

算 数 科

論理的な図形認識を促す算数科授業の実践的研究

—小学校第2学年における図形の性質の意識化に焦点を当てて—

川 崎 正 盛

1. はじめに

今日の算数科数学科の中で子どもたちが難色を示す問題として図形の論証があげられる。それは、小学校算数科における図形の学習は、図形の中に空間的に同時存在している性質を直観的・操作的な活動をとおして発見することが主題となるのに対して、中学校数学科における図形の学習は、順序関係が埋め込まれた性質間の関係としての命題の真偽性を論証をとおして正当化することが主題となる。これらの両者の学習指導上の文脈の違いが、中学校数学科における論証理解の困難性に顕現している（岡崎・岩崎，2003）¹⁾。

論証理解の要件として、少なくとも、図形の性質および性質間の順序関係の意識化・対象化をあげることができるが、これらは単に中学校数学科における学習指導上の課題であるというだけでなく、小学校算数科における課題でもある（国立教育政策研究所教育課程研究センター，2009，p. 33²⁾；松浦，2001³⁾，2009⁴⁾）。したがって、小学校における算数科としての図形認識から中学校における数学科の図形認識へと移行を促す押し上げ教材の開発と、小学校算数科における図形指導の再構成が今日求められている（村上ほか，2010）⁵⁾。また、学習指導要領解説算数編では、第2学年の目的として「ものの形についての観察や構成などの活動を通して、図形を構成する要素に着目し、図形について理解できるようにする」とあるが⁶⁾、小学校低学年時に子どもたちがさらに身に着けておくべき力として、図形の性質の意識化があげられる。「図形の性質の意識化」とは、図形とその性質の関係という観点から言えば、「図

形が性質の複合体としての記号として機能すること（シンボルとしての図形）」「ある特殊な1つの性質がすでに知っている性質の複合体としてのシンボルである図形に対するシグナルとして機能すること（シグナルとしての性質）」の2つの思考ができることが、「図形の性質の意識化」がなされた理解の状態であるとして捉えている（植田ほか，1984）⁷⁾。しかし、この分野の小学校低学年における実質的な研究は緒に就いたばかりである。

本稿の目的は、小学校算数科における図形の性質の意識化を促すための小学校第2学年の図形指導の実態を検討することである。

2. 授業設計の基本方針

筆者たちは、暫定的ではあるが、接続という視点から小学校及び中学校における図形指導のカリキュラム（案）を表1のように設定した（川崎ほか，2010）⁸⁾。

小学校段階における図形指導のカリキュラム（案）では、中学校における論証指導の改善に向けた小学校、低学年における図形指導のカリキュラムの要点を以下のように捉えている。低学年では、形遊びや造形遊びを根底に、図形を色、光沢、模様などの属性、へりや面の凹凸、形の多少の歪みなどを捨象して、三角、四角、丸などを形として認識する視点、面としてだけでなく線としての図形を捉える視点を開発する必要がある（前田，1979）⁹⁾。筆者は、図形の性質の意識化を促す学習指導を積極的に位置づけることにより、子どもの図形の性質の意識を高めることに重点をおいて

指導および計画を行った。


表1 小中9か年の図形指導のカリキュラム構想(案)

学年	移行前期への接続			移行前期	移行後期	論証
	幼稚園+小学校1年	小学校2年	小学校3, 4年	小学校5, 6年	中学校1年	中学校2, 3年
必要な視点	形遊び, 造形 (就学前と1年との接続) ・図形に関する経験を豊かにする(描画経験) ・操作活動による経験的, 直観的な認識	性質 (構成要素および要素の関係) ・図形の基礎的な構成要素および性質の理解 ・操作活動による経験的, 直観的な認識	図形を性質として見る(性質の集合) ・操作活動による経験的, 直観的な認識 ・図形の性質の理解 ・図形の性質を使っての作図の弁別 ・四角形相互の関係	性質間の関係の意識化 ・四角形相互の関係 ・図形の性質を使っての作図の弁別	論理的に考察し表現する能力を培う ・図形の性質の顕在化 ・図形の性質間の関係の理解 ・数学的な推論の理解と論理的に表現すること	論理的に考察し表現する能力を育て, 伸ばす ・図形の性質間の理解と論理的に表現すること ・図形の性質間の関係の命題化 ・数学的な推論の理解と論理的に表現すること
方法	・操作活動を充実させ, 色板や三角, 四角, 丸などで, 形遊び, 造形遊びを行う	・なぜそれがその形になるのかを基礎的な構成要素に着目して説明していく活動 ・共通点と相違点を見つけていく活動	・図形の性質からその図形を分析したり, 考察したりする活動 ・図形の性質を明確にする活動 ・性質の共通点と相違点を見つけていく活動 ・図形を動的に見せる活動	・図形の性質からその図形を分析したり, 考察したりする活動 ・性質の共通点と相違点を見つけていく活動 ・図形の性質間の関連づけをする活動 ・論理的に説明する活動 ・経験的, 直観的な認識だけではなく, 一般化をする経験 ・図形を動的に見せる活動	・図形の対称性や図形を決定する要素に着目して自分で作図の手順を考え, その手順を順序よく説明する活動 ・作図した図形が条件に適するものか否かを振り返る活動 ・図形の性質間の関係の理解 ・図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだす活動 ・数学的な表現を用いて他者に説明し伝え合う活動	・図形の性質間の命題化 ・図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだす活動 ・数学的な表現を用いて他者に説明し伝え合う活動

