天野秀樹・影山和也(2024),「対称の感覚を伸ばす指導法に関する一考察」,
広島大学附属東雲中学校研究紀要「中学教育第 53 集」, 25－34.

対称の感覚を伸ばす指導法に関する一考察

天 野　秀 樹　・　影 山　和 也*

１．はじめに

「左右対称に整列している」や「チョコレートが上下左右対称に詰められている」のように，日常生活の中で対称という言葉をよく耳にする。建築物や日用品についても対称な図形が多くあり，われわれの生活を支え，安定感をもたらしている。広島で生活する中で見かけるキャラクターやロゴについても，ブンカッキー～県民文化祭のキャラクター，イクちゃん～子ども元気いっぱいキャラクター，Ｇ７サミットのロゴなど，対称性がふんだんに取り入れられている。

全国学力・学習状況調査 2018 における数学Ａ問題の大問４（１）において，小学６年の学習内容が出題された（図１）。

４（１）　ひし形について正しく述べたものを，下のアからエまでの中から１つ選びなさい。

　ア　ひし形は，線対称な図形であり，点対称な図形である。

　イ　ひし形は，線対称な図形であるが，点対称な図形ではない。

　ウ　ひし形は，線対称な図形ではないが，点対称な図形である。

　エ　ひし形は，線対称な図形ではなく，点対称な図形でもない。

図１　全国学力・学習状況調査　数学Ａ問題（国立教育政策研究所，2018）

全国の正答率は 67.5%であり，大きな問題は見られない。それでは「対称」の感覚を，われわれはいつ取得して，どのように伸ばしているのだろうか。また，どの時期にどこまで獲得すべきなのだろうか。算数・数学学習において対称の感覚を伸ばす指導が日々行われている。本稿では，小学校算数科と中学校数学科で連携して意図的・計画的に子どもたちを指導することを前提としたうえで，中学１年の単元「平面図形」における対称の感覚を伸ばす指導について考察する。

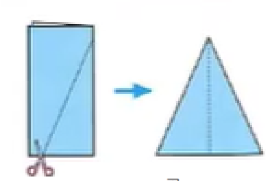
２．研究の目的と方法

本研究の目的は，中学１年の単元「平面図形」における対称移動の指導法を提案することである。そのためにまず，小学校と中学校の指導要領をもとにして発達段階やねらいなど，対称指導の扱いを整理する。また，対称を取り扱った数学教育の先行研究を考察する。次にこれらのことをもとにして，中学１年の単元「平面図形」における対称移動の授業を設計する視点を導出する。そして，実際の授業実践をもとにして，中学校数学科授業において対称の感覚を伸ばす指導法について考察する。

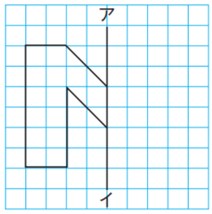
＊広島大学大学院人間社会科学研究科
Hideki AMANO，Kazuya KAGEYAMA
A study on teaching methods to develop the sense of symmetry

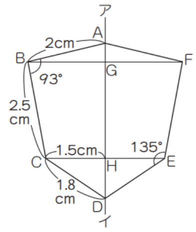
天野秀樹・影山和也(2024),「対称の感覚を伸ばす指導法に関する一考察」,
広島大学附属東雲中学校研究紀要「中学教育第 53 集」, 25－34.

3．学習指導要領をもとにした対称指導の扱い

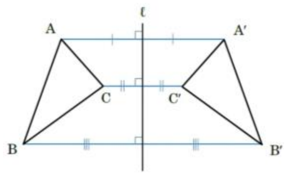


小学校学習指導要領（文部科学省，2017a）によると，小学３年で二等辺三角形は底辺の垂直二等分線を折り目にして折り重ねたときにぴったり重なる作業活動を体験させ，線対称の概念を萌芽している。このような活動や体験をもとにしながら，小学６年において図形を線対称として捉える学習を行う。具体的には，対称の軸を意識したうえで，それに対応する点や対応する線分の位置関係などを考えながら図形を線対称として捉えるものである。なお，線対称な図形は，「ある直線を折り目として折ったときにぴったり重なる図形」として定義される。また，それまでに学習をしてきた正方形，長方形，平行四辺形，台形，ひし形などの図形を対称の視点から捉え直す学習も行う。さらに，身のまわりの事物から線対称な図形の性質を見つけ，日常生活を対称の視点から捉え実感させるような学習も行う。具体的には，装飾品や模様，地図記号や都道府県のマークなどが典型的な題材としてあげられる。





