

論文の要旨  
(Thesis Summary)

氏名 折戸 隆寛

論文題目 Numerical study on non-Hermitian quantum dynamics  
(非エルミート量子系の動力学的数値的研究)

本研究では、Hatano-Nelson (HN) model と呼ばれる非対称なホッピングを持つ 1 次元非エルミート量子系における局在非局在転移に注目する。通常のエルミートな 1 次元量子系では、不純物ポテンシャルの強度が有限になると局在が生じ、全ての固有関数は実空間において指数関数的に減衰する。一方で HN model では、非対称なホッピングが局在を阻害するため非局在相が現れ得る。HN model の局在非局在転移点は、局在と非エルミート性（非対称ホッピング）の競合によって定まり、転移点を推定できるなら、局在長という有用な指標を評価することができる。そのため、HN model の研究はエルミート量子系における局在非局在転移の理解にも寄与する。

HN model を粒子間相互作用がある量子多体系へ拡張した多体 HN model の局在非局在転移（多体局在転移）に関する研究はまだ緒に就いたばかりである。先行研究では、様々な指標を用いて局在相転移を検証しているが、時間発展時のエンタングルメント エントロピー (EE) の振る舞いから局在・非局在相を判別する点に関しては、不純物ポテンシャルの強度が極端に弱い場合と強い場合のみを対象としており、広い範囲にわたる検討はなされていなかった。本研究では不純物ポテンシャルの強度を変えた際の EE の振る舞いを詳細に検討した。さらに、HN model の研究を行う動機の一つである局在長と局在転移点の関係性について、多体 HN model におけるダイナミクスの観点から評価可能か検証した。

本論文は以下のように構成され、著者自身の成果は 4 章と 5 章にまとめられている。

- 1 章：本研究の背景について
- 2 章：（非）エルミート系における（非）局在現象
- 3 章：固有状態熱化仮説・多体局在現象および非エルミート多体局在現象
- 4 章：非対称な波束のダイナミクス
- 5 章：多体系における EE のダイナミクス
- 6 章：まとめ

以下では著者自身が明らかにした具体的な成果について記述する。

4 章では、初期状態として局在した波束を与え、そのダイナミクスについて検討した。初めに、エルミート系および非エルミート系 (HN model) では、波束の振る舞いが定性的に異なることを明らかにした。エルミート系では左右対称に波束が伝播するのに対して、HN model ではホッピングの強度が大きな方向にのみ波束は伝播する。また、エルミート系とは異なり、不純物ポテンシャルの強度が強くなっても波束の伝播する速度は減少せず、場合によっては増大することも示した。興味深いことに、転移点近傍では波束がエルミート系のよ

うに広がり、転移点を越えると局在するという急激な輸送特性の変化が現れることを見出した。本研究では、こうした非局在・局在相で大きく異なる輸送特性を波束が移動する速度や平均二乗偏差を用いて定量化すれば転移点を推定できることを示した。波束のダイナミクスから局在長を推定する方法を提案したことは本研究の重要な成果の一つである。また、HN model の波束のダイナミクスが示す特徴は粒子間相互作用の有無によらず、少数粒子(3粒子)系であっても失われないことを示した。

5章では、多体 HN model における EE の時間発展を網羅的に検討した。初めに、ベンチマークとして相互作用がない HN model について調べた。非局在相では不純物ポテンシャルの強度が増大するにつれて EE が増大し、転移点近傍にて最大となることを見出した。この振る舞いは先行研究において見落とされており、転移点に近づくにつれて多体状態を構成する個々の波束の伝播方向が一方向からエルミート系で見られる双方向へと移り変わるため、多体状態がより複雑・乱雑になることに由来すると考えられる。一方で局在相では、エルミート系と同様に不純物ポテンシャルの強度が増大するにつれて EE が減少することを見出した。以上のように非局在相と局在相で不純物ポテンシャルに対する EE の振る舞いが定性的に異なるという事実は局在相転移点を推定する上で重要な知見と言える。

続いて、相互作用が有限な多体 HN model について検討した。その結果、先行研究で報告された EE の非単調な振る舞いは、非局在相だけでなく、不純物ポテンシャルがある程度の強度になると現れることを明らかにした。EE の飽和値を用いて相状態を判別する方法が提案されているが、EE は広い範囲で非単調な振る舞いを示すためこれは不適切であることが明らかとなった。そこで、時間発展時における EE の最大値を用いて相状態を推定する方法を提案した。EE の最大値は、相互作用が無い場合の EE と同様に、非局在相では不純物ポテンシャルの増大に伴い増大し、転移点近傍で最大となる。そして、局在相では減少する。本研究は、不純物ポテンシャルの強度を変えた際の EE の振る舞いがシステムサイズを変えた際に失われないことも検証した。また、EE の最大値が非局在相ではシステムサイズに依存しない面積則、転移点近傍ではシステムサイズに比例する体積則、局在相では再び面積則に従うという興味深い振る舞いを明らかにした。

上記の通り、本論文では多体 HN model における EE のダイナミクスを詳細に検討し、その特徴を明らかにした。特に、EE を用いて相状態を特徴づける判別方法の構築に成功した。この方法は局在長と局在非局在転移点の関係性に着目して多体局在現象の研究を進める際の足掛かりとなり、研究の新たな方向性を示したと言える。また、これらの成果は、非エルミート量子系、局在現象、量子多体系という様々なテーマが共存する学際的な研究の基盤を成すと期待される。