(1) パフォーマンス課題とルーブリック


本単元の学習目標(望まれている結果)を子どもがどの程度達成したのか, つまり, 「図形の性質の意識化」がどの程度なされたかを具体的に示すための評価材(承認できる証拠)として, 封筒の中から見える図形の一部を見て, 何の図形かを答えさせるとともに選択の根拠を記述させるパフォーマンス課題を設定した。子どもが記述した選択の根拠をルーブリックに基づき評価することで, 「図形の性質の意識化」の程度を評価することができると考えたからである。

ある図形がふうとうの中にかくれています。その図形はどんな形ですか? その図形の名前を書きましょう。またそのりょうも書きましょう。



ふうとう

表2 評価基準とパフォーマンス事例

評価基準		パフォーマンス事例
V	長方形の決定条件を直角が3つ見えていることから説明し、さらに長方形と正方形の違いを辺の長さに着目して、それぞれの性質を活用して論理的に説明することができる。	 <ul style="list-style-type: none"> ・直角が3つ見えているので、全てのかどが直角なのは長方形か正方形なのでそのどちらかです。そして、正方形は全てのかどの長さが等しいから違います。だから向かい合った辺の長さが等しくて、隣同士の辺の長さが違うので長方形です。
IV	長方形の決定条件を直角が3つ見えていることから説明し、さらに長方形と正方形の違いを辺の長さに着目して、それぞれの性質を活用して論理的に説明しようとしている。	<ul style="list-style-type: none"> ・全てのかどが直角なので長方形です。それから向かい合った辺の長さが等しいので長方形です。（正方形ではない理由が不十分）。
III	長方形の性質を根拠にして、図形が長方形であることを説明することができる。	<ul style="list-style-type: none"> ・直角が3つ見えているので、長方形です。 ・向かい合っている辺が同じ長さだと思うから長方形です。 ・縦と横の長さが違うから長方形です。
II	長方形の性質の一部を根拠にして、図形が長方形であることを証明しようとしている。 長方形の定義や性質に基づいて説明することができていない。	<ul style="list-style-type: none"> ・（感覚的に）直角があるから長方形です。
I	図形が長方形であることを説明することができていない。 違う図形だと判断している。	<ul style="list-style-type: none"> ・（無答）

※評価基準IVの段階で評価規準を達成したものと見なす。

[評価規準]

長方形である理由を長方形、正方形の性質に目をつけ、また長方形と正方形の定義・性質のちがいに目を向けて、論理的に説明している。

(2) 対象児

小学校第2学年1クラスの子ども40名を対象に調査を行った。

(3) 調査時期

平成23年11月、12月に調査を行った。

(4) 指導計画

第1次 直線・・・・・・・・1時間

第2次 三角形と四角形・4時間

第3次 直角・・・・・・・・2時間

第4次 長方形と正方形と直角三角形
・・・・・・・・5時間

・それぞれの図形の定義（2時間）

・それぞれの図形の作図（3時間）

第5次 力試し・・・・・・・・3時間（本時2／3）

3. 授業の実際

(ア) 課題解決への動機づけ

授業のはじめに、封筒の中より直角のあるハート型の図形を直角が見えるようにかどの部分を提示し、どのような図形の可能性があるかを問うた。

T: 今まで習ったことがある図形が出てくるかもしれない。
S1: 直角三角形。
S2: 長方形。
S3: 正方形。
T: なぜ? 直角三角形, 正方形, 長方形だと思う?
S4: 直角三角形だったら, 辺が3つしかないけど, まだありそうな気がするから正方形だと思います。
T: ちょっとまってよ, どの図形か分からないんだけど, 直角三角形と長方形と, 正方形に共通点はない?
S5: どれも1つは必ず直角があるんだと思います。
T: S5の気持ちがわかる人。
S全: (挙手) 言いたかったー。

