

大規模 3 次元弾塑性骨組解析に適した減衰モデルに関する研究

(STUDY ON A DAMPING MODEL SUITABLE FOR INELASTIC RESPONSE HISTORY

ANALYSIS OF LARGE-SCALE 3D MOMENT-FRAME)

学位取得年月 令和 5 年 9 月

茂木 良宏

目次

1 序論.....	1
1.1 研究の目的.....	1
1.2 振動数非依存減衰の必要性.....	4
2 等価粘性減衰に関する既往の研究.....	6
2.1 Rayleigh 減衰.....	6
2.2 瞬間 Rayleigh 減衰.....	7
2.3 拡張 Rayleigh 減衰.....	8
2.3.1 拡張 Rayleigh 減衰力.....	9
2.4 Wilson-Penzien 減衰.....	10
2.5 キャップ減衰.....	12
2.6 一様減衰.....	14
2.7 既往の等価粘性減衰モデルの限界.....	15
2.8 20 階建て魚骨モデルによる数値的検証.....	16
2.8.1 モデル概要.....	16
2.8.2 入力地震動.....	18
2.8.3 実証実験に使用する減衰モデル.....	19
2.8.4 結果.....	19
3 最大応答復元力に基づいた頭打ち付き初期剛性比例減衰モデルの振動性状.....	26
3.1 はじめに.....	26
3.2 改良キャップ減衰の基本概念.....	27
3.2.1 キャップ減衰による振動数非依存減衰のモデル化.....	27
3.2.2 r_{max} の更新方法.....	28
3.2.3 改良キャップ減衰のプログラム実装方法.....	30
3.3 20 階建て魚骨モデルによる妥当性検証.....	32
3.3.1 解析モデル概要.....	32

3.3.2	地震動	32
3.3.3	各種キャップ減衰モデルの比較	32
3.3.4	正弦波による弾性応答	34
3.3.5	地震応答解析	36
3.4	考察	39
3.5	まとめ	40
3.6	将来の展望	40
4	拡張 Rayleigh 減衰モデルの 3 次元骨組解析への適用	42
4.1	はじめに	42
4.2	大規模地震応答解析における振動数非依存減衰の必要	44
4.3	拡張 Rayleigh 減衰の概要	44
4.3.1	復元力ベクトルの記憶方法	44
4.4	例題解析	46
4.4.1	検討モデルの概要	46
4.4.2	固有値解析結果	46
4.4.3	多質点系モデルによる自由振動解析	49
4.4.4	3 次元骨組モデルによる自由振動解析	53
4.4.5	3 次元骨組モデルによる地震応答解析	55
4.5	減衰モデルの違いによる計算速度の比較	61
4.5.1	プログラムの計算フロー	61
4.5.2	比較結果	64
4.6	まとめ	66
5	水平と鉛直動を同時に受ける超高層建築物における減衰の性能	67
5.1	はじめに	67
5.2	各種振動数非依存減衰モデルの概要	69
5.2.1	Wilson–Penzien 減衰	69

5.2.2	キャップ減衰.....	69
5.2.3	一様減衰.....	69
5.2.4	Rayleigh 減衰.....	69
5.2.5	拡張 Rayleigh 減衰.....	70
5.2.6	各減衰モデルの特徴のまとめ.....	70
5.3	検討モデルの概要.....	71
5.4	35 階建鉄骨造建築物の応答解析.....	72
5.4.1	解析モデル.....	72
5.4.2	比較する減衰モデル.....	75
5.4.3	解析条件と地震動.....	77
5.5	結果.....	79
5.6	計算効率.....	82
5.7	考察.....	84
5.8	まとめ.....	85
6	結.....	87
6.1	免震構造(基礎の滑りを伴う構造).....	88
6.2	浮き上がり構造.....	89
6.3	水平/鉛直動同時入力による検討.....	89
6.4	一様減衰の将来性.....	90
	参考文献.....	92
	付録.....	97
	公開査読論文.....	100
	謝辞	101

1 序論

1.1 研究の目的

建築物の地震応答解析では構造物の内部減衰は通常、2つのエネルギー散逸機構によって生じると考えられている。第一の機構は、主架構の降伏や損傷によって引き起こされる塑性エネルギー減衰で、これは材端弾塑性梁モデルのような弾塑性要素を要素内に挿入することで明示的にモデル化される。このエネルギー散逸機構は履歴減衰として分類され、振幅に依存するが振動数には依存しない。第二の機構は、材料の塑性履歴減衰として明示的に説明できない減衰メカニズムを振動系に取り入れるためのモデル化である。例えば、構造材の接合部、あるいは非構造部材の内部摩擦に起因する減衰である。これらの減衰力も塑性エネルギーと同様に、振幅量に依存性が見られるが、振動数に明確な依存性はないことが知られている (Lazan 1968 [1])。事実、最近の建物の強震記録 (特に 2011 年東北地方太平洋沖地震) の解析によると、建物の 2 次、3 次モードの減衰比 ξ は 1 次モードの値よりあまり大きくはない傾向が観察されている (Kashima et al. 2005 [3], Hoshi et al. 2010 [4], Nakamura et al. 2017 [5])。そのほか、地盤逸散減衰 (Cruz 2021 [6]) や経年劣化による構造減衰も重要な要因となる。

建築物に生じる減衰の現状の課題は「サイエンス的課題」と「エンジニアリング的課題」に大別することができる。前者は発生メカニズムや固有モードとの関係、振幅への依存性、経年劣化など現象の解明に関する課題で、後者は時刻歴応答解析に減衰現象をどのようにモデル化して取り入れるべきかという課題である。本研究では後者の「エンジニアリング的課題」に焦点を絞ることとする。

構造設計で実施される時刻歴応答解析での減衰モデルは数学的表現が容易であることから、振動数依存の粘性減衰が広く用いられている。その中でも Rayleigh 減衰は代表的な粘性減衰であり、質量と剛性に比例する減衰の和として定義される。解の発散が少なく安定した計算ができることから古くから使用されているが、減衰比が一定とみなせる振動数範囲が限られていることが課題である。より広範な振動数域で減衰比を一定にするためにモード一定減衰 (Wilson et al. 1972 [7]) を用いる場合もあるが、減衰行列が密行列となるため、大規模時刻歴解析には実用性がない。近年、コンピュータの性能向上に伴い、高層建築の性能設計に 3 次元大規模時

刻歴応答解析が用いられるようになった。このような解析では、水平 2 方向と鉛直方向の振動モードを考慮する必要があるが、ここで粘性減衰の特徴である振動数依存性が大きな問題となる。そこでまずはじめに、大規模解析モデルを用いた地震応答解析における振動数非依存減衰の必要性を、次の **1.2 節** で述べる。

構造減衰の振動数非依存性は重要な課題の 1 つである。これに加えて、スプリアス減衰力の増加の抑制や塑性変形後の粘性減衰の挙動も弾塑性時刻歴解析における重要な課題である。スプリアス減衰の発生メカニズムについては過去に多くの報告があり、その対策も議論されてきた(Chrisp 1980 [10], Bernal 1994 [11], Leger et al. 1992 [12], Charney et al. 2008 [13], Chopra et al. 2016 [18], Hall 2018 [15])。部材塑性後の粘性減衰の挙動について、Priestly et al. 2005 [16] は、塑性エネルギー減衰を主要な減衰と見なし、粘性減衰は適切に減少させるべきであると主張している。筆者もこの考えを支持するが、弾性時に存在した減衰機構が塑性後に失われることを示す科学的根拠は存在しないのが実状である。また、剛体運動を伴う構造(例えば免震、基礎の浮き上がり・滑り)に Rayleigh 減衰を適用した場合、質量項の減衰が過大になるという指摘もある(Hall 2006 [8], Ryan et al. 2008 [34], Pant et al. 2012 [35], Pant et al. 2013 [36], Anajafi et al. 2020 [37])。既存の減衰モデルの概要と限界については、**第 2 章** に記載した。

このような背景から、本論文では、大規模弾塑性応答解析に適した減衰モデルについて研究する。まず、筆者は振動数に依存しないシンプルな減衰モデルとして、改良型キャップ減衰(Mogi et al. 2022 [43])を提案した。元々は Hall 2006 [8], Hall 2018 [9] が提案したもので、減衰力に適切な上限値を設定することで振動数に対して振動数非依存性を実現したものである。しかし、原著論文ではこの上限値の設定に明確な根拠が示されていなかったため、筆者は文献(Mogi et al. 2022 [43])で明確な根拠を示す方法を提案した。その詳細は **第 3 章** に述べた。

次に本研究では、広い振動数範囲にわたって振動数に依存しない減衰モデルである拡張 Rayleigh 減衰(Nakamura 2014 [25], 2016 [26], 2019 [27])に注目した。これらの先行報告の延長として、本研究では、本手法の実装が困難であった大規模弾性応答解析(数千~数万節以上)への実装を最終的な目標として、まずは約 1000 節点規模の 3 次元フレームモデルの弾性応答解

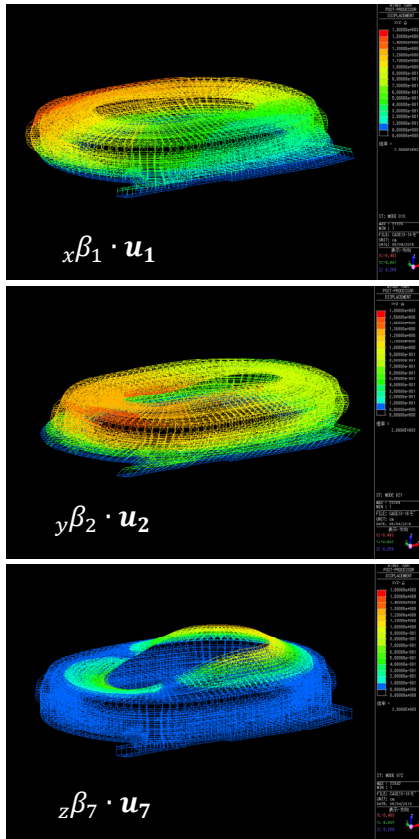
析における記憶領域、計算時間、モード別粘性減衰を古典的減衰モデルのそれと比較し、その実用性を検証した。詳細は **4 章**に記載した。

[Huang et al. 2019 \[29\]](#)や [Tian et al. 2022 \[30\]](#)も弾塑性解析に実用性の高い減衰モデルを提案している。減衰比を一定にできる振動数範囲は、Rayleigh 減衰で実現するよりも大幅に広がっている。適応振動数範囲（目標減衰比 ξ_{aim} からの許容差 $\pm 10\%$ ）における下限 ω_1 と上限 ω_2 の比 $W_h(= \omega_2/\omega_1)$ は約 100 であり、高い一定減衰性能を有している。塑性変形後は減衰力が緩やかに減少する特性を持ち、瞬間剛性比例減衰のような物理現象としての不自然な挙動を示さず、計算量も非常に少ない。この範囲外では、Rayleigh 減衰に見られる傾向とは逆に、減衰レベルが低下していく。また高モードほど見かけの剛性が高くなる特徴があり、実験でも同様の特性があると提案者は主張している。そこで、**第 5 章**では、弾塑性解析におけるキャップ減衰([Mogi et al. 2022 \[43\]](#))と一様減衰([Huang et al. 2019 \[29\]](#))の性能を分析した。

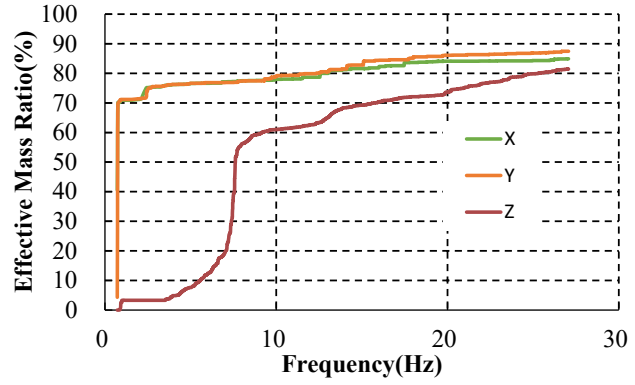
第 6 章は、研究全体のまとめであり、本研究での洞察から得られた結論と将来への展望について述べる。

1.2 振動数非依存減衰の必要性

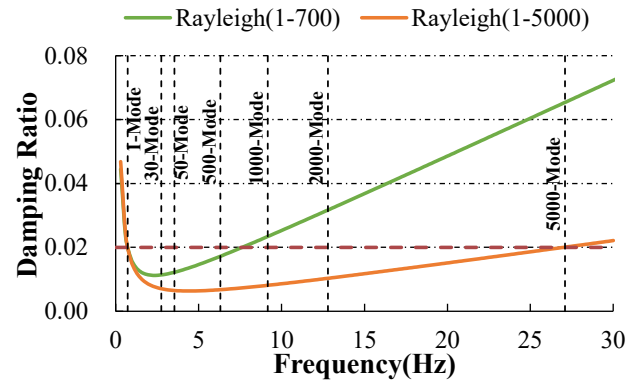
大屋根を有するスタジアムの屋根鉛直方向加速度を評価する場合の解析事例を示す。**Fig.1.1(A)**は方向別の1次モード刺激関数図を示している。このようなモデルでは水平と鉛直変形はモードごとに分離されず、方向ごとの有効質量比 M_x 、 M_y 、 M_z は各モードに少なからず存在している。**Fig.1.1(B)**に有効質量比の振動数に対する累積グラフ、**Table 1.1** 主要なモードの数値を示す。水平モードX、Yは全体3次までで70%に達しているが、鉛直モードは全体7次モードから高次に至るまで緩やかに増えている。弾性仮定が成立しない場合は水平と鉛直動による影響は同時入力によって評価する必要があり、仮に鉛直方向有効質量比が60%程度に達する700次モードまでを検討振動数域とした場合、1次と700次程度の2つの振動数に対してRayleigh減衰の減衰比を設定すると、30次モード付近で大きな谷底ができ減衰比は目標の50%程度にまで低減してしまう。また1次と5000次程度の2つの振動数に対してRayleigh減衰の減衰比を設定するとその間で更に少ない減衰比となる。したがってこのような解析でもRayleigh減衰を適用することは難しい。またモード減衰は減衰行列が密行列となるため、連立方程式の求解の計算コストと計算機の記憶容量が膨大となるため、この規模では適用は難しい。文献(Chopra et al. 2016 [18])にはモード減衰の高速化、省力化の工夫として、連立方程式と解く際にモード減衰の剛性マトリクスと重なる部分を用いる方法が示されているが、全体運動方程式で釣り合いを求める際の減衰行列は真の密行列が必要となるため、計算機の記憶容量の問題は解決されない。1次から5000次までを検討振動数域に想定すると、 $W_h=27.07(\text{Hz})/0.72(\text{Hz})=37.6$ であり、これに対応できる減衰モデルは現状ではモード一定減衰と一様減衰(Huang et al. 2019 [29])だけである。



(A) Participation vector



(B) Effective mass ratio vs frequency



(C) Damping ratio vs frequency

Figure 1.1 Cases requiring frequency-insensitive damping over wide frequency range (RHA of stadium with large roof): (A) Participation vector of horizontal (X, Y), and vertical (Z) direction, Subscripts denote mode order. (B) effective mass ratio vs. frequency, (C) damping ratio vs. frequency.

Table 1.1 Modal analysis result

Mode	Frequency (Hz)	Natural Period (sec)	Effective mass ratio (%)		
			M_x	M_y	M_z
1	0.72	1.39	41	4	0
2	0.74	1.35	60	46	0
3	0.76	1.32	70	70	0
4	0.87	1.16	70	71	0
7	0.92	1.09	71	71	1
700	7.64	0.13	77	77	52
5000	27.07	0.04	85	87	81

2 等価粘性減衰に関する既往の研究

2.1 Rayleigh 減衰

Rayleigh 減衰は、質量 \mathbf{M} と初期剛性 \mathbf{K} に比例する減衰項で表現される、古典的な減衰モデルである[式(2.1)]。

$$\mathbf{C} = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{K} \quad (2.1)$$

したがって、係数 a_0 、 a_1 が既知であれば、 i 番目のモードの減衰比 ξ_i は以下の式で求めることができる。

$$\xi_i = \frac{1}{2\omega_i} a_0 + \frac{\omega_i}{2} a_1 \quad (2.2)$$

係数 a_0 、 a_1 は、それぞれ p 番目、 q 番目のモードに対して指定された減衰比 ξ_p 、 ξ_q から決定することができる。これら 2 つのモードについて行列形式とすると、式(2.2)は以下のようになる。

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_p & \omega_p \\ 1/\omega_q & \omega_q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_p \\ \xi_q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

この 2 つの代数方程式を解くことで、係数 a_0 、 a_1 を決定することができる。

式 (2.1) の剛性比例項 $a_1 \mathbf{K}$ は、応答履歴解析の非線形性に関係なく、想定される初期剛性に基づいて作成されたモデルである。しかし、[Chrisp 1980 \[10\]](#) は塑性ヒンジにおいて意図しないスプリアス減衰力が発生することを報告し、その発生メカニズムは後に [Bernal 1994 \[11\]](#) によって説明されている。この現象は、より剛性の高い非線形要素を梁の端部に明示的に組み込んだ場合に発生する。さらに、[Leger et al. 1992 \[12\]](#) や [Charney et al. 2008 \[13\]](#) は、非線形性によって固有振動数が増加する可能性を指摘している。

2.2 瞬間 Rayleigh 減衰

既往の問題を避けるため、初期剛性 \mathbf{K} の代わりに接線剛性 \mathbf{K}_T を使用する。

$$\mathbf{C}^* = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{K}_T \quad (2.4)$$

瞬間 Rayleigh 減衰には、以下の2つのバージョンがあることが分かっている(Carr 2007 [14])。

増分形式：

$$\Delta \mathbf{f}_d = \mathbf{C}^* \cdot \Delta \dot{\mathbf{x}} \quad (2.5)$$

全体形式：

$$\mathbf{f}_d = \mathbf{C}^* \cdot \dot{\mathbf{x}} \quad (2.6)$$

ここで、 \mathbf{f}_d と $\dot{\mathbf{x}}$ は節点の減衰力と速度のベクトルである。本論文では、 a_0 と a_1 は現在の特性を用いて更新するのではなく、初期特性を用いて計算した値を一定に保つと仮定する (Léger et al. 1992 [12], Charney 2008 [13])。

増分形式は、一般に式 (2.5) によって定義される。しかしこの定義方法には大きな問題がある。すなわち、 \mathbf{f}_d と $\dot{\mathbf{x}}$ の原点通過を保証することができないため、解析終了時に節点速度が 0 になっても、 \mathbf{f}_d が 0 に戻るとは限らない(Carr 2007 [14])不自然な挙動となってしまう。また、 \mathbf{f}_d と $\dot{\mathbf{x}}$ の位相が、振動エネルギーを振動系から散逸させるのではなく、逆に供給するような不自然な挙動になる可能性がある。これらの理由により、瞬間 Rayleigh 減衰の増分形式は、場当たりの対応であると言わざるを得ず推奨できない。

そこで瞬間 Rayleigh 減衰の剛性項は、式 (2.6) を採用することとする。このタイプの減衰がどのように機能するかを、バネが完全なバイリニアであると仮定して説明する。この場合、減衰力は弾性期には初期剛性比例として振る舞うが、降伏後は急激に減衰力がゼロになる。この挙動は物理的な根拠に乏しく、この減衰力の不連続性は数値計算上も問題となる。しかし Priestley et.al 2005 [16]は、式(2.6)の使用について、別の正当性を述べているのが興味深い点で

ある。すなわち Priestley et.al 2005 [16]は部材塑性後の減衰は塑性減衰が主体的で粘性減衰の影響は極力小さくするべきであるとし、瞬間 Rayleigh はその主張に合致した挙動を示すと主張している。

2.3 拡張 Rayleigh 減衰

Rayleigh減衰はFig. 2.1のように、質量比例型減衰と剛性比例型減衰の和で表現される。シンプルで有用な減衰モデルであるが、減衰量が一定とみなせる領域(適応振動数域)が狭いのが大きな課題である。対する拡張Rayleigh減衰は、この剛性比例型減衰を因果減衰に置き換えたものである(Fig. 2.2参照)。これにより適応振動数域を広くすることができる。

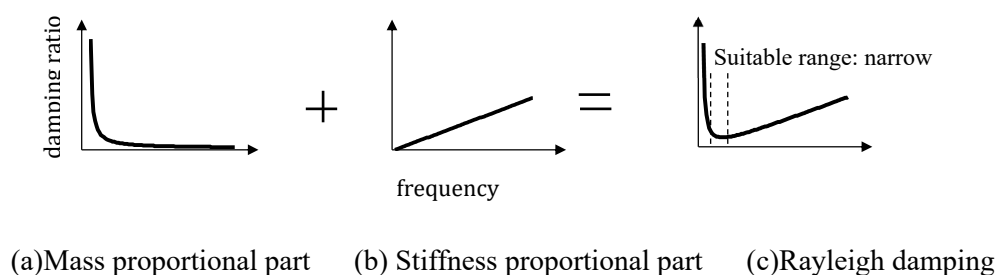


Figure 2.1 Image of the Rayleigh damping

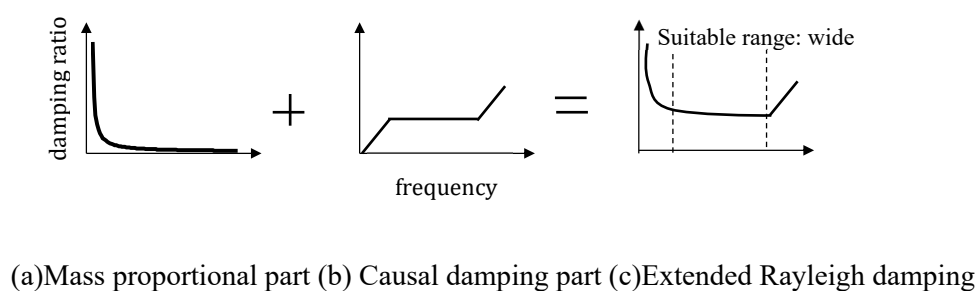


Figure 2.2 Image of the extended Rayleigh damping

Table 2.1 Recommended values of C_0 , C_1 , and C_2

ξ_{aim}	High Accuracy Model (Allowable error= $\pm 5\%$)			Middle Accuracy Model (Allowable error= $\pm 10\%$)		
	C_0	C_1	C_2	C_0	C_1	C_2
1%	0.266	0.770	0.119	0.205	0.920	0.0
:	<i>L.I.</i> ¹⁾					
3%	0.262	0.775				
:	<i>L.I.</i> ¹⁾			<i>L.I.</i>		
5%	0.260	0.780	0.126	0.205	0.920	0.0
:	<i>L.I.</i>			<i>L.I.</i>		
10%	0.235	0.790	0.157	0.180	0.930	0.0251

1) L.I. means “Linear interpolation” between the range.

2.3.1 拡張 Rayleigh 減衰力

文献(Nakamura 2016 [26])より拡張Rayleigh減衰による減衰力 $f_d(t)$ は(2.7)式で表される。

$$f_d(t) = (\alpha' \mathbf{M} + \beta' \mathbf{K}) \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}(\gamma'_1 \cdot \mathbf{u}(t - \Delta t) + \gamma'_2 \cdot \mathbf{u}(t - 2\Delta t)) \quad (2.7)$$

ここで

$$\alpha' = 2\xi_{aim} \cdot f_{lim} \cdot C_0 \quad \beta' = \frac{2\xi_{aim}}{\pi f_{lim}} (C_1 + C_2)$$

$$\gamma'_1 = 2\xi_{aim} \cdot C_1 \cdot b_1 \quad \gamma'_2 = 2\xi_{aim} \cdot C_1 \cdot b_2$$

$$\Delta t = 1/f_{lim}$$

$$b_1 = -0.551 \quad b_2 = -0.130$$

第1項目 $\dot{\mathbf{u}}(t)$ の係数行列はRayleigh減衰力に相当するもので、第2項目が因果減衰力による時間遅れ成分である。 C_0, C_1 , and C_2 は文献(Nakamura 2016 [26])で推奨する適応振動数域で安定した一定値となるよう最適化された数値で、高精度モデルと中精度モデルが示されており(Table 2.1)、本報では高精度モデルを用いる。 f_{lim} はFig. 2.3に示すように一定とさせたい振動数域の上限値で、この振動数域の中間値 $f_{lim}/2$ を中心に安定的に一定となる領域が生じる。なお文献(Nakamura 2016 [26])によれば、安定的となる領域は一定値として与えたい減

衰定数 ξ_{aim} が大きくなるにつれ狭まる傾向がある。

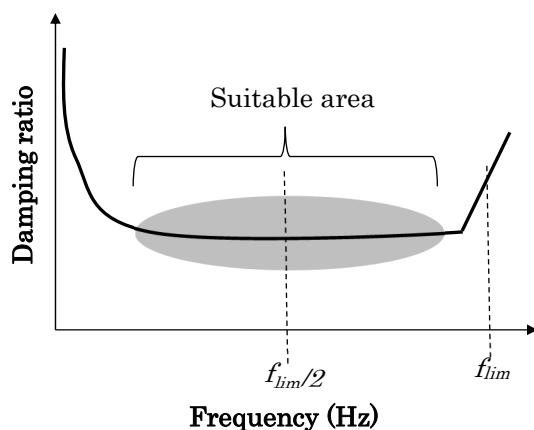


Figure 2.3 Upper limit of the target frequency range and suitable area

2.4 Wilson-Penzien 減衰

Wilson et al. 1972 [7]は、モード減衰行列 \mathbf{C}_{WP} を以下の式で表している。

$$\mathbf{C}_{WP} = \mathbf{M} \left(\sum_{q=1}^n \frac{2\xi_q \omega_q}{M_q} \boldsymbol{\varphi}_q \boldsymbol{\varphi}_q^T \right) \mathbf{M} \quad (2.8)$$

ここで、 \mathbf{M} は質量行列、 ξ は減衰比、 $\boldsymbol{\varphi}_q$ 、 ω_q はそれぞれ q 番目のモードの非減衰固有振動モードベクトルと固有振動数、 M_q は一般化質量 $\boldsymbol{\varphi}_q^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_q$ である。式(2.8)より、回転慣性質量が0であれば、回転自由度には減衰力が発生しない。したがって、梁端モーメントの塑性化によって発生するスプリアス減衰力は理論上発生しない。Chopraら(2016)はスプリアス減衰力対策として定モード減衰を用いることを提案したが、密な行列を用いるため、計算負荷が高くなる。この問題を回避するため、Chopraら(2016)は連立方程式を解く際に接線剛性を用い、正しいモードの減衰力との差を運動方程式の不釣り合い力として扱うことを提案している。そして、この考えはOpenSees(McKenna et al. 1997 [19])に取り入れられた。ただし、Hall 2006 [8]や Ryan et al. 2008 [34], Pant et al. 2012 [35], Pant et al. 2013 [36], Anajafi et al. 2019 [37]などで議論されているRayleigh減衰の問題と同様に、浮き上がり構造や免震構造のように基礎が固定されていない場合や、コンクリートのクラック形成など要素間で大きな剥離がある場合は、変形を過小評価する非保守的なモデル化となる可能性がある。

また, [Luco et al. 2019 \[20\]](#)は, モード減衰において, 非線形要素が弾性状態から塑性状態に移した後、質量のない自由度には減衰項がないため、数値的なノイズによる意図しない速度応答となると報告している。この問題を回避するために、無限小の剛性比例型減衰を付加することで改善できることを報告している。

2.5 キャップ減衰

キャップ減衰は非線形挙動の大きい複雑な振動モデル、例えば基礎の滑動や浮き上がりに適用できる減衰モデルである。このような解析では、瞬間 Rayleigh 減衰が有効であるが、瞬間 Rayleigh 減衰は減衰力低減の挙動に物理的根拠が乏しい上に、質量項の影響により減衰力が過大評価されることが懸念される。Hall 2006 [8]は、10 階建ての集中質量せん断モデルを例として、ばね強度に対する減衰力の比の増加について論じている。弾性状態では復元力と減衰力の比は一定に保たれているが、降伏後は復元力が制限されるのに対し、減衰力は速度に比例して増加する。これは不自然であり、現実の現象としては説明できないことを論じている。初期剛性比例減衰の場合、任意の物語剛性 \mathbf{K} による復元力 \mathbf{f}_k と減衰力 \mathbf{f}_d は次のような関係になる。

$$\mathbf{f}_k + \mathbf{f}_d = (1 + 2\xi i)\mathbf{K} \cdot \mathbf{x} \quad (2.9)$$

ばねが弾性体であり、且つ 1 次モードで振動する場合、復元力と減衰力のピーク値は位相差 $\pi/2$ で 2ξ の比を維持する。しかし、ばねが降伏変位を超え、復元力は降伏強度 \mathbf{R}_{max} でピークとなると、減衰力との比は 2ξ を超える。Hall 2006 [8]によれば、例題モデルで計算された減衰力の最大値は建物の降伏強度の 60%となっており、この応答結果は非保存的であるとしている。そこでキャップ減衰力を以下のように設定することで、この問題を回避した(Hall 2006 [8])。

$$\mathbf{f}_d = \pm \min (a_k \cdot \mathbf{K} \cdot |\dot{\mathbf{x}}|, 2\xi \cdot \mathbf{R}_{max}) \quad (2.10)$$

ここで、 \mathbf{R}_{max} は解析実行前に設定する必要があるが、現状では確立された考え方はない。そのため、設計者の工学的判断により、個別に \mathbf{R}_{max} を設定する必要がある。 \mathbf{R}_{max} の設定例として、先行研究 Hall 2006 [8]、Hall 2018 [9]、Qian et al. 2021 [44]では、層の降伏強度を想定してキャリブレーションにより決定している。

キャップ減衰は、降伏後の減衰力の異常上昇を抑制する効果に加え、ある程度の振動数鈍感性を示す特徴がある。定数 2ξ は、線形構造物があるモードで振動しているときに、そのモードの共振振動数で減衰力と剛性力の比を与えるものである。頭打ちされた粘性減衰力を持つ1自由度質点系を Fig. 2.4 に示す。この系が与えられた変位振幅 X_a で ξ の値以下のランダムな振動数で振動している場合、減衰力は初期剛性比例減衰として振る舞う(赤線)。ただし同じ X_a で振動していても、より高い振動数で振動している場合は、想定以上に大きな減衰力が働くことになる。しかし、高次モードの減衰は、減衰力の頭打ち効果により、振動数が上がっても増加しせず、質点系の減衰力は振動数に依存しない状態に近づいている。したがって、キャップ減衰力は振動数に依存しにくい挙動となる。

振動数非依存性をさらに高めるためには、時々刻々と得られる復元力の振幅量に応じて頭打ち値を何らかの方法で動的に調整する必要がある。この方法は、あらかじめ頭打ち値を初期値で固定するよりも優れていると考えられる。さらに、先行研究 Hall 2006 [8]、Hall 2018 [9]、Qian et al. 2021 [44] では解析対象が1方向入力に限定されているが、実用性を高めるためには3方向同時入力に対応できるようなモデル化が必要である。

