

## 算 数 科

# 関数の考えを育む算数科学習指導に関する研究

## —小学校第1学年「たし算(2)」における実践を通して—

端 山 文 子

### 1 問題の所在と研究の目的

わが国の中学校数学科における関数理解の困難性に関する調査研究は従来から精力的になされているが<sup>1)</sup>、今日においても生徒の学習状況の改善を必要としているのが現状である。朝倉(2012)は、関数に対して苦手意識をもつ生徒の多くは「関数の考え」が十分身につけておらず、そのよさや有用性を理解していないとし、これらの問題を解決するためにも、小学校算数科における「関数の考え」の学習が重要であると指摘している<sup>2)</sup>。加えて、2003年に示された文部科学省、国立教育政策研究所の過去50年間にわたる小学校学力調査・教育課程実施状況調査集計の分析結果では、関数理解に関する問題の正答率・通過率が50%未満であったことが報告されていることから<sup>3)</sup>、関数理解の困難性は中学校のみの課題ではなく、小学校算数科においても学習指導上の長年の課題であるといえる。

ここで、関数の考えを育成する小学校算数科での指導の在り方について考えていくために、関数指導における小学校算数科と中学校数学科の違いを整理しておきたい。現行の学習指導要領では、「数量関係」の内容の一つである関数の考えについては、小学校1年生から中学校3年生までを通して系統的に指導することが強調されている。小学校算数科では、言葉、数、式、図、表、グラフなどを用いた思考力・判断力・表現力の育成を重視するため、現行の学習指導要領から低学年に「数量関係」の領域が設けられた。また、小学校学習指導要領解説(2008)

では、関数の考えを「数量や図形について取り扱う際に、それらの変化や規則性に着目して問題を解決していく考え」とし、関数の考えによって、数量や図形についての内容や方法をよりよく理解したり、伴って変わる二つの数量の関係を考察し、特徴や傾向を表したり読み取ったりできるようにすることが大切なねらいであると述べられている<sup>4)</sup>。つまり、小学校算数科における数量関係の領域では、関数についての知識や技能そのものを指導することがねらいではない。主眼に置くべきことは、いろいろな内容の学習の中で二つの数量の關係に着目し、変化や対応の特徴を調べて問題解決に生かしていく「関数の考え」が育まれるようにすること、そして、その考えを他の領域の内容をよりよく理解するために活用することの2点に捉えることができる。一方、中学校数学科においては、現行の学習指導要領から「関数」が独立した領域になり、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数関係を見出し、表現し、考察する能力を育成していくことが大切なねらいであると述べられている<sup>5)</sup>。つまり、中学校算数科においては、関数領域において関数の概念そのものについての理解を深める学習指導が行われることとなる。このような小学校算数科と中学校数学科の学習内容の違いについて、片桐(2012)は、「中学校で関数そのものを考察する力をつけるためには、関数の出会いとなる小学校1学年から関数的の考えにふれる経験させていかなくてはならない。」と述べ<sup>6)</sup>、小学校での関数指導と中学校の関数指導の円滑な橋渡しのため

には、関数指導の入門期である小学校低学年における指導が重要であることを指摘している。また、茂呂（2012）は、関数の考えを育む場面は、小学校低学年から様々な領域で捉えて行うことが可能であるにもかかわらず、指導者が身近な学習材からその価値を見出せていないと指摘し、低学年から関数の考えを問題解決に生かしていく必要性について述べている<sup>7)</sup>。加えて、国立教育政策研究所（2003）は、関数の考えが子どもたちに身につかない要因として、指導者がグラフや表を事前に与えてしまうため、子どもたちは伴って変わる二つの数量を関係付けて調べる必要性を感じないまま数量の間に成り立つ関係を形式的に見つけ出すだけの学習活動になっていることを挙げている<sup>8)</sup>。

以上のことから、筆者は、関数の考えを育む小学校算数科での指導上の課題を、大きく以下の2点に整理した。

- ①二つの数量の依存関係やきまりに着目する必要性のある問題場面を設定する。
- ②発達段階に応じて、子どもたちが関数を表現する方法（表、グラフ、式など）を自ら用いながら、二つの数量の関係を見出していける授業を構成する。

