

2023.06.10 (土)

科学基礎論学会 2023 年度 総会と講演会@東海大学(湘南キャンパス)

シンポジウム「教育学基礎論としての推論主義の視座」

Transdisciplinary な教育研究を目指すための推論主義

広島大学附属福山中・高等学校 うえがたに ゆうすけ 上ヶ谷 友佑

1. はじめに

筆者は、大学の附属学校に勤務して教育研究に従事する中学・高等学校の学校教員であり、筆者の研究領域は「数学教育」である。数学教育研究（あるいは教科教育研究）がいかなる学術研究であるのかについては諸説あり（e.g., Kilpatrick, 2014; Sierpiska & Kilpatrick, 1998; 上ヶ谷 & 大谷, 2020; 影山, 2023）、教科教育研究は固有な専門性を有する「学問領域」ではないとする批判的な向きもあるほど（佐藤, 1992, 2005）、極めて学際的な色彩の強い研究領域である。例えば、よりよい数学の教材開発を目指す教材分析研究（Bergsten, 2014; Thompson, 2008; 石橋 & 上ヶ谷, 2019）、電子機器の導入によりいかなる数学教育が可能になるかについての情報工学的研究（e.g., Doorman et al., 2012; Drijvers et al., 2010）、算数文章題の問い方が学習者の問題内容の認識に与え得る影響についての認知心理学的研究（e.g., Carotenuto et al., 2021; Reusser & Stebler, 1997; Van Dooren et al., 2019）、数学学習における（西洋的、東洋的、民族的等々の）文化的差異についての研究（e.g., Bishop, 1994; Ishibashi & Uegatani, in press; Xu & Clarke, 2019）など、多岐に渡る。学校教育に限定せず、大学での数学教育（e.g., Larsen & Zandieh, 2007; Paoletti et al., 2018; Tall, 1991）や職業上の数学教育（e.g., Bakker et al., 2011; Kent et al., 2007; van der Wal et al., 2017）なども数学教育研究であると考えられる見方もあるし、近年では、倫理的観点から数学教育の弊害でさえ議論されるようになってきた（e.g., Abtahi, 2022; Chen, 2023; Ernest, 2018, 2020）。社会的な人間関係が存在すれば常に何かしらの教育的現象が生じるという見方もあるほどに（Su & Bellmann, 2018）、一般に教育研究とは、様々な角度からの研究が可能な研究領域である。

こうした多様なテーマ・多様な見解が入り乱れる研究領域であるため、本稿では Hadorn et al. (2008) や Pohl & Hadorn (2008) の区別に倣って、教育研究を transdisciplinary 研究の一種であると捉えることにしたい（表 1）。研究領域における問題がそもそも何であるのかについてさえ明確なコンセンサスがなく、単に複数の研究領域が 1 つの問題に個別に取り組むだけの multidisciplinary 研究や、研究領域を横断して統合的な知識創出を目指す interdisciplinary

表 1:3 種類の学際研究 (Pohl & Hadorn (2008) に基づき作成)

研究の種別	説明
Multidisciplinary	ある問題に複数の研究領域がアプローチするが、各研究領域は自己に閉じこもった方法でアプローチしており、研究領域間の相乗効果はほとんどない。
Interdisciplinary	ある問題にアプローチするにあたって、様々な研究領域出身の研究者達の間での統合志向の協力がある。
Transdisciplinary	そもそも社会的に適切な問題が何であるのかについて不確かさがあつたり論争があつたりする場合や、その問題に携わる人々にとって非常に大きな危機がある場合に必要とされる。次の 4 点が可能になるような方法で問題領域を扱う。(a) 問題の複雑性の把握、(b) 生活世界の多様性と問題の科学的認識の考慮、(c) 抽象的知識と事例固有の知識との接続、(d) 共通善であるべきと認識されるものを促進する知識と実践の発展。

研究をさらに超えて、各種ステークホルダーや実践者（例えば、学校教員、学校管理者、教育委員会、場合によっては保護者や児童・生徒達自身も含む）とも共同しながら知識創出と問題解決を目指す必要のある研究領域である。