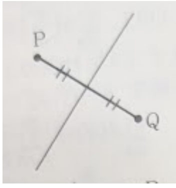
中学校学習指導要領（文部科学省，2017b）によると中学１年で，小学６年で学習した図形の対称性をもとにして，角の二等分線，垂直二等分線，垂線の作図を学習する。そのうえで，図形をある形の移動として捉える学習を行う。移動は，平行移動，回転移動，対称移動の３種類であり，小学６年で学習した線対称と連動する内容は，対称移動の学習になる。具体的には，２つの図形のうち一方を移動して他方に重ねる方法を考えたり，ある図形を移動前と後で比較したりして図形の性質の考察を進める。図形の移動については，小学校低学年のうちから，ずらす，まわす，裏返すなどの作業活動を体験してきており，それによって図形の形や大きさが変わらないことを感覚として身につけていることをもとにしている。２つの図形が対称移動になっていることに加えて，対応する点と軸までの距離の相等性や対応する点を結んだ線分と軸の垂直性から捉え，図形に対する見方をより豊かにすることや中学２年の証明学習の基盤を養うことをねらっている。さらに，日常の事物の特徴を移動の視点から捉え，問題解決する学習も行う。具体的には，麻の葉のような伝統模様が典型的な題材としてあげられる。

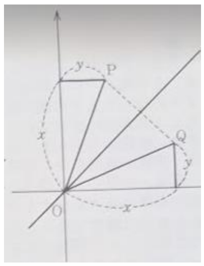


以上のことをまとめると，小学校及び中学校において対称の感覚を伸ばす学習は，次のようになる。

（小学６年より前段階）
・小学３年で二等辺三角形を２つに折る活動などを体験させ，線対称の概念を萌芽している。
（小学６年）
□図形を線対称として捉える学習を行う。
　対称の軸を意識し，対応する点や対応する線分の位置関係などを考えさせる。
　既習の四角形を対称の視点から捉え直す。
　身のまわりの事物を対称の視点から捉え実感させる。
（中学１年）
・小学校段階から行っている，ずらす，まわす，裏返すなどの活動をもとにして展開する。
・小学６年で学習した図形の対称性をもとにして展開する。
・移動の視点から作図を学習する。
□図形をある形の移動として捉える学習を行う。
　２つの図形のうち一方を移動して他方に重ねる方法を考えさせる。
　対応する点と軸までの距離の相等性や対応する点を結んだ線分と軸の垂直性から捉えさせる。
　日常の事物の特徴を移動の視点から捉えさせる。

４．対称を取り扱った数学教育の先行研究





学問としての数学の立場から対称について整理する（一松，1979）。まず代数学の分野においては，行列を用いて点の線対称変換を定義している。そのうえで，行列を用いて図形の面対称変換によって図形の対称性を表している。次に幾何学の分野においては，①線対称は，ある図形が１つの直線に関する対称移動によって自分自身に重ね合わせられる平面上の関係，②空間図形の合同は，対称移動を有限回組み合わせて２つの図形が重ね合わせられる関係とされている。

これまでに対称を取り扱った授業研究は盛んに行われてきた。本稿では，日本数学教育学会の論文検索システムで紹介されている対称にかかわる論文を先行研究として考察した。ただし，総会特集号やポスターセッション・口頭発表のような１頁形式の論文は，主張が詳細に記述されていないため，考察対象から除外した。また，データの活用領域における対称な分布，確率単元における対称概念に基づいた判断，関数領域における放物線の対称性，正負の数の単元における数直線の対称性を扱った論文も考察対象から除外した。他の領域の学習から対称の感覚が補われることは考えられるけれども，本稿では図形領域の学習で対称の感覚を伸ばすことに焦点をあてているためである。これらのことをもとにして考察した 31 本の対称にかかわる先行研究論文は，次のように整理される（表２）。

表２　図形領域の学習で対称を取り扱った先行研究

校　種	研究内容	本数	論　　　文
小学校	単元計画・授業づくり	２本	橋本（1983），橋本ほか（1994）
	指導法	７本	喜多（1969），見好（1975），片桐（1989） 太田（2000），中平（2000），坪松（2011） 丸野（2002）
中学校	教材開発・授業づくり	２本	長谷川（2002），永野（2009）
	指導法	７本	坂井ほか（1980），平岡（1991），山本（1997） 大西（1997），新井（2007） 長田ほか（1999），植松（2008）
	思考の分析	１本	宮川（2003）
	証明の指導	６本	宮川（2001），川村（2008），中川（2008） 宮川（2012），宮川ほか（2014），東（2015）
	空間図形の指導	２本	飯島（1986），松原（2008）
高等学校	教材開発・授業づくり	１本	曽田（1956）
その他	大規模調査/教材研究	３本	狭間ほか（1989）/海野（2008），海野（2009）

