

## 算 数 科

# 関数理解を促す算数科授業の実践的研究

## —図形領域における関数の観念を育成する授業の創造—

鈴木 昌 二

### 1 はじめに

自然現象や社会現象の考察においては、考察の対象とする現象を依存関係に着目して捉え、そこに法則を発見し、見つけた法則を使って他の現象を追究することが有効である。この関数の考えにかかわる指導について、学習指導要領解説算数編(2008)には、その素地を育成する小学校低学年から、関数そのものにふれる小学校中学年、そして発展的に扱う中学校へとその内容が発達段階に応じて示され、系統的なねらいを明確にして指導することの大切さが述べられている<sup>1)</sup>。また、平成20年度の学習指導要領改訂において、低学年から「D数量関係」の領域が設けられた。現行の学習指導要領では、小学校第1年生から中学校第3年生を通して関数の考えを生かした学習指導の重要性が強調されている。しかし、小学校での実際の関数指導に目を向けると、菊池(1976)は、「関数の考えを子どもの発達段階に従ってどういうふうに指導していくかというプログラムのようものがなく、こういうことについて配慮が必要ではないか」と指摘している<sup>2)</sup>。また、関数は数量の変化や対応の様子など、対象を動的に考察しようとする際や動的な対象を考察する際に用いられる抽象的な概念であるため捉えることが非常に困難であり、関数理解の定着状況は依然として改善が必要な状況にあると言える。

そこで、本校算数・数学部では、関数の考えを深めていくために、「関数の観念」を育むことを重視した授業実践を行っていくこととした。

### 2 関数の観念について

関数の考えとは、「数量や図形について取り扱う際に、それらの変化や対応の規則性に着目して問題を解決していく考え」と言われている。関数の考えを育んでいくためには、その方法を形式的に指導してだけでなく、関数の考えを自ら積極的に活用していこうとする態度も育んでいくことが重要であると考え。そこで、関数の考えを用いて現象を考察していこうとする態度を「関数の観念」<sup>3)</sup>と定義し、研究主題として掲げた。小中9年間を通じて、様々な領域において、関数の観念を育成していく指導は、学習指導要領の目指す関数指導の一層の充実・発展を図る指導になるものとする。

### 3 関数の観念を育成するための指導

本研究の第1年次では、数と計算(式)領域においてこれまで関数の視点ではあまり扱ってこなかった内容や教材を関数の視点で捉え直し、関数の考えに目を向けさせ、子どもに意識させることができるような授業実践を行った。今年度は、関数の考えを用いて現象を考察していこうとする態度である「関数の観念」の発達段階を見直し、「関数の観念」を育むための指導を三つの段階に分け、それらを三つの学習場面として設定した。また、その学習場面において小学校低学年から中学校までの発達段階に応じた「関数の観念」が育まれた子どもの姿を設定し、指導のプロセスを構築した。以下にその姿をまとめた表1を示す。

表1 三つの学習場面とそこで引き出したい子どもの姿

場面	①現象の中から依存関係にある二つの数量を見つける場面	②二つの数量を関係づけて考える場面	③関係を活用して現象を考察していく場面	
姿	現象の中にある数・量・図形的要素を積極的に見つけようとしている。	変数化した二つの要素の間にある規則性を見つめようとする。	見つけた規則性で見ていこうとする。	関係（比例・反比例・一次関数・二次関数等）を活用して現象を考察していこうとする。
低学年	現象の中に数・量・図形的要素が存在していることを知り、問題解決に必要な要素と必要ではない要素があることに気づいている。	変数化した二つの要素の間に規則性があることに気づいている。	見つけた規則性が類似の課題に使えることに気づいている。	身の回りの現象を動的に見ることができることに気づいている。
中学年	現象の中から問題解決に必要な数・量・図形的要素を見つめようとしている。	変数化した二つの要素の間にある規則性を見つめようとしている。	類似の課題を見つけた規則性を使って考えようとしている。	身の回りの現象を動的に見ようとしている。
高学年		変数化した二つの要素の中の法則を見つけ、他の現象にも当てはまるかどうか考えようとしている。		二つの数量の関係を活用して身の回りの現象を考えようとしている。
中学校	現象の中から問題解決に必要な数・量・図形的要素を積極的に見つけようとしている。	変数化した二つの要素の中の法則を見つけ、他の現象にも活用できることを、根拠をあげて説明しようとしている。		関係（比例・反比例・一次関数・二次関数等）を活用して現象を考察していこうとする。