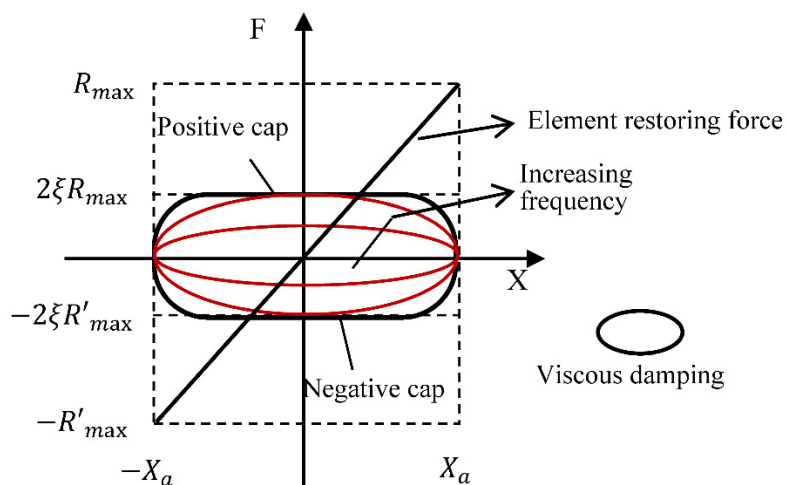


Figure 2.4: Element force and viscous damping forces vs. displacement for a single-degree-of-freedom oscillator under harmonic motion with increasing frequency at constant displacement amplitude X_a : R_{max} is maximum restoring force of spring. [presented by Hall (2018)]

2.6 一様減衰

Huang et al. 2019 [29]は、広い振動数範囲で振動数に依存しにくい減衰を実現する新しい減衰モデルを提案した。運動方程式の定式化は以下の通りである。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{f}_k(t) + \mathbf{f}_d(t) = \mathbf{p}(t) \quad (2.11)$$

ここで、 \mathbf{M} は質量行列、 \mathbf{f}_k は復元力、 $\mathbf{f}_d(t)$ は減衰力、 $\mathbf{p}(t)$ は外力である。 $\mathbf{f}_d(t)$ は、 N 個のフィルター付き力履歴 $\mathbf{f}_{Ln}(t)$ 、 $n=1\sim N$ の集合に置き換えられる。

$$\mathbf{f}_d(t) = 2\xi \sum_{n=1}^N \frac{\alpha_n}{\omega_{cn}} \cdot \frac{d\mathbf{f}_{Ln}}{dt}(t) \quad (2.12)$$

ここで、 ξ は減衰比、 ω_{cn} は減衰比が想定振動数範囲内で目標値に適合するカットオフ振動数、 α_n は減衰比が想定振動数範囲内で均一になるように調整するための調整係数ベクトルで、 $\alpha = [\alpha_1, \dots, \alpha_N]$ である。Huang et al. 2019 [29]は、最小二乗法を用いた最適化により α_n を算出している。

$$\mathbf{f}_{Ln}(t) + 2\xi \sum_{n=1}^N \frac{\alpha_n}{\omega_{cn}} \cdot \frac{d\mathbf{f}_{Ln}}{dt}(t) = \mathbf{f}_k(t) \quad (2.13)$$

本論文で使用するプログラムの実装方法は付録 1 に示す。

2.7 既往の等価粘性減衰モデルの限界

先行研究で明らかになった等価粘性減衰モデルの限界をまとめると、以下のようになる。

- 1) 一般に粘性減衰のモデルは振動数に依存する (Clough et al. 2003 [38])。
- 2) 弾塑性解析で Rayleigh 減衰を用いると、梁端に挿入された硬い非弾性バネが降伏する際に、スプリアス減衰力が発生することがある (Chrisp 1980, Bernal 1994 [10]) 。
- 3) 瞬間 Rayleigh 減衰の概念は、減衰力発生メカニズムに物理的な根拠がないため、場当たりの方法である(Hall 2006 [8])。
- 4) 弾塑性解析で Rayleigh 減衰または瞬間 Rayleigh 減衰を使用すると、固有モードが変化するため、不適切な減衰力が発生する(Leger et al. 1992 [12], Charney et al. 2008 [13]) 。
- 5) Rayleigh 減衰やモード減衰は、質量項減衰力の影響を受けるため、剛体運動(免震、浮き上がり、滑り)を伴う構造物には適用できない(e.g., Hall 2006 [8], Ryan et al. 2018 [34], Pant et al. 2012 [35], Pant et al. 2013 [36], Anajafi et al. 2019 [37]) 。
- 6) スプリアス減衰力の発生を避けるためにモード減衰を用いることは有効である[Chopra et al. (2016)]が、要素が弾性から弾塑性に遷移した後に質量自由度のない意図しない速度応答が発生する (Luco et al. 2019 [20])。
- 7) オリジナルのキャップ減衰には上限を設定する根拠が乏しいため、キャップ付き減衰力が剛性比例減衰の振動数独立性にどれだけ効果があるのか不明である。さらに、3次元振動を考慮した場合、層減衰力によるモデル化だけでは不十分である (Qian et al. 2021 [44])。

次に、20階建ての魚骨モデルを用いて、これらの解析問題を実証する。

2.8 20階建て魚骨モデルによる数値的検証

2.8.1 モデル概要

減衰モデルによる応答の違いを把握するため、周期2秒の高層建物を模擬した魚骨モデルを用いて比較検討を行う(Fig. 2.5(A))。全ての節点の鉛直自由度は拘束し、各梁レベルにある節点の水平自由度は同一変位とする。階高は3.5mとし、スパンは6mを想定して、左右3mの梁を設定している。Table 2.2に設定した断面を示す。梁にはスラブによる剛性増大率 $\Phi(=1.5)$ を乗じ、柱梁の剛比は梁1に対し柱1.8~1.9程度である。周期2秒となるよう調整した質量をFig. 2.5(A)の柱梁接合節点部に各階一律59.19(t)を与える。なお各節点の回転慣性質量は0とする。構造形式による違いを確認するため、Fig. 2.5(B)に示すS造を想定した梁端にバイリニア復元力特性を有する場合と、RC造を想定した梁端に武田モデル(Fig. 2.5(C))を有する場合で比較する。なおRC造モデルは便宜的にS造の剛性と降伏モーメントを流用する。武田モデルのひび割れ曲げ耐力は降伏耐力の0.3倍とし、ひび割れ後剛性は初期剛性の0.5倍と仮定する。Table 2.3に梁の初期剛性($=3EI/l$)と剛性低下率、ひび割れモーメント、降伏モーメントを示す。弾塑性梁の材端弾塑性バネは一般に、陰に要素剛性マトリクスに取り込む方法と、材端に中間節点を設けて陽に配置する方法が考えられる。後者の場合、材端ヒンジばねの初期剛性はモデルの線形固有振動に影響を及ぼさないように高く設定されるが、スプリング減衰力はこのようなモデル化で顕著に表れる(Chrisp 1980 [10], Bernal 1994 [11])。本検討では後者の方法を行い、梁剛性の1000倍の剛性を有する弾塑性ばねを挿入する(Fig. 2.5(D))。したがって表2に示す非線形特性は、解析モデルの材端ばねとしてK1は1000倍し、一方でK2、K3の剛性低下率は1/1000倍して、K2は0.0005、K3は1.0E-6を与える。

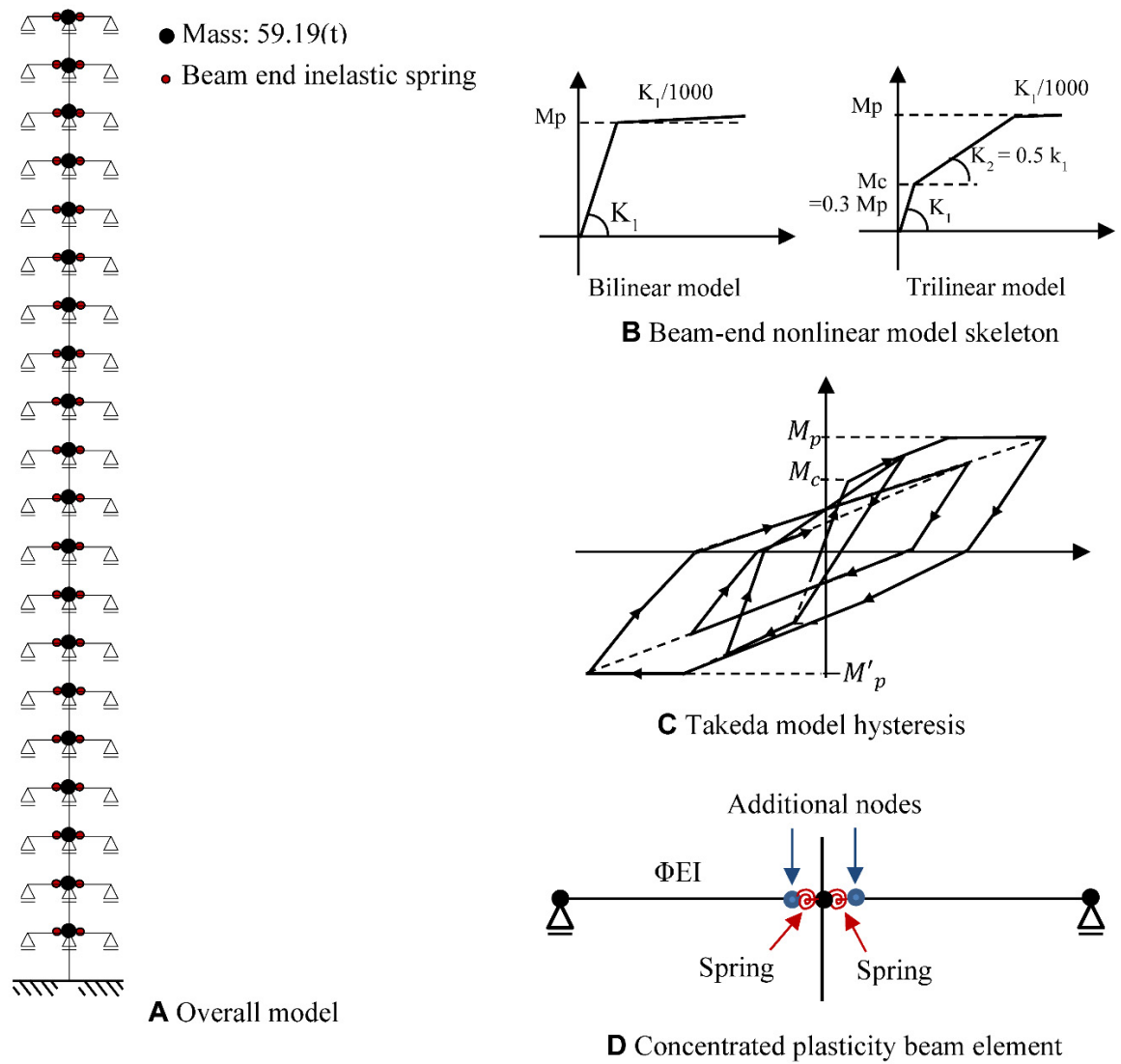


Figure 2.5: (A) Overall view of the 20-story fish bone model, (B) beam-end nonlinear model skeleton, (C) Takeda model hysteresis, and (D) concentrated plasticity beam element.

Table 2.2 Member section and stiffness

Beam		
Story		EI (kN.cm ²)
12 - 21	H-800x250x16x32	5.929x10 ⁹
2 - 11	H-800x300x16x32	6.897x10 ⁹
Column		
Story		EI (kN.cm ²)
11 - 20	□-800x32	1.284x10 ¹⁰
1 - 10	□-800x36	2.199x10 ¹⁰

Table 2.3 Nonlinear property of beam-end spring

Story	K1 (kN.cm/rad)	K2	K3	Mp (kN.m)	Mc
12 - 21	5.929×10^7	0.5K1	K1/1000	2971	0.3Mp
2 - 11	6.897×10^7	0.5K1	K1/1000	3410	0.3Mp

2.8.2 入力地震動

地震動は、減衰率 5%の加速度応答スペクトルを目標スペクトルとし、ランダム位相特性（再現周期 500 年）を用いて作成した。Fig. 2.6 に模擬地震動と加速度・擬似速度の応答スペクトルを示す。

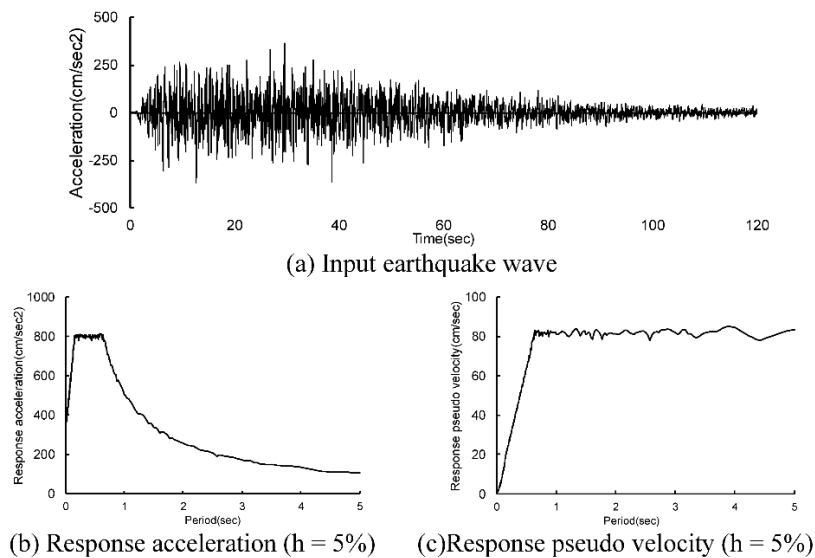


Figure 2.6 Simulated earthquake motion

2.8.3 実証実験に使用する減衰モデル

減衰モデルは以下に示す 6 種類を用いる。

- (1) Rayleigh 減衰 (RI)
- (2) 瞬間 Rayleigh 減衰 (RT)
- (3) Wilson-Penzien 減衰 (WP)
- (4) 改良キャップ減衰 (CP)
- (5) 初期剛性比例減衰 (SI)
- (6) 瞬間剛性比例減衰 (ST)

Rayleigh 減衰には 1 次と 2 次に対して減衰比 $\xi=2\%$ を与える。

なお、本節で使用したキャップ減衰は、オリジナルの方法ではなく、改良されたものである。オリジナルのキャップ減衰の問題点とその改善策については次章で述べる。

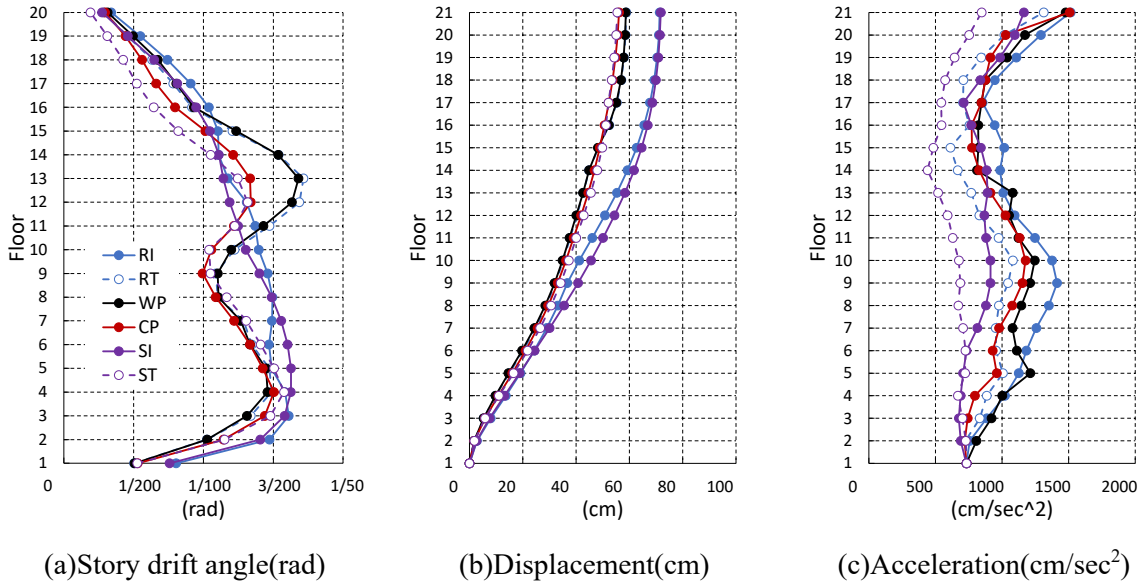
2.8.4 結果

Fig. 2.7 は層の最大応答を示しており、S 造では層間変形角と変位は CP、ST、RT、WP が近い性状を示しているが、加速度は SI、ST が他に比べて小さい。RC 造は CP、ST、RT、WP がいずれの応答でも近い傾向が見られる。このような傾向を示す理由として、降伏やひび割れによって剛性勾配が緩やかになると、復元力最大値の変動も緩やかとなり、これが振動数非依存性の精度を高めていると考えられる。この比較結果によれば CP と ST は同程度となっており、その理由として両モデルとも基本的には剛性比例減衰としての共通の特徴を持った減衰モデルであるため、大きく異なるモデル化とはなっていないためであると考えられる。

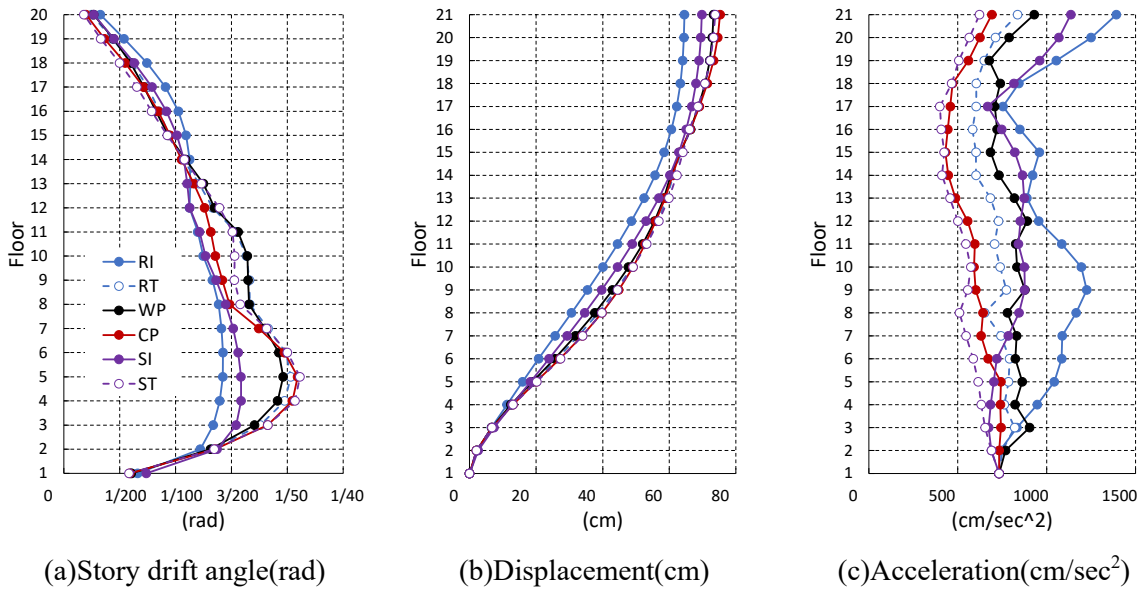
2.8.4.1 スプリアス減衰力が応答に与える影響

Fig. 2.7 で、S 造の RI と SI の応答には類似性があり、RC 造では RI の層間変形角および、変位応答は他の減衰モデルに比べて極端に小さく、加速度は逆に大きくなっている。**Fig. 2.8** は S 造および RC 造における 3 階柱頭と 4 階柱脚の材端モーメントの平均 M_{SC} を両側の梁降伏モー

メント M_y で除して無次元化した時刻歴を示しており、通常、梁と柱の材端モーメントは弾塑性に至っても常に釣り合うため、1.0を超えることはない。しかし、Fig. 2.8のS造及びRC造におけるRIの場合は、梁の降伏後でも柱には1.0を超え、2.0以上の材端モーメントが生じている。これは梁部材がスプリング減衰力によって降伏に至っていないためである。

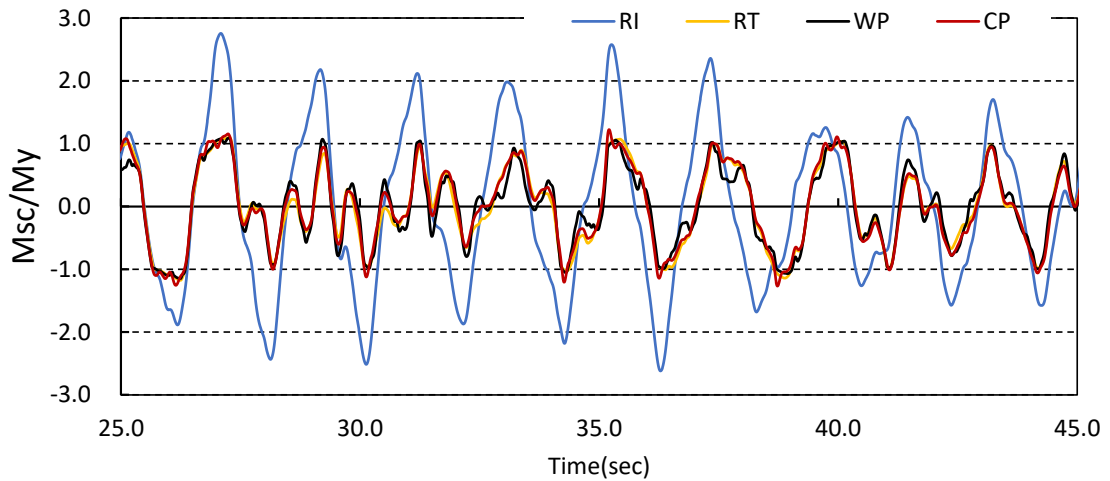


S structure

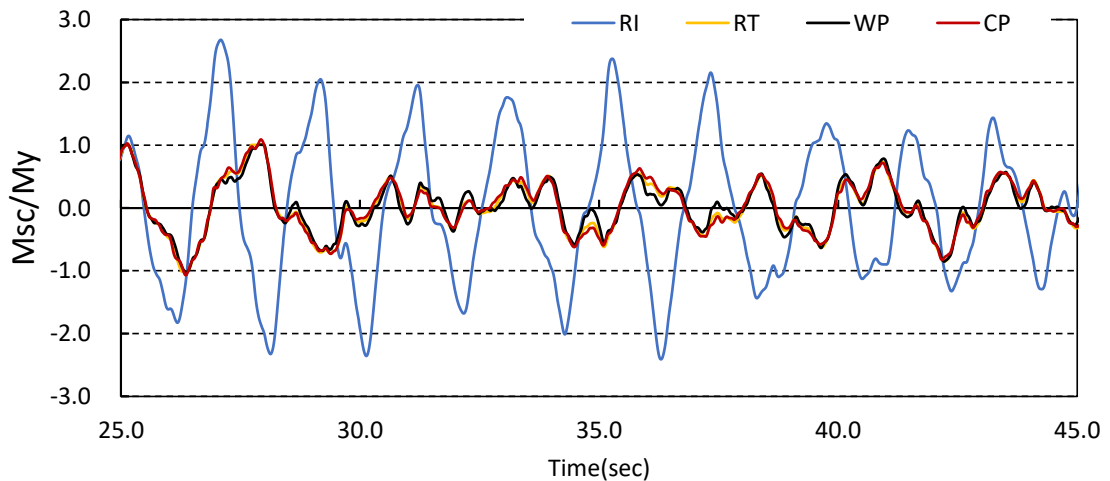


RC structure

Figure 2.7 Distributions over the height of the 20-story building.: (a) peak story drift angle in each story, (b) peak displacement in each story and (c) peak acceleration in each story.



S structure



RC structure

Figure 2.8 Beam-end moment of column-beam connection at 4th floor

Fig. 2.9 は S 造および RC 造の 4 階梁材端ばね部におけるモーメント、および減衰力と柱梁接合部の節点回転角の関係を示している。S 造の SI が非線形弾性のような性状を示しているのは、梁材端モーメントとスプリング減衰力によって外力に抵抗するため、材端ばね自体はほとんど塑性変形をせずに、柱梁接合部の節点回転角だけが増えたためである。これは剛なバネが受け持っていた力が、降伏によってそれ以上維持できなくなり、代わりに減衰力が全ての力を負担する機構に移行したとも考えることができる。また RC 造は、ひび割れ後の剛性低下による建物変形への影響が大きいため、ひび割れ後の大きなスプリング減衰力によって、梁が降伏しにくい状態となることが直接建物の変形に反映していると考えられる。一方 ST と CP に

は大きな減衰力は発生していない。CP は減衰力が連続的に変化する性状であるのに対し、ST は部材が降伏して剛性を失った第一、第三象限で減衰力が 0 となる性状を示している。

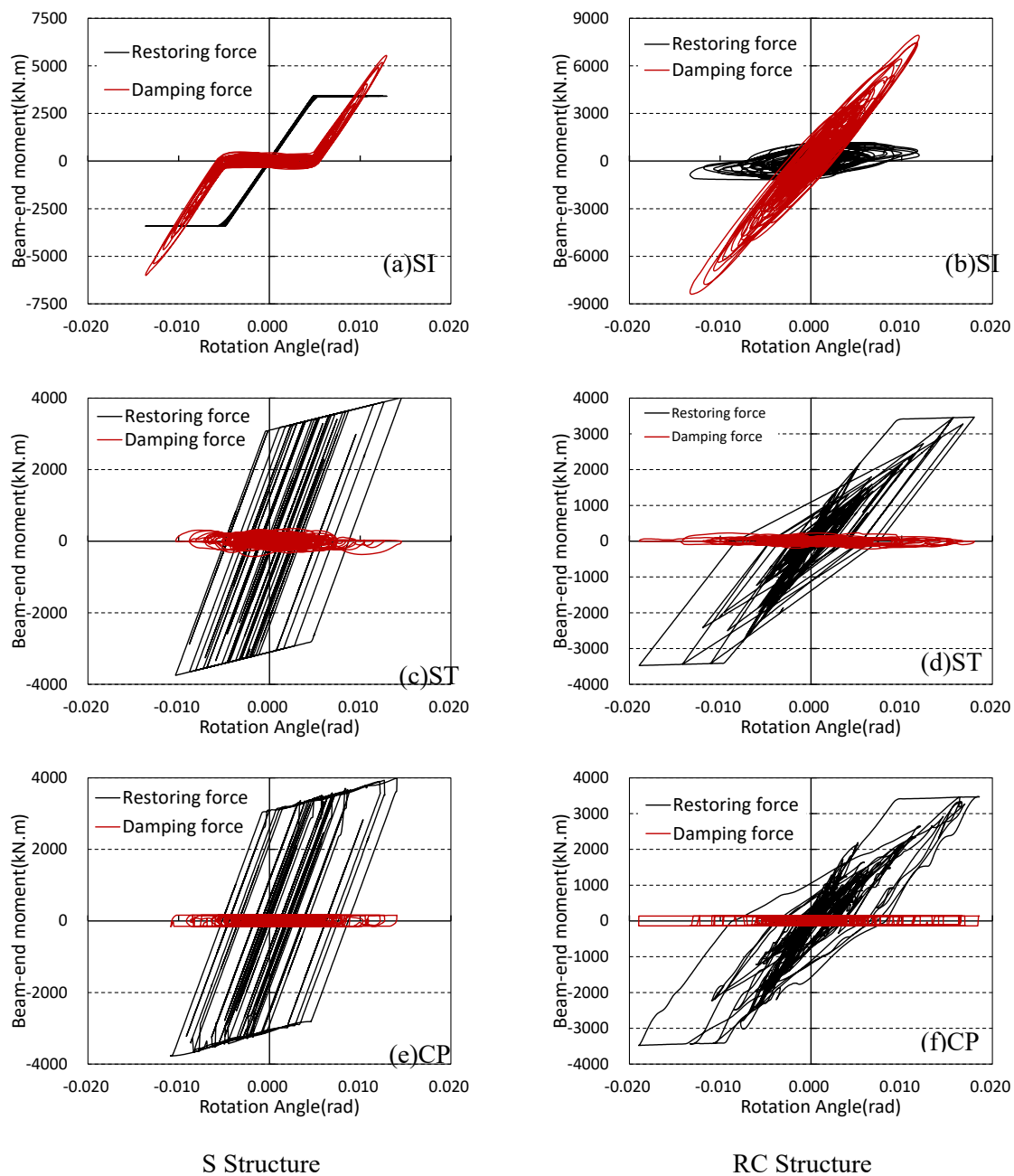


Figure 2.9 Beam-end moment vs nodal rotation angle. The node is column-beam connection at 4th floor.

2.8.4.2 ノイズの影響

回転変位に異常がないことは確認しているが、Fig. 2.10 に示すように、回転速度ではモード一定減衰の応答だけ他の応答と比べて異質であり、梁が降伏した以降に片方向にドリフトしている。これは物理現象としては不自然であり、Luco et al. 2019 [20]が指摘する Newmark- β 法などの時間離散化から求める解法で生じるノイズである。これを回避する方法として微小な剛性比例減衰を付加することを提案しており、モード一定減衰に $h=0.001\%$ の剛性比例減衰を付加した場合の結果 WP(+0.001%)を Fig. 2.10 に追記している。微小な減衰であるが、これによってドリフト現象が改善されていることが分かる。一方で CP は、復元力の最大値によって減衰力が頭打ちとなるが減衰項が存在するため、不自然な応答ではない。

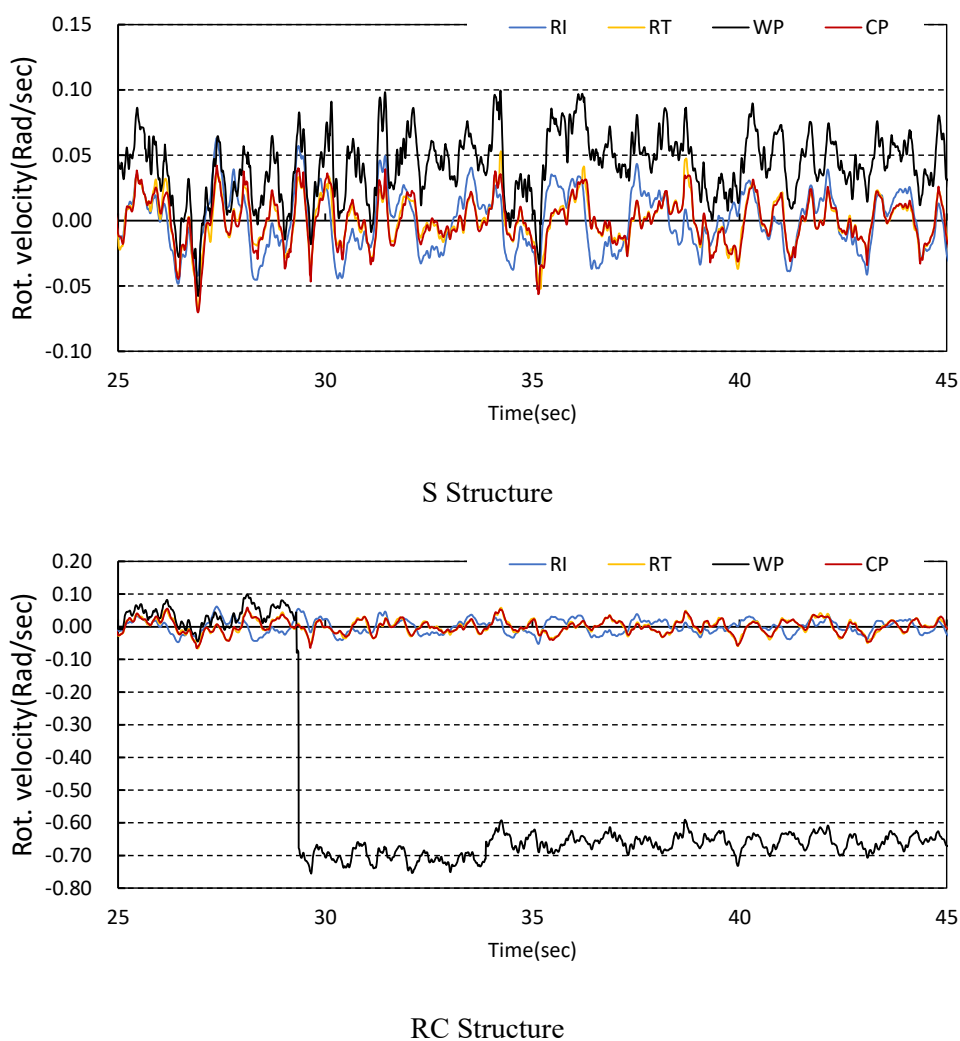


Figure 2.10 Time history of Rotational velocity. The node is column-beam connection at 4th floor.