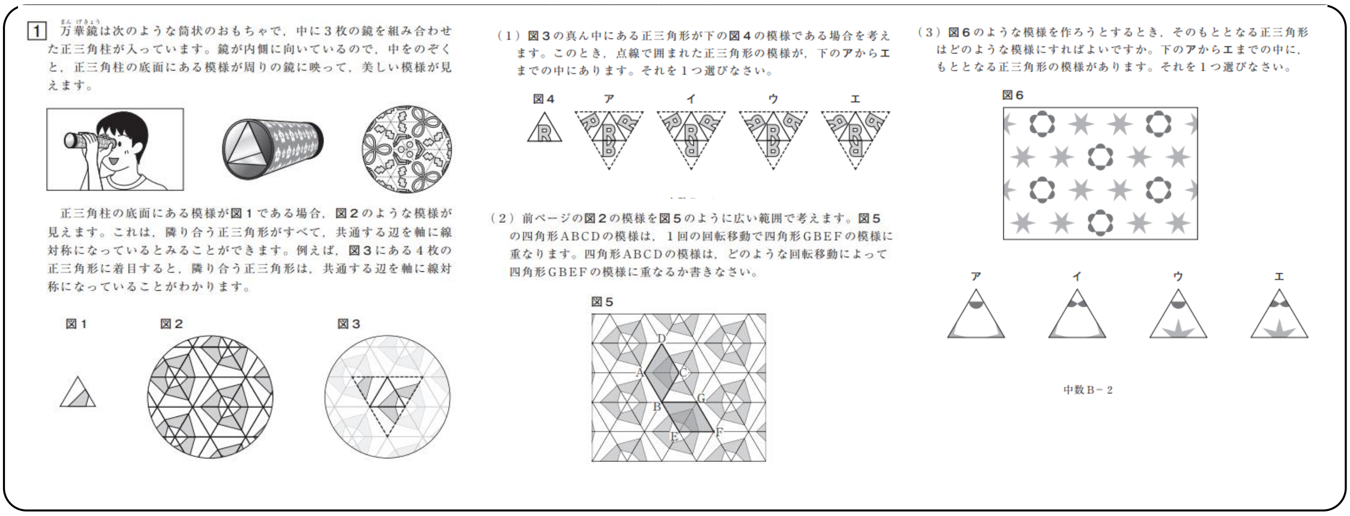
表２に示されているように，中学１年の対称移動に関する授業実践は，「教材開発・授業づくり」２本，「指導法」７本，「思考の分析」１本と盛んに研究されている。本研究では，対称移動に関する「教材開発・授業づくり」，「指導法」，「思考の分析」すべてにかかわる研究を進めていく。

5．中学１年の単元「平面図形」における対称移動の授業

対称移動の授業を設計するために，教材の選定及び対称の感覚を分析する枠組みの設定を行う。そのうえで，対称の感覚を伸ばす指導法を提案する形式で「対称移動の指導案」を作成する。

5-1.「対称移動」授業の教材

対称移動の授業で扱う教材の一つに，万華鏡の模様がある。全国学力・学習状況調査（2017）数学Ｂの大問１番には，万華鏡の模様を扱った問題がある（図３)。



1 万華鏡は次のような筒状のおもちゃで，中に３枚の鏡を組み合わせた正三角柱が入っています。鏡が内側に向いているので，中をのぞくと，正三角柱の底面にある模様が周りの鏡に映って，美しい模様が見えます。

正三角柱の底面にある模様が**図１**である場合，**図２**のような模様が見えます。これは，隣り合う正三角形がすべて，共通する辺を軸に線対称になっているとみることができます。例えば，**図３**にある４枚の正三角形に着目すると，隣り合う正三角形は，共通する辺を軸に線対称になっていることがわかります。

図１　図２　図３

（１）**図３**の真ん中にある正三角形が下の**図４**の模様である場合を考えます。このとき，点線で囲まれた正三角形の模様が，下の**ア**から**エ**までの中にあります。それを１つ選びなさい。

図４　ア　イ　ウ　エ

（２）前ページの**図２**の模様を**図５**のように広い範囲で考えます。**図５**の四角形ＡＢＣＤの模様は，１回の回転移動で四角形ＧＢＥＦの模様に重なります。四角形ＡＢＣＤの模様は，どのような回転移動によって四角形ＧＢＥＦの模様に重なるか書きなさい。

図５

（３）**図６**のような模様を作ろうとするとき，そのもととなる正三角形はどのような模様にすればよいですか。下の**ア**から**エ**までの中に，もととなる正三角形の模様があります。それを１つ選びなさい。

図６

ア　イ　ウ　エ

中数Ｂ－２

図３　全国学力・学習状況調査（2017）数学Ｂの大問１番

図３における（１）や（３）は，対称移動の捉えを把握するための問題である。このことから，対称移動の授業で万華鏡の模様を教材として扱うことは妥当であるとわかる。影山（2022）は，万華鏡の模様を分析する活動は，子どもたちが視覚化する機能を生かして対称の感覚を伸ばすのに有用であると述べている。この影山の主張から，対称移動の授業で扱う教材として万華鏡の模様は適切であると解釈できる。

