別記様式第５号

論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称	博　士　（　理　学　）	氏名	金田 伸
学位授与の要件	学位規則第４条第①・２項該当		

論　文　題　目

Some new examples of nonorientable maximal surfaces in the Lorentz-Minkowski 3-space

(3 次元ローレンツ・ミンコフスキー空間の向き付け不可能な極大曲面の新たな例)

論文審査担当者

主　　査	教　授	藤森 祥一
審査委員	教　授	寺垣内 政一
審査委員	准教授	奥田 隆幸

〔論文審査の要旨〕

本論文では，3 次元 Lorentz-Minkowski 空間 L^3 内の向き付け不可能な極大曲面に関する考察を行っている。

3 次元 Euclid 空間 R^3 内で平均曲率が恒等的に 0 になる曲面は局所的に面積が極小になるという性質を持つことから極小曲面と呼ばれ，18 世紀頃から現在まで多くの研究が行われている。

一方，3 次元実ベクトル空間に符号（+,+,−）の不定値内積を備えた空間 L^3 内の曲面で，その接平面への内積の制限が正定値となっているものを空間的曲面と呼ぶが，この空間的曲面で平均曲率が恒等的に 0 になるものを考えると，R^3 内の曲面とは異なり，局所的に面積が極大となることから，このような曲面は極大曲面と呼ばれている。極大曲面は局所的には極小曲面と類似の性質を多く持つが，完備な曲面は平面しか存在しないことが知られており，大域的な研究をする際はある種の特異点を許容する必要がある。このことから，極大曲面の大域的性質に関する性質はほとんど研究されてこなかった。しかし，20 年くらい前から特異点を持つ曲面の微分幾何学的研究が活発に行われるようになり，それに伴い特異点を持つ極大曲面の研究も数多く行われるようになった。

R^3 内の向き付け不可能な極小曲面の研究は 1980 年代の W. Meeks に始まり，その後 R. Kusner や F. J. López，F. Martín 等により多くの例の構成や分類が行われた。その一方で L^3 内の向き付け不可能な極大曲面の研究は 2010 年の Fujimori-López による研究以外，目立った研究成果は得られていなかった。このような状況下で，本論文は射影平面型の向き付け不可能な極大曲面に関する新しい結果を 2 つあげている。以下，本論文の構成を述べる。本論文は 4 つの章からなる。

第 1 章では，研究の背景や動機について述べられている。

第2章では，特異点を許容した向き付け不可能な極大曲面の大域的性質を議論するために必要な基本的事項がまとめられている。具体的には，極大曲面が許容する特異点の定義，向き付け不可能な極大曲面の定義，極大曲面の完備性の定義，極大曲面を構成するために必要な Weierstrass 型表現公式や Björling 型表現公式等について簡潔に記述されている。

第 3 章では，本論文の主結果の 1 つである射影平面から 1 点を除いた曲面，すなわち Möbius の帯と同相な完備極大曲面の新しい例が構成されている。曲面の構成には，与えられた実解析的曲線からそれを含む極大曲面を得る Björling 型公式を用いているが，独創的なのは初期曲線として外サイクロイドや内サイクロイドという古典的によく知られた曲線を選んでいる点である。このような古典的な曲線から向き付け不可能な極大曲面が得られるということは驚くべきことである。

第4章では，本論文のもう1つの主結果である，射影平面から2点を除いた完備極大曲面の分類が行われている。Gauss 写像の写像度が 4 以下という仮定のもとで曲面の Weierstrass データを定め，それが向き付け不可能であるという条件と写像が一価であるという条件を巧みに用いて，多くの場合分けと長い計算を行い，曲面を3つの候補にまで絞り込むことに成功している。さらにそれらの3つの曲面のうち2つは完備ではないことを示し，最終的に条件を満たす完備極大曲面がただ1つ存在することを証明している。この結果は向き付け不可能な極大曲面のモデュライ空間の研究にも大きく寄与している。

以上のことから，審査の結果，本論文の著者は博士（理学）の学位を授与される十分な資格があるものと認められる。

備考：審査の要旨は，1,500 字以内とする。