2.8.4.3 滑りを伴う弾性応答

建築物全体の滑り現象に対するキャップ減衰の有効性を確認するため、Fig. 2.5(A)の建物モデルの地盤部に非線形滑りバネを挿入して応答解析を実施する(Fig. 2.11(A))。1Fの質量は他階と同じ59.19(t)とする。このような解析の場合、Rayleigh減衰やモード一定減衰は、Fig. 2.11(A)に示すように、基盤と各階水平成分を繋ぐ減衰項が過剰に働くため、応答が大きくなる。そこでFig. 2.11(B)に示すように、質量項に依存するダッシュポットが1Fからの相対速度に対して働く、部分Rayleigh減衰モデルRT(P)と、部分モード一定減衰モデルWP(P)を比較モデルとして追加する。減衰マトリクスの作成方法は割愛するが、RT(P)およびWP(P)は、基礎固定として構築した減衰マトリクスを拡張して作成している。なお上部構造は弾性とし、Fig. 2.11(C)に示すように、滑りバネの復元力特性は滑りによるエネルギー吸収の影響を検討から除外するため、非線形弾性バイリニアモデル($K_1=1000\text{kN/cm}$ 、 $F_y=1000\text{kN}$ 、 $K_2=K_1/10000$)とする。

以上、RT、RT(P)、WP、WP(P)、SI、CPの6タイプの減衰モデルによる比較を行う。なおRayleigh減衰は、滑りバネの滑り後の剛性変化の影響を取り入れるために瞬間型(RT)を用いる。減衰比は2%とし、RTとRT(P)は基礎固定時の固有値解析結果に基づき1次と2次で2%、CPは1次に対して2%とする。

Fig. 2.12に最大応答結果を示す。全ての応答でRT(P)、WP(P)とCPの応答は近い傾向がある。RTも層間変位、加速度はそれに近い応答となるが、変位は小さくなっており、これは質量項の効果であると考えられる。WPは全ての応答で他のモデルとの差が大きく、特に変位では1Fでの滑り現象が発生していない。RT(P)やWP(P)はこの場合の最も適切なモデル化であると考えられるが、CPは基礎固定時と減衰モデルを変更していないが、それに近い応答となっている。SIもCPと近い応答となっているが、加速度はCPより小さく、高次モード減衰の影響度の違いによるものと考えられる。

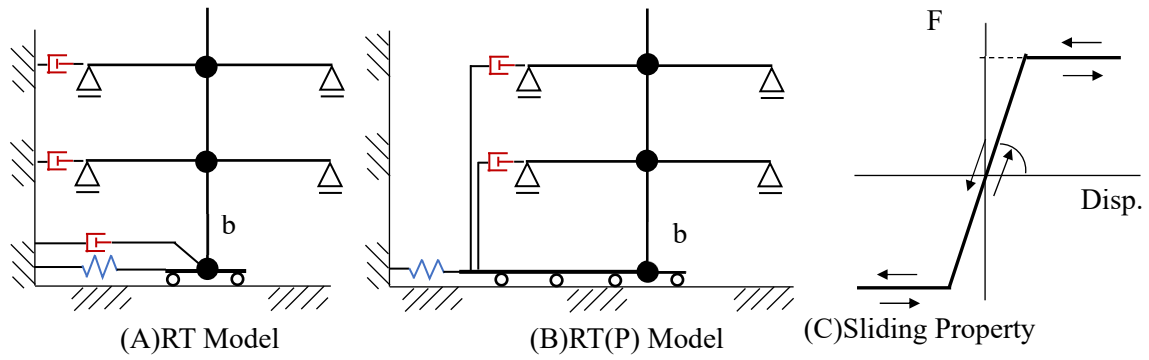


Figure 2.11 Sliding model and mass term dashpot of each damping model. (A)Rayleigh damping, (B)Partial Rayleigh damping, (C)Sliding spring property.

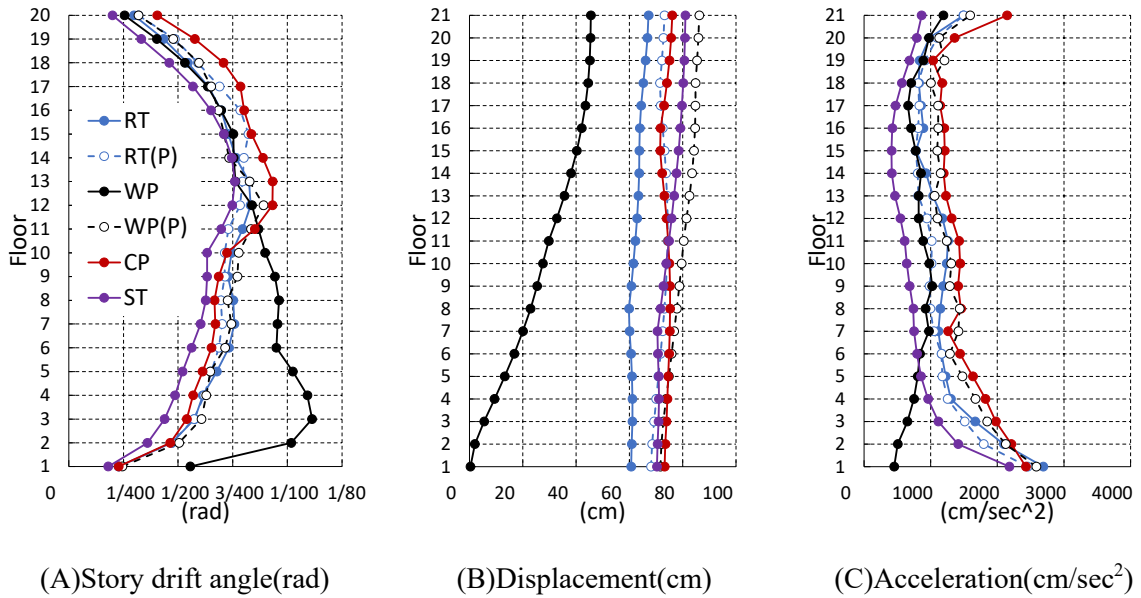


Figure 2.12 Distributions over the height of the 20-story building.: (A)peak story drift angle in each story, (B)peak displacement in each story and (C) peak acceleration in each story.

3 最大応答復元力に基づいた頭打ち付き初期剛性比例減衰モデルの振動性状

本章では、Hall 2006 [8]が提案したキャップ減衰の問題点に着目し、それを回避できるバランスの良いモデルを探索することを目的としている。本章では3種類のキャップ減衰モデルとの比較により振動特性を解析し、改良キャップ減衰モデルの工学的な利便性／有効性を示す。

3.1 はじめに

建物の減衰は立地条件や経年変化など様々な要因に影響され、その変動が大きいため定量的な評価は困難である。しかし、減衰モデルの選択は地震応答解析に大きな影響を与えるため、そのような物理量を数値シミュレーションにどのように取り入れるかは工学的には重要な問題である。最近の論文 Huang et al. 2019 [29]、Nakamura 2019 [27]、Mogi et al. 2021 [45]、Ota et al. 2021 [28]はこの問題を解決しようと、広い振動数範囲にわたって振動数非依存性を達成する粘性減衰モデルを論じている。これらの減衰モデルは、既存の粘性減衰モデルの問題点を克服する優れたものであるが、高度な計算アルゴリズムを取り入れる必要がある。そこで本研究では、キャップ減衰 Hall 2006 [8]に着目し、振動数非依存性を容易に実現する減衰モデルを開発した。初期剛性比例減衰力に上限を与えるキャップ減衰モデルは、ある程度の振動数非依存性が期待できる。しかし減衰力がキャップ値に達しない限り、単に初期剛性比例減衰として振る舞う可能性があるが、オリジナルのキャップ値の設定には明確な物理的根拠が示されていない。

この問題を克服するために、本研究では、キャップ減衰力の設定値における物理的根拠を明確にすることができる新しい減衰力モデルを提案する。そして、オリジナルのキャップ減衰モデルや他の従来モデルと比較することで、提案モデルの有効性を実証する。最終的には、3次元解析により提案モデルの実用性を確認する必要があるが、まず、20階建ての魚の骨の簡単なモデルを用いて、提案減衰モデルの基本的な特性を検証した。

3.2 改良キャップ減衰の基本概念

減衰力の頭打ち量は、減衰特性を決定する重要な要素である。Hall 2006 [8]、Hall 2018 [9]、Qian et al. 2021 [44]は、復元階力 F_y の降伏値を用いて、層せん断減衰力を $2\xi F_y$ で頭打ちにすることを提案している。しかし、減衰力がキャップされた減衰力に達しない限り、単に初期剛性に比例した減衰となる可能性がある。したがって、振動数非依存性を実現するためには、振幅量に応じた上限減衰力を設定する必要がある。さらに、減衰機構は層レベルではなく、部材レベルで直接モデル化できる必要がある。本節では、部材レベルで復元力の振幅に応じた振動数非依存減衰を生成する機構を提案する。

3.2.1 キャップ減衰による振動数非依存減衰のモデル化

建物が1次モードで単振動をしているとき、ある層の層間変位が最大振幅 \mathbf{x} であるとする、層に発生する最大減衰力 \mathbf{f}_{dmax} は層剛性 \mathbf{K} を用いて(3.1)式で表せる。

$$\mathbf{f}_{dmax} = 2\xi \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{x} = 2\xi \cdot \mathbf{r}_{max} \quad (3.1)$$

\mathbf{r}_{max} は最大復元力であり、 $\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}$ に等しい。そして、建物が第1モードで振動している場合、復元力が降伏強度によって頭打ちされない限り、減衰は線形粘性減衰となる。次に、振動系が2次モードで単振動することを考えた場合、最大減衰力は同様に最大振幅 \mathbf{x} を用いて次式で評価することができる。

$$\mathbf{f}_{dmax} = \frac{2\xi}{\omega_1} \cdot \mathbf{K} \cdot \omega_2 \cdot \mathbf{x} = 2\xi \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \mathbf{r}_{max} \quad (3.2)$$

ω_1 、 ω_2 はそれぞれ、1次、2次の固有円振動数を表す。式(3.2)は見かけ上、減衰力が振動数に比例して上昇したことになり、これは初期剛性比例減衰力が振動数に比例するモデルであるためである。しかし、もし減衰力が $2\xi \cdot \mathbf{r}_{max}$ で頭打ちになる場合、2次モードで振動している系は、振動数に依存性した係数 ω_2/ω_1 が1.0となるため、仮に1次モードと2次モードが同一の振幅量で振動した場合は、1サイクル当たりで吸収される減衰エネルギー量は同程度となる。この原理を上手に数値解析に取り入れることができれば、振動数には依存せず、振幅量に依存

したモデル化を実現することが可能になると考えられる。しかし、時刻歴解析では復元力は時々刻々変化し、また変位と速度の最大応答発生時刻には $\pi/2$ の位相差が存在するため、現時刻における減衰力の頭打ち量の評価にどのような r_{max} を用いるべきかがモデル化の重要な問題となる。そこで本研究では、任意のある時刻付近で記録された最大変位 x と最大速度 \dot{x} には、近似的に $\dot{x} \cong \omega x$ の関係が成り立つと仮定し、キャップ減衰力 f_{dmax} は、直近に生じた復元力の最大値 r_{max} を用いて $f_{dmax} = 2\xi \cdot r_{max}$ で評価できるとする。これはある時刻近傍の最大変位 x_a および最大速度 \dot{x} は多くの場合、円振動数 ω を有する一つの主要なモードによって支配されているとの経験則に基づいている。これにより副次的な高次モード減衰力は f_{dmax} による頭打ちを受けることによって独立的な挙動ができなくなり、ある程度の振動数非依存化が実現できると考えられる。次節では、具体的な直近に生じた復元力の最大値 r_{max} の設定方法について説明する。

3.2.2 r_{max} の更新方法

本研究では直近に生じた部材復元力のピーク値を r_{max} とした減衰力 $2\xi \cdot r_{max}$ で頭打ちを与える方法を提案する。Fig. 3.1 は部材端の任意の復元力成分の時刻歴を表している。この復元力時刻歴を例に r_{max} の更更新手順を説明する。 r_{max} は正負方向でそれぞれ最大値を格納し、その更新は以下のルールで行う。

r_{max} の更新ルール：

- I. r_{max} と現時刻復元力を比較して現時刻復元力の方が大きい場合、現時刻復元力で更新する。
- II. 復元力が増加状態から減少状態に変わる時、現時刻復元力で更新する。

Fig. 3.1 の赤破線、青破線は正側、負側それぞれの r_{max} が更新される時間領域を示しており、○は減少直前の最後に r_{max} が更新された時点を示している。”A”は正側に復元力が増加している状態を表しており、この時正側のピーク値 $p r_{max}$ はルールIにより赤破線の間は逐次更新され続ける。”B”は負側に切り替わって負側に増加している段階を表しており、この青破線の領域でルールIにより負側のピーク値 $n r_{max}$ が逐次更新される。”C”は再度正側で増加している段階を表しており、直近に記録された $p r_{max}$ を超える赤破線の領域でルールIにより $p r_{max}$ が逐次更

新される。"D"は再度負側で増加している段階を表しており、直前に記録された $n\mathbf{r}_{max}$ を超えていないが、ルールIIにより $n\mathbf{r}_{max}$ が更新される。途中"D"のように正側で減少から増加に変化する場合は $n\mathbf{r}_{max}$ の更新は行われない。

以上のように直前で生じた復元力のピーク値を \mathbf{r}_{max} とすることで、振動数ではなく現時刻付近の振幅量に依存した減衰力が創出されると考えられる。なお \mathbf{r}_{max} の更新に部材が弾性か弾塑性であるかの区別はなく、その時の復元力が判定に適用される。以上のルールに従って、全部材の各復元力ベクトル \mathbf{r}_{max} を更新することで、3次元解析での汎用的な応用も可能となる。

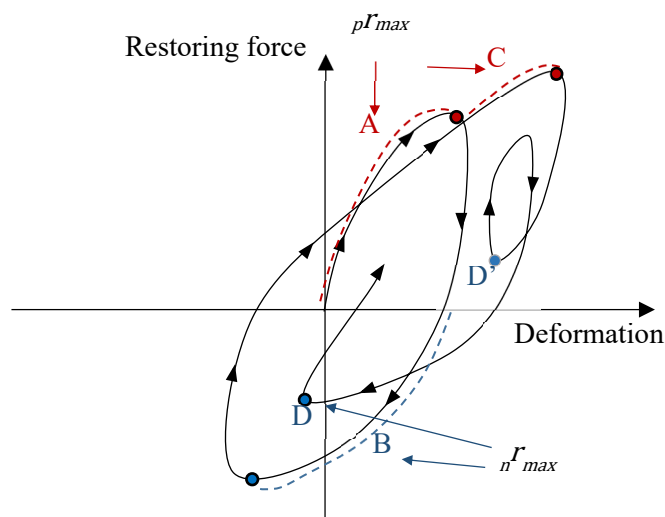


Figure 3.1: Update procedure for the maximum amplitude of restoring force \mathbf{r}_{max} .

3.2.3 改良キャップ減衰のプログラム実装方法

Fig. 3.2 に、キャップ減衰のプログラムフローを示す。運動方程式は、積分時間間隔 Δt における漸化式 (3.3) を累積的に求める。

$$\mathbf{M}\Delta\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\Delta\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\Delta\mathbf{x} = \Delta\mathbf{p} \quad (3.3)$$

ここで、 \mathbf{M} は質量、 \mathbf{K} は接線剛性、 \mathbf{C} は初期剛性比例減衰量行列である。漸化式は、静荷重と変位との関係式 (3.4) の形をとり、有効剛性行列 $\tilde{\mathbf{K}}$ は式(3.5)、有効荷重 $\Delta\tilde{\mathbf{p}}$ は式(3.6)のようになる。

$$\tilde{\mathbf{K}}\Delta\mathbf{x} = \Delta\tilde{\mathbf{p}} \quad (3.4)$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + \frac{6}{\Delta T^2}\mathbf{M} + \frac{3}{\Delta T}\mathbf{C} \quad (3.5)$$

$$\Delta\tilde{\mathbf{p}} = \Delta\mathbf{p} + \left(\frac{6}{\Delta T}\dot{\mathbf{x}} + 3\ddot{\mathbf{x}}\right)\mathbf{M} + \left(3\dot{\mathbf{x}} + \frac{\Delta T}{2}\ddot{\mathbf{x}}\right)\mathbf{C} \quad (3.6)$$

本プログラムでは、Fig. 3.2 に示すように、a)で有効剛性行列 $\tilde{\mathbf{K}}$ を修正コレスキー分解により三角分解する。次に、b)で式(3.6)に示す有効荷重を計算する。c)では、要素応力と最大復元力 \mathbf{r}_{max} を更新する。最後に d)において式 (3.7) の要素初期剛性-比例減衰行列 \mathbf{C} によって得られる要素減衰力ベクトル \mathbf{f}_d と最大復元力から得られる要素減衰力ベクトルのうち小さい方を要素減衰力 \mathbf{f}'_d として採用する。さらに式 (3.8) 中の i は要素の自由度を表す。ここで \mathbf{r}_{max} は2次元配列であり、 \mathbf{f}_d の正方向と負方向を評価するために、それぞれ復元力の正側と負側の最大値を保持する。

$$\mathbf{f}_d = \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{C} = \frac{2\xi}{\omega_1} \cdot \mathbf{K} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{f}'_d(i) = \min(\mathbf{f}_d(i), 2\xi \cdot \mathbf{r}_{max}(i)) \quad (3.8)$$

要素の減衰力ベクトル \mathbf{f}_d' を加算した更新後減衰力ベクトル \mathbf{d}' を用いて全運動方程式の釣り合いを計算し、式 (3.9) により不釣り合い力 \mathbf{u} を計算して次のステップに持ち越す。 \mathbf{p} と \mathbf{r} は現時点の外力と復元力ベクトルである。

$$\mathbf{u} = \mathbf{p} - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} - \mathbf{d}' - \mathbf{r} \tag{3.9}$$

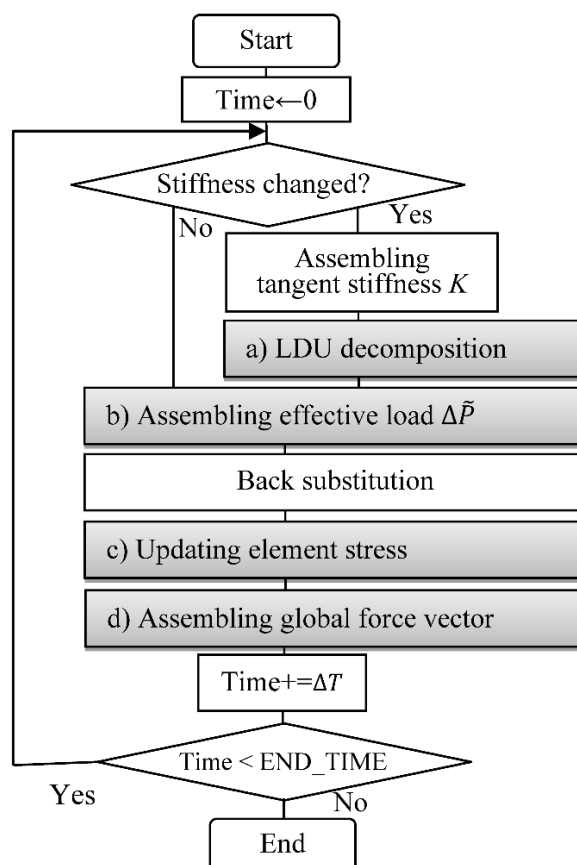


Figure 3.2 Program flow

3.3 20階建て魚骨モデルによる妥当性検証

3.3.1 解析モデル概要

解析検討モデルは第2章で使用したのと同じであるため (Fig. 2.2)、詳細は省略する。

3.3.2 地震動

地震動は2章 (Fig. 2.3) で使用したのと同じであるため、詳細は割愛する。

3.3.3 各種キャップ減衰モデルの比較

提案するモデル化の有効性を証明するために、オリジナルのキャップ減衰[CP(O)]、改良キャップ減衰 A[CP(A)]、改良キャップ減衰 B[CP(B)]の3種類のモデルを比較検討した。各減衰モデルの精度は、構造剛性が変化するたびに固有値解析を行って減衰マトリックスを作成する非線形モード減衰モデル (WP) との比較により確認した

横方向の層間ダンパーの与え方として、オリジナルモデル CP(O)には Hall 2006 [8]、Hall 2018[9] が提案している方法を用いる。すなわち、ダンパー係数 C_i の高さ方向の分布は、横方向の層間剛性 K_i に比例するとし、 $C_i = \alpha K_i$ (i は階数) とした。想定される1次モードの減衰比 ξ_1 の係数 α は、式 (3.10) (Qian et al. 2021 [44])より算出した。

$$\xi_1 = \alpha \frac{T_1 \sum_i k_i (\phi_{1,i} - \phi_{1,i-1})^2}{4\pi \sum_i m_i \phi_{1,i}^2} \quad (3.10)$$

ここで、 m_i 、 $\phi_{1,i}$ 、 T_1 はそれぞれ、各階質量、1次モードの水平方向ベクトル、1次モード周期を表す。 k_i は水平外力 $\phi_{1,i}$ 分布の静的解析により求めた。これらのパラメータから、 $\alpha = 0.0127$ とした。各階強度 R_i 値は、想定した地震動による弾塑性応答解析から、 $\xi = 2\%$ の非線形定数モード減衰で得られる最大階せん断力応答として推定した。RC造とS造の弾性・弾塑性応答解析の計測から推定された結果を表3.1に示す。リーフ後のダンパー係数は初期減衰係数の1/1000倍とする。

CP(A)はキャップされた減衰力を決定する方法である。これは、過去に経験した復元力の最大値を r_{max} としている。このモデルは本研究で推奨するモデルではないが、メカニズムが明確で

あるため比較対象として検討した。また、このモデルは CP(B)よりもプログラムへの実装が容易である。

本研究では、CP(B)を推奨する手法としている。これは、直近に経験した復元力の最大値を r_{max} として減衰力に頭打ちを与える方法である。

Table 3.1 Interstory capped damping force $2\xi r_i$ of CP(O) estimated from seismic RHA

Floor	$\phi_{1,i}$	$K_i(\text{kN/cm})$	$r_i(\text{kN})$			$2\xi r_i(\text{kN})$		
			Elastic	S	RC	Elastic	S	RC
21	1.00							
20	0.99	694.4	350.1	491.9	413.7	14.0	9.8	8.3
19	0.98	806.3	697.2	891.5	686.1	27.9	17.8	13.7
18	0.96	824.7	1039.1	1218.7	832.8	41.6	24.4	16.7
17	0.93	826.3	1373.6	1445.0	980.9	54.9	28.9	19.6
16	0.89	828.2	1698.3	1569.0	1113.4	67.9	31.4	22.3
15	0.85	827.0	2010.8	1632.7	1229.1	80.4	32.7	24.6
14	0.81	829.3	2309.0	1639.0	1289.7	92.4	32.8	25.8
13	0.76	831.5	2590.7	1649.7	1261.8	103.6	33.0	25.2
12	0.70	842.5	2854.1	1856.7	1414.6	114.2	37.1	28.3
11	0.64	884.4	3097.6	1949.0	1549.2	123.9	39.0	31.0
10	0.58	940.7	3320.5	1958.1	1586.1	132.8	39.2	31.7
9	0.52	951.5	3522.7	2079.8	1628.3	140.9	41.6	32.6
8	0.45	954.1	3703.3	2159.0	1665.5	148.1	43.2	33.3
7	0.39	954.8	3861.2	2201.0	1611.5	154.4	44.0	32.2
6	0.32	955.4	3995.7	2166.8	1627.8	159.8	43.3	32.6
5	0.25	957.0	4105.9	2150.2	1680.9	164.2	43.0	33.6
4	0.17	963.3	4191.2	2269.7	1767.5	167.6	45.4	35.4
3	0.10	988.8	4251.6	2290.8	1792.4	170.1	45.8	35.8
2	0.04	1103.3	4287.3	2371.9	1858.9	171.5	47.4	37.2
1	0.00	2029.6	4300.9	2461.0	1867.9	172.0	49.2	37.4

3.3.4 正弦波による弾性応答

建築周期に同期した3周期の正弦波を用いて、モードダンピング一定 WP, CP (A), CP (B) の発振特性を比較し、CP (O) については比較を行わなかった。入力波形を Fig. 3.5a に示す。この入力波を用いることで、入力時の定常振動と入力後の自由振動を1回の解析で検討することができる。最大加速度 100 gal, 応答解析時間 30 s, 積分ステップ 0.001 s, 減衰比 2%, フレームの1次モードから第3次モードの周期に同調した各正弦波を用いて得られた応答を比較した。Fig. 3.5 は、各階の最大層間変形角と加速度を示している。Fig. 3.5 b は1次モード周期入力の結果である。CP(A)と CP(B)の最大応答は、1次モードから3次モードまで WP と概ね良い対応を示している。さらに、CP(A)と CP(B)は WP よりもわずかに応答が大きくなっている。これは、前節で示唆したように、速度が変位に先行するため、過去の復元力の最大値で減衰力がピークとなり、減衰力が発揮しきれなかったためと考えられる。さらに、Fig. 3.5 c、Fig. 3.5 d に示すように、2次、3次モード周期入力の CP(A)、CP(B)の最大応答は、WP と同じであった。Fig. 3.6 に、式 (3.11) の展開定理により抽出したモード応答 ${}_s y$ を示す。

$${}_s y = \frac{{}_s \phi^T \cdot M \cdot x}{{}_s \phi^T \cdot M \cdot {}_s \phi} \quad (3.11)$$

x : Response displacement vector ${}_s \phi$: s^{th} mode eigenvector

Fig. 3.6 より、スイープ加振の最終ピークで最大応答が発生しているが、CP(A)と CP(B)はこのような増幅過程の応答に対して比較的振動数に鈍感な特性を示していることが分かる。しかし強制加振後の自由振動では、WP の推定値に比べて若干減衰を過大評価する傾向がある。この過大評価は、 r_{max} が直前のピーク値であるため、振幅が徐々に減少する自由振動の場合、 r_{max} が現時点での振幅より大きく評価されることに起因する。CP(B)は最大ピーク後も r_{max} の評価が更新され続けるため、CP(A)と比較して自由振動時の減衰を大きく増加させることはなかった。

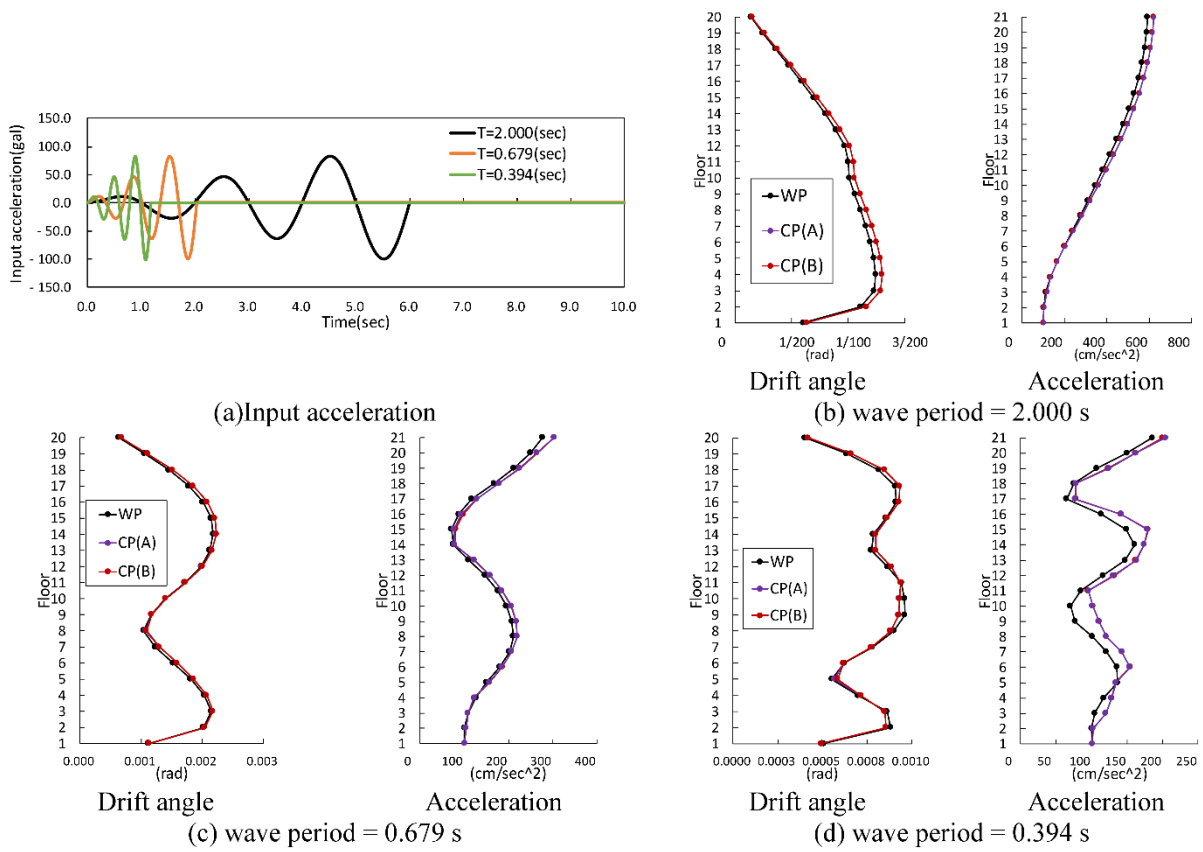


Figure 3.5 Maximum response for the sinusoidal wave

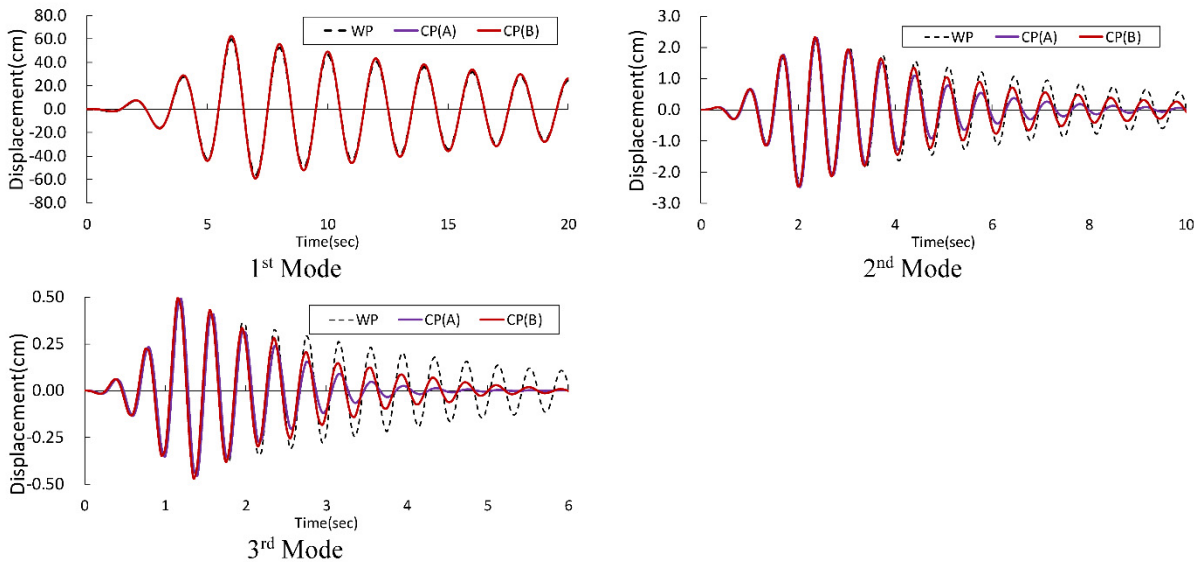


Figure 3.6 Modal displacement

3.3.5 地震応答解析

次に、実位相の地震波の振動特性を弾性波と非弾性波として評価する。S造とRC造の特性の違いを比較し、積分時間ステップは0.0001秒、減衰比はS造、RC造とも2%とした。

