学位論文要旨

Some new examples of nonorientable maximal surfaces in the Lorentz-Minkowski 3-space (3 次元ローレンツ・ミンコフスキー空間の向き付け不可能な極大曲面の新たな例)

金田 伸

3 次元 Euclid 空間 $\mathbb{R}^3$ の向き付け不可能な完備極小曲面に関する研究は W. H. Meeks III 氏により始められた ([M])。Meeks 氏は向き付け不可能な完備極小曲面のもつ大域的性質について考察しただけでなく、Möbius の帯型の完備極小曲面を構成し、全曲率が -6π の完備極小曲面はその曲面に限られることを示した。この研究以降、Möbius の帯型の完備極小曲面は、M. E. G. G. Oliveira 氏や Meeks 氏と M. Weber 氏により拡張され、全曲率が $-2(2n+1)\pi$ の Möbius の帯型の完備極小曲面が構成された ([O], [MW])。ただし $n \in \mathbb{Z}_{>0}$ である。

3 次元 Lorentz-Minkowski 空間 $\mathbb{L}^3$ の極大曲面とは、空間的曲面で平均曲率が恒等的に消えているものである。極大曲面は、$\mathbb{R}^3$ の極小曲面と多くの局所的性質を共有する一方、完備な曲面は平面しかないなど大域的性質は大きく異なっている ([FSUY], [UY])。

向き付け不可能な極大曲面の研究は藤森祥一氏と F. J. López 氏により始められた ([FuL])。両氏は大域的性質を調査しただけでなく、Möbius の帯型の極大曲面と Klein の壺から 1 点を除いたものと同相な極大曲面を構成し、その一意性に関する考察を行った。

本学位論文は以下のような構成である。

- Möbius の帯型の極大曲面に関する考察
  極小曲面には、空間曲線とその単位法ベクトルを与えることで、その空間曲線を含む極小曲面を構成する公式 (Schwarz の公式) が存在する。Möbius の帯型の極小曲面は円を含む極小曲面であり、単位法ベクトルを変更することで異なる形状の Möbius の帯型の極小曲面を得ることができる。本項目では、藤森氏と López 氏に

より構成された 2 つの Möbius の帯型の極大曲面が外サイクロイド、内サイクロイドをそれぞれ含んでいることを示した。さらに、内サイクロイドを含む新たな Möbius の帯型の極大曲面を構成した。

- 射影平面型の極大曲面の分類

  射影平面型の極小曲面に関する考察は Meeks 氏により行われており、Gauss 写像の写像度が低くエンドを 2 つもつ射影平面型の極小曲面は存在しないことが示されている。本項目では、同様の性質をもつ射影平面型の極大曲面の構成を行い、その分類を行った。

参考文献

[FuL] S. Fujimori and F. J. López, *Nonorientable maximal surfaces in the Lorentz-Minkowski 3-space*, Tohoku Math. J. **62** (2010), 311–328.

[FSUY] S. Fujimori, K. Saji, M. Umehara, and K. Yamada, *Singularities of maximal surfaces*, Math. Z. **259** (2008), 827–848.

[M] W. H. Meeks Ⅲ, *The classification of complete minimal surfaces in* $\mathbb{R}^3$ *with total curvature greater than* -8π, Duke Math. J. **48** (1981), 523–535.

[MW] W. H. Meeks Ⅲ and M. Weber, *Bending the helicoid*, Math. Ann. **339** (2007), 783–798.

[O] M. E. G. G. Oliveira, *Some new examples of nonorientable minimal surfaces*, Proc. Amer. Math. Soc. **98** (1986), 629–636.

[UY] M. Umehara and K. Yamada, *Maximal surfaces with singularities in Minkowski space*, Hokkaido Math. J. **35** (2006), 13–40.