低学年においては、関数の考えはこれまで主に「数と計算」領域に関連付けて指導されてきたが、上学年の関数の考えにつながる大事な学習場面と捉え、9年間の系統性をふまえて指導してきたとは、筆者を含めて言い難い。また、関数の考えの育成に向けて、小学校中・高学年における研究は多くみられるが<sup>9)</sup>、低学年を対象とした研究は殆ど無い。よって、この現状に対し、上記の課題を意識して低学年から関数の考えの素地を養っていく指導の工夫について考察することは、意義あるものと考えられる。そこで本研究では、小学校低学年の指導に焦点を絞り、上述した指導上の課題①、②に対して以下に挙げた具体的な方策を講じ、その有効性について実践的検討を行うことを目的とする。

<課題①に対して>

- ・身近な生活経験から学習材を選ぶことで、「一つの数量が変われば、もう一方の数量が伴って変わる」という数量の関係を捉える意識を現実の場面に即して理解できるようにする。
- ・二つの数量の関係に着目する必要性を子どもから引き出せるような問題提示や発問を行う。

<課題②に対して>

- ・様々な表現方法を関連付けた授業を展開することで、二つの数量の関係やきまりを子ども自らが発見できる場を仕組む。

## 2 研究の方法

### (1) 対象児

小学校第1学年 1クラス（32名）

### (2) 授業実施時期

平成25年11月

### (3) 実験授業の設計

子どもたちは、これまで「数と計算」領域の「たしざん（1）」や「ひきざん（1）」において、答えが一定となる場合の数の合成・分解の活動を通して「一方の数量が決まると、他方の数量も決まること」や「被加数（被減数）が1増えると加数（減数）は1減る」ことに気付いている。そこで、本単元の実験授業では、これまでの学習の発展として、生活場面に即して依存関係にある二つの数量を自分たちで見つけ、対応付けて考えたり変化の決まりに目を向けたりする学習を設定したいと考えた。また、本実験授業で扱う「被加数、加数、和の関係を見出す考え方」は、本単元のねらいでもある繰り上がりのある加法を多面的に捉えることにつながり、これらの学習内容が明確に理解されるための支えとなり得ると考えた。具体的には、子どもにとって身近な事例から二つの数量に着目し、これらを順序良く並べたり、表や式などに整理したりして二つの数量の間にある関係や

きまりを発見・説明していく算数的活動を展開する。単元時間は全13時間で、単元計画は、以下のようにした。

- 第1次 くりあがりのあるたしざん(8時間)
- 第2次 カードれんしゅう(3時間)
- 第3次 力試し(2時間) 実験授業(2/2)

#### (4) 実験授業の検証方法

本研究では、評価の視点・方法としてウィギンスら(2005)の提唱する「逆向きの設計(Backward Design)」の発想<sup>10)</sup>に立ち、パフォーマンス課題およびルーブリックを作成し、評価を行った。評価時期は、第一次で繰り上がりのたし算を学習した後を事前とし、実験授業後

事後とした。実験授業の学習目標を「和が14になる数の組み合わせから、条件に合う数を考える活動を通して、加数を決めると被加数は必ず決まることに着目し、図や式などを用いて説明する」とし、以下のようにパフォーマンス課題と評価規準およびルーブリックを決定した。

表1 パフォーマンス課題

<p>くりが 16こ あります。                  あきおさんとふゆみさんがじゃんけんをして、1回かったら 1こ くりをもらいます。                  あきおさんが もっているくりのかずは、ふゆみさんより すくなくなりました。                  あきおさんがもっているくりのかずのほうが すくなくなるのは、なんくみあるでしょう。</p>
--