3.3.5.1 弾性応答

Fig. 3.7 に示す弾性解析の応答結果によれば、CP(B)とWPの最大層間変形角は同程度であるが、CP(O)とCP(A)は小さくなっている。また、最大変位はCP(O)、CP(A)、WPではほぼ同じであるが、CP(B)の方が若干大きくなっている。この傾向は正弦波の検討でも見られたが、1次モードの減衰がやや過小評価されていることに起因する。加速度は、WPモデルで最大となり、CP(B)、CP(A)、CP(O)の順となる。Fig. 3.8 は、式 (3.11) の展開定理で分解した各モードの変位時刻歴応答である。1次モードではどのモデルもほぼ同じ応答となっているが、高モードではCP(O)、CP(A)の応答がCP(B)、WPより小さく、CP(B)の応答がWPより若干小さくなっていることが確認できる。しかし3次モードでは、頭打ちされたすべての粘性減衰モデルの応答がWPの応答より小さく、高いモードでは減衰力キャッピングの振動数非依存性効果が小さくなる傾向があった。これらの結果から、CP(B)は弾性応答においてCP(O)やCP(A)よりも比較的振動数に鈍感な特性を示すことがわかった。

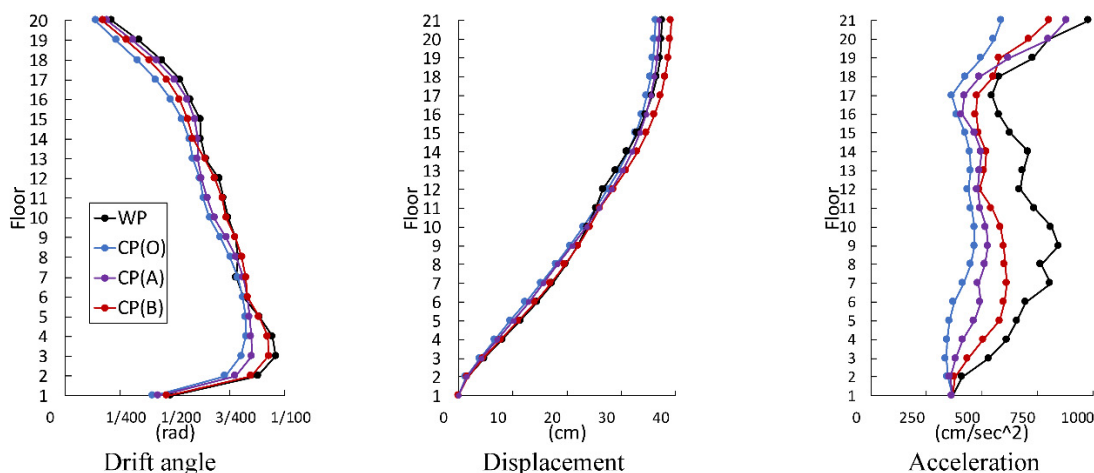


Figure 3.7 Maximum response of elastic response history analysis (RHA)

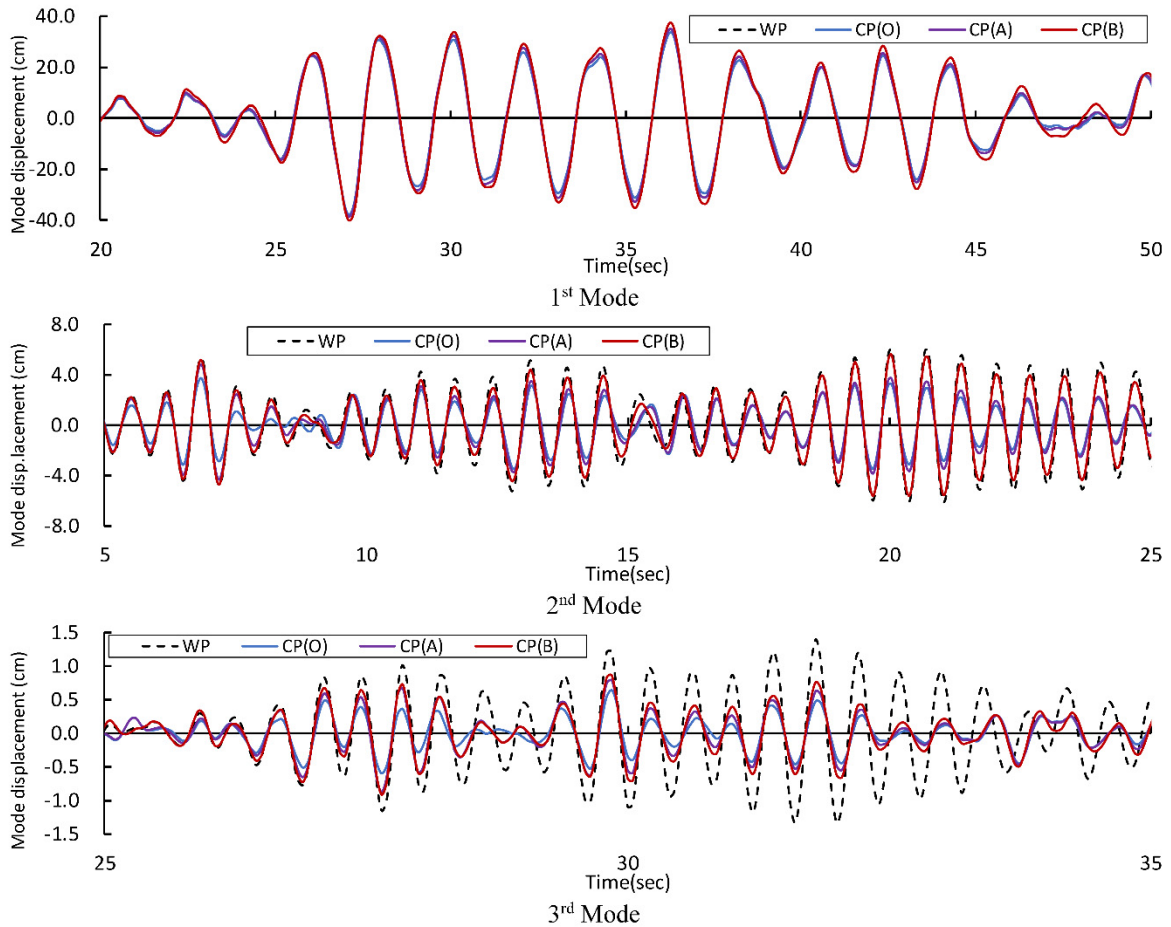


Figure 3.8 Time histories of the modal displacement

3.3.5.2 弾塑性応答

Fig. 3.9 に非弾性解析で得られた最大応答値を示す。塑性率は、梁柱接合部の最大節回転角と梁降伏回転角の比によって評価した。また、RC 造の塑性率図には、降伏回転角に対する亀裂回転角の比を示している。

S 造の塑性率は CP(A)、CP(B)は WP と比較的良好に対応しているが、下層階で WP より応答が大きくなっている。CP(O)も上層階では比較的良好な応答を示したが、下層階では他の減衰モデルよりも応答が小さかった。変位応答については、CP(B)は他の減衰モデルよりも若干大きな応答を示した。一方、他のモデルは、ほぼ同じ応答であった。加速度応答にはばらつきがあり、その中でも CP(A)は他の減衰モデルに比べて小さな応答を示した。

RC 造の塑性率は CP(O)が他の減衰モデルより小さい応答を示した。一方、他の減衰モデルはほぼ同じ応答を示した。変位応答はすべての減衰モデルでほぼ同じであった。加速度応答はばらつきがあるが、CP(O)、 CP(A)、 CP(B)は WP よりも小さな応答を示した。

これらの比較から、CP(B)は WP と比較して加速度応答で差が生じることがわかった。しかし、変位応答と塑性率(層間変形角)は、S 造、RC 造ともに比較的良好に一致した。CP(O)の応答は、それほど良いものではなかった。

以上の比較から、CP(B)は弾塑性解析において CP(O)、CP(A)よりも比較的振動数に非依存な性質を示すことが確認された。

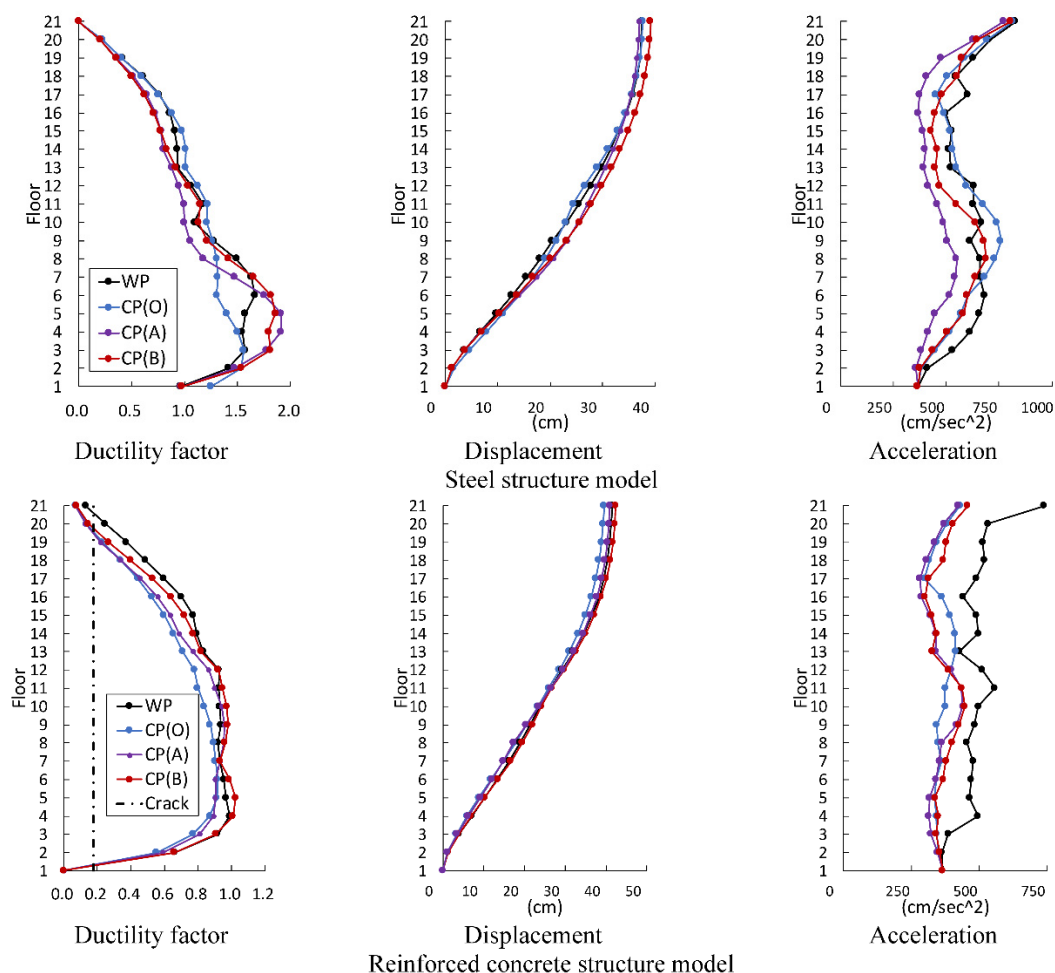


Figure 3.9 Maximum response of inelastic RHA

3.4 考察

提案する粘性減衰力は、最近記録された最大復元力 r_{max} を用いて推定されるが、これは、ある時間付近の最大変位と最大速度は、一次モードに支配されていることが多いという経験則に基づくものである。この提案モデルは大規模3次元解析への適用が期待されるが、複数のモードが重なる場合、最大減衰力の予測精度が低下する可能性がある。例えば、3方向同時入力の場合、このような仮定は鉛直方向の減衰力を過大評価する可能性がある。

本研究では、水平振動による変動軸力は柱に作用しないと仮定しているが、水平モードによる大きな変動軸力は、せん断壁やブレースの隅柱や側柱に作用することが予測される。この場合、柱軸力の r_{max} は鉛直モード応答による応力ではないため、提案モデルを適用すると、鉛直モード減衰をモード減衰と比較して過大評価する可能性がある。

実際の建築物の主たる破壊は、主に水平振動によって引き起こされるため、鉛直振動に対する減衰の影響は水平振動モードほど研究が進んでおらず明確ではない。しかし、構造設計の実務では、柱の軸力比、梁の振動による変形、免震支承の面圧の評価が不可欠である。鉛直振動モードが構造設計上重要であれば、そのメカニズムは複数の振動モードの同時性を考慮しても、減衰力を過大評価してはならない。そのための対策としては、過大減衰と予測される要素変形成分の減衰比をあらかじめ小さくしておくなどが考えられる。

3.5 まとめ

過去に経験した最大復元力に基づくキャップ減衰モデルの有効性を検証するため、オリジナル手法 CP(O)と、過去の最大値に基づく簡易手法 CP(A)、および最新の最大値に基づく手法 CP(B)の比較・検証を行った。キャップ減衰は計算負荷が低く、スプリアス減衰力の励起がない実用的な減衰モデルであり、構造・土木・機械工学の幅広い分野での応用が期待される。本研究で得られた知見は以下の通りである。

- 1) オリジナル手法では、キャッピング力の設定に問題があり、適切な値は想定される地震動の規模に依存する。一方で提案手法では、復元力の振幅によりキャッピング力を自動的に決定することができる。
- 2) 提案手法では、現在の最大減衰力を要素の最新の最大復元力の振幅で評価する。そのため、振幅が大きくなる過程では減衰力が過小評価される。逆に振幅が小さくなる過程では減衰力が過大評価される。
- 3) 弾性解析では、CP(B)の層間変形角は非線形モード減衰 (WP) と似ているが、CP(O)と CP(A)は CP(B)よりも精度悪い。さらに、弾塑性解析では、CP(B)は他のキャップ減衰モデルと比較して、S 構造および RC 構造ともに WP に最も近い応答を示した。また、すべてのキャップ減衰モデルの加速度応答は、WP に対して大きなばらつきを示した。以上の結果により、提案したキャップ減衰モデル CP(B)は、オリジナルモデルよりも振動数に非依存な特性を有し、実用的であることが明らかとなった。
- 4) 物理的根拠に乏しい瞬間 Rayleigh 減衰と比べて、提案モデルは振動数に関係なく 1 周期あたりのエネルギーが等しいという概念に基づいて頭打ち量を決定しているため、減衰のモデル化に明確な物理的根拠がある。

3.6 将来の展望

近年、建築物の性能設計が広く行われるようになり、数値シミュレーションにおける解析モデルの大規模化は避けられない問題である。また既存の古典的な減衰モデルでは質量項に減衰力があるため、滑り、浮き上がり、免震装置などの剛体運動に対する減衰力を過大評価する傾

向が指摘されている。また非線形問題に対して瞬間剛性比例減衰や瞬間 Rayleigh 減衰を用いると、接線剛性の急激な変化によって、減衰力が急激に変化し不連続となることがある。数値解析における減衰は、その物理的な意味に加えて、非線形解析の安定化に重要な役割を担っていることが指摘されている。提案モデルは質量項の減衰がなく、剛性項にある程度の粘性減衰力を持つため、非線形解析を安定化させる上でも有効であると考えられる。

4 拡張 Rayleigh 減衰モデルの 3 次元骨組解析への適用

時刻歴応答解析では、構造減衰に Rayleigh 減衰が広く用いられているが、広い振動数範囲にわたって振動数に依存しない減衰が望まれる場合、適応が困難なことがある。また、モード減衰は全振動数帯で振動数非依存な減衰を得ることができる反面、減衰行列が密になるため計算負荷が大きくなってしまう。本章では、時刻歴応答解析に拡張 Rayleigh 減衰を用いることの利点を検討する。まず、多質点系モデルを用いて、想定される振動数範囲における拡張 Rayleigh 減衰の基本的な減衰性能を評価する。次に、12 階建ての 3 次元弾性フレームモデルを用いて、減衰性能の比較を行う。その結果、拡張 Rayleigh 減衰が Rayleigh 減衰よりも広い振動数域で振動数に依存せず、モード減衰よりも計算負荷が少ないことを例証する。

4.1 はじめに

建築物の減衰エネルギーは部材の塑性化以外にも、材料のクーロン摩擦、二次部材間の接触、地下逸散などによって発生すると考えられる。しかしその正確な評価が必要であるにもかかわらず未だに不明点が多い。材料の微小なひずみに起因した履歴吸収エネルギーには振動数依存性が少ないことが古くから知られており、このような減衰は履歴減衰、構造減衰、複素減衰などで呼称されている(以降履歴減衰と呼ぶ)。このような振動数非依存減衰は振動数領域では複素減衰を用いて容易に表すことができるが、時間領域でのモデル化にあたっては、複素減衰の時間領域への変換が因果律の破綻によって不可能であるため、厳密な表現は困難であるとされている。そのため時刻歴応答解析では蓄積された観測記録などを手掛かりに、等価な内部粘性減衰として統一的な表現がなされてきた。S 構造や RC 構造の建物、特に地盤建物相互作用の影響の小さい高層の建物の減衰比 ξ は高次ほど大きくなり、1 次の減衰比 ξ に対して 2 次はその係数倍(S 構造では 1.3 倍、RC 構造では 1.4 倍)であり、3 次は更にその係数を乗じたものとの評価式が提案されている(Architectural Institute of Japan 2000 [2])。

しかしながら、近年の建物の強震記録(特に 2011 年東北地方太平洋沖地震での記録)の分析によれば、実建物の 2 次、3 次の減衰比 ξ は 1 次に比してあまり大きな値ではなく、ほぼ同程度の

値となる場合も少なくないことが指摘されており(e.g., [Kashima et al. 2006 \[3\]](#), [Hoshi et al. 2010 \[4\]](#))、振動数非依存性を考慮できる減衰モデルが重要となってきた。

地震応答解析における振動数非依存減衰を与える最も簡便な手法としてモード合成法がある。しかし線形弾性振動系に限定されるため、非線形ダンパーが挿入された場合や、部材の塑性化を伴う場合には適用することができない。多く場合 Newmark- β 法などの数値積分法と共に、数学的な扱い易さから Rayleigh 減衰が広く用いられている。2つの振動数で減衰比 ξ を定義でき、その振動数間も減衰比 ξ は比較的安定した値となる上に、解析の負荷もあまり大きくなく弾塑性解析でも一般に用いられている。その利便性の一方で、[Hall 2006 \[8\]](#)は免震構造の挙動のように地盤から大きな相対変位が生じる場合には、質量項によって過大な減衰が与えられる可能性を指摘している。更に剛性項が線形仮定の場合、部材の塑性化による復元力と粘性減衰力の差が縮まり、不自然な力が作用することを指摘している。また [Charney 2008 \[13\]](#)や [Chopra et al. 2016 \[18\]](#)は部材の塑性化との均衡を図るために、剛性項を塑性化に伴って低減した効果について分析を行っている。

振動数非依存減衰が特に要求されるケースとして、複数モードの影響を強く受ける3次元地震応答解析が挙げられる。Rayleigh 減衰では減衰定数の一定領域が狭いため、複数のモードの影響を注意深く検討した上で適切な設定を行わなければならない。中村([Nakamura 2005 \[23\]](#), [Nakamura 2007 \[24\]](#))はこの工学的要求に対し、時刻歴応答解析で履歴減衰の適用を可能とする新たな減衰モデルとして、限定的な振動数領域の中で因果律を近似的に満たす因果的履歴減衰モデル(以下、因果減衰という)を考案している。更に、Rayleigh 減衰と因果減衰を組み合わせることで適応振動数域を拡張した減衰モデル(以下、拡張 Rayleigh 減衰という)を考案し([Nakamura 2014 \[25\]](#), [Nakamura 2016 \[26\]](#))、中規模(512 節点)な FEM を用いた拡張 Rayleigh 減衰の適用例が示されている。また弾塑性応答解析において剛性項を瞬間剛性に比例させた場合の適用性について示されている([Nakamura 2019 \[27\]](#))。本報はこれら既報([Nakamura 2014 \[25\]](#), [Nakamura 2016 \[26\]](#), [Nakamura 2019 \[27\]](#))の発展として、最終的にはこれまで実現困難であった大規模弾塑性時刻歴解析(数千~数万節点以上)への適用を想定し、まずは 1000 節点程度の骨組

みモデルの弾性地震応答解析で生じる記憶領域、計算時間、モード別粘性減衰量を、古典的減衰モデルを用いた場合と比較することで、その実用性を検証するものである。

4.2 大規模地震応答解析における振動数非依存減衰の必要

計算機の処理能力の向上によって、従来地震応答解析に用いられてきた質点系モデルに替わり部材系モデルを用いることが多くなってきた。しかし計算モデルの緻密かつ大規模化は、減衰モデルの振動数依存に起因した潜在的問題を顕在化させ、それによって古典的な剛性比例型減衰、或いはRayleigh減衰では適切なモデル化ができない状況が生じてきた。そのうちの一例を以下に挙げる。

- 1) 高次モードの影響が無視できない場合
- 2) 水平2方向で固有周期に差がある場合
- 3) 水平・鉛直動を同時入力する必要がある場合

1)は超高層建築物や大屋根を有するスタジアムなどのように、複数のモードが同等に影響力を持つ場合、2)は各方向で架構形式の異なる場合(梁間方向純ラーメン、桁行方向ブレース構造など)で固有周期に差がある場合、3)は免振構造における支承の面圧を時刻歴解析で確認する場合などで、一般的な建物では水平と鉛直の固有周期には数倍程度の差がある。設計上の仮定としては過小評価とならないよう配慮する一方で、経済性も考慮した折衷案を見出す必要があり、これら実務レベルの問題に対して振動数非依存性を有する履歴減衰の活用は合理的な現実解を与えるものと考えられる。

4.3 拡張 Rayleigh 減衰の概要

概要は2.3節を参照されたい。本節では復元力ベクトルの記憶方法について説明する。

4.3.1 復元力ベクトルの記憶方法

因果減衰の特徴は式(2.7)の第2項にあるように、過去の復元力ベクトルが現在の応答に遅れて現れることである。Fig. 4.1(a)に示すように、現在時間ステップ t では、未来で利用するた

めの復元力ベクトルを過去 $t - j \cdot \Delta t$ まで何らかの方法で記憶しておく必要がある(j は本報の手法では2)。次ステップ $t + \Delta T$ では Fig. 4.1(b)に示すように、新たなデータを最後尾に追加すると共に、先頭のデータは不要となるため記憶容量の制約上削除することになる。数千~数万節点規模の解析を行う場合や、 f_{lim} が低振動数であるために $\Delta t (= 1/f_{lim})$ が長時間となる場合には、これら $j \cdot \Delta t$ 時間分のデータ保存方法に工夫が必要となるため、本報で用いるプログラムには、各時間断面での復元力ベクトルデータはバイナリファイルに格納し、不要となったファイルデータは逐次削除する仕組みを組み込んでいる。しかし補助記憶装置へのランダムアクセスは主記憶装置へのアクセスに比べて遥かに時間を要するため、実用化にあたっては解析時間への影響を把握しておく必要がある。この点については後のベンチマークテストにおいて検証を行う。

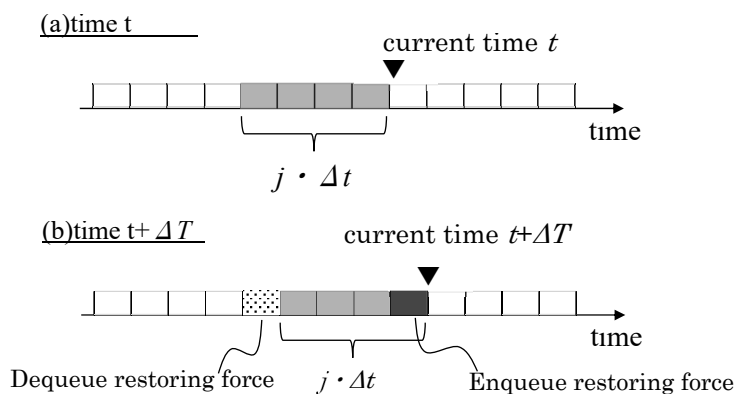


Figure 4.1 First-in-first-out file structure

4.4 例題解析

拡張 Rayleigh 減衰の妥当性、有効性を確認するために、現実的な建物を例に本減衰モデルを適用し、その自由振動解析及び地震応答解析結果からモード別減衰定数の評価を行う。固有値解析結果に基づき、はじめに簡易な多質点系モデルを用いて、想定する適応振動数域における減衰量の適応度について検討する。その後、自由振動解析を行い、従来の減衰モデルとの応答比較、および必要記憶領域/計算時間についてベンチマークテストを行う。

4.4.1 検討モデルの概要

Fig. 4.2 に示す頂部高さ約 43.1m、X 方向 66.0m、Y 方向 40.0m、地上 12 階、X 方向純ラーメン、Y 方向に連層耐震壁を有する RC 造構造物について検討する。全階とも同一平面形状で、階高は各階 3.55m、柱は成幅とも 900mm、大梁は成 750-1000mm、幅 500-700mm である。節点数は 936、梁本数は 1638、柱本数は 864、耐震壁数は 288 で、柱・梁は線材とし、柱は曲げと軸方向変形を、梁は曲げ変形のみを考慮し、共にせん断変形を考慮する。梁の曲げ剛性にはスラブの協力幅を考慮した T 型梁として剛性増大率を乗じる。耐震壁は壁エレメント置換とし、曲げ、軸、せん断変形を有している。床は剛床仮定とし、柱・梁接合部には剛域を設定する。各階重量及び水平剛性を Table 4.1 に、各階層せん断力係数-層間変形角関係を Fig. 4.3 に示す。Y 方向は X 方向に対して 2~3 倍の剛度を有したモデル設定となっている。

4.4.2 固有値解析結果

固有値結果を Table 4.2 に、主要なモードベクトルを Fig. 4.4 に示す。Table 4.2 の有効質量比は低次からの累加値で示しており、各モードの主成分を灰色枠で示している。1 次モードは X 方向の第 1 振動モードで有効質量比は 80%を占めており、2 次モードは Y 方向の第 1 振動モードで有効質量は 72%を占めている。8 次モードで Z 方向の第 1 振動モードが出現し有効質量は 16%を占めている。まずこれらのモードを含有する振動数域での拡張 Rayleigh 減衰の適応度を、多質点系モデルの自由振動解析によって評価する。

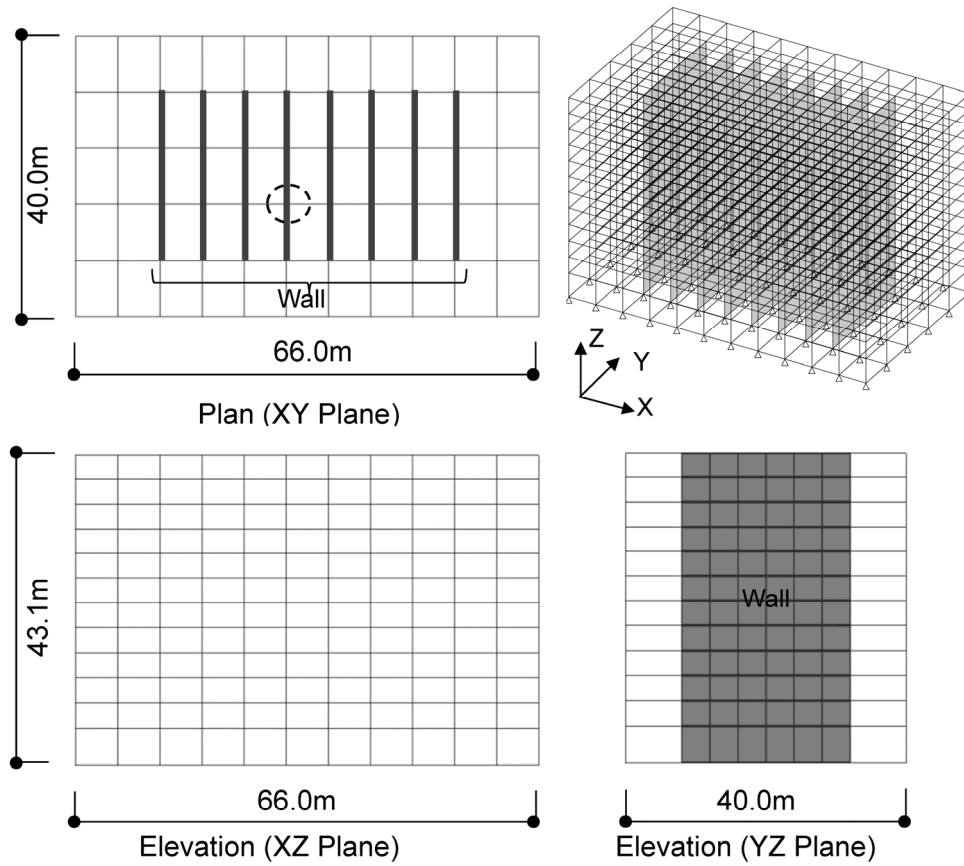


Figure 4.2 Plan view (top left), plane moment frame (bottom), and perspective view (top right) of analyzed RC building.