5-2. 対称の感覚を分析する枠組み

物事を捉える際に，大局として見たり局所として見たりする二面性を合わせもつことが豊かな捉えにつながることは，世間一般で言われる。数学教育研究においても Lakatos（1963）は，数学を発見する思考過程において global(大局)がやがて local(局所)になることがあると述べている。また Weber&Mejia-Ramos（2011）は，図形学習を進める際に Zooming－out する視点と Zooming－in する視点の双方を活用することの重要性を述べている。これら両氏の主張に同調し，本実践授業においても事物を大局から見たり局所として見たりする子どもたちの捉えを，本研究における分析の根幹に据えることにする。なお本稿では，大局から見る切り口のことを「全体を捉える視点」，そして局所として見る切り口のことを「部分を捉える視点」と呼ぶことにする。

対称の感覚を分析する問題例として，「直線 ℓ を軸にして対称移動した図ですか？」(図４）という問いを取りあげる。この問いに対して，「直線 ℓ を折り目に折っても２つの図形は重ならないから，対称移動ではない」の捉えは，全体を捉える視点にする。一方で，「直線 ℓ から対応する点までの距離が異なるから，対称移動ではない」の捉えは，部分を捉える視点にする。

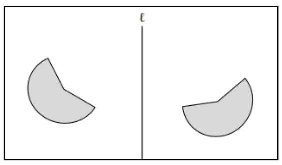


図４　対称の感覚を分析する問題例

天野秀樹・影山和也(2024),「対称の感覚を伸ばす指導法に関する一考察」,
広島大学附属東雲中学校研究紀要「中学教育第 53 集」, 25－34.

以上のことをもとにして，対称の感覚を分析する枠組み（図５）を設定した。

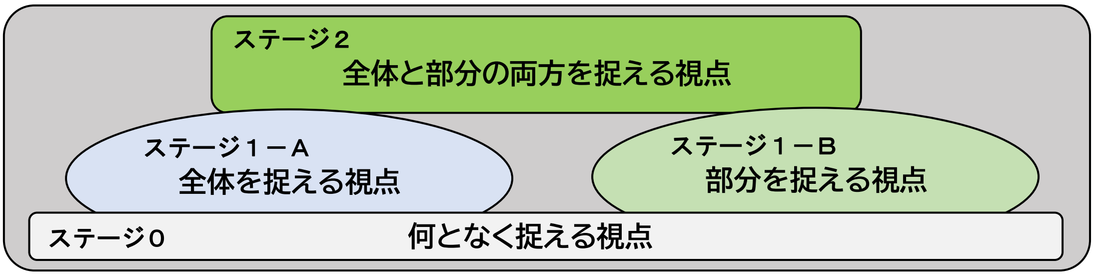
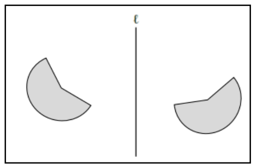


図５　対称の感覚を分析する枠組み

小学６年では，「線対称である・線対称でない」の判断を主として学習を進めている。そのことをもとにして，中学１年では「対称に移動すると・・・になる」の見方を深める学習が期待される。したがって，子どもたちが全体で捉えているか・部分で捉えているかは対称の感覚を伸ばすうえで，重要な視点になる。このことが，本稿で図６を対称の感覚を分析する枠組みとする所以である。また，この図６が分析の枠組みとして妥当かどうか検証するために，以下のようなプレ調査を行った。

目　的　：　対称移動の捉えが表出された解答から，図５のステージ判別ができるか確めること
期　日　：　令和５年２月 28 日（火）３時間目（10:45～11:35）
対　象　：　国立大学附属Ｓ中学校第１学年生徒 76 名（令和４年度）
形　式　：　プリントに記述させる質問紙〔時間は 10 分〕
問　題　：　右図は，直線 ℓ を軸にして対称移動した図ではありません。
　　　　　　その理由を詳しく書いてください。



以上のようなプレ調査を実施した後，回収した質問紙の解答を分析し，図５のステージ判別を試みた。「対称でないから」,「ずれているから」の解答は，何となく捉える視点としてステージ０とした。「重ならないから」,「ひっくり返してもダメだから」,「折っても合わさらないから」,「回転移動になっているから」,「位置（場所）がずれているから」,「右側が下がっているから」の解答は，全体を捉える視点としてステージ１－Ａとした。「距離」,「長さ」,「向き」,「角度」,「傾き」,「垂直」,「平行」の用語を用いた解答は，部分を捉える視点としてステージ１－Ｂとした。さらに，ステージ１－Ａと１－Ｂ両方を記述した解答を，全体と部分の両方を捉える視点としてステージ２とした。これらのことをもとにしたプレ調査の結果は，次の図６のようになった。