表2 ルーブリック

評価基準		パフォーマンス事例
V	あきおのくりの数を求める時、あきおの勝ちの数(くりの数)が決まるとふゆみの勝ちの数(くりの数)が決まることに気づき、図や式などを用いて勝ちが0回の時から1ずつ順序良く対応関係を調べて条件に合う答えを式化して求め、論理的に説明することができる。	・もし、あきおの勝ちが0回の時、ふゆみの勝ちが16回。二人の勝ちの数を0回から順に並べて整理すると、組は全部で17組ある。その中で、お話に合うのは、ふゆみの勝ちの方が多くなる時だから、 $16 - 8 = 8$ だから8組。
IV	あきおのくりの数を求める時、あきおの勝ちの数(くりの数)が決まるとふゆみの勝ちの数(くりの数)が決まることに気づき、図や式などを用いて勝ちが0回の時から1ずつ順序良く対応関係を調べて条件に合う答えを求め、論理的に説明することができる。	・もし、あきおの勝ちが0回の時、ふゆみの勝ちが16回。二人の勝ちの数を0回から順に並べて整理すると、組は全部で17組ある。その中で、お話に合うのは、ふゆみの勝ちの方が多くなる時だから、あきおの勝ちが0~7回の時。だから8組。
III	あきおのくりの数を求める時、あきおの勝ちの数(くりの数)が決まるとふゆみの勝ちの数(くりの数)が決まることに気づいているが、図や式などを用いて順序良く対応関係を全ては調べてはいない。	・図に書いて考えると、あきおの勝ちが7回とふゆみの勝ちが9回の時になり、お話に合う。あと、あきおの勝ちが1回とふゆみの勝ちが15回の時や、あきおの勝ちが6回とふゆみの勝ちが10回の時もお話に合う。だから3組(2~6組)。
II	1組の答えだけを求めている。	・おはじきを分けてみると、あきおの勝ちが2回とふゆみの勝ちが14回の時になり、お話に合う。だから、1組。
I	答えを求めることができていない。	・1回勝ったから1組。 ・あきおの勝ちが10回とふゆみの勝ちが6回時の1組。 ・無答。

〔評価規準〕

和が14になる数の組み合わせから、条件に合う数を考える活動を通して、加数を決めると被加数は必ず決まることに着目し、対応関係を順序よく調べて、図や式などを用いて説明しようとしている。

表2は、パフォーマンス課題に対するルーブリックである。表中のパフォーマンス事例は、児童が実際にパフォーマンス課題に取り組んだ際のパフォーマンスを想定し、各評価基準の記述語を具体的に示すパフォーマンスを事例として添付したものである。また、ここでは評価基準IVの段階で評価規準を達成したものと見なす。

(5) 実験授業の実際

小学校学習指導要領解説（2003）では、関数の考えを「数量や図形について取り扱う際に、それらの変化や規則性に着目して問題を解決していく考え」としている。この中の「変化や規則性に着目して」（下線部）について、具体的に次のような対応や変化の内容に整理した。

- ア. 一方の数量が一つ決まると、他方の数量が一つ決まることに着目する。（対応）
- イ. 二つの数量の関係を見いだして、式で表すことに着目する。（対応）
- ウ. 一方の数量が変化すると、他方の数量も変化することに着目する。（変化）
- エ. 一方の数量がある規則で変化するとき、他方の数量がどのように変化するのかに着目する。（変化）

また、「問題を解決」（2重下線部）する場面としては、次のようなものが考えられる。

- オ. 二つの数量の関係を調べて、一方の数量から、他方の数量を求める。
- カ. 二つの数量の関係を調べて、未来あるいは過去の未知の数量を求める。
- キ. ある数量を求めるために、その数量の変化に伴って変化する別の数量を探し、二つの数量の関係を元にその数量を求める。

つまり、上述した指導上の問題点を中核に据え、これらのア～キの内容を活動的に扱うことを通して、低学年における「関数の考え」を育成し、伸

ばすことが期待できると考えた。

①指導上の課題①に対する方策

条件不足による問題提示や条件を引き出す発問により、依存関係にある二つの数量は何か考えさせる発問を行う

子どもたちには、次の問題を提示した。それに対する反応を以下に示す。

**問題** くりが 14 こ あります。あきおさんとふゆみさんがじゃんけんをして、1回かったら 1 こ くりをもらいます。あきおさんは、くりをなんこもっているでしょう。

T : 今日はこの問題を解いてみよう。

P1 : えー！これじゃ、全然絵にかけないわ。

P2 : 今日の問題は、難しすぎて解けないよ。

T : そうか、じゃあ今日の問題の答えは無しか。

P2 : いや、ちょっとまって。あきおが何回勝ったか分かったら、解けるかも・・・。

P3 : 私は、ふゆみのもっている栗の数が分かれば絵にかいて解けそうだよ。

T : 他の条件が分かれば、解けそうなんだね。問題に書いてあること以外で、知りたいことは何かな？

P4 : あきおの勝った数。

P5 : ふゆみの勝った数。

P6 : もし、あきおが1回勝ったとしたら、ふゆみは残りの13回勝ったことになるから、あきおの栗の数は1こ。もしあきおが10回勝ったとしたら、ふゆみは残りの4こになるね。