こうした特徴の教育研究が研究領域として抱える問題は、適切な transdisciplinarity の確保である。一般的に transdisciplinary 研究は、何が問題であるかについての明確なコンセンサスがないこともあり、問題の同定と構造化のフェーズに多くのリソースを割かなければならないとされる (Hadorn et al., 2008)。ある者は数学をいかに効率的に教えるかが重要だと言い、別の者は教え込みではなく学習者の主体的な判断を大事にすべきだと言い、さらに別の者は何を教えるかや学ぶかよりも、教育における格差を是正することが最優先だと言い、……と、教育はその目標について容易にすれ違いが起こりやすい。専門性の異なる研究者や、研究者ではないようなステークホルダーや実践家が、現状認識についてすれ違いを起こした状態では、まともな議論にならないこともある。こうした状況を回避するためには、関係者間の共通基盤の確立が重要である。

そこで本稿では、Transdisciplinary 研究の一種である教育学の科学的基礎として、推論主義の果たし得る役割について検討したい。推論主義とは、R. Brandom によって提唱された哲学的体系であり、推論において果たす役割において概念内容が決まると考える哲学である (Brandom, 1994, 2000)。本稿では、まずは教育研究における推論主義の視座からの有用性を示した上で、そこから得られる示唆について論じていきたい。

2. 語用論から意味論を考える

数学教育研究が、哲学的観点から興味深いのは、人間の概念使用の本性に接近できると思わ

れる点にある。学習者は、しばしば、教師が教えたい内容とは異なる主張を展開する。本稿では、わかりやすい具体例として、筆者がよく引用する 2 例を紹介したい。

第一の例は、Ely (2010) の報告した $0.999\cdots < 1$ と主張する大学生の例である。彼女は、テストでは $0.999\cdots = 1$ と答えるべきことを理解していながらも、研究者とのインタビューにおいては、それはテストのための方便であり、実際は $0.999\cdots < 1$ だと考えていると述べる。彼女は、その理由として、 $0.999\cdots$ と 1 の間には無限に小さい数が存在するからだ、という点を挙げる。学校数学が採用する標準的な実数の体系において、 $0.999\cdots$ という表現を、初項 0.9 、公比 0.1 の無限等比級数の和を表していると考えれば、 $0.999\cdots = 1$ と考えるべきである。しかし、学生のみから見て、そう考えるべきであるかどうかは微妙なところである。まずもって、学校数学においては「 \cdots 」という表現が明瞭に定義されていない。 $0.999\cdots$ と循環小数を書く場合と、 $\sqrt{2} = 1.41421356\cdots$ と非循環小数を書く場合の「 \cdots 」が同じ意味かと問われると、答えに窮するところである。そして、最も興味深いのは、 $0.999\cdots$ が循環小数を表しているとして、循環小数が実数でなければならないかどうか明瞭でない点である。超準解析 (坪井, 2012) で議論されるような超実数体のように、無限小や無限大が含まれるような数体系で考えるならば、この学生のような推論も成り立ち得る。Ely (2010) は「超準解析」に倣い、このように構成されるコンセプトを「超準コンセプト」と呼ぶ。

第二の例は、Nesher (1987) が報告した $0.4 < 0.234$ と主張する小学生である。その小学生曰く、(文字列として) 長い数は、より大きい数なのだという。Nesher (1987) の分析によれば、これは自然数の性質の過剰一般化である。確かに、自然数は、桁数が長い方が大きい数であるし、現に我々は桁数の異なる自然数の大小を比較するとき、桁数を見て判断していると思われる。学習途上の小学生は、小数が何を意味しているかという定義に立ち返って大小を判断するのではなく、自然数の大小判定において用いていた方法を用いて小数の大小を判断しようとすることがある。定義に立ち返って判断すべしという習慣は、教育を通じて育まれるのであって、前に上手くいった方法で問題に対処しようとする姿勢は、人間のごくごく自然な姿である。

これらの事例が示唆することは、何が正しい主張であるかや何が正しい推論であるかについて、観察者が先入観を持つべきではないということである。大人の世界で正しいとされる主張や推論が、当然のごとく子どもの世界においても同様に正しいはずであるという幻想は、数学が客観的な学問であるという事実から導かれがちである。しかし、上述の事例は、初学者には初学者の論理があるということを示唆する。形式的に問題解決の技法を指導しても、大人が期待した通りには身につくとは限らない (Kantowski, 1977)。大人の世界で正しい主張や正しい推論を効果的に教え込む方法を考えるというよりはむしろ、人間が概念内容を学ぶという過程がいかなる過程であるのかを、我々はきちんと理解する必要がある。そして、そのために我々は、経験科学としてこの問題に対処するため、何が正しい主張かや何が正しい推論であるのかについて観察者の先入観を排し、学習者の実際の推論の様相を分析すべきである。