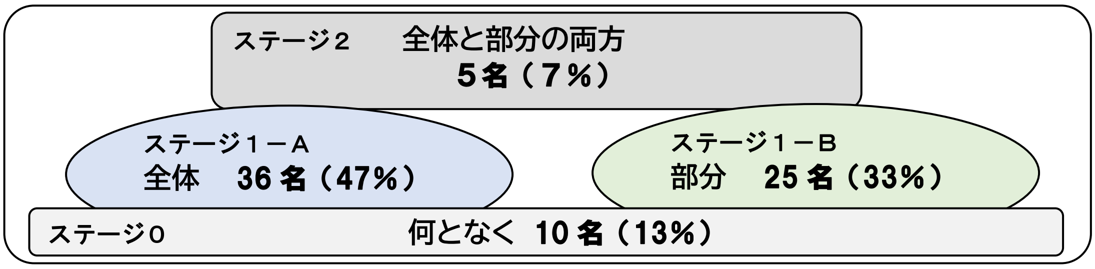


図６　プレ調査（2023 年２月）による対称の感覚（全 76 名）

質問紙の解答からステージを判別することは容易だった。また，対称の感覚を図６のような形式で把握できることは，次なる指導の指針になり得る。したがって，図５を分析の枠組みとして採用する。

5-3. 中学１年「対称移動」の授業

期　　　日　令和５年 10 月 25 日（水）

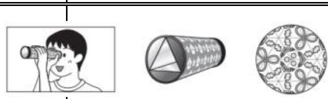
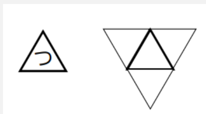
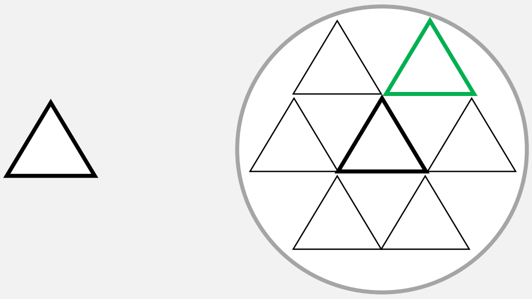
対　　　象　国立大学附属Ｓ中学校　３校時：第１学年２組 36 名
　　　　　　　　　　　　　　　　　４校時：第１学年１組 38 名

指導の位置　平行移動・回転移動・対称移動の学習後に実施した。

題材の意図　２組は全体を意識するビーズ，１組は部分を意識するビーズとして設定した。

本時の目標　万華鏡の模様を対称移動させて見ることで図形を全体と部分双方で捉えることができる。

学習の展開

学習活動と内容	指導上の留意点	全体や部分で捉えさせる工夫
□万華鏡の模様を見る。 □模様ができる構造の概要を知る。 □例題に取り組む。	○各人に万華鏡を配付する。 ○三面鏡であることをおさえる。 ○ワークシートを配付する。 	
〔２組の例題〕三面鏡に「Ｒ」のビーズを入れました。ア～エのどの模様ができますか。 		○ウになる理由を語らせる。 ○ア,イ,エでない理由も語らせる。 ○模様ができる構造を確認させる。
〔１組の例題〕三面鏡に「つ」のビーズを入れました。どのような模様ができますか。 		
□クイズを作る。		○多角的に説明するよう指示する。
〔２組のクイズ題〕三面鏡に「二等辺三角形」のビーズを入れます。緑枠内の模様を答えなさい。 〔１組のクイズ題〕三面鏡に自分で自由に考えた形のビーズを入れます。緑枠内の模様を答えなさい。 		○答えができる過程も交流させる。
□クイズを解き合う。		
□模様ができる構造をまとめる。		

6.「対称移動」授業における指導法の考察

①万華鏡の模様は対称の感覚を伸長する可能性がある

前節において影山（2022）が，万華鏡の模様は子どもたちが視覚化する機能を生かして対称の感覚を伸ばすのに有用であると言及したことについて検証する。

前節で示した質問紙を利用して本校生徒に事前調査〔令和５年 10 月 14 日（土)〕及び事後調査〔令和５年 10 月 26 日（木)〕を実施した。そして，対称の感覚を分析する枠組み（図５）によって集計した結果,「対称移動」授業の事前及び事後調査の推移は表７のようになった。

表７　「対称移動」授業の事前及び事後調査の推移

２組（全 36 名）	事前	事後
ステージ０	６名（17%）	５名（14%）
ステージ１－A	６名（17%）	14 名（39%）
ステージ１－B	23 名（64%）	10 名（28%）
ステージ２	１名（３%）	７名（19%）

１組（全 38 名）	事前	事後
ステージ０	６名（16%）	１名（３%）
ステージ１－A	14 名（37%）	18 名（47%）
ステージ１－B	12 名（32%）	14 名（37%）
ステージ２	６名（16%）	５名（13%）

表７から,「２組におけるステージ２への増加｣,「１組におけるステージ０の減少」を読みとることができる。これらのことから，万華鏡の模様を扱った「対称移動」授業によって，子どもたちの対称の感覚を伸ばす可能性が窺われる。

②万華鏡に入れるビーズによって対称を捉える様相は変化する

実施した事前及び事後調査を，対称の感覚を分析する枠組みで２次元表に集計した（表８)。

表８　２次元表による「対称移動」授業の事前及び事後調査の推移

２組（全 36 名）

事前＼事後	ステージ０	ステージ１－A	ステージ１－B	ステージ２
ステージ０	２名（６%）	２名（６%）	２名（６%）	０名（０%）
ステージ１－A	１名（３%）	５名（14%）	０名（０%）	０名（０%）
ステージ１－B	２名（６%）	７名（19%）	７名（19%）	７名（19%）
ステージ２	０名（０%）	０名（０%）	１名（３%）	０名（０%）