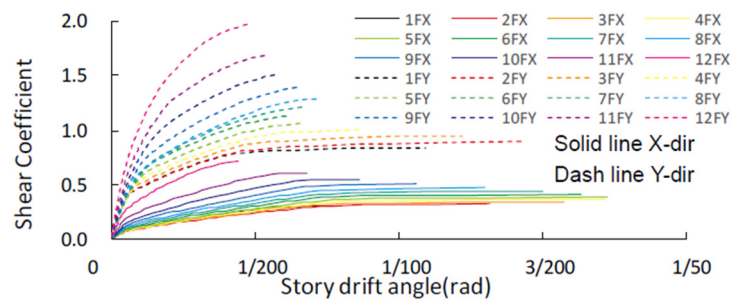


Figure 4.3 Shear coefficient–story drift angle

Table 4.1 Story weight and stiffness

Story	Weight	X-dir Stiffness	Y-dir Stiffness
	(kN)	(kN/cm)	
12	52365	97989	235476
11	34249	102344	306606
10	34552	111056	367250
9	34552	117324	418951
8	35154	125614	468571
7	36039	134210	559982
6	36898	143549	635929
5	37015	146403	707457
4	37015	153948	790142
3	37663	164065	903060
2	37699	167994	1050821
1	38504	173992	916624

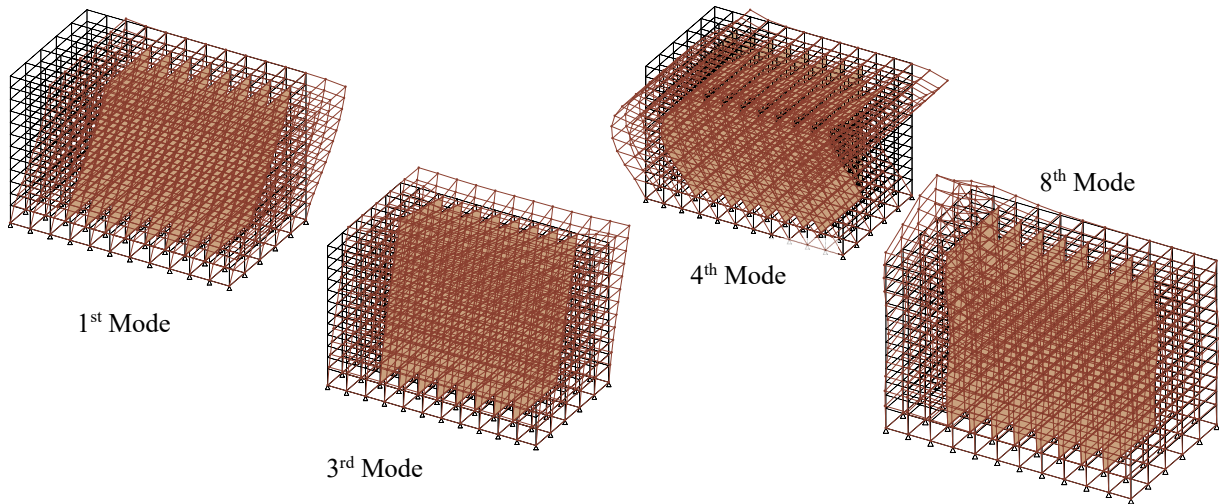


Figure 4.4 Mode vectors.

Table 4.2 Modal analysis results.

Mode	Frequency (Hz)	Natural frequency (rad/s)	Effective mass ratio (%)		
			M_x	M_y	M_z
1	1.252	7.87	80	0	0
2	1.963	12.33	80	0	0
3	2.632	16.54	80	72	0
4	3.584	22.52	92	72	0
5	6.058	38.06	92	72	0
6	6.220	39.08	96	72	0
7	8.201	51.53	96	91	1
8	8.300	52.15	96	91	16
9	8.568	53.83	96	91	35
10	9.006	56.59	98	91	35

4.4.3 多質点系モデルによる自由振動解析

本節では事前検討として、想定する検討振動数域における減衰量の精度検証を行う。 f_{lim} の設定は高精度モデルの場合、 f_{lim} の6%~80%の範囲で h_{aim} に対して±5%の範囲に入ることが文献12)で示されている。そこで検討振動数域を1Hz~9Hzとし、この範囲で安定した減衰定数一定領域が形成されるよう f_{lim} を12(Hz)とした。

4.4.3.1 解析方法

Fig. 4.8 に解析モデルを、Table 4.4 にその緒元を示す。剛性の高いばねで固定端と結んだ剛梁上に、100 個の 1 自由度振動モデルを配置し、個々の非減衰共振振動数が 0.12、0.24、0.36・・・12Hz となるように質量を調整する。地動加速度として単位パルス波を与え、時刻歴応答解析を行う。時間積分は、Newmark- β 法($\beta=1/4$)を用い、解析の時間刻み ΔT は 0.0005s する。

f_{lim} には検討振動数域の上限値 12Hz を与え、それにより遅れ時間 Δt は 0.083s となる。各質点は各々の振動数で自由振動し、連続するピーク値の振幅量の低減率より減衰定数を算出する。ここで因果減衰は過去 $t - j \cdot \Delta t$ の応答が現在 t の応答に影響する特徴があり、自由振動開始直後 $j \cdot \Delta t$ までは過去の応答が存在しないため十分な精度が得られない。そこでピーク値は自由振動開始後の負側 2 番目と 3 番目のピーク値を用いて評価することとした。

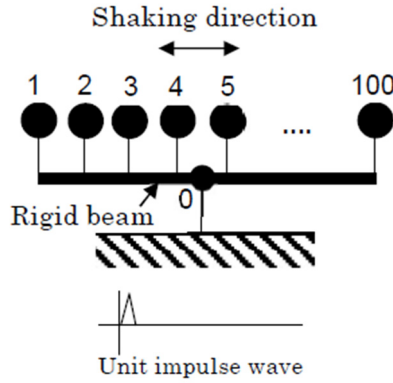


Figure 4.5 Multi spring-mass system

Table 4.3 Property of multi spring-mass system

Node No.	Mass (t)	Stiffness (kN/m)	Eigen Frequency (Hz)
0	0	1.0×10^{10}	-
1	1759.05	1000	0.12
2	439.76	1000	0.24
3	195.45	1000	0.36
:	:	:	:
100	0.08	1000	12.00

4.4.3.2 解析結果

自由振動結果より評価した各質点の減衰定数 $\xi(\omega)$ の目標減衰定数 ξ_{aim} に対する精度を確認するため、それらの比 $R_h(\omega)$ を式(4.1)で算定する。

$$R_{\xi}(\omega) = \frac{\xi(\omega)}{\xi_{aim}} \quad (4.1)$$

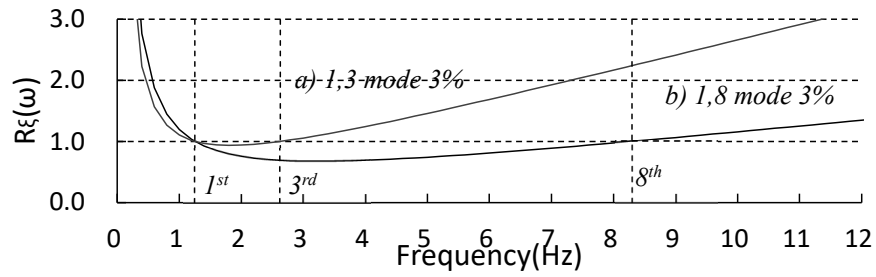
また減衰定数 $\xi(\omega)$ により構造物の共振振動数は変化する。非減衰共振振動数 ω_0 に対し、減衰を考慮した振動数 ω'_0 は式(4.2)で表される。 ξ_{aim} に対する $\xi(\omega)$ の精度が低い場合、共振振動数の精度も低下するため確認を行う。この精度 $R_{res}(\omega)$ は ω の関数として式(4.3)で表される。

$$\omega'_0 = \omega_0 \sqrt{1 - \xi(\omega_0)^2} \quad (4.2)$$

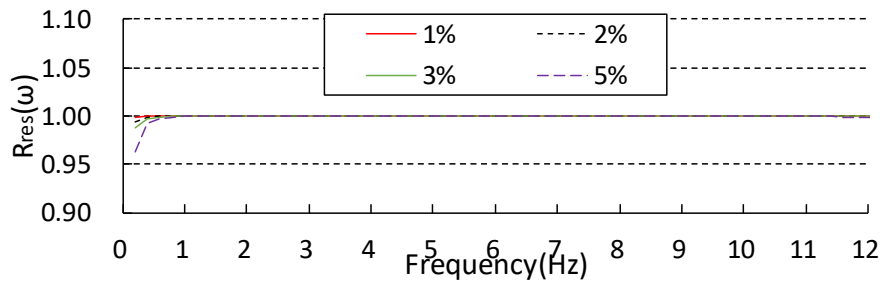
$$R_{res}(\omega) = \sqrt{\frac{1 - \xi(\omega)^2}{1 - \xi_{aim}^2}} \quad (4.3)$$

Fig. 4.6 に Rayleigh 減衰で a)1 次と 3 次、及び b)1 次と 8 次で減衰定数を ξ_{aim} とした場合の結果を示す。図の縦破線は左から 1 次(1.252Hz)、3 次(2.632Hz) および 8 次(8.300Hz) の振動数を示している。a) の場合 $\xi(\omega)$ は 1 次と 3 次で想定値を実現できる一方、それより高次モードでは ξ_{aim} より過大評価することになる。b) の場合 1 次と 8 次に対して想定値を実現できるが、その間に谷底が存在する曲線となるため、2~7 次モードの減衰定数は ξ_{aim} より過小評価することになる。振動数変化の精度 $R_{res}(\omega)$ は ξ_{aim} が大きいほど悪くなるが、精度の大きなずれはほとんど見られない。一方 Fig. 4.7 に拡張 Rayleigh 減衰で評価した結果を示す。1Hz~9Hz 程度の範囲で概ね安定した一定領域が形成できており、検討範囲 1 次~8 次はその範囲に含まれている。振動数変化の精度 $R_{res}(\omega)$ は Rayleigh 減衰に比べて若干乱れがあるものの、差異は 5%以内となっている。以上の結果から、拡張 Rayleigh 減衰は Rayleigh 減衰に比べ、広範な振動数領域において一定減衰を実現できるものといえる。

これら多質点系での結果を踏まえ、次節では例題解析モデルに拡張 Rayleigh 減衰を適用し、その減衰量を評価する。

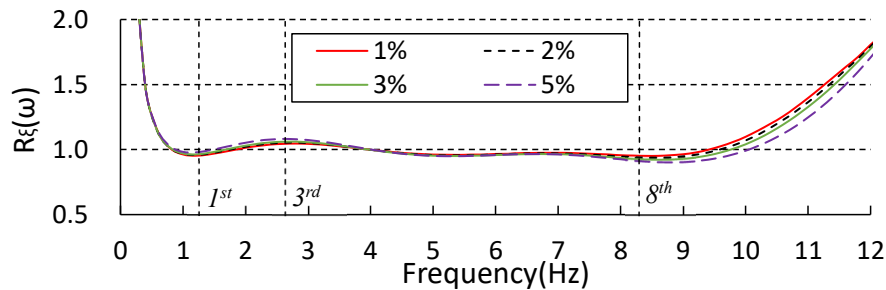


(a) Accuracy of Damping Ratio

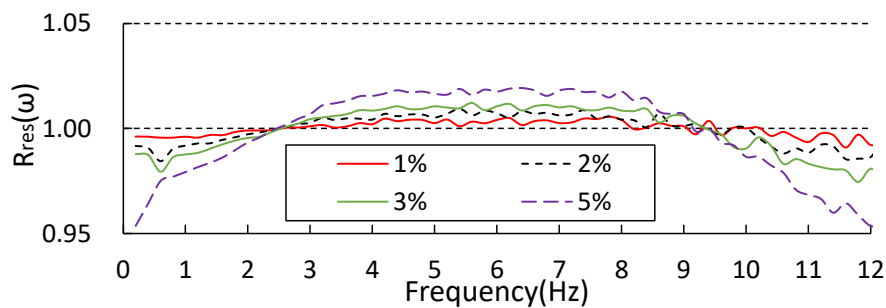


(b) Accuracy of Resonant Frequency

Figure 4.6 Damping ratio and resonant frequency (Rayleigh damping)



(a) Accuracy of Damping Ratio



(b) Accuracy of Resonant Frequency

Figure 4.7 Damping ratio and resonant frequency (Extended Rayleigh damping)

4.4.4 3次元骨組モデルによる自由振動解析

4.4.4.1 解析方法

$\xi_{aim} = 3\%$ として前節と同様に地動加速度として単位パルス波を与え、時刻歴応答解析を行う。時間積分は、Newmark- β 法($\beta=1/4$)を用いる。解析の時間刻み ΔT は 0.0010s とする。従来の手法と比較するため以下に示す 3 ケースを実施する。

(1) 拡張 Rayleigh 減衰

(2) Rayleigh(1-3)減衰(1次と3次で $\xi_{aim} = \xi_1 = \xi_2$)

(3) Rayleigh(1-8)減衰(1次と8次で $\xi_{aim} = \xi_1 = \xi_2$)

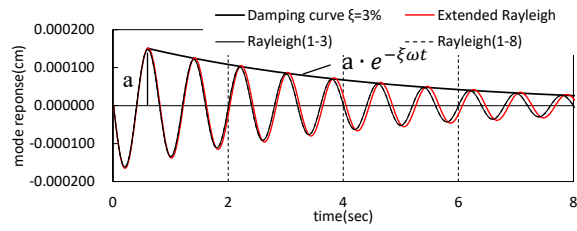
X、Y、Z方向それぞれ入力し、各方向の自由振動結果より減衰定数を算出する。その際、各方向の振動成分には複数のモードが混在するため、式(4.4)の展開定理により抽出したモード応答 ${}_s y$ を用いて行う。

$${}_s y = \frac{{}_s \phi^T \cdot M \cdot u}{{}_s \phi^T \cdot M \cdot {}_s \phi} \quad (4.4)$$

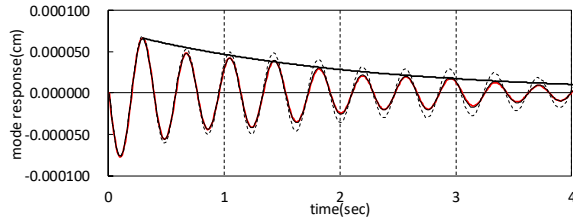
u : displacement response vector ${}_s \phi$: s^{th} eigen mode vector

4.4.4.2 解析結果

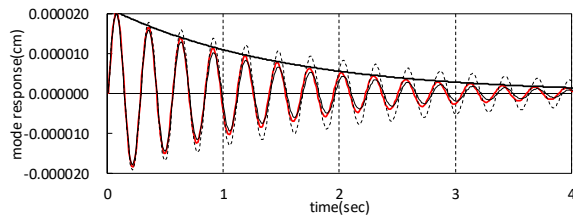
Fig. 4.8に拡張 Rayleigh 減衰および Rayleigh 減衰による 8 次までの主要なモード自由振動結果を示す。図中の曲線は最初の最大振幅時を $t=0$ とした $\xi=3\%$ の減衰曲線 $a \cdot e^{-\xi \omega t}$ である。Rayleigh(1-3)減衰は 1 次と 3 次で精度が良いが、4 次以降の高次で過大評価となっている。Rayleigh(1-8)減衰は 1 次、8 次で精度が良いが、その間のモードで特に 3 次、4 次モードで過小評価となるため応答が大きくなっている。一方で拡張 Rayleigh 減衰はいずれのモードにおいても減衰曲線が振動振幅頂部を一様に包絡しており、3次元骨組解析においても拡張 Rayleigh 減衰が振動数非依存減衰として効果的に働いていることが確認できる。



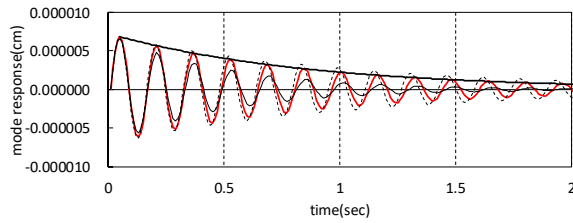
1st mode response



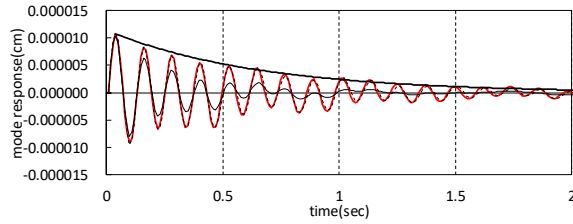
3rd mode response



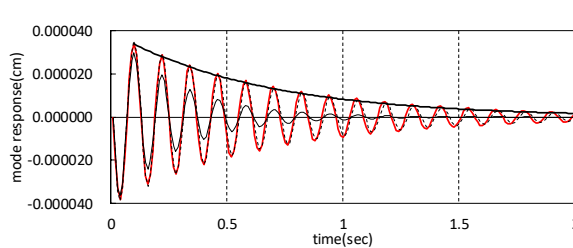
4th mode response



6th mode response



7^h mode response



8th mode response

Figure 4.8 Time-history of each mode response

4.4.5 3次元骨組モデルによる地震応答解析

4.4.5.1 解析方法

$\xi_{aim} = 3\%$ とし告示波(エルセントロ NS 位相)を用いて実位相波による時刻歴応答解析を行う。時間積分は、Newmark- β 法($\beta=1/4$)を用いる。解析の時間刻み ΔT は0.0010sとし、架構は弾性とする。従来手法と比較するため以下に示す3ケースを実施する。

- 1) 拡張 Rayleigh 減衰
- 2) Rayleigh(1-3)減衰 (1次と3次で $\xi_{aim} = \xi_1 = \xi_2$)
- 3) Rayleigh(1-8)減衰 (1次と8次で $\xi_{aim} = \xi_1 = \xi_2$)
- 4) モード減衰

地震動は3方向同時入力とし、モード減衰による応答結果を基準として比較を行う。

減衰比 $\xi = 5\%$ の加速度応答スペクトルを目標スペクトルとし、地震動はEl Centro位相特性(500年再現期間)を用いて作成した。Fig. 4.12に模擬地震動と加速度・擬似速度の応答スペクトルを示す。

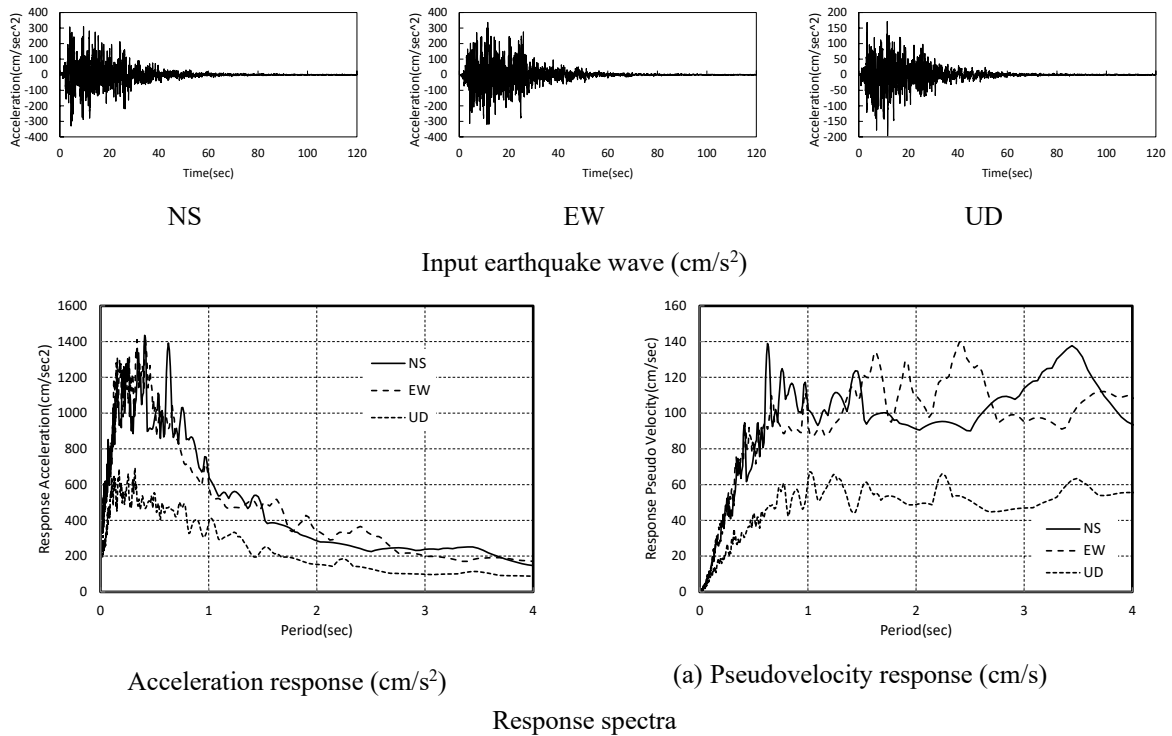


Figure 4.9 Simulated earthquake motion: (a) input earthquake wave, (b) acceleration response, and (c) pseudovelocity response. The response spectra are computed with 5% damping.

4.4.5.2 解析結果

Fig. 4.10 に時刻歴結果を式 (4.4) でモード分解した 8 次までの各主要モードの変位応答を示す。図は最大応答が発生する時刻付近の時刻歴応答波形を示している。また Table 4.4 にモード減衰が最大値となる時刻の各モードの最大変位応答とモード減衰の応答に対する比を括弧内に示し、その差異が 10%以上となる場合は灰色に、20%以上となる場合は黒に着色した。Rayleigh(1-3)減衰は 1 次と 3 次に対して精度が良いが、4 次以降で減衰を過大評価しているため、応答比は 8 次で 34%小さくなっており、Rayleigh(1-8)減衰は 1 次と 8 次に対して精度が良いが、3、4、6 次で減衰を過小評価しているため、4 次では 16%大きくなっている。拡張 Rayleigh 減衰は 7 次モードで応答比が 9%と精度が悪いが、それ以外のモードでは 5%以下となっている。

次に Fig. 4.11 に階の変形角及びせん断力係数、Fig.12 に各層の最大変位及び加速度を示す。また Table 4.5~4.7 には最大応答値となる層/階でのモード減衰に対する各方向別の最大応答比を示す。いずれも Table 4.4 と同様に着色した。X 方向変位、層間変形角、層せん断力係数は 1 次モードが支配的となるためいずれの減衰も精度は良くモード減衰との最大応答比はいずれも 10%以下となっている。しかし加速度は Rayleigh(1-8)減衰による中層部での応答が大きくなっており、これは 4 次の高次モード減衰を過小評価していることが原因と考えられる。Y 方向応答は拡張 Rayleigh 減衰、Rayleigh(1-3)減衰は精度が良いが、Rayleigh(1-8)減衰は特に加速度、層せん断力係数で 12%の最大応答比となっており、これは 3 次モードを過小評価していることが原因と考えられ、これらの傾向は Table 4.5 の 1、3 次モード応答と調和的である。Z 方向変位および加速度は鉛直方向モードだけでなく水平モードの影響も受けていると考えられるが、拡張 Rayleigh 減衰、Rayleigh(1-8)減衰は精度が良く、一方で Rayleigh(1-3)減衰は減衰を過大評価しているため特に加速度応答は-20%以上小さくなっている。なお Z 方向応答は Fig. 4.2 に示す破線o位置の床レベルの応答である。

以上の考察から Rayleigh 減衰は 3 方向同時入力のように、3 種以上の広範なモードが支配的となる解析において各モードに同等の減衰量が要求された場合には、特定の方向(モード)の精

度が落ちる可能性がある一方で、拡張 Rayleigh 減衰は幅広い振動数域に対して安定した振動数非依存性が形成され、モード減衰と同等の応答が確認された。

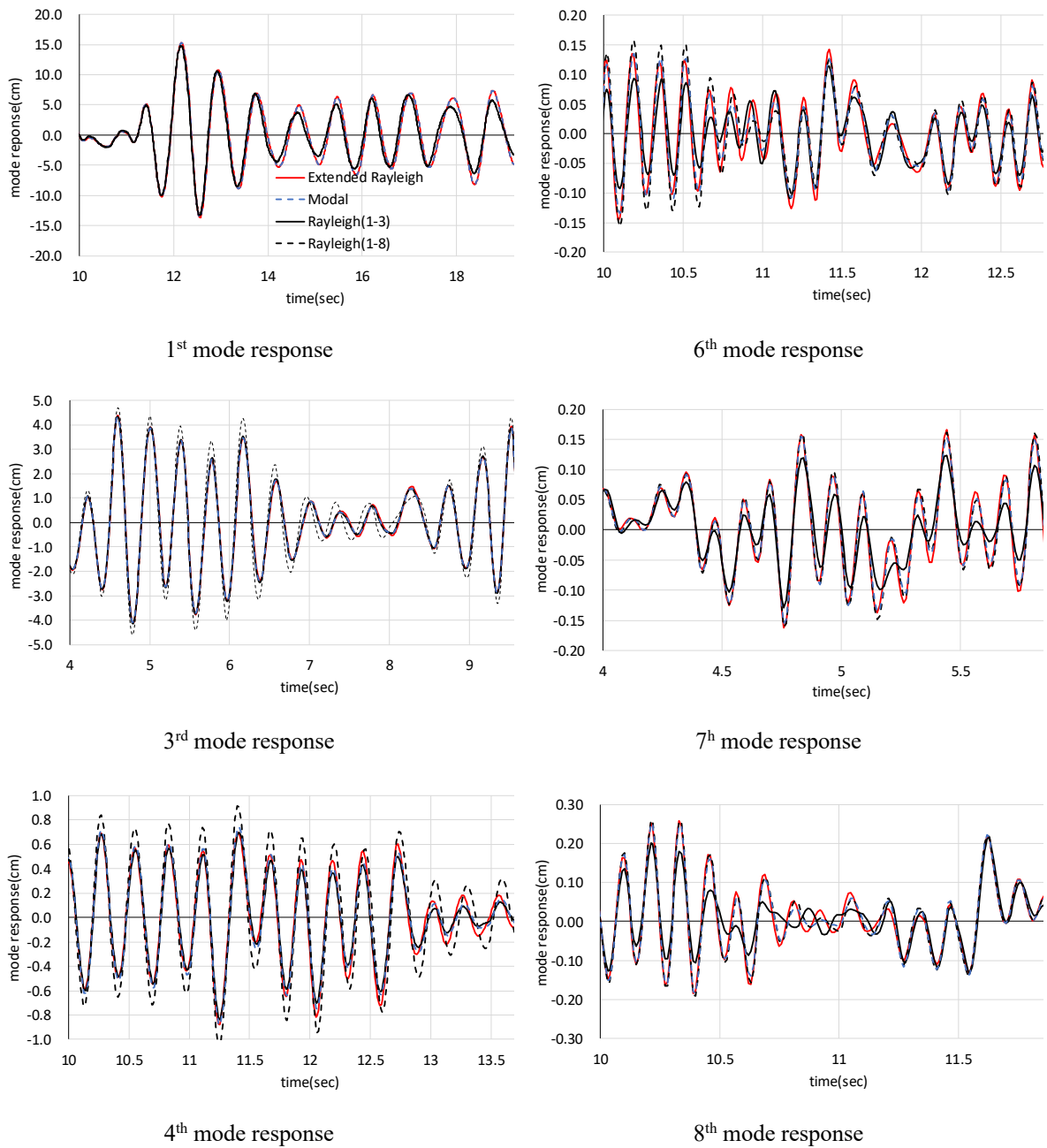


Figure 4.10 Time-history displacement at each mode

Table 4.4 Maximum value of the modal response (Unit: cm)

		Damping scheme						
		Extended Rayleigh		Rayleigh (1-3)		Rayleigh (1-8)		Mode
Mode number	1	15.23	(1.03)	14.74	(1.00)	14.78	(1.00)	14.71
	3	4.38	(1.01)	4.35	(1.01)	4.71	(1.09)	4.32
	4	0.93	(1.02)	0.87	(0.96)	1.05	(1.16)	0.91
	6	-0.18	(1.01)	-0.14	(0.80)	-0.19	(1.09)	-0.18
	7	-0.17	(1.09)	-0.10	(0.67)	-0.16	(1.04)	-0.16
	8	-0.38	(1.04)	-0.24	(0.66)	-0.39	(1.05)	-0.37

White: maximum difference ratio is less than 10%

Gray: between 10% and 20%; Black: more than 20%

Table 4.5 Maximum value of the story response (X direction)

		Damping scheme						
		Extended Rayleigh		Rayleigh (1-3)		Rayleigh (1-8)		Mode
Type	Disp. (cm)	15.64	(1.05)	15.00	(1.00)	15.16	(1.01)	14.96
	Acc. (cm/s ²)	1271	(1.05)	1176	(0.97)	1305	(1.08)	1209
	Drift angle (rad)	1/242	(1.01)	1/245	(0.99)	1/235	(1.04)	1/243
	Ci	1.32	(1.05)	1.21	(0.96)	1.34	(1.07)	1.25

White: maximum difference ratio is less than 10%

Gray: between 10% and 20%; Black: more than 20%

The same color format is used in Tables 4.6 and 4.7.