推論主義は、実質推論の非単調性に着目する (Brandon, 2000)。非単調性とは、 $P \rightarrow Q$ がよい推論であるときに、 $P \& R \rightarrow Q$ がよい推論であるとは限らないという、実質推論の性質のこと

である。例えば、「マッチをこする → 火がつく」という推論がよい推論であったとしても、「マッチをこする&そのマッチは濡れている → 火がつく」はよい推論であるとは言えない。我々の推論は、暗黙の前提 R が明示化されることにより、結論が変わるのである。数学的に本来的には矛盾しているような主張を学習者が平気で行う背景には、彼らの暗黙の前提が明示化されていないからであり、学習者の推論は、この意味でまさに非単調である。明示化させない限りにおいて、学習者は自分達がよい推論を行っていると思っている場合が多々あり、自分達の殻に閉じこもった推論で満足してしまう事態となり得る。そのため我々は、学習者の実質推論の非単調性を現実として受け止めつつ、他者とのように交流する中で、彼らがどのように概念内容を発達させていくかを調べていく必要がある。推論主義の視座は、このための基礎的な理論的枠組を与える。

Uegatani & Otani (2021) は、推論主義の視座から、数学教育研究においては学習者の頭の中を探ろうとするのではなく、観察可能な、明示化された発言を分析対象にすべき点を指摘した。実質推論の非単調性より、学習者がその推論にあたってどんな暗黙の前提を有しているかについては、当の本人さえ自覚することができないような、暗黙的で可変である。これに対して、社会的なコミュニケーションの場において発言したことは、明示的で不変である。さながら水が氷になるかのごとく、学習者は明示化を通じて自分自身が考えていることを確定させるのである。

明示化の過程は、諸概念の適用の過程でなければならない。すなわち、何らかの主題を概念化することである。

(Brandom 2000, p. 8)

明示化によって、その学習者の理解状況が確定するとさえ言える。

とりわけ、人がどんな理由でどのように考えているかは、社会的環境で明示化されるまで未確定である。例えば、「ウエガタニが水を飲んでいる」という事象があったときに、「なぜ飲んでいるのか？」と問われたら、「喉が渴いたから」という答えかもしれないし、「なぜ水なのか？」と問われたら、「ジュースを切らしているから」という答えかもしれない。ファン・フラーセン (1986) が指摘したように、「なぜ」という問いに対する答えは、その文脈において暗黙的に対比されているクラスが何であるかに依存する。理由は、問われないことには存在し得ないのである。

このようにして我々は、教育研究の基礎的な分析にあたっては、推論主義の視座から、社会的環境において明示化された観察可能なものを中心に調査することで、経験科学的な基盤に立脚した考察を行うことができるようになる。こうした基盤を採用することで、我々は学問分野ごとの、あるいは、ステークホルダーごとの暗黙の前提に引きずられることを回避することができる。

3. 推論主義の視座からの共通基盤の構築

本稿では、推論主義の視座を採用することで構築可能な、経験科学的な共通基盤について4つ提案したい。

(1) 教育研究方法論への示唆

第一の提案は、教育研究方法論への示唆として、生徒達の理解について科学的探究することができるようになる点を挙げたい。推論主義の視座から、明示化されたものが生徒達の理解のすべてだと考えるのであれば、観察不可能な生徒達の頭の中で何が起きているのかを追いかける必要がなくなる。生徒達が実際に頭の中で何を考えているのかを顕在化しようとする試みは、これまで心理学的な研究を中心に多数検討されてきたが、そうやって介入して頭の中を取り出そうとする行為自体がそもそも生徒達の理解状況を変容させ得る行為であり、我々は観察可能な事柄に対する観察者の影響を真摯に受け止めるべきである (Uegatani & Otani, 2021)。

