

算 数 科

関数理解を促す算数科授業の実践的研究

—数と計算（式）領域における関数の観念を育成する授業の創造—

鈴木 昌 二

1 はじめに

平成 20 年度の学習指導要領改訂において、低学年から「D数量関係」の領域が設けられた。現行の学習指導要領では、小学校第 1 学年から中学校第 3 学年を通して関数の考えを生かした学習指導の重要性が強調されている¹⁾。しかし、小学校での実際の関数指導に目を向けると、菊池(1976)は、「関数の考えを子どもの発達段階に従ってどういうふうに指導していくかというプログラムのようものがなく、こういうことについて配慮が必要ではないか」と指摘している²⁾。また、関数は数量の変化や対応の様子など、対象を動的に考察しようとする際や動的な対象を考察する際に用いられる抽象的な概念であるため捉えることが非常に困難であり、関数理解の定着状況は依然として改善が必要な状況にあると言える。

そこで、本校算数・数学部では、関数の考えを深めていくために、「関数の観念」を育むことを重視した授業実践を行っていくこととした。

2 関数の観念について

関数の考えとは、「数量や図形について取り扱う際に、それらの変化や対応の規則性に着目して問題を解決していく考え」と学習指導要領解説算数編に述べられている¹⁾。関数の考えを育んでいくためには、その方法を形式的に指導していただくだけでなく、関数の考えを自ら積極的に活用していこうとする意欲や態度も育んでいくことが重要であると考えられる。

そこで、関数の考えを用いて事象を考察してい

こうとする意欲や態度を「関数の観念」と定義し、研究主題として掲げた。小中 9 年間を通じて、様々な領域において、関数の観念を育成していく指導は、学習指導要領のめざす関数指導の一層の充実・発展を図る指導になるものと考えられる。

そこでまず、今年度は数と計算（式）領域においてこれまで関数的な視点ではあまり扱ってこなかった内容や教材を関数の視点で捉え直し、関数の考えに目を向けさせ、関数の考えを子どもが意識することができるようにすることを目的とした授業実践を行っていく。その中で関数の考えのよさに子どもがふれていけば、その有用性を子どもが実感し、実生活の中で事象を捉えていく上で関数の観念を積極的に生かしていこうとする意欲や態度を育むことができると考える。

3 研究の方法

(1) 対象児

広島大学附属三原小学校の第 3 学年 37 名を対象とした。

(2) 授業実施時期

平成 25 年 11 月

(3) 単元について

本授業実践は、第 3 学年の「テープ作り」の単元の発展的内容として位置づけて行った。本単元「テープ作り」は「1 つ分の大きさ×いくつ分＝全体の大きさ」という乗法の意味と関連づけながら 2 量の関係を「倍」を使って表すことができるようになることがねらいである。そのため、テープ図や関係表を活用して 2 量の関係を捉えることに重点をおく。さらに、関数の考えを段階的に捉

えることのできる算数的活動の工夫を行うことで、倍に関する乗除法についての理解を深めるだけでなく、2量の「倍」の関係に着目していこうとする見方や、見つけたきまりを使って考えようとする態度を養うことができる単元になると考える。

単元時間は全4時間で、単元計画は、以下のようにした。

第1次	○倍の長さを求めよう（1時間）
第2次	何倍かな（1時間）
第3次	紙テープは何枚？（1時間） 授業実践（1/1）
第4次	既習事項の確かめ（1時間）

(4) 授業実践の目標

箱に貼る紙テープの総数を考える活動を通して、4枚をもとの大きさと考えた「倍」の関係に着目してきまりを見つけ、そのきまりを使って考えた解決方法を説明する。

(5) 授業実践における指導の工夫について

本時では、まず、立方体の箱の面に1枚ずつ紙テープを貼った時、紙テープが何枚いるか問う。そして、1箱の場合、2箱の場合、3箱の場合の紙テープの総数を考える活動を仕組む。問題を考える場面において、初めに感覚的に捉えていく力を育むために「何枚必要か」を問いかけていく。

具体物を使って考えながら箱に貼られた紙テープの図を1箱の時[++|||]、2箱の時[++|||]と意図的に板書していくことで、4枚のまとまりをもとになる大きさとして捉えることができるようにする。そして、4枚のまとまりがいくつ分、つまり4の○倍という見方を見つけることができるようにする。

また、箱の数・4のまとまりの数・総数を表に整理して板書していくことで、1箱増えると4枚増えるというきまりや箱の数と4のまとまりの数の関係に気づくことができるようにする。そして、そのきまりを使って問題を解決していく中で、きまりを使って問題を解決することの有用性を価値づけていく。