Table 4.6 Maximum value of the story response (Y direction)

		Damping scheme						
		Extended Rayleigh		Rayleigh (1-3)		Rayleigh (1-8)		Mode
Type	Disp. (cm)	4.69	(1.02)	4.63	(1.01)	5.03	(1.10)	4.58
	Acc. (cm/s ²)	1415	(1.04)	1354	(1.00)	1529	(1.12)	1361
	Drift angle (rad)	1/760	(1.01)	1/771	(1.00)	1/706	(1.09)	1/770
	Ci	1.50	(1.03)	1.45	(0.99)	1.63	(1.12)	1.46

Table 4.7 Maximum value of the story response (Z direction)

		Damping scheme						
		Extended Rayleigh		Rayleigh (1-3)	Rayleigh (1-8)	Mode		
Type	Disp. (cm)	0.41	(1.00)	0.40	(0.97)	0.45	(1.09)	0.41
	Acc. (cm/s ²)	491	(1.03)	352	(0.74)	485	(1.01)	478

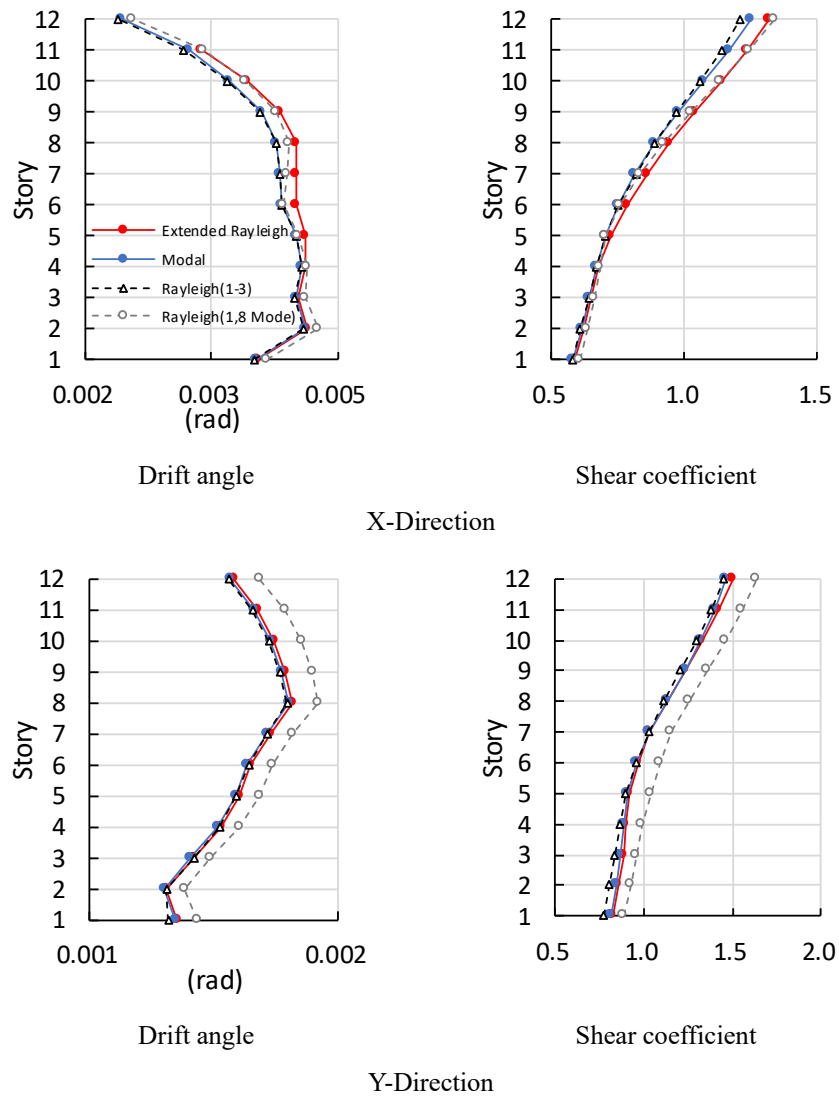


Figure 4.11 Maximum value of the story response

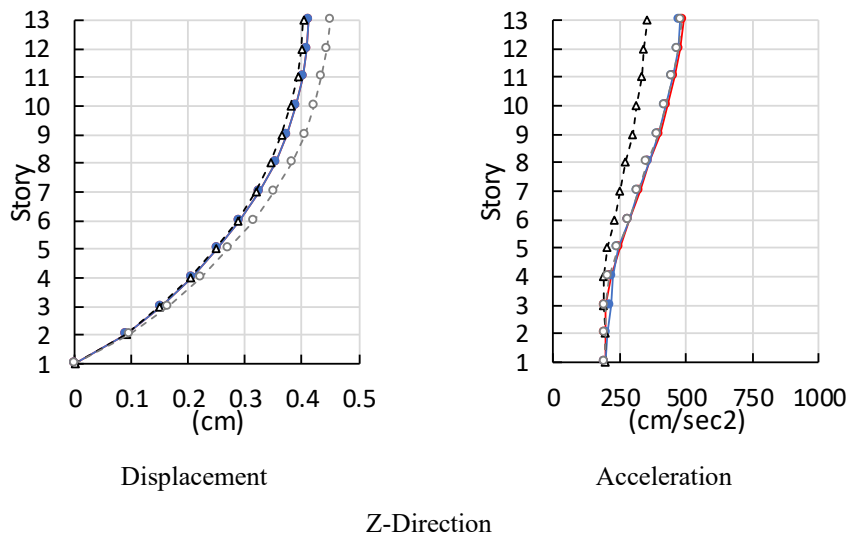
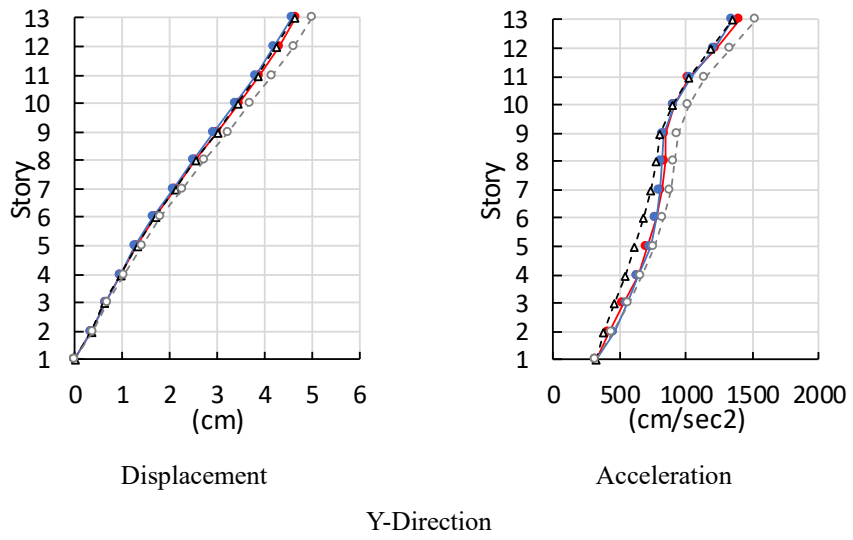
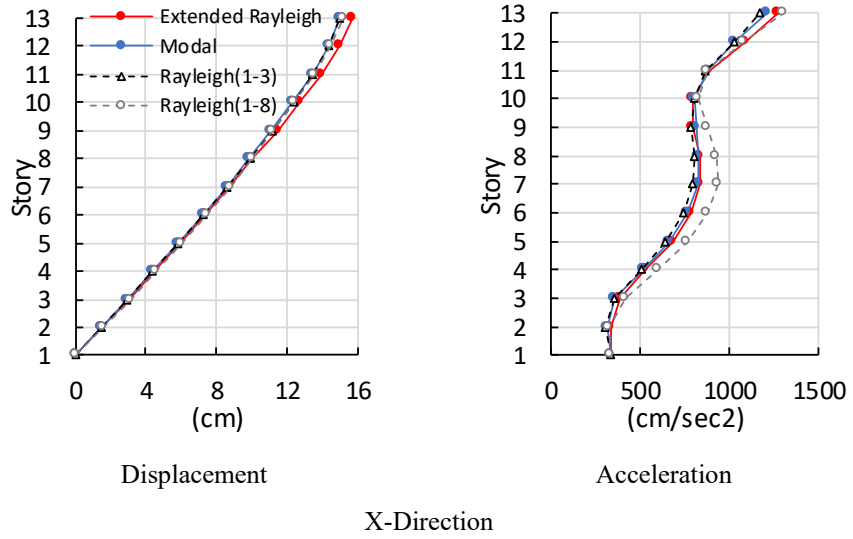


Figure 4.12 Maximum value of the floor response

4.5 減衰モデルの違いによる計算速度の比較

前章で行った3モデルの時刻歴応答解析に要する計算負荷を評価するために実行速度の比較を行う。

4.5.1 プログラムの計算フロー

基本的な内容であるため、詳細は割愛するが、本プログラムは非線形問題も扱うことを想定し、運動方程式は ΔT 間における増分方程式式(4.5)を求め、それを累積して求めている。増分方程式は静的な荷重と変位の関係式(4.6)の形を作り、それぞれ有効剛性 \tilde{K} は式(4.7)、有効荷重 $\tilde{\Delta P}$ は式(4.8)で構成される。

$$M\ddot{\Delta x} + C\dot{\Delta x} + K\Delta x = \Delta P \quad (4.5)$$

$$\tilde{K}\Delta x = \tilde{\Delta P} \quad (4.6)$$

$$\tilde{K} = K + \frac{6}{\Delta T^2}M + \frac{3}{\Delta T}C \quad (4.7)$$

$$\tilde{\Delta P} = \Delta P + \left(\frac{6}{\Delta T}\dot{x} + 3\ddot{x}\right)M + \left(3x + \frac{\Delta T}{2}\dot{x}\right)C \quad (4.8)$$

拡張 Rayleigh 減衰機能を取り入れたプログラムの構造について簡単に触れる。プログラムの計算フローを Fig. 4.13 に示す。主な流れは一般的な陰解法プログラムと相違なく、その中で比較的計算コストが高い処理部として a)~d)がある。

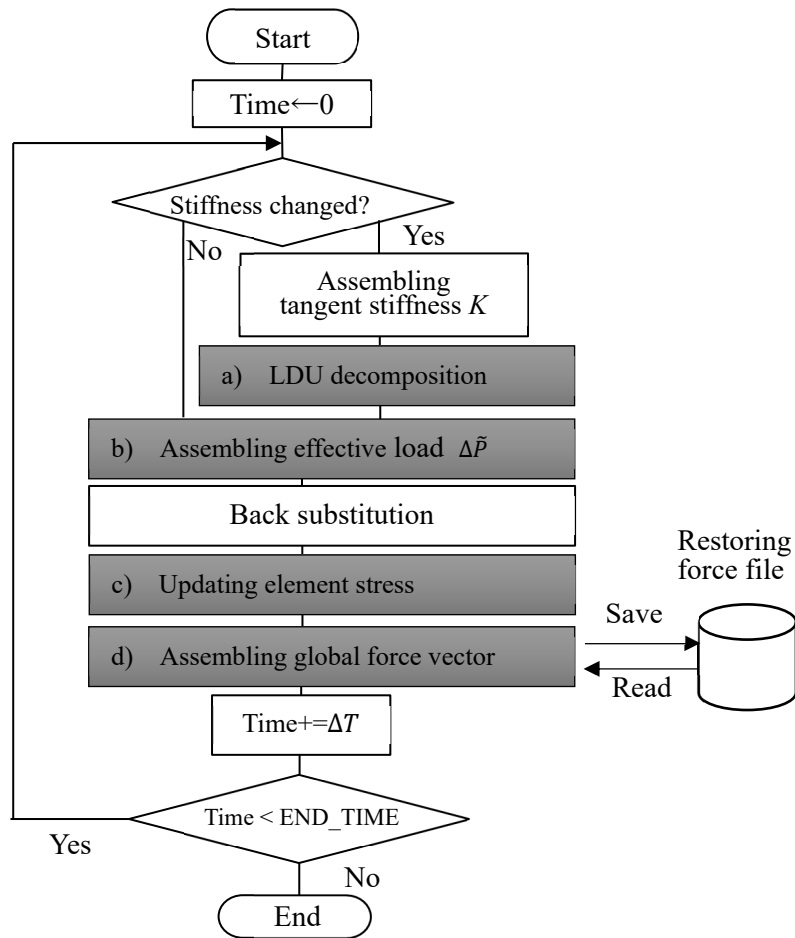


Figure 4.13 Program flow

a) LDU 分解

修正コレスキー分解によって全体行列を三角行列 L 、 $U(=L^T)$ と対角行列 D の積(LDU)に分解する。1回あたりの計算量は非常に多く、行列サイズが大きくなるほど指数関数的に増大する。非線形の場合には係数行列が変更されるたびに実行されるため、計算全体の大部分がこの処理に費やされる。またモード減衰を用いる場合には密行列となり、行列の疎性を生かした様々な計算効率化が行えないため計算量はより莫大となる。

b) 有効荷重計算

1回あたりの計算量は少ないが毎ステップ実行されるため、特にモード減衰の密行列の場合は計算量が多くなる。

c) 部材応力の更新

得られた変位ベクトルから部材復元力特性を追跡し、部材応力を更新する。当プログラムでは部材要素剛性行列はメモリに残さず、必要となる時点で作成しているため、座標変換、剛域変換、パネル変換等の処理に時間を要している。

d) 運動方程式の内力の釣り合いと不釣り合い力の集計

計算量は多くないが、拡張Rayleigh減衰を用いる場合、過去の復元力ベクトルの記憶は補助記憶装置で行っているため、アクセス時間の全体計算時間に占める割合が多くなるとが懸念される。

解析モデルの節点数及び自由度数を **Table 4.8** に示す。また式(4.7)の \tilde{K} の表現に必要な1次元配列サイズを **Table 4.9** に示す。この配列サイズはモード減衰の場合は減衰行列 C の配列サイズに依存した密行列となり、Rayleigh及び拡張Rayleigh減衰は剛性行列 K に依存した疎行列(スカイライン行列)となる。両者では配列サイズに10倍程度の差が生じており、a)、b)の計算に大きな差が生じる要因となる。 **Table 4.10** に拡張Rayleigh減衰、 **Table 4.11** にRayleigh減衰、 **Table 4.12** にモード減衰を用いた場合の計算時間を示す。計算時間の内訳は主要な4項目(有効荷重計算、LDU分解、要素応答更新、運動方程式における内力の収集)について行った。計算は大型計算ノードを搭載した技術計算用サーバ上で行い、OS(RedHat Enterprise Linux v6.4)に搭載されたジョブ管理システム(LSF)によって、複数の計算プロセス下においても計算速度の安定した環境が構築されている。従って **Table 4.10~12** の計算時間は他の計算処理の影響のない値である。計算機はIBM System X iDataPlex dx360 M4、CPUはintel製 Xeon 2.7GHz E5-2697 V2を用いている。

4.5.2 比較結果

Rayleigh減衰と拡張Rayleigh減衰の速度差は僅かであり、モード減衰はそれらの5倍程度の時間を要している。拡張Rayleigh減衰は内力の収集で補助記憶装置へのアクセスに若干の時間を要するが、1000節点ほどの規模になると解析時間に占める割合は少なく、その影響はほとんどない。対してモード減衰は密行列であるため、疎行列に比べて有効荷重計算は6~7倍程度、LDU分解は6倍程度、内力の集計は3倍程度の計算時間を要する結果となった。

Table 4.8 Data size of test model

Model information	Size
Nodes	936
Independent D.O.F.	2844

Table 4.9 Data size of \tilde{K} (dense and sparse matrix)

Matrix type	Size
Dense	15772536
Sparse	1850266

Table 4.10 Computation time (extended Rayleigh damping)

	Time (sec)	Ratio (%)
Assembling effective load	370	29.6
LDU decomposition	128	10.2
Updating element stress	268	21.4
Assembling global force vector	459	36.7
Others	25	2.0
Total	1250	100.0

Table 4.11 Computation time (Rayleigh damping)

	Time (sec)	Ratio (%)
Assembling effective load	323	29.4
LDU decomposition	111	10.1
Updating element stress	276	25.1
Assembling global force vector	352	32.0
Others	37	3.4
Total	1099	100.0

Table 4.12 Computation time (Modal damping)

	Time (sec)	Ratio (%)
Assembling effective load	3360	62.8
LDU decomposition	627	11.7
Updating element stress	310	5.8
Assembling global force vector	1010	18.9
Others	42	0.8
Total	5349	100.0

4.6 まとめ

コンピュータシミュレーションを活用した演繹的論証法は、自然科学の理解と予測において土建産業を支える重要な基盤技術である。振動数非依存性を有する因果的履歴減衰は、工学的な利便性に優れた減衰モデルとして汎用ソフトウェアへの普及も期待でき、本報がその一助となれば幸いである。本検討で得られた知見を整理すると以下のように要約される。

- 1) Rayleigh減衰は主要な2方向に主眼を置いた解析に対しては有効であるが、3方向同時入力のように3方向に対して精度が要求された場合に特定の方向に対して極端に精度が悪くなる可能性がある。
- 2) 拡張Rayleigh減衰はモード減衰に比べて若干のずれはあるが、幅広い振動数域に対して振動数非依存性を実現できる点で有効性があり、3次元骨組解析でも効果が得られた。
- 3) 拡張Rayleigh減衰は過去の応答を外部ファイル等で記録しておく必要があるが、記憶領域/計算量はモード減衰に比べて遥かに少なく済み、1000節点規模の解析では計算時間はRayleigh減衰とほぼ同等であった。

5 水平と鉛直動を同時に受ける超高層建築物における減衰の性能

本章では、大規模な弾塑性応答解析に適した減衰モデルを洞察することを目的として、35階建て鉄骨造の弾塑性骨組地震解析を例に、Rayleigh、瞬間 Rayleigh、拡張 Rayleigh、Wilson-Penzien（モード）、キャップ、および一様減衰モデルによる応答を比較検討した。比較は、水平方向の変位・加速度、層間変形角、梁端塑性率、梁の振動振幅とそれに伴う鉛直加速度の最大応答値に着目して分析する。最後に、減衰モデルの実行速度について比較する。

5.1 はじめに

本章では、大規模建築物の具体的な構造設計検討を例に、理想的な減衰モデルについて考察する。設計検討の例として、水平・鉛直地震動を同時に受けた場合の水平・鉛直応答、具体的には梁の振幅と梁振動による鉛直加速度を評価することを想定している。高層ビルの設計を考えると、1次モード鉛直周期（ νT_1 ）と1次モード水平周期（ $h T_1$ ）には、 $\nu T_1 = 0.117 h T_1$ の関係にあることが示されている(Kinoshita et al. 2020 [46])。1次モード水平振動数が0.2Hzであれば、1次モード鉛直振動数は概ね2.0Hz程度となる。しかし、それ以上の高次モードでは、梁自体の振動モードが局在化する。梁の振動数は一般に5.0~10.0Hzである。したがって、超高層ビルの場合、柱や梁に影響する鉛直振動モードは一般に2~10.0Hzの範囲に広く分布し、水平運動も含めると、考慮すべき振動数範囲は0.2~10.0Hzとなる。歩行による振動とは異なり、鉛直方向の動きが高次モードの振動にどの程度影響するかについてはほとんど知られていないため(e.g., Lu et al. 2007 [33])、設計レベルのモデル化では保守的にならざるを得ない。しかしながら Rayleigh 減衰では、0.2~10.0Hz の範囲で減衰比を一定にすることは困難である。 $W_h = 10.0(\text{Hz})/0.2(\text{Hz}) = 50.0$ となり、これに対応できる減衰モデルは、一定モード減衰 (Wilson et al. 1972 [7]) と一様減衰 (Huang et al. 2019 [29]) のみである。また、本研究では、梁振動に対する鉛直地震動の影響についても検証する。

本研究では、最初に近年発表された振動数非依存減衰モデルの概要を説明する。そして、水平・鉛直方向の動きを受ける35階建ての鉄骨建物にこれらの減衰モデルを適用した場合の様々な応答結果を比較し、望ましい減衰モデルの特性について議論する。

本研究で使用した減衰モデルは、Rayleigh、瞬間 Rayleigh、拡張 Rayleigh、Wilson-Penzien(Wilson et al. 1972 [7])、キャップ(Hall 2006 [8], Hall 2018 [9], Mogi et al. 2022 [43])、一様減衰(Huang et al. 2019 [29])である。最後に、様々な減衰モデルを使用することによって解析に費やされた時間を測定する。

本研究で使用した弾塑性骨組地震応答解析プログラムは、筆者がコーディングした。プログラムコードは C++ で、Intel C++ Compiler で-O3 最適化レベルを適用してコンパイルしている。減衰モデルに関する過去の論文 (Mogi et al. 2022 [43]、Mogi et al. 2022 [45])は、このプログラムを用いて書かれている。

構造モデルのモデラーは SS7 (ユニオンシステム株式会社) であり、このソフトは日本で構造設計ツールとして一般的に使用されている商用プログラムである。

5.2 各種振動数非依存減衰モデルの概要

5.2.1 Wilson–Penzien 減衰

本研究ではこのモデルを WP と略す。モデルの詳細は 2.3 節を参照されたい。

5.2.2 キャップ減衰

本研究ではこのモデルを CP と略す。モデルの詳細は 3 章を参照されたい。

5.2.3 一様減衰

本研究ではこのモデルを UN と略す。モデルの詳細は 2.5 節を参照されたい。

減衰比は広い振動数帯域で概ね一定となる。しかし、この減衰モデルは動的剛性を増加させることに注意する必要がある。これは LS-DYNA ユーザーマニュアル(Livermore Software Technology Corporation 2021 [40])にも記載されているが、建物の見かけの固有周期が変化するため、応答解析への影響も無視できない問題である。これに対する有効な対策はなく、ユーザーマニュアルでは、建物の剛性をヤング率などで直接補正することが推奨されている。そこで本研究では、自由振動の結果の最大振幅の発生時間から実振動周期を測定し、主架構剛性を補正したケースも検討する。また、降伏強度も重要な問題であるが、その記載はどこにもない。そこで、本研究では、3 種類のケースを実験的に比較した：

- 剛性および極限強度を補正しない (UN0)
- 剛性のみ補正 (UN1)
- 剛性と降伏強度の両方を補正する (UN2)

5.2.4 Rayleigh 減衰

本研究では Rayleigh 減衰を R(○-□)と略す。○、□はそれぞれ減衰比を設定するモード次数を意味する。モデルの詳細は 2.1～2.2 節を参照されたい。

5.2.5 拡張 Rayleigh 減衰

本研究ではこのモデルを EXR と略す。モデルの詳細は 4 章を参照されたい。なお、実験的に拡張 Rayleigh 減衰の因果減衰項を拡張(2 項→4 項)としたモデル EXR4 も比較する。

5.2.6 各減衰モデルの特徴のまとめ

まず、既存の減衰モデルを評価するための基準を示す。筆者は良い比例減衰モデルは以下に示す事項を適切に満足しているモデルであると考えている。

- (1) 任意の数のモードに対して正確なフィッティングができる。
- (2) 減衰力が連続的に変化する。
- (3) 剛体運動（例：免震運動、浮き上がり運動、滑り運動）や崩壊に対して過大な減衰力とならない。
- (4) 弾塑性要素の塑性化に伴うスプリング減衰力が発生しない。
- (5) 部材塑性後に過剰な弾性減衰力が働かないこと。
- (6) 容易に、効率よく計算できること。
- (7) 少ない記憶領域でモデル化できること。

本章では Rayleigh 減衰、瞬間 Rayleigh 減衰、Wilson-Penzien 減衰(Wilson et al. 1972 [7])、およびキャップ減衰(Mogi et al. 2022 [43])、一様減衰(Huang et al. 2019 [29])の振動性状を比較することで洞察する。それぞれの減衰モデルには一長一短あり、主な特徴を Table 5.1 に記す。

Table 5.1 Characteristics of frequency-insensitive damping models.

Criterion	Rayleigh	Tangent Rayleigh	Extended Rayleigh	Wilson-Penzien	Capped viscous	Uniform
(1)	P	P	D	G	P	D
(2)	G	P	P	G	G	G
(3)	P	P	P	P	G	G
(4)	P	G	G	G	G	G
(5)	D	G	G	D	G	G
(6)	G	G	G	P	G	G
(7)	G	G	G	P	G	G

G: good, P: poor, D: depends on condition

拡張 Rayleigh 減衰は、適応振動数範囲が Rayleigh よりは広いが、一様減衰ほどではないため、一部の目的に対応することが難しく、(1)の評価は「D」としている。

一様減衰は、適応振動数範囲外で減衰比が低下するため、減衰のない領域が存在するが、高次モード振動に対しては、小さな剛性比例減衰を付加することで問題を回避できるため、(1)の評価は「D」としている。Rayleigh と Wilson et al. 1972 [7]は、Priestley et al. 2005 [16]の主張に基づいて、(5)については「D」と評価した。Priestley et al. 2005 [16]の主張によれば、塑性変形後に粘性減衰を適切に低減する必要があるとしている。しかし一方で、塑性変形後に弾性減衰が消失することを示す科学的根拠はないのが実状である

5.3 検討モデルの概要

Fig. 5.1 は、日本の建築基準法に基づいて設計された 35 階建ての鉄骨 2 次元フレームの建物の例である。1F~22F の重量は各階 21010 (kN) [単位面積あたり 8.1 (kN/m²)]、23F~RF は各階 20966 (kN) [単位面積あたり 8.0 (kN/m²)]、合計重量は 757985 (kN) である。梁部は H-800x400x16x32 (2F-10F)、H-800x350x16x32 (11F-25F)、H-800x300x16x32 (26F-RF)、柱部は Box-800x40 (1F-25F)、Box-800x30 (26F-30F)、Box-700x32 (31F-35F)。梁と柱の断面は、各階で同一である。鋼材のヤング係数は 205,000(N/mm²)です。鋼材の降伏強度は 358(N/mm²)である。建物は剛体地盤上に建設され、地盤と建物の相互作用の影響はないと仮定する。建物の形状は、長手方向の長さが 72.0 (m)、短手方向の長さが 36.0 (m) である。各階の高さは全階一律 4.3(m)である。

構造設計において、柱軸力の評価や水平・鉛直移動による梁振動の評価は重要である (例えば、Papazoglou et al. 1996 [31], Harrington et al. 2016 [32])。柱の主な振動モードは、建物全体の主な鉛直振動モードの影響を強く受ける。梁の振動は、建物全体の主要な鉛直振動モードだけでなく、局所的な自己振動モードの影響を受ける (e.g., Lu et al. 2007 [33])。しかし、鉛直動が梁振動に与える影響についての知見は少なく、どのモードに着目して減衰を設定すればよいかを判断することは困難である。

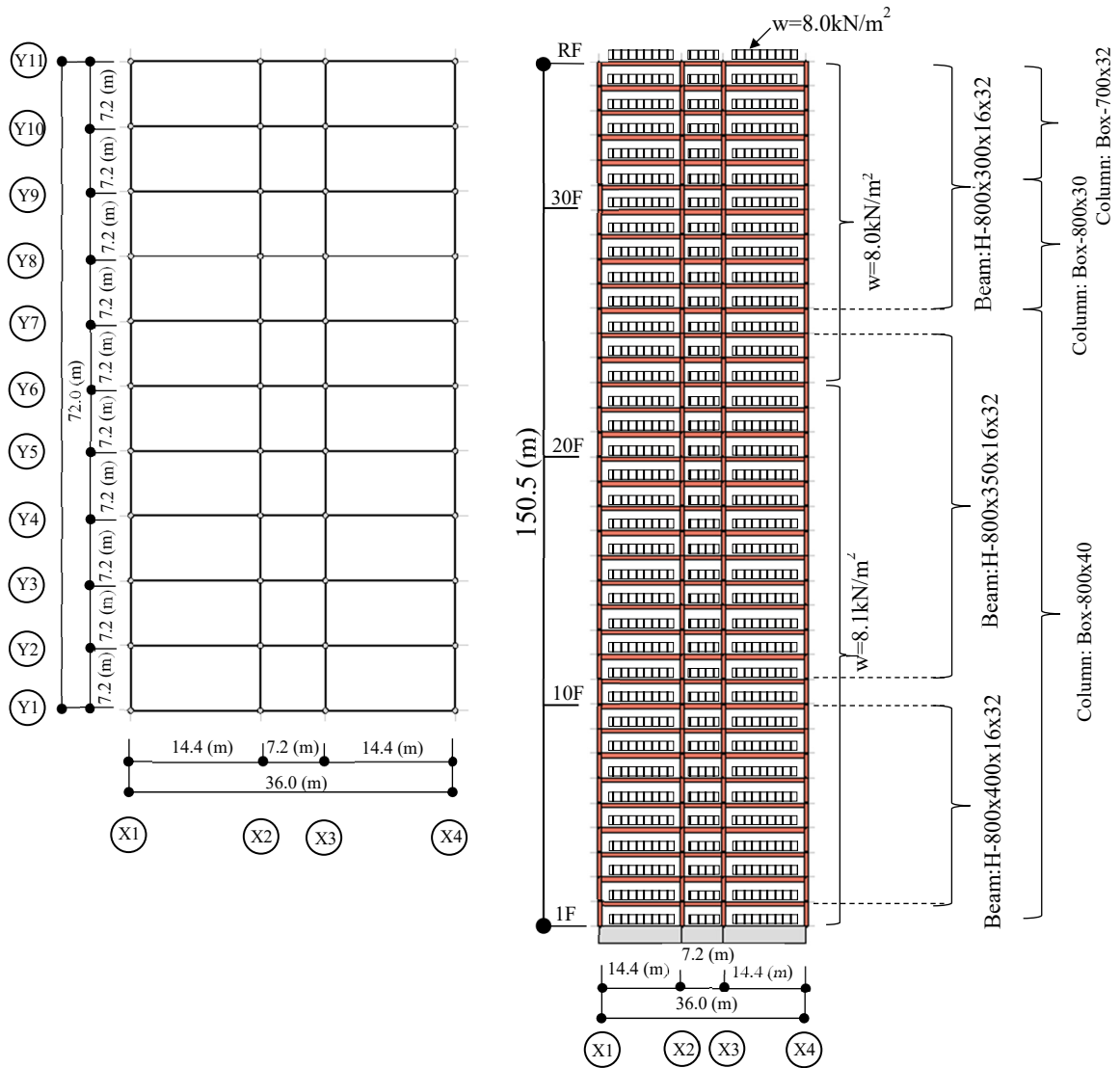


Figure 5.1 Plan and elevation of analyzed steel building.

5.4 35階建鉄骨造建築物の応答解析

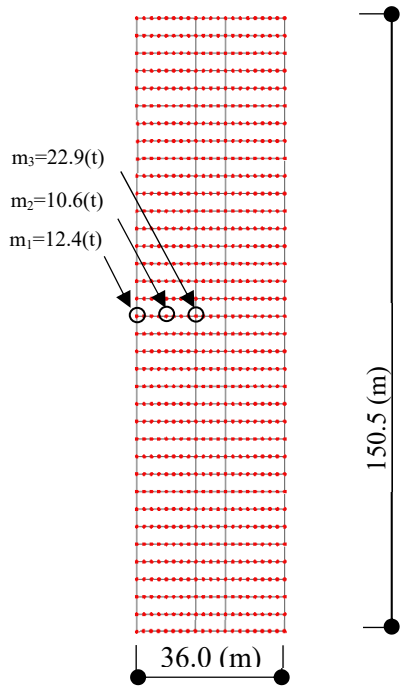
5.4.1 解析モデル

Fig. 5.2(A)のスタディモデルは、Fig. 5.1 に示す Y6 フレームの平面モデルである。赤丸は節点を示す。節点質量は各階で概ね同じで、側柱位置 m_1 で 12.4 (t)、主梁中央位置 m_2 で 10.6 (t)、中柱位置 m_3 で 22.9 (t) である。水平方向の 1 次モード周期は 4.85 (s)、2 次モード周期は 1.62 (s)、3 次モード周期は 0.93 (s) である。

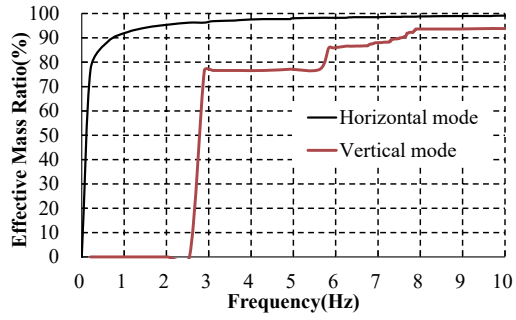
梁の振動を直接評価するために、梁を小さく分割して、梁に局所的な振動モードが発生するようにする。このように分割した梁を用いることで、梁内部の変位や加速度応答を解析結果で

得ることができる。Fig. 5.2(B)は、水平・鉛直方向の有効質量比の振動数に対する累積グラフである。v方向のs次モード有効質量比、 ${}_sM_v (= {}_v\beta_s^2 \cdot \mathbf{u}_s^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{u}_s / m_{total})$ は、刺激係数 ${}_v\beta_s$ と質量行列 \mathbf{M} から得られる有効質量 ${}_v\beta_s^2 \cdot \mathbf{u}_s^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{u}_s$ と建物総質量 m_{total} の比である。この例題モデルでは、水平1次モード(0.21Hz)にだけで水平モードの77%を占め、水平3次モード(1.08Hz)で90%以上となる。一方、鉛直方向の有効質量比は、鉛直方向の1次モード(全体の第7モード)で鉛直モードの77%を占め、それ以上のモードではゆっくりと増加する。水平モードの主要なモードと異なり、鉛直モードのそれは広い振動数範囲に分布している。Fig. 5.2(C)は、本解析に適用した複数のRayleigh減衰の減衰比 R_ξ と振動数との関係を示したものである。 R_ξ は目標減衰率に対する減衰モデルによる減衰率の比を表している。弾性解析では、水平運動と鉛直運動を分けて振動解析を行うことができ、鉛直振動のみでは、7次モードと40次モード付近の2つの振動数でRayleigh減衰の減衰比を設定すればよい。この範囲では、安定した一定の減衰比が得られることになる。しかし弾塑性解析では、モード独立性が担保されないため、水平・鉛直同時入力で評価を行う必要がある。1次モードと40次モードでRayleigh減衰を設定した場合、2つのモードの間に減衰比が非常に小さくなる領域が存在することになる。Fig. 5.2(D)に主な鉛直振動モードを示す。柱の圧縮と引張に起因する7~12次モードは主要な柱振動モードとなる。

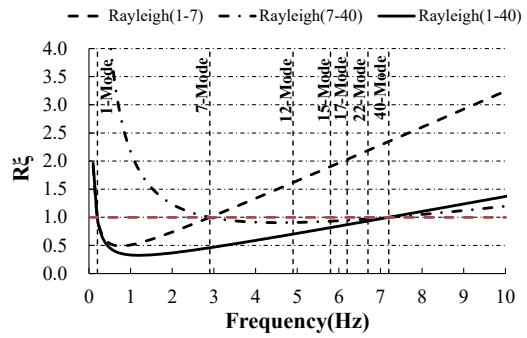
比較した減衰モデルの妥当性や有効性は、地震応答解析結果に基づいて検証する。また必要な記憶容量と計算時間についてベンチマークテストを実施する。柱は弾性体、梁は梁端でバイリニア履歴特性を持つものと仮定する。Hall 2018 [8]やChopra et al. 2016 [18]が議論されているように、梁の端部弾塑性バネは暗黙的に部材要素行列に組み込むことでスプリアス減衰力の発生を回避している。



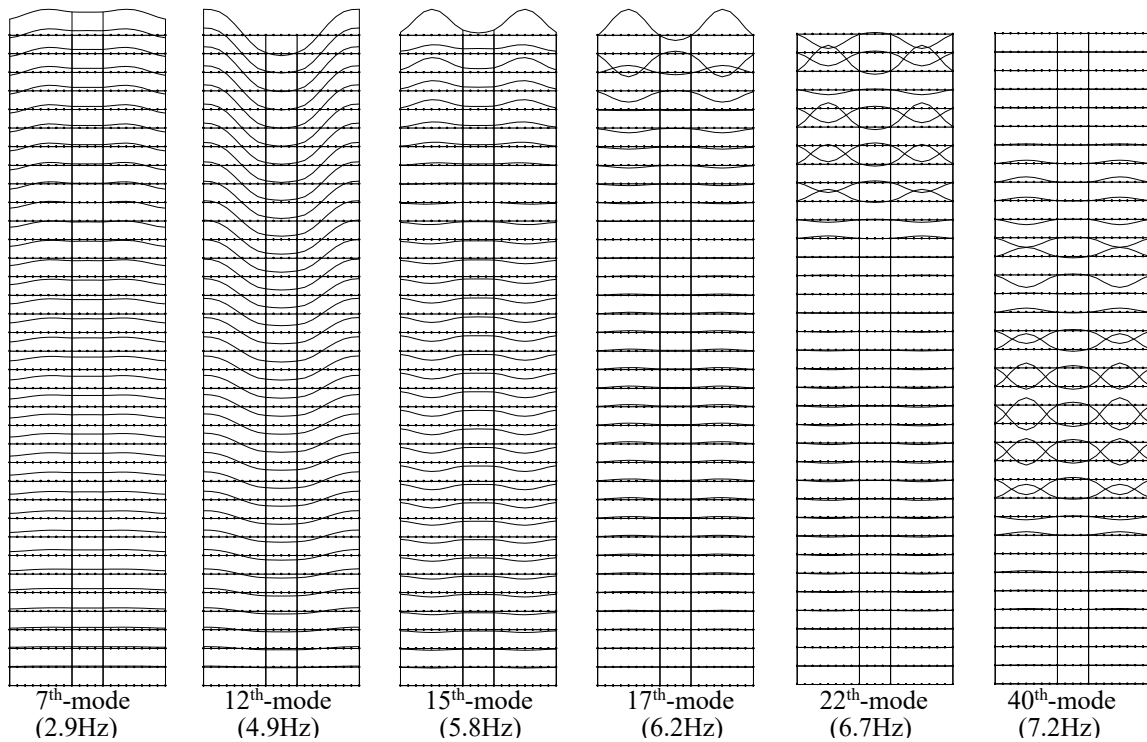
(A) Model overview



(B) Effective mass ratio vs. frequency



(C) Damping ratio vs. frequency



(D) Vertical mode distributions

Figure 5.2 Model for analysis: (A) model overview, (B) effective mass ratio vs. frequency, (C) damping ratio vs. frequency, (D) vertical mode distributions.