こうした考え方は、教育研究におけるデザインリサーチの重要性と関係がある。デザインリサーチとは、どのような介入がどのような結果をもたらすかについての理論的予測に基づいて、特定の介入がなぜどのように機能するかについて洞察を得ようとする研究アプローチの総称である (Bakker, 2018; Cobb et al., 2003; Gravemeijer & Prediger, 2019)。教育研究は、transdisciplinary 研究であるがゆえに、意味のある一般的な知見を導出することが難しい。量的な研究であれ、質的な研究であれ、思弁的な研究であれ、教育研究にとって重要なことは、ある意味で教師の意思決定に影響があるかどうかである (上ヶ谷, 2021)。Transdisciplinary 研究として様々な学問領域の知見を総合することで何をするのか、と問われたならば、それは、具体的な教育実践をデザインすること、である。知識を総合しただけで終わらせずに、実際に教室で検証し、その結果をまた多様な学問領域の観点から反省するというサイクルによって、教育研究は前進し得る。

(2) 授業方法論への示唆

第二の提案は、授業方法論への示唆として、教育が社会的環境における明示化を活動として含まなければならない点を指摘したい。知識の直接教授（講義形式で一方向的に教師が学習者に語って聞かせる教え方）も、単に体を動かすだけの体験活動も、概念内容の学習という点では不十分である。なぜなら、学習者の学びの様相は、彼らが実質推論の過程で明示化することによって確定するからである。この意味で、教育は、社会的環境で自身の見解を明示化する経験を学習者に与えなければならない。

教育哲学者 Derry (2008, 2013) は、人間とは生まれたときから自由意志に基づいて行動できるわけではなく、知識が増えるに連れ、その行動の自由度が増していくものであるという人間観を示し、推論主義の視座から、教育環境において学習者自身が判断を明示化することの重要性を指摘する。とりわけ概念内容に関する学習は、単に選択肢の中からどれかを選ぶという判断のみならず、文による理由の明示化が重要である (Marabini & Moretti, 2017)。授業方法論が、この視点から構築され得る。

(3) カリキュラム設計論への示唆

第三の提案は、カリキュラムをどのように設計するかという点への示唆である。現在、少なくとも数学教育に関して、学習指導要領や教科書は、指導すべき概念の名前によって規定されている。例えば、多角形、関数、ベクトル等々、指導すべき概念が示された上で、次にどのようにそれを指導するかという話になる。しかしながら、概念の名前だけでは、それがどのような推論的役割を果たすかが

明確ではなく、推論主義の視座からは、その方法ではカリキュラムを明確に規定できないという点が指摘できる。学習指導要領や教科書といったマクロレベルでのカリキュラムの構成要素は、あえて具体的にしないことで解釈の余地を残しているという前向きな考え方をすることもできるが、少なくとも具体的な個別の現場においては、教えたい概念がどういう推論的役割を果たすものであるのかを吟味して、カリキュラムを具体化しなければならないと言えるであろう。先に取り上げた、文として明示化していく経験が学習者にとって重要であるという視点を踏まえると、教育現場では、暗黙的な方法知を明示的な内容知へと変換していく過程について、考えていかなければならない。例えば、方程式を解くという活動一つとっても、その方程式の解が実際に何であるかという数学的な真偽に関わる部分ばかりが知識ではなく、どんな条件の方程式であればどんな方法で解くことが可能かという方法知を内容知かしていく過程が、知識として重要であると言える。方程式の解き方は、解の公式のように正確に一般化可能なものから、特殊な数値設定のときだけ用いることのできる式変形上の小技まで様々である。こうした数学的な真偽だけではその真価を推し量れないような知識を学習者達とともに作り上げていくという視点もまた、重要なのである。

(4) 教育倫理への示唆

最後の提案は、教育者の権威的で絶対的な正しさに対する挑戦である。実質推論に着目することで、学習者側の「論理」を分析することができるようになる。これは、教育者側が教えることを意図している真なる知識や妥当な推論というものを絶対視せずに、学習者側にある種の正しさを残す分析手法を取ることを意味する。こうした分析態度は、教室において教育者の権威的で絶対的な正しさを問い直す態度へと通ずる。数学教育研究においては、倫理的な観点から、数学教師ができることは、学習者に数学的な見方を提示することができるだけであり、学習者にそれを拒否する裁量を残すべきであるとする議論もある (Radford, 2021)。単なる教え方の研究に終止せず、価値の選択を学習者に委ねた、学習者との対話に開かれた教育学とはいかなる形であり得るのか、推論主義の視座を踏まえた研究が望まれる。

4. 哲学的問題への教育学の活用

ここまで、推論主義の視座が教育研究の科学基礎論として有用である可能性について論じてきた。本節では、そこから転換して、そのように基礎付けられた教育研究が哲学的問題にどのような示唆を与えるかについて論じていきたい。