上下の面の紙テープ合計4枚と側面の4枚をま

とまりと捉えて総数を捉えていく考え方の中で、2量の「倍」の関係に着目する見方を育むことができるようにする。

(6) 評価方法

本研究では、評価の視点・方法として Wiggins & McTighe (2005) の提唱する「逆向きの設計 (Backward Design)」の発想³⁾に立ち、パフォーマンス課題およびルーブリックを作成し、評価を行った。

評価時期は、本単元に入る前に事前を行い、授業実践後事後として行った。

授業実践の学習目標は「箱に貼る紙テープの総数を考える活動を通して、4枚をもとの大きさと考えた「倍」の関係に着目してきまりを見つけ、そのきまりを使って考えた解決方法を説明する」であり、それを基に以下のようにパフォーマンス課題（図1）と評価規準およびルーブリックを決定した。

[評価規準]

箱に貼る紙テープの総数を考える活動を通して、4枚をもとの大きさと考えた「倍」の関係に着目してきまりを見つけ、そのきまりを使って考えた解決方法を説明しようとしている。

表1は、パフォーマンス課題に対するルーブリックである。表中のパフォーマンス事例は、児童が実際にパフォーマンス課題に取り組んだ際のパフォーマンスを想定し、各評価基準の記述語を具体的に示すパフォーマンスを事例として添付したものである。また、ここでは評価基準IVの段階で評価規準を達成したと見なす。

全ての面が正方形の箱が4はこ積み重なっています。
 図のように紙テープをはりました。紙テープは何まい
 いるでしょうか。考え方を説明しよう。

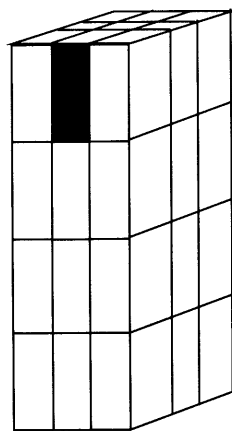


図1 パフォーマンス課題

表1 ループリック

評価規準		
箱に貼る紙テープの総数を考える活動を通して、4枚をもとの大きさと考えた「倍」の関係に着目してきまりを見つけ、そのきまりを使って考えた解決方法を説明している。		
	評価基準	パフォーマンス事例
V	紙テープの総数を求める時、対応のきまり（倍の関係）及び変化のきまりを活用して論理的に説明することができる。	箱の数が4はこの時、4本のまとまりの数は1ずつ増えているので3はこの時の4よりも1多い。だから $4 + 1 = 5$ なので5つ。だから4本の5つ分なので、4の5倍になる。 $4 \times 5 = 20$ なので答えは20本です。また、1箱増えると4本増えます。4箱の時は16本だったので、 $16 + 4 = 20$ 。だから答えは20本です。
IV	紙テープの総数を求める時、対応のきまり（倍の関係）を活用して論理的に説明することができる。	箱の数が4はこの時、4本のまとまりの数は1ずつ増えているので3はこの時の4よりも1多い。だから $4 + 1 = 5$ なので5つ。だから4本の5つ分なので、4の5倍になる。 $4 \times 5 = 20$ なので答えは20本です。
III	紙テープの総数を求めることはできているが、対応のきまり（倍の関係）を活用して論理的に説明することができていない。	箱の上に2本、下に2本あります。だから上下の紙テープは $2 + 2 = 4$ になります。横を見ると4本あります。その4本が4つの面にあるので、 $4 \times 4 = 16$ になります。これを合わせると $4 + 16 = 20$ なので、答えは20本です。
II	紙テープの総数を数えて求めている。	上に2本、下に2本。横を見ると $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$ で……。隠れている所は……。ひっくり返すと $1 \cdot 2 \cdot \dots$ 全部で8本。2本と2本と8本と8本だから合わせて20本です。
I	総数を求めることができない。	<ul style="list-style-type: none"> ・見えている所は……。10本。答え10本。 ・他の誤答 ・無答

(7) 授業実践の実際

本時の適応題である「4箱の時の紙テープの総数を求める」場面で、全員が倍の考え方をを用いて課題に取り組むことができるように3つの手立てを仕組んだ。

①問題場面を把握し、紙テープの総数に着目するための導入場面

紙テープを8枚貼った立方体を用意し、それをちらりちらりで見せながら何枚紙テープが貼ってあるのかを予想する活動から本時の学習をスタートした。

T：これはなんでしょう。

P1：え～！！わからん！

P2：もっと見せて～(多数)

P3：なんだろう・・・。

P4：箱だ！立方体？

P5：紙テープが貼ってある！ほんとだ！(多数)