すると上記のようにかどの形に着目して、直角のある既習の図形をあげていった。その後図形をもう少し出していき、辺に直線がないところまで出すと、以下のような言葉が聞かれた。

S6: あっ!! 全部違う!
T: 全部違う? 全部違うと思う人?
T: なんで? 隣の人に言ってみて。
(隣同士で喋る)
S7: 曲線だから。
S8: 直線のようになっていない。
T: ん? どこが? 前に来て指してみて?
S8: ここ。
T: 本当だね。辺が直線じゃなくなったね。
(全部出す)
S全: ハートだー。

封筒から図形を少し出すことで、辺の形やかどが直角かどうかの視点を与え、本時のポイントとなり得るところを意識させるようにした。

(イ) 図形が決定する要素や性質

次に正方形を提示した。その意図は、辺が3本より多いことから、三角形である可能性を消去し、その理由を考えさせることによって、辺の数や形、かどの形などの長方形の性質に焦点を当てたからである。

T: 次はこの図形です。これはどうかな?
S) : 正方形。
S10: 直角三角形。
S11: 長方形。
S全: 同じです。
T: これ直角っぽいね。確かめてみよう。あ
るわ直角。
(直角が2つ見えるところまで出す)
T: 今皆が出してくれた図形の中で、これは
違うっていうのはない?
S12: 直角三角形です。
S全: 同じです。

T: これ違うと思う？なぜ？

S13: なぜ直角三角形ではないかというと、直角が2つある三角形はないからです。

S14: 前皆で探したけど、三角形は直角1つしかなかった。長方形や正方形だったら直角2つ以上ある。

T: その気持ち分かる人？(子どもたち挙手)
よく覚えてたね。皆で一生懸命探したもんな。直角が2つある三角形……。なかったねー。

このようなやりとりを通して、子どもたちの思考が、残った長方形と正方形に絞られた。そこで、長方形と正方形の性質の違いを隣同士で話し合わせると、それらの図形の性質の共通点と相違点に着目した考えが現れてきた。

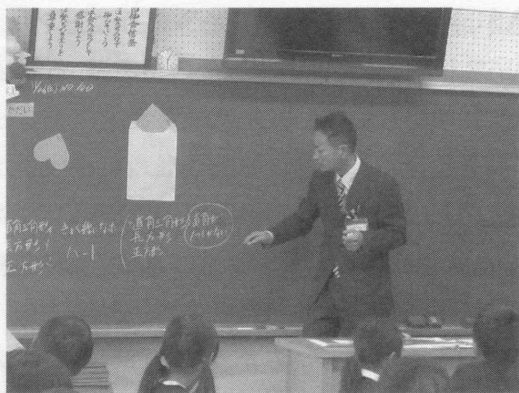


図2 封筒から少し出ている正方形

T: じゃあ直角三角形では、なくなってしまったね。じゃあ長方形か正方形か？もうちょっと出してみる？

S全: うん。

T: もうちょっと出したらどっちか分かる？(辺の長さが違うと分かるところまで出す。)

S全: あ——分かった！！

T: じゃあどっちか分かったら立ってください。
(立つ)

T: 隣に人に、どっちの形か？それはなぜかしゃべったら座って。
ちょっと皆に聞きたいんやけど、長方形と正方形の違いって何？

S15: 正方形は、横の辺と縦の辺も長さが同じけど、長方形は縦と横の辺の長さが違う。

T: あっ横と縦の長さが違うのか？全部長さが一緒ってこと？皆どう？皆はどっちなと思うの？せいの！

S全: 正方形

(ウ) 性質を意識させた図形パズル

ここまで来たところで、一つの図形を2つに切ったバラバラの図形(星, 円, ハート, 正方形, 長方形のかげら)を提示し、どれとどれがくっついて図形となるかを考えさせた。