(1) 教育研究方法論からの示唆：事実と規範の相互作用

教育研究における経験科学としての問題は、起こった事象をどういう事実としてどのように記述するかである。観点を定めることで、事実として取り上げられる側面が抽象され、取り上げられなかった側面は捨象される。数学教育研究においては、「理論的枠組」という呼称で、そうした観点を定めることによって研究の方向性が大きく変化するということが繰り返し議論されてきた (e.g., Cai et al., 2019, 2019; Cobb, 2007; Mason, 2011)。そして、こうした理論的枠組の選択は、価値負荷的 (value-laden) であり、何がよい教育であるのかという議論と不可分である (Mason,

2011; Mason & Waywood, 1996). しかしながら, だからといって, 価値が定まってから事実が定まるという順序関係があるとは限らない. あるべき生徒の姿の主張には, そうした姿の実現可能性がしばしば求められる. つまり, そうした生徒の「存在証明」(Lampert, 1990; Schoenfeld, 2008) が必要である. 規範 (どうあるべきか) の主張に, 事実 (どうあるか) の主張が寄与するのである. 教育研究を transdisciplinary 研究として位置付けることは, 思弁的な研究と経験科学的研究の両者が交錯し得ることを示唆する.

(2) 教育倫理からの示唆: 教室を通じた倫理研究の可能性

教室は, 立場の強い存在 (教師) と立場の弱い存在 (生徒) の混在する典型的な空間であり, かつ, ミクロな空間である. 学校とは, 職場に入るための準備期間ではなく, 新しい社会の概念化を担う機関である (Radford, 2021) とも言われ, 教室での生活の在り方が, 次の世代の社会での生活の在り方を規定する. そういう意味で, このミクロな空間で成立する教育倫理は, よりマクロな空間への倫理へと応用可能性を有する. 教室が社会から完全に切り離されていると考えるべきではないものの, 教室内は社会一般と比較するとコンパクトであり研究がしやすい. 教室内で生じた倫理的問題に対処するための知見は, より大きな社会での倫理的問題に対処するために示唆に富む可能性があるし, 倫理的問題への対処を教室から積極的に行っていくという姿勢が重要であるとも言えよう.

5. まとめ

本稿では, 教育研究を transdisciplinary 研究として捉え, 推論主義の視座から, 様々な学問領域や様々なステークホルダーが「同じ問題」を捉え, 「同じ問題」に対処するための共通基盤が構築され得る点を検討してきた. 結果, 明示化を概念化であると捉える推論主義の視座から, 経験科学としての教育研究の在り方が変わる可能性を, 研究方法論・授業方法論・カリキュラム設計論・教室倫理の 4 観点から指摘した. また, このように捉えることで, 教育研究から哲学的問題への示唆が導かれ, 教育研究方法論における規範と事実の関係性が広く科学一般に波及し得る点と, 教室での倫理が, 広く社会一般の倫理に波及し得る点を指摘した. しかしながら, 本稿では推論主義の教育学基礎論としての可能性について全体的なビジョンを示すに留まっており, 個別の議論については, まだまだ哲学的観点から精緻化が必要である. その点についてはシンポジウム参加者の皆様から忌憚のないご意見を頂戴し, 今後の研究課題としていきたい.

参考文献

Abtahi, Y. (2022). What if I was harmful? Reflecting on the ethical tensions associated with teaching the dominant mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 110(1), 149–165. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10117-1>

- Bakker, A. (2018). What is design research in education? In A. Bakker (Ed.), *Design Research in Education: A Practical Guide for Early Career Researchers* (pp. 3–22). Routledge.
- Bakker, A., Kent, P., Hoyles, C., & Noss, R. (2011). Designing for communication at work: A case for technology-enhanced boundary objects. *International Journal of Educational Research*, 50(1), 26–32. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2011.04.006>
- Bergsten, C. (2014). Mathematical Approaches. In *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 376–383). Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_95
- Bishop, A. J. (1994). Cultural Conflicts in Mathematics Education: Developing a Research Agenda. *For the Learning of Mathematics*, 14(2), 15–18.
- Brandom, R. (1994). *Making it Explicit: Reasoning, Representing, and Discursive Commitment*. Harvard University Press.
- Brandom, R. (2000). *Articulating reasons: An introduction to inferentialism*. Harvard University Press.
- Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robison, V., Cirillo, M., Kramer, S. L., & Hiebert, J. (2019). Theoretical Framing as Justifying. *Journal for Research in Mathematics Education*, 50(3), 218–224. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.50.3.0218>
- Carotenuto, G., Di Martino, P., & Lemmi, M. (2021). Students' suspension of sense making in problem solving. *ZDM – Mathematics Education*, 817–830. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01215-0>
- Chen, G. A. (2023). Teacherly response-ability: Ethical relationality as protest against mathematical violence. *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10230-3>
- Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work: Coping with multiple theoretical perspective. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (Vol. 1, pp. 3–38). Information Age Publishing.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, 32(1), 9–13.
- Derry, J. (2008). Abstract rationality in education: From Vygotsky to Brandom. *Studies in Philosophy and Education*, 27(1), 49–62. <https://doi.org/10.1007/s11217-007-9047-1>
- Derry, J. (2013). *Vygotsky: Philosophy and Education*. John Wiley & Sons.