P7 : なるほど！それなら、たくさん組み合わせがありそうだ！（しばし各自ノートに組み合わせを見つけだす。）

P8 : 他にもあったよ、あきおが4このとき、ふゆみは11こ・・・

T : そうそう、先生問題を出し忘れていたわ。

あきおさんが もっているくりのかずは、ふゆみさんより おおくなりました。

あきおさんがもっているくりのかずのほうが おおくなるのは、なんくみあるでしょう。

P9：えっ、あきおの持っている栗の数の数が多  
いんだ。じゃあ、あきお4こでふゆみ11  
こは、お話に合わないね。

P10：お話に合う組み合わせはいくつあるんだ  
ろう？調べてみたいな。

提示した問題は、「あきおの勝った(負けた)数」や「ふゆみのくりの数」または「ふゆみの勝った(負けた)数」という条件が不足している。そこで、子どもたちから「あきおの勝った数が分からないから、問題が解けない。」といった反応が出ることを予想した。これに対して、「他にどんな条件が分かれば解けそうか」という発問をすることで、子どもたちは依存関係にある二つの数量に目を向けようとし、「あきおの勝った数が分かれば、ふゆみの勝ちの数が一つに決まる」ことに気付き、上述の対応アの考えを引き出すことができた。さらに、P6のように、あきおの勝ちの数を「もし~だったら」と児童が主体的に具体的な数量をあてはめて考える姿が見られ、試行錯誤により変化エの考えを用いて解決しようとしている。これらの子どもたちの様子からは、上述の問題解決力やキの姿を見取ることができ、条件不備な問題提示と、依存関係にある二つの数量に目を向けさせる発問を行うことは、「どんな条件が決めれば問題が解けそうか」という着想を得させることにつながり、大変有効であったと考える。

その後、P10の発言より、本時の課題が設定された。

### ②指導上の課題点①に対する方策

身近な生活経験を通して「一つの数量が変われば、もう一方の数量が伴って変わる」という実感の伴った理解を促す

低学年から数量を関係付けてみる経験を豊かにもたせるために、問題場面を児童の身近な生活経験から選定するよう工夫した。本時は、これまでの学習の発展として、「じゃんけんゲーム」という現実の場面に即して依存関係にある二つの数量を自分たちで見つけ、対応付けて考えたり変化の決まりに目を向けさせたりすることができる学習

内容にした。子どもたちは、ペアで実際にじゃんけんを行ったり、生活経験をもとにブロックを操作したりして解決方法を模索していた。低学年の子どもたちには、このようなゲーム性や偶然性を生かしてきまりに着目する必要性のある問題場面を設定し、遊び(現実的表現)や生活現象の中の変量を順序立てて対応させながら図や絵に整理する経験を繰り返し積むことが「関数の考え」の定着のために必要であると考え。授業のふりかえりでは、身近な生活の中に見られる依存関係にある二つの数量については、オセロの白と黒の駒やボーリングで倒れたピンと倒れなかったピンなどを見つけることができていた。

### ③指導上の課題点②に対する方策

変数と変数の関係を式や図、表に整理し、多様な表現様式の関連付けを行う場の設定

集団思考では、以下のような反応が見られた。

P11：私は、おはじきを使って、1組の答えを見つけました。あきおが8回勝ったとすると、ふゆみは6回勝っている。だから、あきおが8こでふゆみが6こ。

P12：ぼくは、他の答えを見つけたよ。あきおがもし全部勝ったとしたら、あきおが14こでふゆみは0こ。

T：(わざとばらばらに板書する)よし、じゃあ、これで全部の答えが出たんだね。

P13：先生、そんな風にばらばらに書いたら、全部かどうかわからなくなるよ。

P14：ぼくは、あきおの勝ちが0回の時から、勝ちが1回の時、勝ちが2回するとき・・・と順番に並べて書いたよ。(と表を板書する)

P15：なるほど！これなら全部の勝負がもれなく書いているね。この方法で書き直したいな。

P16：私は、ちょっと似ていて、たし算の式に書きました。(と式を板書する)  $0+14=14$ ,  $1+13=14$ ,  $2+12=14$ ・・・としたら、組み合わせは全部でP14さんのように15通りありました。そこで問題のお話に合うの

は、あきおの方が多いい時なので、7通りです。

T :  $1 + 13 = 14$  の1って、言葉で言うとは何？

P17 : 1 はあきおの勝ちの数。言葉の式にすると  
 $\boxed{\text{あきおの勝ちの数}} + \boxed{\text{ふゆみの勝ちの数}} = \boxed{\text{全部の勝負の数 14 回}}$