T: こんなバラバラでもなんとか分かる？元の図形が？

S全: 分かる！！

T: 例えばケとかか……。 (円のピース) 何とくっつきそう？

S16: クだと思います。

S全: 同じです。

T: そう？なんでそう思うん？近くの人と話して。

S17: ケは、曲線と直線だけど、イは外っかわが曲線だからくつつくと思う。

S18: ケとイだと思っただけど、どっちともまんまるくなっていて、とんがっているところがない。

T: S17さんの言ったこと聞いた？つまり頂点やかどがないってことかな？
ちょっと皆もパズルやってくれる？

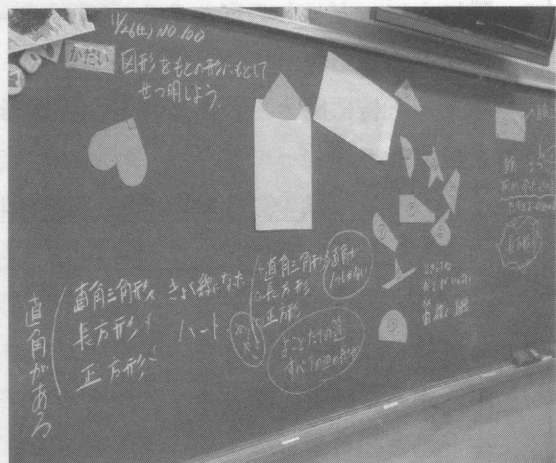


図3 図形のパズルを表した板書

(エ) 一つたりないピースの形(長方形)を考える

次に子どもたち一人ひとりに封筒に入った図形5種(前記)を配り、パズルをさせた。その際、かどのところに三角定規をあてて直角かどうかを確かめる姿が見られた。また、長方形の一部が欠けたピースから図形が完成しないことから、この図形にもう1ピースくっつけるとどんな図形になるかを考えさせた。

S全：ほとんどできたけど1個あまった。

T：そこまで！なんか困ったことがあったよーって人？S1さん何が困った？

S1：1個パズルがあまりました。

T：この形が何なのかというのを書いてもらおうと思います。なんの図形なのかっていうことと、なぜそう思うのかの理由をこのワークシートに書いてください。

(自力解決の時間)

T：この図形何だと思えますか？

S20：長方形だと思えます。

T：皆？なぜ？

T：S21さん。ちょっと前に出て説明してくれる？

S21：理由はこの図形は直角が3つあって・・・

T：ストップ！この図形は直角が何個あるって言うてました？

S全：3つ。

T：どこに？直角があるところストップしてよ。

S全：ストップ！

T：ホンマ？ちゃんと三角定規で確認した？

S全：した。

S21：それからこの図形は、大きな三角形がくっつく・・・

T：ストップ、三角形の形をかいていた人がいた。この形は何て言う形？

S全：直角三角形。

S全：でもパズルの中に直角三角形がない。

T：あと一つ直角三角形がくっつく全部で何個直角がありますか？これが加わったら直角が4つになる。

S21：直角が4つになって、向かい合った辺の長さが同じなので・・・

T：聞いた？向かい合った・・・何？

S全：辺。

T：向かい合った辺の長さが一緒になるっていうことは・・・。さっき〇〇君が言うてたね。向かい合っただけで言うことは、縦と横の辺の長さが違うんじゃないの？そういうこと？

S全：うん。

S21：だから長方形になると思います。

S全：同じです。

T：確認しよう。直角が4つになって、向かい合った辺の長さが同じ。ホンマ？これ縦と横の辺の長さが違う？確認した？

S全：確認した。測ってみた。

T：本当だ。って言うことは、すべての辺の長さが同じではない？だから正方形ではなくて長方形？決定して良い？

S全：良い。

このように、長方形と正方形に相違点に絞り全体交流を行わせることで、かどの形が直角であるという共通点や辺の長さの違いで区別がつくという長方形と正方形の性質の違いから図形を決定させていくことができた。

算数科



図4 図形パズルをやっている様子

4. 結果と考察

パフォーマンスの結果を見ると、多くの子どもが規準を達成できていた(表3)。これは、実験授業と実験授業までの授業設計において「図形の性質の意識化」を十分促すことができたことを示している。もちろん、規準に達しなかった子どももいる。基準Ⅲの子どもの解答を分析してみると、どの子ども図形を決定する性質に目を向けて解答はしているが、他の図形にも当てはまる性質をあげており、その図形を決定する性質の説明としては不十分だった。

