3年	1.1	1.4	7.1	88.6	1.8	0.0	0.0
高校1年	0.5	0.8	4.9	91.5	2.2	0.0	0.0
高校2年	1.5	1.2	1.2	94.2	1.9	0.0	0.0

表7をもとにして、次のように考察している。

速さの感覚は、発達段階とともに正答率が上がる正の相関関係が見られる。その要因は、生活環境の拡大にともなって行動範囲が広がることにあると見ることができる。学習によって伸縮する度合いは未知である。(長崎, 2001)

この考察によれば、速さの感覚は経験によってある程度伸長されることがわかる。しかし、速さの感覚が数学科授業で伸長できるかは不明である。

4. 歩行の速さ感覚に関する調査研究

本節においてはまず、歩行の速さ感覚に関する調査を行う。次に、速さの問題解決力に関する調査を行う。

4-1. 歩行の速さ感覚に関する調査

本調査は、廣瀬（2007）における現地での測定実験を参考にしている。

- 目的：生徒がもつ歩行の速さ感覚を明らかにすること
対象：国立大学附属S中学校第1学年生徒76名
期日：令和5年9月27日（水）5時間目、6時間目

〔調査の内容〕

まず教室で、右のような用紙を配付した。そして、自分の歩行ペースを分速何mという形式で予想させ、記入させた。次に、グラウンドに移動させて、100mの長さを歩行する活動を実施した。あらかじめグラウンドに50mの歩行路を作り、その路を往復して100m歩行させた。その際、ペアになってペア生徒をタイムキーパーとして時間を測定させた（図8）。

1年 名前()	
自分の歩行ペース	〔予想〕分速『 (m)』
100m あたり	『 (秒)』
↓	
分速	『 (m)』



図8 グラウンドで100mの長さを歩行する風景

その後で教室にもどらせ、100mあたりの歩行時間の記録をもとにして、実際の自分の歩行ペースが分速何mか記入させた。なお、その際に記入が難しい生徒については、電卓を使って $6000 \div [100\text{mあたりの歩行時間}]$ を記入できるように支援した。調査時間は全30分であった。

〔調査の結果〕

まず「自分の歩行ペース（予想）〔m/分〕」と「自分の歩行ペース（実際）〔m/分〕」を集計した。そして、それぞれの記録について正規性の検定（上側，有意確率5%）を行った。その結果，双方に正規性があることが確認できた。そこで，自分の歩行ペースに関する予想と実際の差について，平均値の差をもとに関連のある2群の母平均の差の検定（両側，有意確率5%）を行った（表9）。

表9 自分の歩行ペース〔単位：m/分〕

n = 76	予 想	実 際	統計の結果
平均値	81.8	88.9	予想と実際に差がある

その結果，t 値の絶対値 $|-3.1518|$ が $t(0.975) = 1.9921$ を上回り，自分の歩行ペースについて予想と実際の間で差があることが認められた。

そして、表10における通過率が68.4%であった大問2(2)の誤答を分析した。誤答のうち、最も多かった解答は、問題状況を線分図に表し間違えているものであった。続いて無回答、速さを計算間違っている解答であった。グラフを利用して考えている過程で間違えた解答もあった。これらの誤答の内容は、比例指導をデザインするうえで参照できる事柄である。

5. 考察

① 自分が思っている歩行の速さと実際の歩行の速さにはギャップがある。

歩行の速さ感覚に関する調査から、表9のように自分の歩行ペースに関する予想と実際の差について統計による検定を行ったところ、差がある(予想よりも実際の方が速い)ことがわかった。したがって、自分が思っている歩行ペースと実際の歩行ペースにはギャップがあることになる。

速さの問題解決力に関する調査における表10のような結果から、大問2(2)の誤答を分析した。そこで、誤答となる多くの解答は、問題状況を図に表し間違えていることがわかった。したがって、速さの問題を解決する要因の一つに、問題状況をつかめていることがあると考えられる。

② 生徒がもつ「歩行の速さ感覚」と「速さの問題解決力」には相関がある。

歩行の速さ感覚に関する調査及び速さの問題解決力に関する調査、双方の相関関係について統計による検定を行った。この検定では、自分の歩行ペースに関する予想と実際の差の絶対値のデータと4点満点で集計した調査問題の得点のデータを利用した。表11は、ピアソンの相関係数の検定(両側、有意確率5%)を行った結果である。

表11 「歩行ペースに関する予想と実際の差」と「速さの調査問題の得点」の相関関係

データ数	相関係数	t 値	P 値	t (0.975)	統計の結果
76	-0.23318	-2.06275	0.042646	1.992543	相関がある

表11より、t 値の絶対値 $|-2.06275|$ が $t(0.975)=1.992543$ を上回り、「歩行ペースに関する予想と実際の差」と「速さの調査問題の得点」に相関があることが認められた。言いかえると、歩行するペースについて予想と実際のギャップが大きい子どもほど、速さの問題が解決困難な状態にあることになる。それとは逆に、歩行するペースについて予想と実際のギャップが少ない子どもは、速さの問題を解決しやすい状態であることを示している。