そこで、第2年次となる本年度は、上記の表をもとに図形領域の単元を捉え直し、単元を通して、或いは1時間の授業の中で三つの学習場面を設定し、関数の考えを子どもに積極的に見せ、関数の考えを意識させたり、そのよさに気づかせたりす

ることで、「関数の観念」を育むことができる授業実践を行っていくこととした。

これらの授業実践をもとにして、各学年や発達段階における「関数の観念」育成のための流れをさらに整理していき、関数領域における小中接続

のカリキュラムを開発していくことを通して、中学校数学科での関数の指導及び児童・生徒の関数理解の困難性を克服していくことを最終の目的とする。その中で既知の変量や関数関係を活用して、未知の変量の変化を予測するという関数の考えのよさ等にもふれていけば、数学の有用性を感じ、実生活の中で関数の考えを積極的に活用していく態度を育むことができると考える。

## 4 研究の方法

### (1) 対象児

広島大学附属三原小学校の第4学年 37名を対象とした。

### (2) 授業実施時期

平成26年11月

### (3) 単元について

本単元は、最も基本的な立体図形である直方体、立方体について、構成要素である辺や面や頂点の個数や面の形についての理解を深めること、辺や面の垂直・平行の関係を理解することをねらいとした単元である。また、平面上や空間の中にあるものの位置の表し方についても理解を深めていく。立体図形に関しては、第2学年において立体図形の構成要素（面、辺、頂点）に着目することを学習してきた。そこで、本単元では立体図形を観察・構成・分類する活動を通して、図形を考察する場合において構成要素の数に着目する見方や相互関係に着目する見方を育むことを大切にしていこう。このことにより、立体図形の性質についての理解を深め、空間を前後左右上下の広がり観点から理解し、空間の広がりを基本的な図形と関連してとらえる見方を育むことができる単元であると考えられる。

単元時間は全14時間で、単元計画は、以下のようにした。

第1次	平面図形における構成要素の数や相互関係に着目して（7時間）
-----	-------------------------------

第2次	立体図形における構成要素の数や相互
-----	-------------------

関係に着目して（4時間）	
第3次	空間の広がりに着目して（3時間）

### (4) 授業の目標

立体図形と平面図形をいききしながら話し合う活動を通して、面と面や面と辺の位置関係を根拠に正しい展開図の形について説明する。

### (5) 授業における指導の工夫について

本時では「関数の観念」を育んでいくために1時間の中で三つの学習場面、①事象の中から依存関係にある二つの数量を見つける場面、②二つの数量を関係づけて考える場面、③関係を活用して事象を考察していく場面を意図的に設定し、そこで関数的の考えを積極的に見せていく。本授業は①②③の場面を統合して「つながる面の最大数に着目し、その数を変数化しながら類型化して、思考を整理する」ことを積極的に見せていく。まず、展開図をつながる面の最大数を変数化しながら類型化し、ある面を固定した条件の中である面を移動していく考え方をさせる。また、静的な展開図の一部を動かして考えていくことで図形を動的に捉えることができるようにする。そして、立方体が作成可能な展開図と作成不可能な展開図を意図的に提示し、その理由を考察していくことで、そこに規則性を見出し、思考を整理する方法として意識づけていく。このような関数の考えで図形を考察していくことで、そのよさを実感できるようにする。さらに、立体図形と平面図形をいききしながら話し合うことで、面と面や面と辺の位置関係に対する理解を深めることができるようにする。

### (6) 評価方法

本研究では、実施の効果を検証するため、4段階（4＝とてもあてはまる、3＝少しあてはまる、2＝あまりあてはまらない、1＝まったくあてはまらない）の児童生徒質問紙調査を実施し、カリキュラム評価及び単元の評価を行った。

評価時期は、カリキュラム評価（表2）については、4月・9月・3月に実施することとし、単元評価（表3）については、単元に入る前に事前を行い、単元終了後を事後として行った。