T : P16 さんが言った  $1 + 13 = 14$  の式って、P14 さんが言った表の中にも見える？

P18 : 見えるよ！（表中の1と13の箇所を指さす）

P19 : あ、階段みたいにもなっているよ。

T : 詳しく、数を指しながら説明してください。

P19 : あきおの勝ちの数が1つずつ増えると、ふゆみの数は1つずつ減って階段みたいになっています。

P20 : ぼくは他にも見つけました。14は変わらず、ずっと同じ数です。全部の勝負の数だから変わらないんだと思います。

P21 : ○と●を使った図も、1ずつ増えたり減ったりしていて階段みたいになっていてきれいだよ。

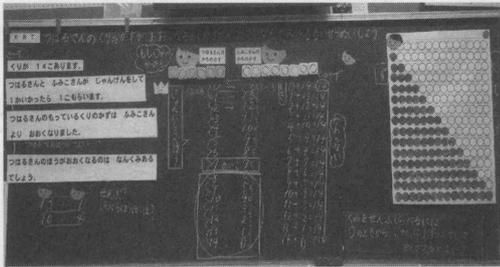


図1 様々な表現様式を関連付けた板書

おはじきによる半具体物の操作（操作的表現）を式（記号的表現）に置き換える，式を図や表（図的表現）に変換する，図を言葉（言語的表現）を用いて説明する，式で表されたものは図や表ではどこにあたるのか確かめてみるなど，表現様式の変換を意図的に行った。様々な表現様式と関連付けたことで，あきおの栗の数とふゆみの栗の数の関係を動的に捉えることができ，二つの数量の変化の規則性を視覚的につかむことにつながった。これらは，問題解決才，力，キの方法を互に関

わらせながら，対応イや変化ウ，エにつながる「関数の考え」を育成することができる場であったと考える。また，子どもたちから出た答えをわざとばらばらに板書してゆさぶりをかけることにより，低学年の関数の考えで最も大切である「無作為に出てきた要素を大小の順に順序良く並べ，落ちや重なりが無いよう表や図，式に整理する」思考を引き出した。反省点は，本時は「一方が変われば，もう一方も変わる」という見方ができることもねらっていたが，どちらか一方の数量の変わり方のみに着目する子どもが多かったことである。式を縦に見た時に「答えは全部14だから，被加数が1増えれば，加数は1減る」という二つの数量の関係を丁寧におさえるべきであった。

### 3 ルーブリックに基づく評価

実験授業の2日後に，上述したパフォーマンス課題とルーブリックによる評価を行った。

表3は，単元学習第1次でくり上がりのたし算を学習した直後に実施したものを事前，授業後事後として，子どものパフォーマンスの変容を示したものである。その結果，基準Vは11人，基準IV18人，基準IIIは1人，基準IIは2人，基準Iは0人であった。

事前において評価基準III以下であった32人のうち，事後には29人が評価基準IV以上へと変容している。これらの子どもは，実験授業を通して評価規準を達成したものと捉えられる。

表3 事前事後のパフォーマンスの変容①

評価基準		事後					計
		V	IV	III	II	I	
事前	V	0	0	0	0	0	0
	IV	0	0	0	0	0	0
	III	5	7	1	0	0	13
	II	3	5	1	0	0	9
	I	3	6	1	0	0	10
	計	11	18	3	0	0	32

また、表4は評価規準を達成しているか否かという視点からルーブリックに基づく子どものパフォーマンスの変容を示したものである。

表4 事前事後のパフォーマンスの変容②

評価基準		事後		
		V～IV	III～I	計
事前	V～IV	0	0	0
	III～I	29	3	32
	計	29	3	32

評価規準を達成した29名のうち、基準Vであった11名は、図や式、表などから複数の表現様式を用いて解答していた。また、伴って変わる二つの数量に着目して順序良く並べ替え、式や表に矢印や言葉で「1ずつ増える」「1ずつ減る」などに見出した二つの数量の関係やきまりについて書き込んでいた。基準III以下の3人は、題意からいくつかの組み合わせの答えを導き出してはいるものの、落ちやもれがないように順序良く整理して考えるまでには至っておらず、二つの数量の関係についての説明などもできていなかった。