5.4.2 比較する減衰モデル

本章では、各減衰モデルの減衰比と振動数の関係について考察する。数値シミュレーションに使用した減衰モデルは、R(1-7)、R(1-40)、EXR、EXR4、CP、UN、WP モデルである。目標とする減衰比は $\xi_{aim} = 2\%$ に設定されている。各減衰モデルにおける減衰比対振動数の関係を Fig. 5.3(A)に示す。減衰比は、100 個の SDOF 振動モデル（個々の固有振動数は 0.1, 0.4, 0.6, ..., 10Hz）を単位パルスで弾性自由振動させて得られた対数の減衰率から算出した。自由振動の結果から評価された各質量点の減衰比 ξ_{aim} の目標減衰比に対する精度は、それらの比 $R_{\xi} = \xi / \xi_{aim}$ を計算することで確認している。

各減衰モデルは、以下のように設定されている。

- Rayleigh 減衰 (R)

目標減衰比は、1 次モードの振動数 (0.2Hz) と 7 次モードの振動数 (2.9Hz) に設定されている。このモデルを R (1-7) と名付け、1 次モードと 7 次モードでは $\xi_{aim} = \xi_1 = \xi_2$ とする。同様に、R (1-40) は、1 次モード (0.2Hz)、7 次モード (7.2Hz) の振動数に設定される。Fig. 5.3(B) からわかるように、R (1-40) は減衰比が小さい領域 (1 次モードと 40 次モードの間) を持ち、R (1-7) は適応領域外で減衰比が大きくなっていることが分かる。

- 拡張 Rayleigh 減衰 (EXR)

適応振動数の上限 f_{lim} を 4.0 (Hz) とし、文献に示された高精度なモデルを使用する(Nakamura 2016 [26])。Fig. 5.3(B)に示すように、0.2 (Hz) から 3.0 (Hz) にかけては、減衰比が一定の領域が形成される。しかし、3.0 (Hz) 以上の振動数領域では、減衰比が大きく増加する。したがって、12 次モード以上には過剰な減衰が与えられることになる。

- キャップ減衰 (CP)

初期減衰係数は、1 次モードに比例した剛性比例減衰である。すなわち、式(2.9)は $a_k = 2\xi_{aim}/\omega_1$ となる。振動数にもよるが、2 次モード以上では減衰比は目標の 1.5~2.0 倍となっている。

- 一様減衰 (UN)

カットオフ円周振動数 ω_{cn} を 1.00, 4.64, 21.54, 100(rad/s) とし、 α_n の最適化結果はそれぞれ 1.417, 0.918, 0.918, 1.417 となった。Fig. 5.3(B) からわかるように、減衰比は 0.2~10(Hz) の間で概ね一定であり、高い振動数非依存性を示している。動的剛性の増加に対する対策として、自由振動の結果の振幅間の時間から振動周期を測定したところ、4.73 (s) という結果が得られた。純周期 4.85 (s) に対する周期比は $4.73/4.85=0.974$ 、剛性比は $(0.974)^2 = 0.9508$ となる。したがって、この建物の材料ヤング率に 0.95 を乗じて見かけの周期を調整した (5.2.3 節に示したケース UN1 に対応)。また、材料ヤング率に加えて降伏強度を補正するケース UN2 についても、0.95 を乗じている。なお、付録 1 で述べたように、十分な精度を得るためには、時間増分を適切に小さく設定する必要がある。

- Wilson-Penzien 減衰 (WP)

全モードで減衰比を 2% に設定する。減衰行列は弾性固有値の結果に基づいて作成し、解析中の部材の非線形性による減衰行列の変更は行わない。予備的な比較では、非線形に入るたびに固有値解析の再計算と減衰マトリクスの更新を行った場合とで、ほとんど差がないことを確認している。

近年、鉛直地震動が重要であることが認知され、構造物の耐震解析に含めるべきと主張されている (例えば、Papazoglou et al. 1996 [31], Harrington et al. 2016 [32])。高い振動数の鉛直地震動は柱軸力を刺激し、鋼製柱のスプライスを歪ませ、コンクリート柱の曲げ強度とせん断強度に影響を与える可能性がある。したがって地震解析に鉛直地震動が含まれる場合、鉛直動に対する減衰は適切に設定される必要がある。しかし、建物の鉛直動に対する減衰は、水平動に

対する減衰よりも確立されていない。その理由は、建物の大きな被害の多くは水平動地震によって引き起こされると認識されており、鉛直動は水平動ほど詳細に研究されてこなかったためである。現在でも、鉛直動に対する減衰比についてはほとんど分かっていない。そこで、本研究では様々な減衰モデルを比較する際に、全てのモードに対して一定の減衰を与える WP を評価基準としている。これは、WP が最も現実的なモデルであると主張するものではなく、限られた知識の中で保守的に考えると、全モードで一定減衰にすべきであるとの工学的判断に基づくものである。

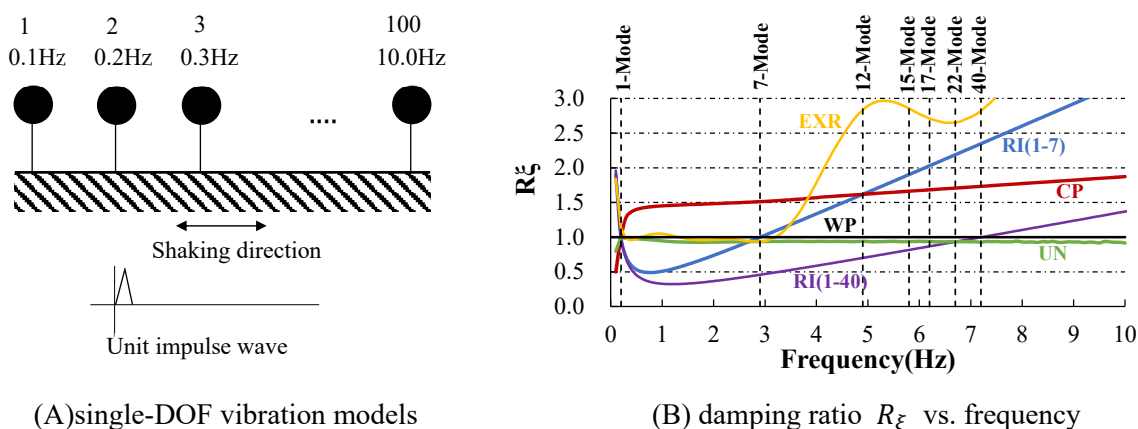


Figure 5.3 Accuracy of damping ratio.

5.4.3 解析条件と地震動

入力地震動は、再現期間 50 年（地震動スケールファクター＝0.2）と 500 年（地震動スケールファクター＝1.0）で検討する。再現期間 50 年では建物は弾性範囲内、500 年では部材の塑性変形が許容される（梁端部の塑性率は一般的に 4.0 程度に制限される）。この 2 つのケースを検討する意図は、弾性ケースと非弾性ケースの挙動の違いを確認することにある。

模擬波（エルセントロ位相）を用いて時刻歴応答解析を行う。実位相波を用いる意図は、現実的な地震動下での建物の水平・鉛直移動の影響を評価するためである。時間積分にはニューマーク- β 法（ $\beta = 1/4$ ）を使用した。積分時間間隔 Δt は、減衰モデルごとに変更した。RI/RT, EXR, CP については、大まかな時間刻みでも安定した結果が得られたため、 $\Delta t = 0.01$ (s) を使用した。WP では、 $\Delta t = 0.01$ (s) で解が発散し、 $\Delta t = 0.005$ (s) で安定したため、 $\Delta t = 0.005$ (s)

を使用した。UN については細かい時間刻みが必要であり、 $\Delta t = 0.0005$ (s) で解が安定したが、これより粗い刻みでは解が発散してしまった。各減衰モデルの精度検証は 5.6 章に示す。一般に、再現期間 500 年の地震動に対しては、柱は弾性であると仮定されるため、本研究でも柱は弾性、梁は非弾性であると仮定している。地震動は水平と鉛直動を同時入力する。

減衰比 $\xi = 2\%$ の加速度応答スペクトルを目標スペクトルとし、地震動はエルセントロ位相特性（再現期間 500 年）を用いて作成する。Fig. 5.4 に模擬地震動と加速度・変位の応答スペクトルを示す。また、同図には水平 1 次モードと鉛直 1 次モード（全体 7 次モード）の位置が示されている。地震動が鉛直モードに与える影響は、加速度応答では大きいですが、変位応答は小さいことがわかる。

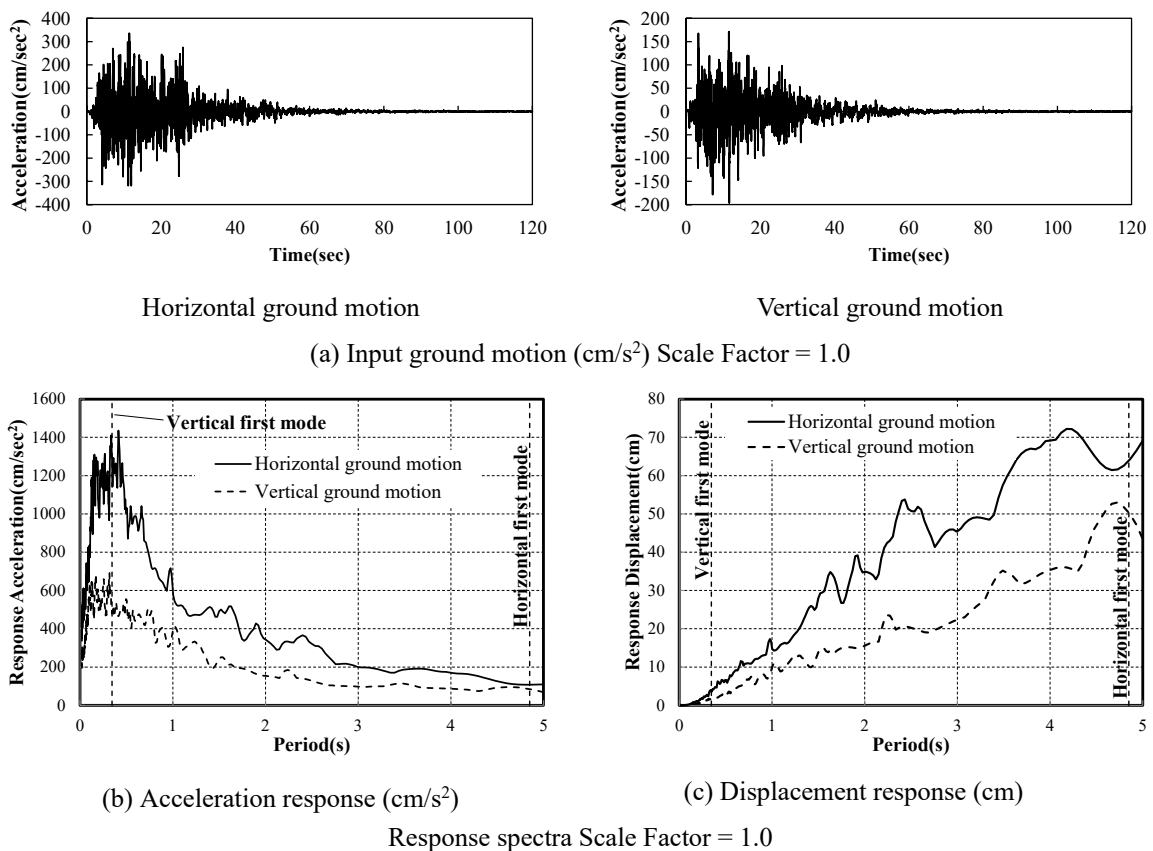


Figure 5.4 Simulated earthquake motion: (a) input ground motion, (b) acceleration response, and (c) displacement response. The response spectra are computed with 2% damping.

5.5 結果

本節では、振動数と減衰比の関係が異なる各減衰モデルが、様々な最大応答結果に及ぼす影響を観察する。Fig. 5.5 と Fig. 5.6 はスケールファクター = 0.2 での弾性応答、Fig. 5.7 と Fig. 5.8 はスケールファクター = 1.0 での弾塑性応答である。梁の振幅は、ロングスパン梁の中央の節点鉛直変位とロングスパン梁の両端の節点鉛直変位の平均値との差で計算している。鉛直加速度は、ロングスパン梁の中央の節点における鉛直応答である。柱軸力比は、WP 応答に対する側柱軸力の比をグラフ化したものである。

Fig. 5.5 の弾性応答の結果を見ると、低次モードが支配的であるため、水平変位はどのモデルも同程度である。一方、R (1-40) は WP よりも大きくなっているが、これは R (1-40) が 2 次モードから 40 次モードの減衰を過小評価しているためと考えられる。UN1 は UN0 より WP に近い傾向がある。これは、UN0 では減衰によって動的剛性が増加したのに対し、UN1 では主構造の剛性を低下させることでその増加を打ち消したためである。

水平加速度応答は、モデル間でばらつきがあり、CP はやや小さい応答となっている。R (1-7) と R (1-40) の応答は、2 次モード目以降の水平高モード減衰が過小評価されているため、WP より大きくなっている。R (1-7), EXR, CP の鉛直加速度応答は、鉛直高モード減衰が過大評価されているため、WP より小さい。UN0 と UN1 の間には、顕著な差はない。

Fig. 5.6 の結果から、R (1-7) と R (1-40) で層せん断力係数、層間変形角が大きくなっていることがわかる。これは、2 次モード目以降の水平高モード減衰が過小評価されているためである。軸力比も同じ理由で R (1-7) と R (1-40) の方が大きい。横柱軸力比は、鉛直振動モードだけでなく、水平運動による過回転モーメントの影響も受ける。したがって、RI (1-40) の応答は、水平高モード減衰を過小評価しているため、他の減衰モデルよりも大きくなっています。また、RI (1-7) は WP よりもわずかに大きく、これは鉛直高次モード振動の影響がそれほど大きくないことを示唆している。CP の応答は、上層階で若干小さくなっている。これは、水平高次モード減衰を過大評価しているためと思われる。

Fig. 5.7 では、CP と UN0 の鉛直梁振幅は、WP より応答が小さい。UN1 は UN01 よりも WP の応答に近く、UN2 はさらに近づいている。水平変位と加速度は、弾性時と同じ傾向を示している。

Fig. 5.8 に示す弾塑性応答も、弾性応答と同じ傾向を示している。ただし、UN0 の塑性率は他の減衰モデルに比べて大きく小さくなっています。UN1 は WP にやや近く、UN2 はかなり近くなっているが、WP と UN2 の差は大きい。

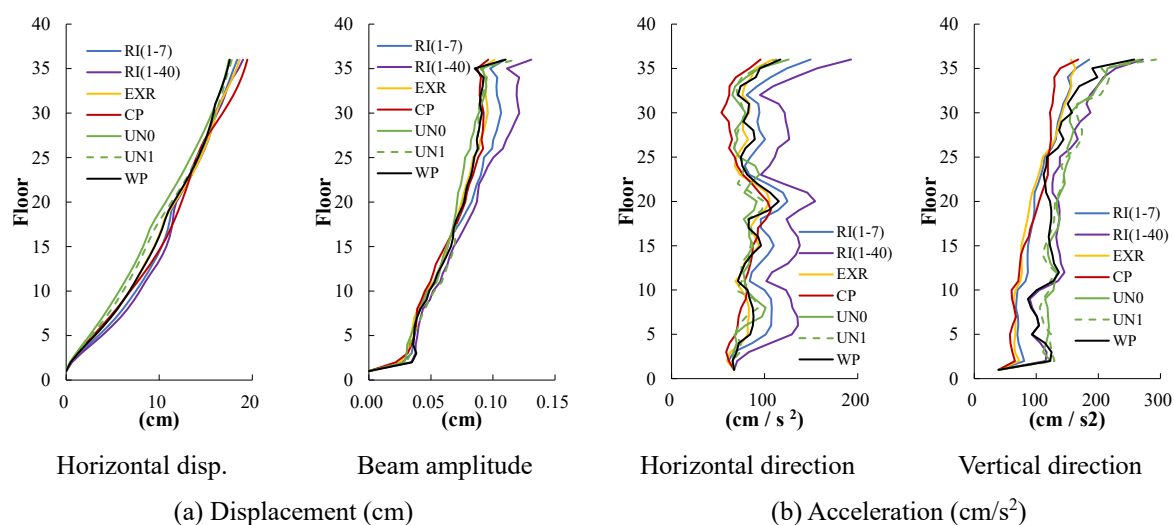


Figure 5.5 Distributions over height of 35-story building: (a) peak displacement in each story and (b) peak acceleration in each story. (Scale Factor=0.2)

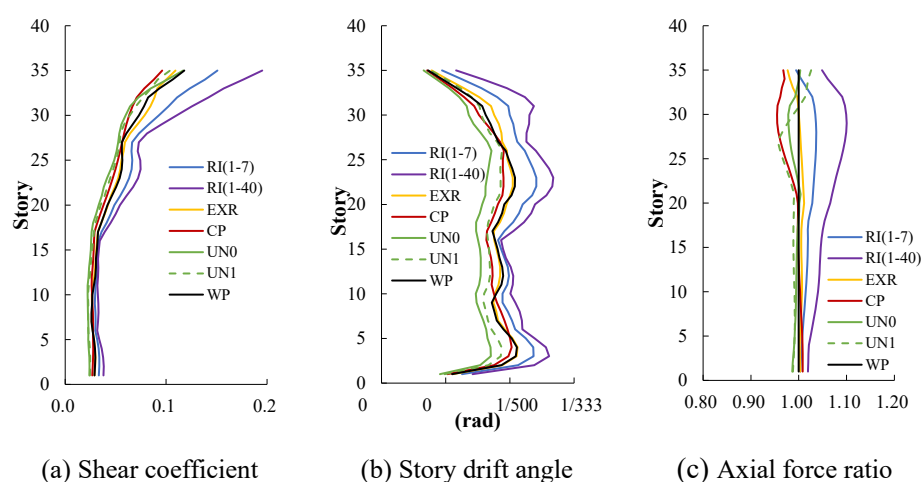


Figure 5.6 Distributions over height of 35-story building: (a) peak story drift angle in each story, (b) peak shear coefficient in each story and (c) peak axial force ratio. (Scale Factor=0.2)

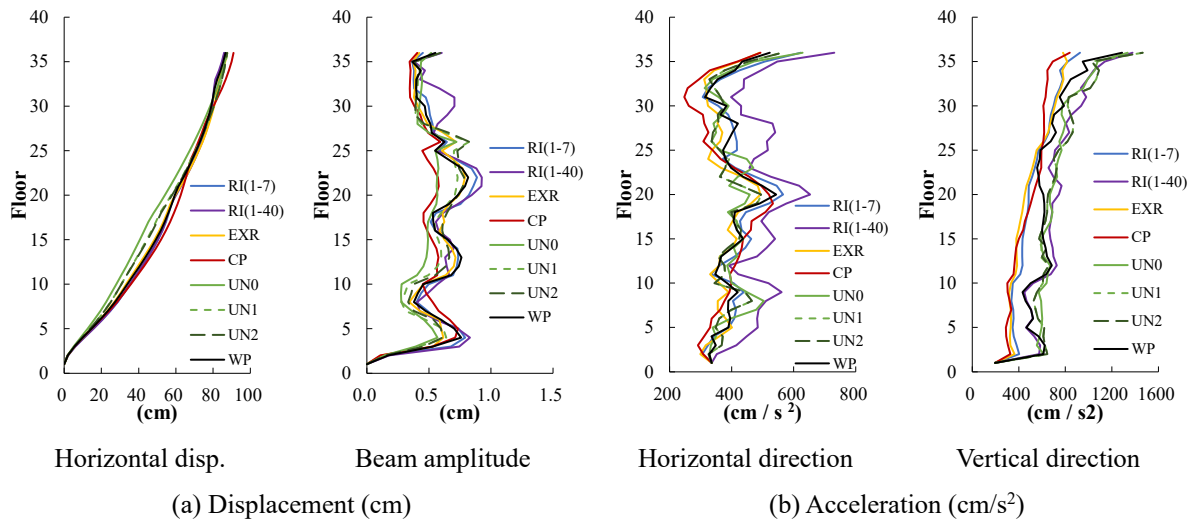


Figure 5.7 Distributions over height of 35-story building: (a) peak displacement in each story and (b) peak acceleration in each story. (Scale Factor=1.0)

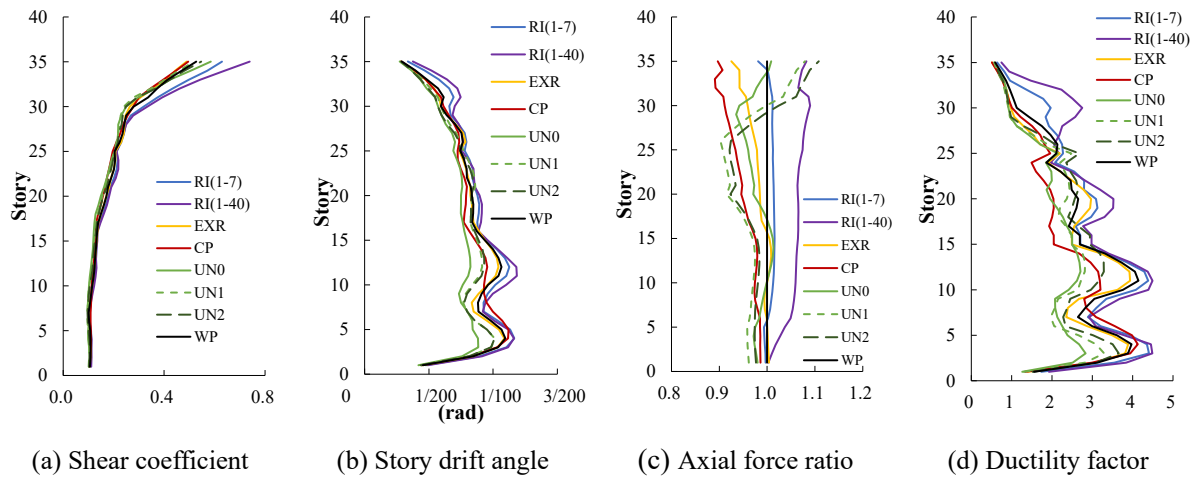


Figure 5.8 Distributions over height of 35-story building: (a) peak story drift angle in each story, (b) peak shear coefficient in each story, (c) peak axial force ratio and (d) ductility factor. (Scale Factor=1.0)

5.6 計算効率

地震応答解析に要する計算負荷を評価するため、各モデルの実行速度を比較する。比較する減衰モデルは、R (1-7)、EXR、CP、UN0、WP である。解析モデルの節点数および自由度を Table 5.2 に示す。Table 5.3 には有効剛性行列 $\tilde{\mathbf{K}}$ を表現するために必要な 1 次元配列のサイズを示している。この配列サイズは、減衰行列 C の配列サイズに依存するモード減衰用の密行列と、剛性行列 K に依存する Rayleigh 減衰の疎行列（スカイライン）である。2 つの行列の配列サイズの差は約 38 倍程度であり、これが計算時間の差の大きな原因である。計算は大型計算ノードを搭載したワークステーション・サーバーで行っている。OS（Red Hat Enterprise Linux version 7.6）に搭載された Load-Sharing-Facility システムにより、複数の計算処理を行う際にも安定した計算環境を提供できる。使用するコンピュータは、CPU に Intel Xeon Gold 6246 3.3GHz を搭載した Lenovo ThinkSystem SD530 である。Fig. 5.9 は、積分時間間隔 Δt と層間変形角の最大応答値の関係を、WP ($\Delta t = 0.0005$ (s)) の結果と比較したものである。WP の $\Delta t = 0.01$ (s)の結果は発散しているため、示していない。UN の結果も $\Delta t = 0.0005$ (s)より粗い時間刻みで発散しているため、示していない。

Table 5.4 に計算時間を示す。R (1-7)、EXR、CP は、粗い時間刻みでも安定した精度の高い結果を示した。UN は安定した結果を得るために十分に細かい積分時間間隔を必要とするため、多くの CPU 時間を費やした。WP は密な行列であるため、有効剛性行列 $\tilde{\mathbf{K}}$ のコレスキー分解に多くの CPU 時間を要した。

Table 5.2 Data size of test model.

Model information	Size
Nodes	756
Independent DOF	1785

Table 5.3 \tilde{K} matrix sizes.

Matrix type	Size
Dense	1594005
Sparse	41944

Table 5.4 CPU times spent on computations.