歩行の速さ感覚に関する文献研究において、長崎(2001)の調査によれば、歩行の速さ感覚は経験によってある程度伸長されるけれども、数学科の授業でどこまで伸長できるかはわかっていない。しかしながら、本稿の考察により、比例の単元において速さの問題を取り扱う場面では、『子どもがもつ歩行の速さ感覚をつかませながら、問題状況を把握させる』指導方法をデザインすることで速さの問題解決力を培うアプローチが示唆される。

6. おわりに

本稿の目的は、生徒がもつ歩行の速さ感覚と数学科授業で取り扱う速さの問題解決力の関係を明らかにすることであった。そのためにも、速さの学習についての教科書の扱いを整理したうえで、速さ及び歩行の速さ感覚について文献研究を進めた。人間は歩行の速さ感覚を生まれながらに有していて、経験や学習でその感覚を伸ばせられるとする岡田(1994)の主張を中原(1998)は、生得性、自然性、学習性の3つの視点で支持している。それに対して長崎(2001)は、速さの感覚について調査した結果、経験によってある程度伸長されるが、学習で伸長できるかは不明ということであった。次に、調査研究を進めた。第一に、歩行の速さ感覚に関する調査から、自分が思っている歩行ペースと実際の歩行ペースにはギャップがあることが示された。第二に、速さの問題解決力に関する調査から、速さの問題を解決する要因として、問題状況をつかむことが示された。第三に、歩行の速さ感覚と速さの問題解決力の相関関係についての検定結果から、歩行するペースについて予想と実際のギャップが大きい子どもほど、速さの問題が解決困難な状態にあることが示された。

本稿では、「歩行ペースに関する予想と実際の差」と「速さの調査問題の得点」に相関関係があることを示した。ただ、それは必ずしも因果関係があることを示すものではない。しかしながら、生徒が経験的に身につけている速さの感覚と、数学教育を通して育成可能な速さに関する問題解決力との間に一定の関係を認めるとき、歩行の速さ感覚の伸長を可能とする数学科授業の実現可能性が見えてくる。今後の課題は、本稿で示された成果をもとに、比例の単元において速さの問題を取り扱う場面で、『子どもがもつ歩行の速さ感覚をつかませながら、問題状況を把握させる』実践の可能性を検証することである。

【引用・参考文献】

- 岡田禎雄(1994),「Gattegnoの教育思想の研究(I) -人間観と数学教育の目標-」,『数学教育学論究』,第61・62巻, 3-25.
- 藤井斉亮ほか(2021a),『新しい数学1』,令和2年文部科学省検定済,東京書籍.
- 藤井斉亮ほか(2021b),『新しい算数5下』,平成31年文部科学省検定済,東京書籍.
- 藤井斉亮ほか(2021),『新しい算数6』,平成31年文部科学省検定済,東京書籍.
- 藤井斉亮ほか(2021),『新しい数学2』,令和2年文部科学省検定済,東京書籍.
- 藤井斉亮ほか(2021),『新しい数学3』,令和2年文部科学省検定済,東京書籍.
- 南哲男(1955),「測定学習におけるのぞましい態度について-特に速さの学習過程における-」,『日本数学教育学会誌』,第37巻10号, 145-147.
- 橋本哲郎(1962),「プログラム学習方式を活用して速さくらべの指導について」,『日本数学教育学会誌』,第44巻12号, 177-186.
- 石田一明,浅岡吉宏,松本哲幸,大杉繁(1981),「速さの指導における一考察」,『日本数学教育学会誌』,第63巻2号, 18-21.
- 塩谷雅(1982),「速さの指導における導入の工夫(5年)」,『日本数学教育学会誌』,第64巻2号, 18-22.
- 小林正敏(1983),「速さの概念の指導」,『日本数学教育学会誌』,第65巻10号, 199-203.
- 田中昭太郎(1987),「速さ概念の発達的研究と追い越し事態の数学的分析に基づく速さ教材の開発-小学校5年用-」,『第20回数学教育論文発表会論文集』, 158-163.
- 池崎勇(1988),「問い続ける力を育てる算数指導-5年「速さ」の指導を通して-」,『日本数学教育学会誌』,第70巻12号, 315-322.