１組（全 38 名）

事前＼事後	ステージ０	ステージ１－A	ステージ１－B	ステージ２
ステージ０	１名（３%）	３名（８%）	１名（３%）	１名（３%）
ステージ１－A	０名（０%）	６名（16%）	７名（18%）	１名（３%）
ステージ１－B	０名（０%）	６名（16%）	５名（13%）	１名（３%）
ステージ２	０名（０%）	３名（８%）	１名（３%）	２名（５%）

表８から２次元表で個人別の推移を分析するとき,「２組におけるステージ１－Ｂからステージ１－Ａへの変容」,「２組におけるステージ１－Ｂからステージ２への変容」,「１組におけるステージ１－Ａからステージ１－Ｂへの変容」,「１組におけるステージ１－Ｂからステージ１－Ａへの変容」を読みとることができる。

これらのことを対称の感覚を分析する枠組み（図５）に加筆して図式化すると,「対称移動」授業における対称の感覚の主な推移は，次のように表すことができる（図９）。

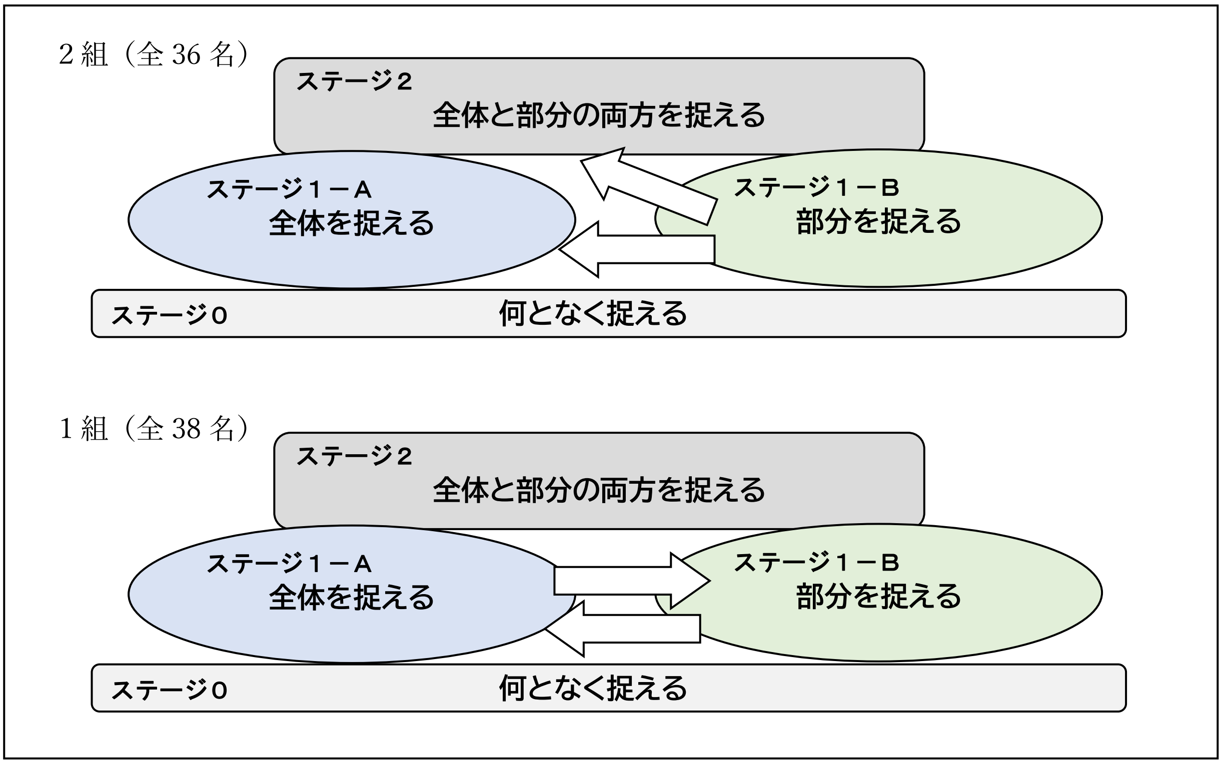


図９　「対称移動」授業における対称の感覚の主な推移

図９について２組の授業では，万華鏡の模様を部分で捉えていた子どもが，全体に視点を移す傾向があったことを表している。一方で１組の授業では，万華鏡の模様を部分で捉える子どもが全体，全体で捉える子どもが部分，というように視点を反対に移す傾向があったことを表している。