Damping scheme	Ground Motion Scale Factor F=1.0	
	integration time interval (s)	CPU time (s)
RI	0.01	30
EXR	0.01	27
CP	0.01	26
UN0	0.0005	469
WPF	0.005	532

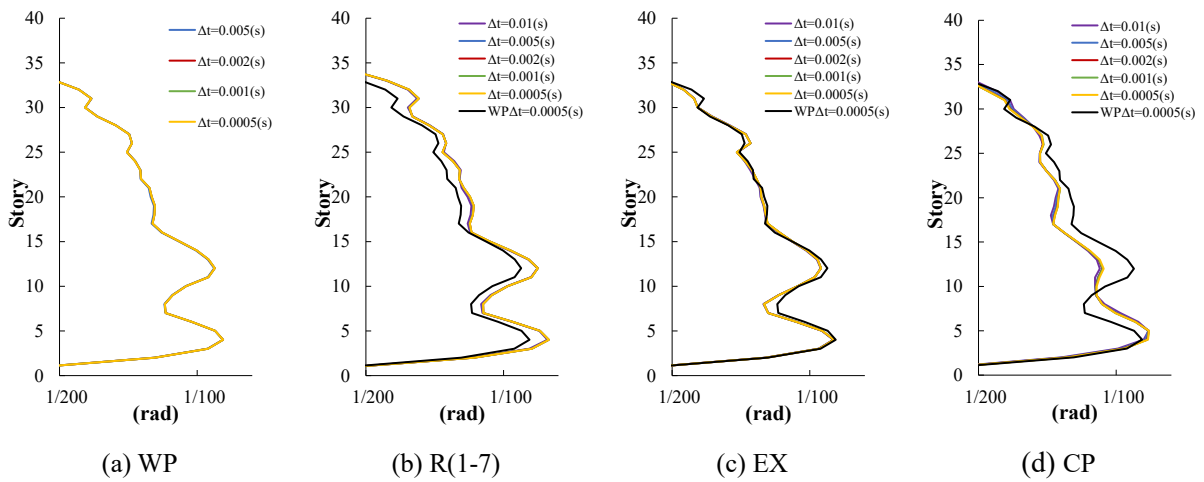


Figure 5.9 Comparison of integration time increments and accuracy for each damping model: (a) Wilson-Penzien, (b) Rayleigh, (c) Extended Rayleigh and (d) Capped viscous. (Scale Factor=1.0)

5.7 考察

水平方向の応答では、水平 1 次モードと鉛直 1 次モード、あるいはそれ以上のモードで Rayleigh 減衰を作ると、水平高次モードの減衰が過小評価されることになるため、層間変形角、塑性率、加速度が大きくなる。一方、鉛直方向の応答に着目すると、水平 1 次モードと鉛直 1 次モードで Rayleigh 減衰を作成した場合、変位応答への影響はほとんどなかった。このことは、地震動による梁の変位振幅の主な原因は鉛直 1 次モードであることを示唆している。これは、梁自体の振動が主要因である歩行誘発振動とは大きく異なる。しかし、鉛直加速度では、鉛直方向の高次モードの影響が大きくなるため、減衰の過大評価となった。

拡張 Rayleigh 減衰は、鉛直加速度の減衰が過大評価されるが、他の応答では良好な振動数非依存性が確認された。より広範な振動数域で一定の減衰比を得るためには、式 (4.1) で提案した速度項と 2 つの時間遅延項を改良し、時間遅延項を多項式化することで効果が確認された。

キャップ減衰はシンプルなモデリング手法であり、理論も明確であるが、対象となる振動数に対して正確な減衰比を設定することができないため、応答にどのような影響を与えるかを事前に予測することは困難である。

一様減衰は広範な振動数域で振動数に依存しない優れた減衰モデルであることが明らかとなった。課題は、動的剛性が増大することである。Huang et.al. 2019 [29]は材料実験に基づいてこの特性が現実的であると主張しているが、筆者は実際の建物がこの特性を持つ証拠を知らない。振動周期は地震応答解析における重要な要素の一つであるため、多くの構造エンジニアは動的剛性の増加を避けるために、原剛性を調整することになると想像される。また、降伏強度をどのように扱うべきかが明確でない。単純に剛性を下げると、降伏変形が大きくなってしまい、塑性率を他の減衰モデルより小さく評価してしまう。一方、降伏強度の調整も行った場合 (UN2)は、剛性のみを調整した場合 (UN1)と比較して改善すると考えられる。しかし、この調整も物理的根拠があるわけではなく、あくまで解析結果のすり合わせに過ぎない。動剛性の調整には検討の余地が残されている。

キャップ減衰と一様減衰に共通する問題点として、減衰のメカニズムが不明確である限り、減衰比 (例 : RC : 3%、S ; 2%) は構造設計の重要な指標としてあり続けるであろう。そのような

状況において、根拠があいまいなこれらのモデルを使う場合には、安全側の仮定となるよう、設計上の配慮が求められることになる。

5.8 まとめ

構造物の減衰のメカニズムは未だ解明されていないが、地震シミュレーションに与える影響は大きい。したがって、このような物理量をどのように考慮するかは、工学的に重要な課題である。実際には、安全側の仮定を組み込むことになるが、考慮する振動数範囲が広い場合には、特定の振動モードを過大評価したり過小評価したりすることがある。本研究では、水平・鉛直同時地震動を受ける高層ビルの数値例を通して、減衰モデルの振動数非依存性についての知見を得た。現在のところ、すべての問題に共通して適用できる減衰モデルは存在しない。したがって、構造技術者は目的に応じて適切な減衰モデルを選択し、使用する必要がある。得られた知見をまとめると、以下のようになる：

- 実務設計で振動数非依存減衰が必要となる状況は、水平と鉛直の応答加速度を同時に評価する必要がある特殊な場合に限定される。具体的な事例では、実位相地震動を受ける超高層建築物の梁に生じる変位振幅の振動モードは、建物の鉛直1次振動モードが支配的となる。よって水平・鉛直動同時入力時の水平と鉛直の変位応答を評価する場合は、水平1次と鉛直1次モードで減衰比を設定した Rayleigh 減衰を用いることで、水平高次モード減衰を多少過小評価するものの、概ね振動数に依存しない良好な結果を得ることができる。しかし、水平と鉛直の加速度応答を同時に評価する場合には、高次の鉛直振動モードの影響を無視することができないため、Rayleigh 減衰では適切な減衰比を設定することが困難となる。この結論は、応答スペクトルからも読み解くことができる。
- 拡張 Rayleigh 減衰 (EXR) は、Rayleigh 減衰と比較して水平高次モード減衰の振動数非依存性を高めることができるが、鉛直高次モード減衰を過大評価し、水平加速度と鉛直加速度を同時に評価する場合に Rayleigh 減衰と同じように適用することが困難である。拡張 Rayleigh 減衰の適応振動数範囲を拡大する試みは、今後の課題である。

- 水平応答に限定すると、キャップ減衰 (CP) は振動数に依存しない傾向がある。しかし、高次モードの減衰を慎重に検討する必要がある場合 (高次モード加速度を保守的に評価するなど)、減衰比を大きな値で評価する傾向があることに留意する必要がある。
- 一様減衰 (UN) の実用例は少なく、未知数な部分も多いため、その可能性を検証することも目的の一つであった。UN は振動数に影響されにくい性能を持っている。問題点は、動的剛性が上がるため、見かけの建築周期が大きく変化することである。これが現実の現象であるという証拠がない限り、周期が大きく変化する減衰モデルを実用的な構造設計に使えるかどうかは疑問である。また、十分な精度を発揮するためには、十分な時間増分 (Δt 約 0.0005 秒) が必要であるため、陰解法には不向きである。
- 比較した疎行列減衰モデルのうち、拡張 Rayleigh 減衰 (EXR) は振動数非依存性と計算コストのバランスが最も優れているように見えるが、どのモデルも水平第 1 モードから鉛直高次モードまでの範囲に適用するには不十分である。

6 結

近年は電子計算技術が目覚ましい発展を遂げ、近未来には量子計算技術も実用化される見通しである。そのような時代の地震予測にシミュレーション技術の果たすべき役割は大きい。本研究は地震シミュレーション技術のなかで、これまで曖昧にされてきた「減衰」に着目し、工学としてのあるべき姿について洞察した。得られた知見は凡そ以下のように要約される。

- 水平モードは低モード振動数に集中し、鉛直モードは高モード振動数の広い範囲に分布している。建物への水平・鉛直動の影響評価において、弾性仮定が成立しない場合は水平・鉛直同時入力が必要であり、広い振動数範囲で振動数に依存しにくい減衰が必要である。本研究では、地震解析における振動数非感応型減衰の必要性を強調する具体例として、大屋根を持つスタジアムを提示した。(第1章)
- 既存の減衰モデルの問題点を整理した。(2章)
- 本研究では、既存の粘性減衰モデルの問題点を克服するために、独自のキャップ減衰をベースとした新しい減衰モデルを提案した。そして、20階建ての簡単な魚の骨モデルを用いて、オリジナルモデルと比較することにより、提案モデルの有効性を実証した。その結果、改良型モデルは物理的な根拠に基づいてモデル化されており、振動数に依存しにくい点でもオリジナル減衰モデルより優れていることが明らかになった。(第3章)
- Rayleigh 減衰に比べて適応振動数範囲が広い拡張 Rayleigh 減衰に着目し、弾性立体骨組モデルに適用してその利便性を検証した。その結果、計算負荷も小さいにもかかわらず、広い振動数範囲で振動数に依存しないモデルであることを明らかにした。(第4章)
- 大規模弾塑性モデルに対する水平・鉛直入力解析に適した減衰モデルに関する知見、及び振動数非依存減衰の必要性の是非を問うため、35階建ての2次元弾塑性骨組モデルを用いて、Rayleigh、瞬間 Rayleigh、拡張 Rayleigh、キャップ、一様、およびモード減衰による応答を比較した。その結果、水平・鉛直変位応答を評価する上では、Rayleigh、瞬間 Rayleigh、拡張 Rayleigh は良好な結果を得ることができるが、水平・鉛直加速度応答を評価する上では十分とは言えないことを明らかとした。またキャップ減衰は仕組みが単純でありながら、水平応答に対してはある程度の振動数非依存性を実現できることを明らかにした。しかし、

高次モードに対しては十分な精度は発揮することができないことを示した。一様減衰は、広い振動数範囲で振動数非依存性を示す優れた減衰モデルであるが、動剛性が上昇するため周期特性が変わることが大きな課題であるとの知見を得た。(第5章)

最後に本研究で着目した減衰モデルが、今後どのように構造設計に生かされていくかについて将来の展望を述べたい。

日本では古くから剛性比例減衰が広く用いられているが、一方米国では Rayleigh 減衰が広く用いられている。その理由は、振動性状に影響を及ぼすモードについては減衰比が過度に生じてはならないとの考えが日本より明確に存在するためである。米国での耐震規定 ASCE(American Society of Civil Engineers)の中の規定 ASCE7 にも有効質量比 90%以下に含まれる振動モードに対して減衰比 5%を超えてはならないと明記されている。実現象に振動数依存性がないことを踏まえると、日本も Rayleigh 減衰を基本とする必要があるように思える。しかし、特殊な検討内容によっては Rayleigh 減衰では対応できない場合もあるため、具体的な検討内容別にどのような減衰モデルを用いるべきかについて一案を例示する。また一様減衰の将来性についても最後に触れたい。

6.1 免震構造(基礎の滑りを伴う構造)

免震構造(基礎の滑りを伴う構造)に Rayleigh 減衰を用いると質量項に過大な減衰力が生じるため、推奨できないことが既往の多くの研究で述べられている(Hall 2006 [8], Ryan et al. 2008 [34], Pant et al. 2012 [35], Pant et al. 2013 [36], Anajafi et al. 2019 [37])。免震構造は1次モードが支配的となる。そのため剛性比例減衰でも高次モードに対して過大な減衰が与えられることはないと考えられる。しかし剛性比例減衰で上部構造に構造減衰を与える場合に、具体的な例として基礎固定時の1次円振動数 ω_{1f} を与えるか、免震バネも含めた1次固有値結果の円振動数 ω_{1i} を与えるかなど、どのような1次円振動数 ω_1 を設定するかがたびたび議論となる。円振動数の大小関係は $\omega_{1f} > \omega_{1i}$ となるため、減衰係数式 $\mathbf{C} = \left(\frac{2\xi}{\omega}\right)\mathbf{K}$ の関係から基礎固定時の円振動数 ω_{1f} を用いることは減衰を小さく見積もることになり、安全側の仮定となっている。構造設計の手續

きとしてはこれで問題ないが、実現象の減衰に振動数依存性がないことを考えると、このような仮定は場当たりの対応のようにも見える。

そこで筆者はこのような検討にはキャップ減衰(Mogi et al. 2022 [42])、あるいは因果減衰(Nakamura 2007 [24])を推奨する。いずれも振動数依存性は小さく、また部材要素のみに依存した減衰モデルであるため質量項の影響はなく、剛体運動を伴う振動解析に適した減衰モデルとなる。

6.2 浮き上がり構造

免震構造と同様に Rayleigh 減衰を用いると質量項に過大な減衰力が生じる。免震構造と異なる点は浮き上がりを伴う構造には少なからず高次振動の影響が発生することである(Mogi et al. 2015 [42])。このような検討にはキャップ減衰(Mogi et al. 2022 [43])で対応することも可能と思われるが、高次振動の影響を慎重に考慮する場合には因果減衰(Nakamura 2007 [24])を推奨する。

6.3 水平/鉛直動同時入力による検討

水平+上下動による梁振動と柱軸力の検討にどのような減衰モデルを用いれば良いか。超高層建物を想定した場合、一般に建物水平1次周期が5秒(0.2Hz)とすると、上下1次周期は水平1次周期の1/10~1/8程度であるので、0.5~0.7秒程度となる。また、いわゆる歩行振動で問題となる梁の振動数が5~10Hz程度であることを考えると、考慮すべき振動数は0.2~10Hz程度の広範囲となる。こうなると、Rayleigh 減衰ではこの振動数範囲で減衰比を一定にすることが難しいため、モード減衰で対応することも考えられるが、密行列となるため大規模解析では実用性がない。このような検討では因果減衰や拡張 Rayleigh 減衰のように、疎行列でありながら限られた振動数範囲で振動数に非依存な減衰モデルが有効であると思われる。しかし、これらの減衰モデルでも減衰比を一定とできる範囲は、せいぜい水平1次~鉛直1次モードまでの範囲程度で、それより広い範囲では減衰比が上昇するモデル化となってしまう。しかし、本研究の成果によれば、変位応答(階の水平応答、及び柱/梁の上下変位応答)であれば、影響ある振動モードは水平1次から鉛直1次までであるので、水平高次モード減衰を過小評価することにな

るが、Rayleigh 減衰でも十分である。水平高次モード減衰も適切に評価したい場合は因果減衰 (Nakamura 2007 [24])あるいは拡張 Rayleigh 減衰(Nakamura 2016 [26])を推奨する。しかし水平と鉛直の加速度を評価する目的である場合には十分ではない。これは超高層建築物に限ったことではなく、スタジアムなど様々な形態の構造物に共通することである。この対応については拡張 Rayleigh 減衰の因果減衰項を調整することで適応振動数域を拡張できることは既に分かっており、今後の研究に委ねたい。

6.4 一様減衰の将来性

減衰の発生要因が部材内の摩擦などであることを考えると、本来の減衰は部材要素と関係づけられたモデルであるべきで、要素復元力と関係づけられた一様減衰はリアリティーがあり、特に超高層ビルなど地盤逸散減衰の影響が少ない地震シミュレーションでは現実に近いモデル化であると考えられる。本研究で課題とした動剛性は、低振動数部でも減衰比 2%程度では 5%程度の周期差が生じることになる。5%は少ないように思えるが、地震応答解析では入力地震動によっては応答に大きな影響を与える可能性がある。したがって実現象は良く分からないが、古くから用いてきた粘性減衰と振動性状が異なってしまう減衰モデルを用いることに構造エンジニアは躊躇しないか疑問である。これを避ける場合は部材のヤング率を修正することを LS-DYNA のマニュアルに推奨されているが、その場合のもう一つの問題は塑性変形が伸びてしまうことである。本論文でも塑性率の評価に差が生じる結果となっている。本文では述べないが一つのアイデアとして、このような修正をする場合には剛性ではなく質量に対して行うのが良いように思う。そうすることで塑性変形に対する修正が不要になる。

Huang 氏からの助言によれば、一様減衰は 2010 年に開発され、Arup 社では世界各地のプロジェクトで用いているとのことである。非常に可能性を秘めた減衰モデルであると認識しており、動剛性の上昇については観測でそのような傾向があることを示せばよいと考えている (例えば二次部材や外壁による拘束効果で、実際の建物は解析モデルよりも硬くなるなど)。また一様減衰は減衰マトリクスが不要であるため、陰解法に拘る必要もなくなり、並列計算のやり

易さを考えると、将来的には陽解法で非線形問題を解くことが主流になる可能性もあり、今後の研究に期待したい。

参考文献

- [1] Lazan BJ: Damping of materials and members in structural mechanics, Pergamon, Oxford, UK, 1968
- [2] Architectural Institute of Japan: Damping in Building, 2000.10(In Japanese)
- [3] Kashima T, Kitagawa Y: Dynamic Characteristics of Buildings Estimated from Strong Motion Records, *Proceedings of the 8th U.S. National Conference on Earthquake Engineering*, No.1136, 2006
- [4] Hoshi Y, Hisada Y, Yamashita T, Masuzawa Y, Shimamura K: Study on Vibration Characteristics of a High-Rise Building Using Results of Microtremor, Manpower Excitation Measurements, Earthquake Observations and Simulations of a 3D Moment-Frame Structure, *Journal of Japan Association for Earthquake Engineering*, 10, No.2, pp.73-88, 2010 (in Japanese)
- [5] Nakamura N, Kinoshita T, Fukuyama H: Response Analysis and ARX Identification of a Steel Reinforced Concrete High-Rise Building During the 2011 off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake. *Front. Built Environ.* doi: 10.3389/fbuil.2017.00074, 2017
- [6] Cruz C: Miranda E. Damping Ratios of the First Mode for the Seismic Analysis of Buildings, *Journal of Structural Engineering*, 147(1), 2021
- [7] Wilson EL, Penzien J: Evaluation of orthogonal damping matrices, *Journal of Numerical Methods in Engineering*, 4, pp.5–10, 1972
- [8] Hall JF: Problems Encountered from the Use (or Misuse) of Rayleigh Damping, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 35, No.5, pp.525-545, 2006
- [9] Hall JF: Performance of viscous damping in inelastic seismic analysis of moment-frame buildings, *Pasadena, California, Report No. EERL 2018-01*, 2018
- [10] Chrisp DJ.: Damping models for inelastic structures. MSc Dissertation, *University of Canterbury*, 1980
- [11] Bernal D: Viscous damping in inelastic structural response., *Journal of Structural*

- Engineering*, 120 (4),1240-1254, 1994.
- [12] Léger P, Dussault S: Seismic-energy dissipation in MDOF structures., *Journal of Structural Engineering*, 118 (6), 1251-1267, 1992
- [13] Charney FA: Unintended Consequences of Modeling Damping in Structures, *Journal of Structural Engineering*, 134, No.4, pp.581-592, 2008
- [14] Carr AJ: Ruaumoko Volume 1: Theory., Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand; 2007.
- [15] Hall JF: Discussion of“A new inherent damping model for inelastic time-history analyses”by Enrique Luco and Armando LANZI. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 2018;47(10):2137-2139.
- [16] Priestley MJN, Grant DN: Viscous damping in seismic design and analysis. *Journal of Earthquake Engineering*. 2005;9(S12):229-255.
- [17] Luco JE, LANZI A.: A new inherent damping model for inelastic time-history analyses. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*.,46, No.12, pp.1919-1939, 2017
- [18] Chopra AK, Mckenna F: Modeling Viscous Damping in Nonlinear Response History Analysis of Buildings for Earthquake Excitation, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 45, No.2, pp.193-211, 2016
- [19] McKenna F: Object-oriented finite element programming: frameworks for analysis, algorithms, and parallel computing. PhD thesis, Department of Civil Engineering, *University of California, Berkeley*, 1997
- [20] Luco J E, LANZI A: Numerical artifacts associated with Rayleigh and modal damping models of inelastic structures with massless coordinates., *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 48(13): pp.1491-1507, 2019
- [21] Inaudi JA, Kelly JM: Linear Hysteretic Damping and the Hilbert Transform, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 121, No.5, pp. 626-632, 1995
- [22] Makris N: Stiffness, Flexibility, Impedance, Mobility and Hidden Delta Function,

- Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 123, No.11, pp.1202-1208, 1997
- [23] Nakamura N: A Practical Method for Estimating Causal Hysteretic Damping -Simple Approximate Expression of Complex Damping in Time Domain, *Journal of Structural and Construction Engineering* (Transactions of AIJ), 596, pp.33-39, 2005 (in Japanese)
- [24] Nakamura N: Practical Causal Hysteretic Damping, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 36, No.5, pp.597-617, 2007
- [25] Nakamura N: Study on Upgrading of Rayleigh Damping, *Journal of Structural and Construction Engineering* (Transactions of AIJ), 79, No.706, pp.1751-1761, 2014 (in Japanese)
- [26] Nakamura N: Extended Rayleigh Damping Model, *Frontiers, Built Environment*, doi: 10.3389/fbuil.2016.00014, 2016
- [27] Nakamura N: Application of Causal Hysteretic Damping Model to Nonlinear Seismic Response Analysis of Super High-Rise Building. Substitution for Viscous Damping Including Tangent Stiffness Proportional Damping, *Journal of Structural and Construction Engineering* (Transactions of AIJ), 84, No.759, pp.597-607, 2019 (in Japanese)
- [28] Ota A, Nakamura N, and Mogi Y: Examination of Applicability of Causality-Based Damping Model to Dynamic Explicit Method., *Journal of Structural and Construction Engineering* (Transactions of AIJ), 86, No.786, 1168–1179, 2021 (in Japanese)
- [29] Huang Y, Richard S, Michael W: A damping model for nonlinear dynamic analysis providing uniform damping over a frequency range, *Computers & Structures*, 2019
- [30] Tian Y, Fei Y, Huang Y, Lu X: A universal rate-dependent damping model for arbitrary damping-frequency distribution, *Engineering Structures*, 2022
- [31] Papazoglou AJ, Elnashai AS: Analytical and field evidence of the damaging effect of vertical earthquake ground motion, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1996, 25(10), 1109 - 1137.
- [32] Harrington CC, Liel AB: Collapse assessment of moment frame buildings, considering

- vertical ground shaking, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2016, 45(15), 2475 - 2493.
- [33] Lu Y, Gong S: An analytical model for dynamic response of beam-column frames to impulsive ground excitations, *International Journal of Solids and Structures*, 44(3-4), 779-798, 2007
- [34] Ryan KL, Polanco J: Problems with Rayleigh damping in base-isolated buildings. *Journal of Structural Engineering* (ASCE) 134:11, 1780-1784, 2008
- [35] Pant DR, Wijeyewickrema, Chopra A.K: Structural performance of a base-isolated reinforced concrete building subjected to seismic pounding, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 41(12):1709–1716, 2012
- [36] Pant DR, Wijeyewickrema, Chopra A.K: Appropriate viscous damping for nonlinear time-history analysis of base-isolated reinforced concrete buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 42(15):2321–2339, 2013
- [37] Anajafi H, Media RA, Santini-Bell E: Effects of the improper modeling of viscous damping on the first-mode and higher-mode dominated responses of base-isolated buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 49(1):51–73, 2019
- [38] Clough RW, Penzien J: Dynamics of structures., 3rd ed. Berkeley (CA), *Computers & Structures, Inc.*, 2003
- [39] Lee CL: Type 4 bell-shaped proportional damping model and energy dissipation for structures with inelastic and softening response, *Computers & Structures*, 2022
- [40] LS-DYNA KEYWORD USER'S MANUAL VOLUME 1 (R13): LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY, *AN ANSYS COMPANY*, 2021,
<https://www.dynasupport.com/manuals>
- [41] SS7 USER'S MANUAL: *UNION SYSTEM Inc.*,
<https://www.unions.co.jp/service/structure/ss7/>
- [42] Mogi Y, Okayama S: Modal Decomposition and Behavior of Free Vibration Response

- with Grounding and Uplifting, *Journal of Structural and Construction Engineering* (Transactions of AIJ), 80, No.713, pp.1013-1022, 2015 (in Japanese)
- [43] Mogi Y, Nakamura N, Nabeshima K, Ota A: Vibration characteristics of capped viscous damping based on frame restoring-force amplitude, *Frontiers in Built Environment*, 8, doi: 10.3389/fbuil.2022.858029, Accessed 2022.3.18
- [44] Qian X, Chopra AK, McKenna F: Modeling viscous damping in nonlinear response history analysis of steel moment-frame buildings: Design-plus ground motions. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 50(3):903–915, 2021
- [45] Mogi Y, Nakamura N, Ota A: Application of Extended Rayleigh Damping Model to 3D Frame Analysis: Evaluation of damping in elastic response history analysis, *Japan Architectural Review*, 6(1), 2022
- [46] Kinoshita T, Nakamura N, Kashima T: Characteristics of the first-mode vertical vibration of buildings based on earthquake observation records, *Japan Architectural Review*, 4(2), 290-301, 2021

付録

A.1 一様減衰の時間刻みと精度

この一様減衰は、Hall 2018 [9]を参考に、本稿では以下のように実装している。

式(A1)は微小時間の中で近似的に以下の関係があると仮定している。:

$$\frac{1}{2}\{f_d(t + \Delta t) + f_d(t)\} = 2\xi \sum_{n=1}^N \frac{2\alpha_n}{\omega_{cn}\Delta t} \{f_{Ln}(t + \Delta t) - f_{Ln}(t)\} \quad (\text{A1})$$

左辺は時間前後の変化の中間値を意味しており、右辺は微分を差分で表現した形となる。同様に式(A2)も差分関係があると仮定する。

$$\frac{1}{2}\{f_{Ln}(t + \Delta t) + f_{Ln}(t)\} + \frac{f_{Ln}(t+\Delta t) - f_{Ln}(t)}{\omega_{cn}\Delta t} = \frac{1}{2}\{f_k(t + \Delta t) + f_k(t)\} \quad (\text{A2})$$

式(A1)、(A2)より $t + \Delta t$ 時のフィルターを通過した復元力 $f_{Ln}(t + \Delta t)$ は t 時の値からの漸化式で表現できる。

$$f_{Ln}(t + \Delta t) = \frac{\omega_{cn}\Delta t}{2 + \omega_{cn}\Delta t} \{f_k(t + \Delta t) + f_k(t)\} + \frac{2 - \omega_{cn}\Delta t}{2 + \omega_{cn}\Delta t} f_{Ln}(t) \quad (\text{A3})$$

また減衰力 $f_d(t + \Delta t)$ も式(A1)から t 時の値で表現できる。

$$f_d(t + \Delta t) = \left(4\xi \sum_{n=1}^N \frac{\alpha_n}{2 + \omega_{cn}\Delta t}\right) \{f_k(t + \Delta t) + f_k(t)\} - 8\xi \sum_{n=1}^N \frac{\alpha_n}{2 + \omega_{cn}\Delta t} f_{Ln}(t) - f_d(t) \quad (\text{A4})$$

$$M\ddot{u}(t + \Delta t) + f_k(t + \Delta t) + f_d(t + \Delta t) = p(t + \Delta t) + f_u(t) \quad (\text{A5})$$

$f_u(t)$ は前ステップで生じた不釣り合い力であり

$$f_u(t) = p(t) - M\ddot{u}(t) - f_d(t) - f_k(t) \quad (\text{A6})$$

したがって増分方程式は式(A7)となり、これから増分変位 Δu が求められる。

$$\mathbf{M}\Delta\ddot{\mathbf{u}} + \Delta\mathbf{f}_d + \mathbf{K}_T\Delta\mathbf{u} = \Delta\mathbf{p}(t) + \mathbf{f}_u(t) \quad (\text{A7})$$

$$\mathbf{f}_u(t) = \mathbf{p}(t) - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) - \mathbf{f}_d(t) - \mathbf{f}_k(t) \quad (\text{A8})$$

したがって、線形加速度法の増分式では、有効剛性 $\tilde{\mathbf{K}}$ と増分有効荷重 $\tilde{\Delta\mathbf{p}}$ を用いて、式 (A9) による増分変位 Δu をニューマーク β 法で求めることができる。

$$\tilde{\mathbf{K}}\Delta\mathbf{u} = \Delta\tilde{\mathbf{p}} \quad (\text{A9})$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \left(1 + 4\xi \sum_{n=1}^N \frac{\alpha_n}{2 + \omega_{cn}\Delta t}\right) \mathbf{K}_T + \frac{1}{\beta\Delta t^2} \mathbf{M} \quad (\text{A10})$$

$$\tilde{\Delta\mathbf{p}} = \Delta\mathbf{p} + \mathbf{f}_u(t) + \left(\frac{1}{\beta\Delta t} \dot{\mathbf{u}} + \frac{1}{2\beta} \ddot{\mathbf{u}}\right) \mathbf{M} \quad (\text{A11})$$

ローパスフィルタを通過した復元力ベクトル $\mathbf{f}_{Ln}(t + \Delta t)$ と減衰力ベクトル $\mathbf{f}_d(t + \Delta t)$ は、それぞれ式 (A3)、(A4) において前ステップの $\mathbf{f}_{Ln}(t)$ 、 $\mathbf{f}_d(t)$ からの漸化式として定式化されている。したがって、十分な精度を得るためには、時間刻みを細かくするか、反復計算により収束的に力のバランスを計算する必要がある。どちらの方法も計算コストが高くなる。本研究で作成したプログラムでは、反復計算を行わず、不釣り合い力を次のステップに持ち越して力の釣り合いを解消するようにしている。Fig. A1 は、時間増分 Δt が 0.0005、0.001、0.005、0.01 の場合の減衰比の精度検証結果である。時間増分が大きくなるにつれて精度は悪化し、 $\Delta t = 0.005$ と $\Delta t = 0.01$ では減衰比がそれぞれ 10%と 20%増加している。陰解法の最大の利点は、粗い時間増分でも安定した解が得られることであるが、十分な精度を得るためには $\Delta t = 0.001$ 以下の時間増分が必要であり、陰解法の利点を生かしたアルゴリズムとは言えない。

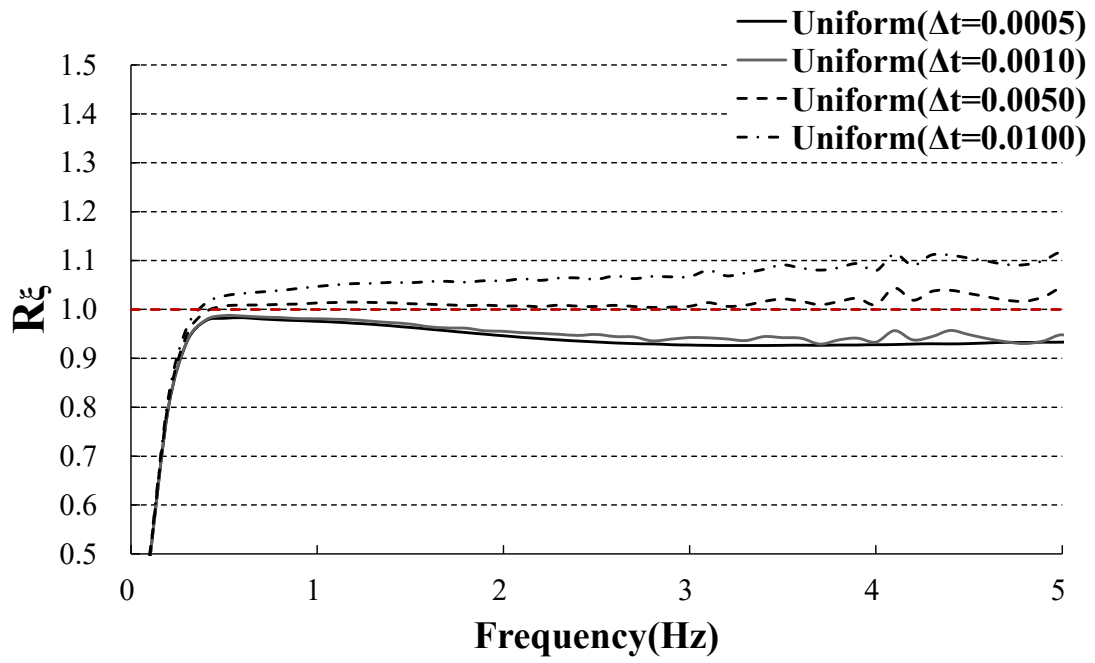


Figure A1. Accuracy of damping ratio (effect of time increments).

公開査読論文

学術雑誌

1. Mogi Y, Nakamura N, Nabeshima K, Ota A: Development of Capped Viscous Damping Model Based on Restoring-Force Amplitude, *Journal of Technology and Design (Transactions of AIJ)*, 29(71): 115-120, 2023
2. Mogi Y, Nakamura N, Nabeshima K, Ota A, Vibration Characteristics of Capped Viscous Damping Based on Frame Restoring-Force Amplitude, *Frontier in Built Environment*, 2022, doi:10.3389/fbuil.2022.858029
3. Mogi Y, Nakamura N, Ota A: Application of Extended Rayleigh Damping Model to 3D Frame Analysis: Evaluation of damping in elastic response history analysis, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, 86(783): 738-748, 2021
- 3'. Mogi Y, Nakamura N, Ota A: Application of Extended Rayleigh Damping Model to 3D Frame Analysis: Evaluation of damping in elastic response history analysis, *Japan Architectural Review*, 6(1), 2022
4. Mogi Y, Nakamura N, Nabeshima K, Ota A: Performance of Inherent Damping Models in Inelastic Seismic Analysis for Tall Building Subject to Simultaneous Horizontal and Vertical Seismic Motion, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2023

学術会議

1. Mogi Y, Nakamura N, Nabeshima K, Ota A, Vibration Characteristics of Capped Viscous Damping Based on Frame Restoring-Force Amplitude, *The 66th National Congress of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022

謝辞

本論文を結ぶにあたり、本研究を遂行する上でご指導、ご鞭撻とご援助をいただいた方々に感謝の意を表します。

広島大学大学院先進理工系科学研究科 中村 尚弘 教授には、研究の推進や論文の執筆および各ジャーナルへの投稿につきまして、多大なるご指導と御高配を賜りました。心より御礼を申し上げます。

また、広島大学大学院先進理工系科学研究科 田川 浩 教授、三浦 弘之 准教授、並びに茨城大学大学院理工学研究科 肥田 剛典 准教授には、論文に対する様々な示唆、ご指導をいただきました。深く感謝いたします。

また、神戸大学大学院工学研究科 鍋島国彦 助教、広島大学大学院先進理工系科学研究科博士後期課程 太田成 氏には、本研究を進めるにあたり多くのアドバイスをいただきました。感謝いたします。

清華大学土木工学科 Yuli Huang 氏には一様減衰について貴重な助言を頂きました。感謝致します。

大成建設株式会社執行役員設計本部副本部長 篠崎洋三氏には、小生の研究活動を温かく見守っていただきました。感謝いたします。

本研究に至るきっかけとなったプロジェクト新国立競技場の構造設計(2016-2017)では、細澤治氏、故水谷太郎氏、木村雄一氏、溝淵知己氏、大和伸行氏から多くの刺激と示唆をいただきました。感謝いたします。

大学の先輩である故武田真氏から頂いた叱咤激励の言葉が励みとなり、多くの学びを与えてくれました。本当にありがとうございました。ご冥福をお祈り致します。

最後に、広島大学大学院博士課程への進学、学位取得へ向けた活動に賛同し、常に支えてくれた妻 由美子に心から感謝します。

令和五年 長月