表2 実施カリキュラムの効果測定のアナケート

現象の中から数・量・図形的要素を見つける	生活の中の問題や自分の悩みを考える時に、数を使って考えることがある。	4 3 2 1
それはどんな時ですか		
現象の中から数・量・図形的要素を見つける	生活の中の問題や自分の悩みを考える時に、長さや重さ、時間や面積・体積を使って考えることがある。	4 3 2 1
それはどんな時ですか		
現象の中から数・量・図形的要素を見つける	生活の中の問題や自分の悩みを考える時に、図形を使って考えることがある。	4 3 2 1
それはどんな時ですか		
どんな関係か考えていこうとする姿	生活の中の問題・学習の問題・自分の悩みを考える時に、問題の原因(なぜ、そのようなことになったのか、その理由)をいくつか見つけて考えることがある。	4 3 2 1
関係づけて考えていこうとする態度	生活の中の問題・学習の問題・自分の悩みを考える時に、「これが分かれば問題が解決するんじゃないか」「これを説明すれば問題が解決するんじゃないか」「この事とこの事をつなげて考えれば分かるんじゃないか」と考えることがある。	4 3 2 1
関係の中にある法則を見つけようとする姿	生活の中の問題・学習の問題・自分の悩みを考える時に、きまりを見つけて考えることがある。	4 3 2 1
現象を関係で見ようとする姿	生活の中の問題・学習の問題・自分の悩みを考える時に、見つけたきまりを使って、他の問題や悩みについて考えることがある。	4 3 2 1

表3 単元評価のアンケート

現象の中から問題解決に必要な数・量・図形的要素を見つけようとしている。	直方体や立方体の問題を考える時に、面や辺や頂点の数や大きさを見つけたり、垂直や平行の関係を見つけたりしようとしている。	4 3 2 1
それはどんな時ですか		
変数化した二つの要素の間にある規則性を見つけようとしている。	直方体や立方体の問題を考える時に、きまりを見つけようとしている。	4 3 2 1
それはどんな時ですか		
類似の課題を見つけた規則性を使って考えようとしている。	直方体や立方体の問題を考える時に、見つけたきまりを使って考えようとしている。	4 3 2 1
それはどんな時ですか		
身の回りの現象を動的に見ようとしている。	生活の中で、条件を自ら変えながら、直方体や立方体を見つけようとしている。	4 3 2 1
それはどんな時ですか		

(7) 授業実践の実際

本時では、「手当たり次第に考えていくのではなく、つながる面の最大数に着目し、その数を変数化しながら類型化して、思考を整理すること」を積極的に見せていくことで、その関数の考えのよさを実感し、「関数の観念」を育てていくことを目的とした。そのため、三つの手立てを仕組んだ。

① つながる面の最大数に着目して分類整理していく考え方を意図的に見せていく。

授業導入場面において、まず、立方体の構成要素である正方形の面六枚を横につなげた平面図を提示し、立方体の展開図として成立するか否かを問うことから授業をスタートした。

T : これ立方体になる？ (図1)

P1 : え～！！ならないよ！

P2 : 無理無理！ (多数)

P3 : だって面が重なるよ。

P4 : 面が二枚あまる。

P5 : 組み立てた立体を考えると、上と下に穴が空いた立体になると思う。

P6 : そうだよ！ (多数)

P7 : 辺と辺をつなげると、六角形になって、しかもさっき言ったように、穴が空く。

T : つまり、これは立方体の展開図には？

P8 : ならない！

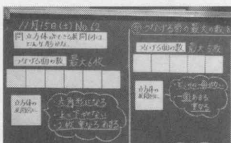


図1 板書①

子どもの反応 (P3, P4, P5, P7) から分かるように、子どもたちは面と面の位置関係・辺のつながりに着目したり、平面図形と立体図形をいききしたりして話し合いを展開している。これは、本時のねらいにつながる発言である。次に、つながる面の最大数が五枚の場合について考えた。ここでも子どもたちは上記の視点で話し合いを進め、図形の構成要素の位置関係についての理解を深めていった。この流れの中で、子どもの中に「つながる面の最大数に着目する」という視点が自然と取り入れられ、「次の場合は」と問うと「つな

がる面の最大数が四枚だ」と考えることができた。また、この五枚の場面において、残りの一枚を移動しながら考える方法を暗に示した。そのことがつながる面の最大数が四枚を考える場面において、面を動かして考える動的な見方につながっていった。