T：うん、紙テープが貼ってあります。何枚貼ってあるのでしょうか？

P6：うんと、8枚？

P7：私は10枚だと思います。

P8：いや、6枚じゃないの？(多数)

T：予想が色々出そうだね。一人ひとりに聞いていくことにしよう。

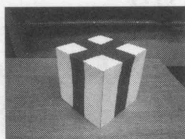


図2 実際の箱

子どもの反応 (P1, P2) から、一瞬しか見えないという状況が、子どもの集中力を高めていったことが伺える。また、紙テープに着目したP5の発言を拾い、全員に紙テープの総数の予想を聞くことで、紙テープに着目する意識を全員に持たせることができたと考える。そして、2箱の場面で本時のキーワードとなる「4のまとまり」の見方が出てくるように図3のような図を意図的に板書し、紙テープの数を数えていった。

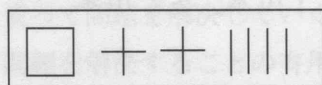


図3 1箱の時の板書

②4のまとまりを意識させ、4の何倍の考え方で紙テープの総数を捉えていくことを促す場面

2箱重ねた場合を自力解決させた。4のまとまりを意識できている子どもはほとんどおらず、加法や減法で解決を図っていた。しかし、これは予想していたことであり、思考の方向性を収束していくために 4×3 の式を意図的に取り上げ話し合った。

T： 4×3 と考えた友達の考え方が分かる？

P9：4が3つ分てことですよ。

P10：あ！図で説明すると、こことこことここに4のまとまりがあります。(図5)

P11：わかった！4のまとまりが3つあるってことね。

P12：ほんとだ。4が見える！

T：なるほど。だから 4×3 で求めてたんだね。3つ分を算数の言葉で？

P13：3倍！(多数)

P14：お！倍の考え方で求められるんだ。

P15：だったら、1箱の時も言える！

T：ほう！1箱の時も同じ倍の考え方でできるの？

P16：できるよ！ 4×2 です。

T：なんで？

P17：だって、4のまとまりが2つ分あるから。だから、4の2倍になるよ。

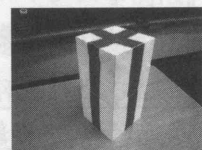


図4 実際の箱

4×3 の式を読み取る活動や1箱の場合を考え直すことを通して、自分たちで4の何倍の考え方を見つけ、倍の言葉を使いながら説明をすることができた。

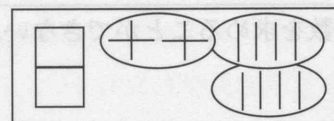


図5 2箱の時の板書

③ 3箱重ねた場合を考えることを通して、表からきまりを見つけていく場面

1箱・2箱の場合を考える中で「箱の数・4のまとまりの数・紙テープの数」について表に整理していった。その表から気づいたことをもとに3箱の場合を考える子どもがいた。そこで、その子どもの考え方を読み取る活動を通して、きまりを発見していくことができるように展開していった。

T : では、ヒントを教えてください？
 P18 : 1箱ずつ増えると何かが見えます。
 P19 : あ〜。わかった。1箱増えると4のまとまりが1増えるってこと？
 P20 : ほんとだ。これってきまりなのかな？
 P21 : 他にもあるよ。1箱増えると紙テープの数が4ずつ増えています。
 P22 : 確かに！これもきまりって言えそうじゃない？
 T : 図や式で考えて、実際にそうなっているか確かめてみたら？

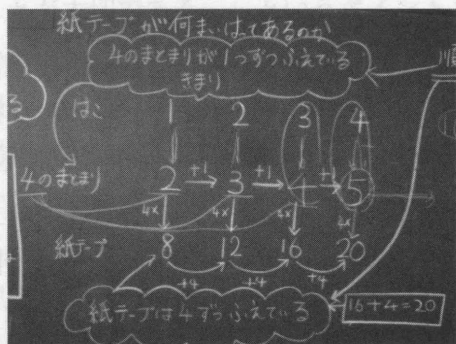


図6 実際の板書

図6は、実際の板書である。自分の考えを矢印を書きながら説明する姿が見られた。表からきまりを見つける経験を子どもの思考をつなげながら全員に経験させることが大切である。この積み重ねにより、表を縦に見る見方や横に見る見方が育まれていくと考える。その後見つけた考え方をきまりと確認した子どもたちは、そのきまりを使って4箱の場合を自力解決した。その中で、き