なお、評価規準に達成しなかった3人には、調査後、個別指導を行い、再度学習したことを確認した。

#### 4 考察およびまとめ

本研究では、小学校1学年の「数と計算」領域における学習材及び関数の考えの育成を促す学習指導過程を提案するとともに、実験授業を行うことを通して、その授業の有効性を検討することが目的であった。

結果として、事前と事後における評価規準を達成した子どもの実態から、本実践が関数の考えの定着に対して一定の効果があったことが示唆された。そこで、最後に研究を通して確認できた成果と課題を整理しておきたい。

まず成果として第一に、二つの数量の関係を見る体験を身近な事例から仕組み、数量を関係付けて場

面を積極的に取り入れることは、二つの数量の間に成り立つ対応の規則性を発見することにつながる考えを子どもから引き出すことができたため、関数の理解をいっそう深める効果があることが示唆されたことである。これは、低学年の発達段階や指導の入門期であることをおさえた上で、関数認識を促すためにはどのような指導をすればよいかを考えて、意図的・計画的に授業実践していくことの重要性を示すものであると考える。

また第二に、数量の関係を捉えやすくする手立てとして、半具体物の操作、図による表現、式化、言葉による説明など多様な表現様式を取り入れることにより、二つの数量の変化の様相を視覚的に捉えることができるため有効であることが実験授業を通して、確認することができた。様々な表現様式を用いて試行錯誤的にきまりを調べたり表したりすることにより、加数と被加数の間に成り立つ性質についての理解は更に深まっていったといえる。

今後の課題としては、今回の実験授業から、低学年の発達段階を考えたとき、伴って変わる二つの数量を意識しながら数量の関係を見出そうとする思考は、抽象度が高く難しかったので、教師主導の場面が多くあったように思う。そこで、関数の素地指導を行う低学年においては、機械的に対応の決まりや変化の特徴を読み取ることが目的にならないよう、関係に着目し、規則を見付けることに発見の喜びを感じさせる指導の在り方を考えたいと強く感じた。また、学んだ関数を生かせば、次の学習において簡単・便利に解決できるというよさを実感させる指導を行いたいと感じた。低学年で培った関数の考えが、今後問題解決においてどのような形で生かされていくのか、他学年との系統性を探っていく必要がある。そして、本研究の最終目的である義務教育9カ年の関数理解におけるカリキュラム開発に向けて、授業開発を進めていくことが大切である。小学校低・中学年の実践研究は徐々に積み重ねることができている一方で、小学校高学年の関数指導についての研究に課題がある。そのため、今後は小学校高学年の関数指導にも焦点をあてて研究を進めていきたい。

## <引用・参考文献>

- 1) 例えば以下のような先行研究がある。  
布川和彦：「数量関係の学習と背後の現象や共変性の意識化」，上越数学教育研究，第25号，pp. 1-10，2010，上越大学数学教室。  
国宗進，「関数指導再考」，数学教育 No. 511，pp. 4-9，2000，明治図書。
- 2) 朝倉啓之：「算数的活動を通して算数をつくる授業―数量関係「関数の考え」―」，新しい算数研究 No. 493，pp. 4-7，2012。
- 3) 長崎栄三：「算数・数学の内容とその配列―戦後の教育課程と児童・生徒の達成度―Ⅱ」，pp. 216-221，2003，国立教育施策研究所。
- 4) 文部科学省：「小学校学習指導要領解説 算数編」，pp. 47-50，2008，東洋館出版社。
- 5) 文部科学省：「中学校学習指導要領解説 算数編」，pp. 53-58，2008，東洋館出版社。
- 6) 片桐重男：『算数教育学概論』，pp. 205-226，2012，東洋館出版社。
- 7) 茂呂美恵子：「関数の考えをいかすとは―依存関係に着目して―」，新しい算数研究 No. 499，pp. 10-13，2012。
- 8) 前掲書 3) と同じ
- 9) 例えば以下のような先行研究がある。  
中島健三：「情報化への対応と比例の考えの重要性―必要な情報や推測に当たって，どんな場合でも活用できるように―」，リーディングス新しい算数研究 数量関係，pp. 192-194，1988，東洋館出版社。  
清野達彦，大野桂，越後佳宏：「小学校算数科における数学科を重視した学習指導に関する研究―わり算の筆算の創造に焦点をあてて―」，日本数学教育学会誌 第90巻，第4号 pp.22-32，2008。
- 10) Wiggins, G. & McTighe, J. Understanding by Design, Association for Supervision and Curriculum Development, pp.13-34, 2005.