② 静的な展開図の一部を動かして考えていくことで、図形を動的に捉える考え方を見せていく。

つながる面の最大数が四枚の場合を自力解決させた。その中で残りの二枚の面を動かして考えた子どもの意見を意図的に取り上げ話し合った。

T : この友だちの考え方が分かる？

P9 : 面を動かしている？

T : 動かすってどういうこと？

P10 : だから、例えばこの面をここに置いて、こっちの面をこのように移動するってことじゃないかな。

P11 : お～！なるほど！

P12 : もっとたくさんあるんじゃないかな？

T : どういうこと？

P14 : だって、動かない面の位置を変えればもっとできる。

P15 : たしかに！

T : いいもの (ホワイトボード) あるけど使う？

P16 : わあ！これなら全部できる！

T : 全部って？

P17 : つまり、ここに置くと、こう動いて、ここに置くとこう動いて・・・

十六種類だよ (図2)。

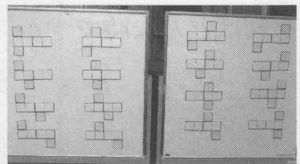


図2 ボード

ある子どもの考えを読み取る活動を通して、子どもたちは面を動かしながら展開図を考えていく方法を、ステップを踏みながら理解することができた。また、あらかじめ用意しておいたホワイトボードを活用して、つなげる面の最大数が四枚

の時の展開図を全て見つけて順番に並べることを通して、静的な展開図の一部を動かして図形を動的に捉える考え方を、視覚的に捉えることができた。この動的に捉える考え方を使って、つながる面の最大数が三枚の場合の展開図について、全員で考察していくこととした。

③立方体が作成可能か作成不可能かで展開図を分類整理していく見方をさせていく。

見つけた動的に捉える考え方で、つながる面の最大数が三枚の場合を全員で考察していった。一枚一枚動かしながら、立方体が作成可能か作成不可能かを問いかけ、分類整理していく活動を通して、その展開図の形に着目していくことができるようにした。

T : この位置だとどう？  
 P18:それは大丈夫。面が重ならない！  
 T : ここは？  
 P19:うむむ。どうだろう・・・。  
 P20:それは展開図にはならない。だって、面と面が重なってしまうから。  
 P21:重なる？本当だ。これはできないね。  
 T : じゃ、これはできないチームだね。  
 これはどうかな？  
 P22:それは・・・できるんじゃない？  
 P23:いや。できないよ。だって、組み立てて考えるとここが折れなくなる！  
 P24:え？そんなことないよ。  
 P25:実際に折ってみればいいよ。  
 P26:折れない！これはできないチーム！  
 T : できないチームが増えてきたね。  
 これは？  
 P27:あ！これできないチームの形が入っているからできないんじゃない？  
 P28:本当だ！そうしたら、次に移動した展開図も、できないチームと似ているからできないと思うよ。  
 P29:できない形が分かって、それと同じか違うかで考えていくと簡単だね。

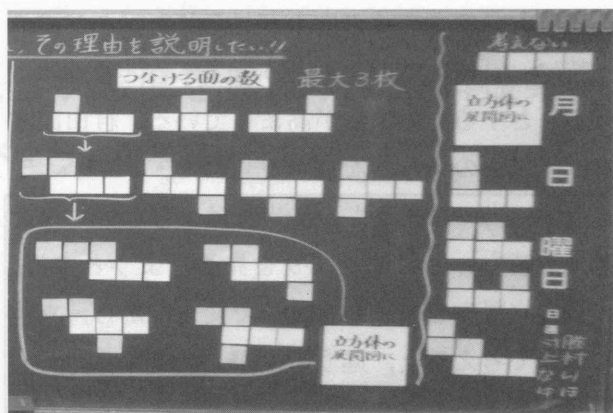


図3 板書②

図3は、実際の板書である。つながる面の最大数が三枚の場合を考え始めた時は、六・五・四枚の場合と同様に子どもたちは面と面の位置関係や辺のつながりに着目したり、平面図形と立体図形をいききしたりして話し合っていた。しかし、展開図の分類整理が進む中、立方体ができない形と比較して、立方体ができるかできないかを考える見方が出てきた。この見方により、子どもたちはより簡単に立方体ができる展開図の形を見つけることができるようになった。そして、この見方を活用して、つながる面が最大二枚の場合を自分で考えていった。