すでに述べたように、本研究は、小学校高学年における移行前期としての主眼である「図形の性質間の関係の意識化」を促す前提として、低学年における「図形の性質の意識化」が必要であるという立場に立って計画した。すなわち、第2学年での「図形の性質の意識化」をとおして形成された図形の捉え方が有効に機能していることが望まれる。本調査結果が示しているように、多くの子どもが規準を達成しているという事実は、本実践が「図形の性質の意識化」に対して一定の効果があったことを示している。

表3 パフォーマンス課題の結果

評価基準	事後					計	
	V	IV	III	II	I		
事前	V	1	0	1	0	0	1
	IV	1	3	1	0	0	5
	III	2	9	2	0	0	13
	II	1	6	5	2	0	14
	I	0	3	2	1	0	7
	計	5	21	11	3	0	40

5. 結論と今後の課題

第一の成果は、単元をとおして「図形の性質の意識化」を促すために開発した学習活動、『封筒に入った図形』と、『図形パズル』の有効性が示唆されたことである。『封筒に入った図形』では、見えないところにある図形を創造し、見えている性質を根拠に予想をすることができた。また『図形パズル』では、あえて完成しないピースを入れ、既習の知識から性質を整理し、性質の共通点と相違点(今回では辺の長さの違い)を整理することができ、長方形であることを確認できた。このような結果は、「図形の性質の意識化」に向けての活動を意図的・計画的に設定していくことの必要性を示すものである。よってこれらの活動を仕組んだことは、図形の性質を意識化において有効であった。

最後に、今後の課題としては、今回の実験授業では、子どもたちから長方形と正方形の性質の相違点を導き出したかったために、板書上で正方形の性質を整理することが不十分であったと考える。共通点と相違点を色分けし、考えの手立てとなるような板書を作っていく必要がある。また、小学校の図形カリキュラムを「性質の意識化」、「性質間の関係の意識化」という視点からさらに分析するとともに、適切な学習材の開発をとおして小中9か年の図形カリキュラムを構想し実質化していくことである。また、パフォーマンス課題の改善も今後の大きな課題である。指導者が当初期待した学習目的だけに限定することなく、子どもが

学習の成果を十分に発揮できる評価のあり方について検討したい。

<注および引用・参考文献>

- 1) 岡崎正和・岩崎秀樹：「算数から数学への移行教材としての作図—経験的認識から論理的認識への転化を促す理論と実践—」，日本数学教育学会誌『数学教育学論究』，vol. 80，pp. 3-27，2003.
- 2) 国立教育政策研究所教育課程研究センター：『平成21年度 全国学力・学習状況調査解説資料 小学校 算数』，2009.
- 3) 松浦武人：「私の育てたい学力 — 「図形」の領域—」，『算数授業研究』，第1)号，pp. 12-13，2001.
- 4) 松浦武人：「学習指導要領の図形領域（平面図形）における重点課題とその解決の方策」，『新しい算数研究』，No. 461，pp. 6-9，2009.
- 5) 村上良太・川崎正盛・妹尾進一・木村恵子・松浦武人・植田敦三：「論理的な図形認識を促す算数・数学科カリキュラムの開発（1）—小学校5学年における移行を促す算数での実践的研究—」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，第16巻，第1号，pp. 73-85，2009.
- 6) 文部科学省：『小学校学習指導要領解説 算数編』，2008，東洋館出版社.
- 7) 植田敦三・平林一栄・石田忠男・川寄昭三・竹内恒夫・中村洋志・鈴木悟・川寄道広・佐々木徹郎（1）：「数学的概念の認識過程についての基礎研究（VI）—続・論証理解への道—」，『広島大学教育学部学部附属共同研究体制研究紀要』，第12号，pp. 23-2） ，1984.
- 8) 川崎正盛・村上良太・妹尾進一・木村恵子・松浦武人・植田敦三，他3名：「論理的な図形認識を促す算数・数学科カリキュラムの開発（2）—図形の性質の意識化に焦点を当てて—」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』第17巻第1号，pp. 61-71，2011.
- 9) 前田隆一：『算数教育論 —図形指導を中心として—』，1979，金子書房.