２組と１組の授業は万華鏡の模様を扱い，例題に取り組んだうえで，クイズを作成して互いに解き合う同様の進め方であった。しかしながら，例題とクイズ題における万華鏡の三面鏡内に入れるビーズの形に違いがあった。取り扱ったビーズの形の違いが要因となり,「対称移動」授業における子どもの対称を捉える様相を変えたことが推察される。２組の授業で扱ったビーズの形は，文字「Ｒ」と二等辺三角形であった。これらの形が部分よりも全体を捉えさせやすい素材であることが窺える。一方で１組の授業で扱ったビーズの形は，文字「つ」と自分で自由に設定させる形式にしていた。実際の授業において，文字「つ」のビーズを入れた模様について発表した子どもが,「Tu：『つ』の最初の頂点と右側のおり曲がるところの点が鏡との関係で距離が同じになっているかで考える。」と発言した。２組で扱った文字「Ｒ」と１組で扱った文字「つ」を比べるとき，形や太さの違いがある。したがって，万華鏡の三面鏡に入れるビーズによって子どもが捉える様相も変化することが示唆される。

③万華鏡にできる模様を考える場面で対称の感覚を広げ深められる可能性がある

事前調査から事後調査でステージ１－Ａからステージ１－Ｂに変わった１組の子ども７名（Ha, Tac, Im, Tag, Uk, Te, Ir）に対して，事後調査の翌日〔令和５年 10 月 27 日（金)〕放課後に筆者が教材室でインタビューした。インタビューの内容は２つである。１つは，万華鏡の三面鏡に文字「し」のビーズを入れたときの模様及びそのように考えた理由である。もう１つは，そのように考えた「対称移動」授業の場面である。まず，ビーズ「し」を入れた万華鏡の模様ができる理由について，７名中７名ともにステージ１－Ｂでもある「部分を捉える視点」を有していることを確認することができた。そのうえで,「部分を捉える視点」を用いた「対称移動」授業の場面を尋ねた。その結果，７名ともに共通した場面は，仲間とクイズを解き合う場面であった。

万華鏡の模様を色や綺麗さのように捉えるだけでなく，構造として捉える本実践「対称移動」授業においては，三面鏡内から広がる模様を想像することが余儀なく要求される。その際，鏡で折って重ね合わせることが現実はできないため，折ったらどうなるかを考えるために，全体を捉える視点とともに部分を捉える視点も必要になる。したがって，クイズ形式で解き合うような場面を設定したことで，万華鏡にできる模様を頻繁に考え，子どもたちが対称の感覚を広げ深めていく様子が窺われた。

７．おわりに

本研究の目的は，中学１年の単元「平面図形」における対称移動の指導法を提案することであった。そこでまず，小学校と中学校の指導要領から対称指導の扱いを整理し，数学教育の先行研究をもとに本研究が対称移動に関する「教材開発・授業づくり」,「指導法」,「思考の分析」にかかわる研究であることを確認した。次に万華鏡の模様を教材として扱う利点を示すとともに，対称の感覚を分析する枠組み（図５）を設定した。この枠組みは,「全体」で捉えるか,「部分」で捉えるかという視点でステージ分けするものである。そのうえで,「対称移動－万華鏡の模様－」の実践授業を設計して実践・考察した。その結果，次の３つの視点が導出された。

１）万華鏡の模様は対称の感覚を伸長する可能性がある

２）万華鏡に入れるビーズによって対称を捉える様相は変化する

３）万華鏡にできる模様を考える場面で対称の感覚を広げ深められる可能性がある

今後は，対称の感覚を豊かにする教材や指導法をさらに考察していきたい。

【 引用・参考文献 】

国立教育政策研究所（2018),『平成 30 年度全国学力・学習状況調査報告書』.
文部科学省（2017a),『小学校学習指導要領解説算数編』.
文部科学省（2017b),『中学校学習指導要領解説数学編』.
一松信（1979),『新数学事典』，大阪書籍.
曽田梅太郎（1956),「投影画並びに対称の指導」,『日本数学教育会誌』，104-107.
喜多昌臣(1969),「対称な形はどのような観点でどの程度まで指導するか」,『日本数学教育会誌』, 46-48.
見好豊（1975),「つくる算数・たのしい学習－線対称（５年）－」,『日本数学教育会誌』，22-24.
坂井裕，春日竜郎（1980),「補助図形を見い出す一つの試み－対称移動を用いて－」,『日本数学教育会誌』，２-16.
橋本文夫 (1983),「子どもが自ら問い続ける授業を求めて－６年対称な図形－」,『日本数学教育会誌』, 156-160.
飯島康男（1986),「算数・数学の指導に取り入れる実験の意義について（２）－立方体を対称軸のまわりに回転してできる立体の取り扱いを中心に－」,『数学教育論文発表会発表要項』，19，89-92.
狭間節子, 重松敬一, 橋本是浩, 瀬沼花子, 風間喜美江 (1989),「立体の二次元表示に関する調査研究」,『数学教育論文発表会発表要項』，22，151-156.