4 結果と考察

表4 単元評価アンケート結果

態度	時	4	3	2	1
現象を見つけようとする	事前	10	20	7	0
	事後	14	19	4	0
規則を見つけようとする	事前	9	21	7	0
	事後	13	20	4	0
規則を活用しようとする	事前	13	18	6	0
	事後	19	17	2	0
動的に見ようとする	事前	3	13	17	4
	事後	16	21	2	0

単元終了後に、前述した単元評価アンケートを実施した。表4は、単元学習に入る前に実施したものを事前、単元終了後を事後として、子どもの態度の変容を示したものである。その結果、どの

項目においても、その向上が見られた。

特に、「規則を活用しようとする」と「動的に見ようとする」の項目が高まっている。自由記述では、以下のような記述が見られた。

・条件に当てはまるものや当てはまらないものを考える時も、そこにきまりを見つけようとする。  
・面の位置や辺の長さを自分で変えながら、立体について考えると、違うものが見えてくる。  
・適当に考えるよりも、一つひとつ考えていくと自分の考えがはっきりしてくる。

なお、カリキュラム評価については、3月実施をもってまとめるものとする。

## 5 おわりに

本研究では、今年度、図形領域においてこれまで関数の視点ではあまり扱ってこなかった内容や教材を関数の視点で捉え直し、関数の考えに目を向けさせ、子どもが意識できるようにすることが目的であった。事前と事後のアンケートの変容から、本実践が「関数の考えを意識すること」に対して一定の効果があつたことが示唆された。そこで、最後に研究を通して明らかになった成果と課題を整理していく。

成果として、まず、教師が意図的に関数の考えを授業の中で取り扱っていくことが、子どもに「関数の観念」を育てていく上で効果的であったということである。本時では、たくさんある展開図を整理し考察するときの視点として正方形の最大連結数に着目し、考察するという授業全体の背景として、六の場合、五の場合、四の場合と変化させていくところに「関数の観念」が埋め込まれていた。このように、条件を変えながら順序よく考えていこうとすることが、アンケートの結果から、「関数の観念」を育成する際の大切な観点となることが明らかとなった。そして、図形そのものを動的に見て、整理していこうとする姿勢も「関数の観念」の養成に通ずることも見えてきた。また、これらの見方を活用して、直方体の展開図について考え直すことを通して、初めは適当

に考えて苦勞していた子どもたちも「関数の考え」を活用することで、より簡潔に答えを求めることができていた。その結果、そのよさを実感することができたのである。

また、今年度、「関数の観念」を育むために、三つの学習場面とそこで引き出したい子どもの姿を設定した。どの学年でどのような態度を育成していくかを明らかにしたことで、各学年における指導内容が明確となり、一つひとつの単元におけるつきたい態度が明確となった。そして、そこから目指す子どもの姿を具現化し、1時間1時間の中で意図的に取り上げるべき関数の考えをはっきりと示すことができた。

今後の課題としては、今年度明らかにした図形領域以外の領域の教材を関数の視点で捉え直し、より多くの算数の授業の中で関数の考えを積極的に見せていくことである。子どもが関数の考えのよさを実感できる場が増えるほど、「関数の観念」を育むことにつながっていく。「関数の観念」を育むことをねらった授業実践を積み重ね、関数の考えを用いて現象を捉えていこうとする子どもを育てていきたい。また、「関数の観念」の捉えをさらに深めていく必要がある。今年度は関数の考えを用いて現象を捉えていこうとする態度と定義していた。しかし、実践を積み重ねていく中で条件を変えながら順序よく考えていこうとすることや現象を動的に見て整理していこうとする姿勢が大切な観点として見えてきた。これらの物事の捉え方は通教科的な教科の本質としての資質・能力に通ずるものとも考えられる。今後はその視点も取り入れて、「関数の観念」の捉えを深めていく。

## <引用・参考文献>

- 1) 文部科学省『小学校学習指導要領解説 算数編』, pp. 47-53, 2008, 東洋館出版社。
- 2) 菊池兵一「『関数の考え』の指導の総点検」, 新算数教育研究会『新しい算数研究』, No. 66, pp. 2-117, 1976。
- 3) 小倉金之助(1928)『現代数学教育の改造』, pp. 88-115, 1928, モナス。