まりを使って考えるよさを価値づけして、さらに先を考えることができるかを問いかけ学習をまとめた。

4 結果と考察

授業実践の次の時間に、上述したパフォーマンス課題とループリックによる評価を行った。

表2は、単元学習に入る前に実施したものを事前、授業後を事後として、子どものパフォーマンスの変容を示したものである。その結果、基準Vは13人、基準IV21人、基準IIIは3人、基準II、基準Iは0人であった。

事前において評価基準III以下であった37人のうち、事後には34人が評価基準IV以上へと変容している。これらの子どもは、授業実践を通して評価規準を達成したものと捉えられる。

表2 事前事後のパフォーマンスの変容①

評価基準	事後						
	V	IV	III	II	I	計	
事前	V	0	0	0	0	0	0
	IV	0	0	0	0	0	0
	III	10	13	0	0	0	23
	II	0	3	0	0	0	3
	I	3	5	3	0	0	11
	計	13	21	3	0	0	37

また、表3は評価規準を達成しているか否かという視点からループリックに基づく子どものパフォーマンスの変容を示したものである。

表3 事前事後のパフォーマンスの変容②

評価基準	事後			
	V~IV	III~I	計	
事前	V~IV	0	0	0
	III~I	34	3	37
	計	34	3	37

評価規準を達成した34名のうち、基準Ⅳであった21名は、4のまとまりを見出し、倍の関係に着目して論理的に説明することができていた。しかし、「1箱増えると紙テープは4本増えていく」という横の決まりを見出し、その変化のきまりを使って課題を解決することはできていなかった。

基準Ⅲの3人は、本研究における評価規準には至っていないが、紙テープの総数は求めることができていた。しかし、倍の関係や変化のきまりを使って問題に取り組むことができておらず、たし算を活用して自分の考えを説明する段階に留まっていた。

なお、評価規準に達成しなかった3人に対しては、後日個別指導を行い、倍の関係についての理解を深めることができた。

5 おわりに

本研究では、今年度、数と計算（式）領域においてこれまで関数的な視点ではあまり扱ってこなかった内容や教材を関数の視点で捉え直し、関数の考えに目を向けさせ、子どもが意識することができるようにすることが目的であった。

事前と事後のパフォーマンスの変容から、本実践が「関数の考えを意識すること」に対して一定の効果があったことが示唆された。そこで、最後に研究を通して明らかになった成果と課題を整理していく。

成果として、まず、教師が意図的に関数の考えを授業の中で取り扱っていくことが、子どもに関数の考えを育てていく上で効果的であったということである。本研究を行う上で数と計算（式）領域における第1学年から第9学年までの関数の考えの指導内容を系統表にまとめた。どの学年でどのような考え方や見方を指導していくかを明らかにしたことで、各学年における指導内容が明確となり、1つ1つの単元におけるつきたい力が明確になった。そして、そこから目指す子どもの姿が具現化され、1時間1時間の中で意図的に取り上げるべき関数の考えをはっきりと示すこ

とができた。

次に、きまりを発見する過程を子どもの発言をつなげながら子どもたちが共に考えた表や図を用いて可視化していったことにより、全員がきまりを見つけていく見方を経験できたことである。表からきまりを見つけていくためには、表を縦に見たり横に見たりする中で、2量の関係を捉えていくことが必要となってくる。そのような2量の関係を多角的に考察しながらその関係性を見出していく経験を幾度となく重ねていくことが、関数の考えを育むことにつながる。そして、見つけたきまりを活用して課題を解決し、その有効性を実感していくことで、私たちが目指す「関数の観念」を子どもたちに育むことができると考える。

今後の課題としては、今年度明らかにした数と計算（式）領域以外の2領域の教材を関数の視点で捉え直し、より多くの算数の授業の中で関数的な見方や考え方を積極的に見せていくことである。子どもが関数の考えのよさを実感できる場が増えるほど、「関数の観念」を育むことにつながっていく。「関数の観念」を育むことをねらった授業実践を積み重ね、事象を関数的に捉えることができる子どもを育てていきたい。

また、今回の指導でも見られた評価規準に達しなかった児童に対する指導の手立てをさらに細かく設定した授業づくりが必要である。パフォーマンス課題やルーブリック評価の質の向上を図り、単元の評価計画にもとづいて全ての時間の具体的な子どもの姿を明確に設定し、指導と評価が一体化された指導を開発していきたい。

<引用・参考文献>

- 1) 文部科学省：「小学校学習指導要領解説 算数編」，pp.47-53，2008，東洋館出版社。
- 2) 菊池兵一：「『関数の考え』の指導の総点検」，新算数教育研究会『新しい算数研究』，No.66，pp2-117，1976。
- 3) Wiggins, G. & McTighe, J. Understanding by Design, Association for Supervision and Curriculum Development, pp.13-34, 2005.