- 栗原幹夫(1993),「課題:問題内容の構造分析」,『第26回数学教育論文発表会論文集』, 339-344.
- 山本忠(1993),「振り返り活動の視点論的考察」,『第26回数学教育論文発表会論文集』, 223-228.
- 曾我昇平(1994),「関数的な見方・考え方の発達における領域固有性の検討」,『第27回数学教育論文発表会論文集』, 77-82.
- 大澤弘典(1997),「数学的モデリングの授業に見られる生徒の活動—グラフ電卓を利用した「リレー問題」を事例として—」,『第30回数学教育論文発表会論文集』, 481-486.
- 長田修一郎(1997),「速さの学習に関する研究—数直線・線分図を道具としたある児童の比例的な考えを視点として—」,『第30回数学教育論文発表会論文集』, 427-432.
- 廣瀬隆司(1997),「子供の「速さ」についての知識水準(5)—子供の「速さ」に関する論理数学的認識の均衡化モデルについて—」,『第30回数学教育論文発表会論文集』, 445-450.
- 廣瀬隆司(1998),「子供の「速さ」に関する知識水準(10)—「持続時間の情況」に於ける概念的知識に関する水準区分と段階区分—」,『第31回数学教育論文発表会論文集』, 87-92.
- 廣瀬隆司(2000a),「子供の「速さ」に関する知識の研究(9)—「速さの情況」に於ける手続き的知識に関する水準区分と段階区分—」,『第33回数学教育論文発表会論文集』, 337-342.
- 廣瀬隆司(2000b),「子供の「速さ」に関する知識の研究(7)—「速さ」に関する3つの情況の相関について—」,『数学教育学研究』, 第6巻, 175-184.
- 廣瀬隆司(2001),「子供の速さに関する知識の研究(12)—子供の速さに関する知識の活性化について—」,『第34回数学教育論文発表会論文集』, 127-132.
- 廣瀬隆司(2002),「子供の速さに関する知識の研究(12)—子供の速さに関する概念的知識と手続き的知識の同時活性化について—」,『数学教育学研究』, 第8巻, 55-67.
- 廣瀬隆司(2004a),「算数教育における「速さ」の概念獲得過程に関する研究(4)—「速さ」に関する手続き的知識における3つの情況の相関に関連して—」,『第37回数学教育論文発表会論文集』, 133-138.
- 廣瀬隆司(2004b),「算数教育における「速さ」の概念獲得過程に関する研究(1)—「速さ」に関する課題分析能力と情意的側面に関連して—」,『数学教育学研究』, 第10巻, 123-135.
- 廣瀬隆司(2005a),「算数教育における「速さ」の概念獲得過程に関する研究(5)—「速さ」の授業における構成的抽象を中心にして—」,『第38回数学教育論文発表会論文集』, 73-78.
- 廣瀬隆司(2005b),「算数教育における「速さ」の概念獲得過程に関する研究(2)—「速さ」に関する手続き的知識における3つの情況の相関に関連して—」,『数学教育学研究』, 第11巻, 131-139.
- 廣瀬隆司(2006a),「算数教育における「速さ」の概念獲得過程に関する研究(6)—「6年:割合を使って」に関する授業分析を中心にして—」,『第39回数学教育論文発表会論文集』, 205-210.
- 廣瀬隆司(2006b),「算数教育における「速さ」の概念獲得過程に関する研究(5)—「速さ」に関する概念的知識の側面と手続き的知識の側面における相関に関連して—」,『数学教育学研究』, 第12巻, 37-50.
- 廣瀬隆司(2007),「「出会う場面」と「追いつく場面」における「速さ」の概念獲得過程について—予想のスキーマの構造化に焦点を当てて—」,『第40回数学教育論文発表会論文集』, 79-84.
- 廣瀬隆司(2008),「算数教育における「速さ」の概念獲得過程に関する研究」,『数学教育学論究』, 第89巻, 29-43.
- 溝口達也, 矢部敏昭, 鳥取算数研究会(1999),「児童の有する除法についての認識—除法に関する問題作りによる調査を基に—」,『第32回数学教育論文発表会論文集』, 331-336.

- 西尾義男 (2000), 「問題状況と数値の違いに着目したかけ算・わり算文章題の難易度調査」, 『第33回数学教育論文発表会論文集』, 247-252.
- 村松美紀 (2000), 「小学校高学年における「速さ」の指導」, 『第33回数学教育論文発表会論文集』, 465-468.
- 阿部千里(2002),「学習経験の相違に基づく運動のグラフ解釈に関する研究-Fusionを視点として-」, 『第35回数学教育論文発表会論文集』, 313-318.
- 清水宏幸 (2003), 「比例とみて問題を解くことのよさを感じさせる指導」, 『日本数学教育学会誌』, 第85巻11号, 25-30.
- 清野辰彦 (2004), 「「仮定の意識化」を重視した数学的モデル化の授業-「一次関数とみる」見方に焦点をあてて-」, 『日本数学教育学会誌』, 第86巻1号, 11-21.
- 大橋充 (2008), 「「速さ」授業は児童の方略をどのように変容させるか-倍数単位法での実践-」, 『日本数学教育学会誌』, 第90巻10号, 2-9.
- 日野圭子 (2009), 「コミュニケーション手段の創造と修正-数学的コミュニケーションにおける学習の側面を考える-」, 『第42回数学教育論文発表会論文集』, 82-87.
- 片寄恵理奈 (2015), 「数学II「微分の考え」における極限に関する一考察-瞬間の速さの理解段階に着目して-」, 『第48回数学教育論文発表会論文集』, 275-278.
- 中原忠男 (1998), 「数学的能力の発達・変容に関する国際比較研究」, 『平成7～9年度科学研究費補助金研究成果報告書』.
- 長崎栄三 (2001), 『児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力に関する発達的研究』, 国立教育政策研究所.