片桐重男（1989),「数学的な考え方・態度に関する発問の効果についての実験研究」,
『数学教育論文発表会発表要項』, 22, 325-328.
平岡賢治（1991),「変換による図形指導」,『数学教育論文発表会発表要項』, 24, 163-166.
橋本京子, 藤井哲也ほか（1994),「情意を育む授業の設計・実践とその評価についてー６年「対称図形」
を通してー」,『日本数学教育学会誌』, 第 76 巻６号, 99-107.
山本信也（1997),「トロイトラインの「幾何学的直観教授」研究ー「新図形の構成」の内容と意図ー」,
『第 30 回数学教育論文発表会論文集』, 361-366.
大西智哉（1997),「図形論証の初期学習における補助線に関する一考察」,
『第 30 回数学教育論文発表会論文集』, 403-408.
長田裕一郎, 牧野智彦, 本多英之, 礒田正美（1999),「中学校段階における作図ツールによる変換の
指導可能性に関する研究ー反転変換を範例に移動から変 換への考え方の発展を目指してー」,
『日本数学教育学会誌』, 第 81 巻９号, 10-16.
太田秀人（2000),「論理ゲームとしての算数の授業の創造ー現場からの提言ー」,
『第 33 回数学教育論文発表会論文集』, 589-594.
中平晃（2000),「図形感覚を育てる算数的活動」,『日本数学教育学会誌』, 第 82 巻６号, 94-98.
宮川健(2001),「合理性の観点から見た証明と子どもの知識の関係ー線対称に関する証明例を用いてー」,
『第 34 回数学教育論文発表会論文集』, 343-348.
丸野悟（2002),「作図ツールを用いた対称変換に関する一考察ーEmbodied Cognition を視点とした
Conceptualmetaphor への注目ー」,『第 35 回数学教育論文発表会論文集』, 265-270.
長谷川順一（2002),「しきつめ模様作りが中学校１年生の線対称・点対称概念の理解及び情意面に
与える影響」,『日本数学教育学会誌』, 第 84 巻 11 号, ２-９.
宮川健（2003),「線対称の作図と図形認識ー問題の解決過程に注目してー」,
『第 36 回数学教育論文発表会論文集』, 295-300.
新井仁（2007),「論証の素地形成を目的とした平面図形の指導ー２次元動的幾何ソフトの活用を
通してー」,『第 40 回数学教育論文発表会論文集』, 445-450.
海野啓明（2008),「４回対称はた形８面体における対鶴曲線」,『日本数学教育学会高専・大学部会
論文誌』, 第 15 巻１号, 17-26.
松原敏治（2008),「線対称・点対称の３次元への拡張の指導の可能性ー類推の考えを育成する教材と
してー」,『第 41 回数学教育論文発表会論文集』, 423-428.
植松嘉夫（2008),「数学教育におけるエデュテインメント教材の開発ー装飾模様の幾何学を題材と
してー」,『第 41 回数学教育論文発表会論文集』, 249-254.
川村晃英（2008),「数学的な考え方の再考Ⅲー数学的な考え方の深まりを促す「証明」の役割ー」,
『第 41 回数学教育論文発表会論文集』, 195-200.
中川裕之（2008),「類比の関係を活用した発展的, 創造的な図形の学習指導についてーどのような観点
において類比かを意識することを通してー」,『第 41 回数学教育論文発表会論文集』, 585-590.
永野俊雄（2009),「たこ形を活用した学習についてー性質の逆命題からなるための条件を考えることを
通してー」,『第 42 回数学教育論文発表会論文集』, 577-582.
海野啓明（2009),「４回対称８面体における４面体の３内心の定理」,『日本数学教育学会高専・大学
部会論文誌』, 第 16 巻１号, １-14.
坪松章人（2011),「小学校算数科における「創造的な学習指導」ー線対称・点対称の導入の授業を
通してー」,『日本数学教育学会誌』, 第 93 巻 10 号, ２-９.
宮川健（2012),「フランス前期中等学校平面幾何領域における証明の生態ー教科書分析からー」,
『日本数学教育学会誌』, 第 94 巻９号, ２-11.
宮川健, 初谷淳（2014),「「平行移動, 対称移動及び回転移動」において課題探究として証明すること
の授業化」,『日本数学教育学会誌』, 第 96 巻９号, ６-９.
東龍平（2015),「証明に基づく発展的な学習指導を志向した平面幾何教材の開発ー命題の構造に着目
してー」,『日本数学教育学会誌』, 第 97 巻 11 号, ４-12.
文部科学省（2017),『全国学力・学習状況調査ー数学Ｂー』.
影山和也（2022),「視覚化の機能を生かした空間図形カリキュラムの事例検討」,『第 10 回春期研究
大会論文集』, 183－189.
Lakatos, I.（1963）Proofs and refutations(Ⅰ). *The British Journal for the Philosophy of Science*.
53. １－25.
Weber, Ｋ＆Mejia-Ramos, Ｊ．Ｐ．(2011）Why and how mathematicians read proofs：An exploratory
study. *Educational Studies in Mathematics*. 76(3). 329-344.