- Doorman, M., Drijvers, P., Gravemeijer, K., Boon, P., & Reed, H. (2012). Tool Use and the Development of the Function Concept: From Repeated Calculations to Functional Thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education, 10*(6), 1243–1267. <https://doi.org/10.1007/s10763-012-9329-0>
- Drijvers, P., Kieran, C., Mariotti, M.-A., Ainley, J., Andresen, M., Chan, Y. C., Dana-Picard, T., Gueudet, G., Kidron, I., Leung, A., & Meagher, M. (2010). Integrating Technology into Mathematics Education: Theoretical Perspectives. In C. Hoyles & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain: The 17th ICMI Study* (pp. 89–132). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_7
- Ely, R. (2010). Nonstandard student conceptions about infinitesimals. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*(2), 117–146.
- Ernest, P. (2018). The Ethics of Mathematics: Is Mathematics Harmful? In P. Ernest (Ed.), *The Philosophy of Mathematics Education Today* (pp. 187–216). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77760-3_12
- Ernest, P. (2020). The dark side of mathematics: Damaging effects of the overvaluation of mathematics. In *Debates in Mathematics Education* (2nd ed.). Routledge.
- ファン・フラーセン, B. C. (1986). 『科学的世界像』(丹治信春 訳). 紀伊國屋書店.
- Gravemeijer, K., & Prediger, S. (2019). Topic-Specific Design Research: An Introduction. In G. Kaiser & N. Presmeg (Eds.), *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education* (pp. 33–57). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7_2
- Hadorn, G. H., Biber-Klemm, S., Grossenbacher-Mansuy, W., Hoffmann-Riem, H., Joye, D., Pohl, C., Wiesmann, U., & Zemp, E. (2008). The Emergence of Transdisciplinarity as a Form of Research. In G. H. Hadorn, H. Hoffmann-Riem, S. Biber-Klemm, W. Grossenbacher-Mansuy, D. Joye, C. Pohl, U. Wiesmann, & E. Zemp (Eds.), *Handbook of Transdisciplinary Research* (pp. 19–39). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6699-3_2
- 石橋一昂・上ヶ谷友佑 (2019). 「数学的モデル化の観点から見た学習者の解の吟味を支援する教材の条件: 方程式の文章題を中学 2 年生が解決する過程の分析を通じて」. 日本科学教育学会誌『科学教育研究』, 43(4), 333–344.
- Ishibashi, I., & Uegatani, Y. (2022). Cultural relevance of validation during

- mathematical modeling and word problem-solving: Reconceptualizing validation as an integration of possible fictional worlds. *The Journal of Mathematical Behavior*, 66, 100934. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100934>
- 影山和也. (2023). 「教科教育学研究者の専門性を再考する」. 『日本教科教育学会誌』, 45(4), 49-51. https://doi.org/10.18993/jcrda.jp.45.4_49
- Kantowski, M. G. (1977). Processes Involved in Mathematical Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8(3), 163-180. <https://doi.org/10.2307/748518>
- Kent, P., Noss, R., Guile, D., Hoyles, C., & Bakker, A. (2007). Characterizing the Use of Mathematical Knowledge in Boundary-Crossing Situations at Work. *Mind, Culture, and Activity*, 14(1-2), 64-82. <https://doi.org/10.1080/10749030701307747>
- Kilpatrick, J. (2014). We Must Cultivate Our Common Ground. In M. N. Fried & T. Dreyfus (Eds.), *Mathematics & Mathematics Education: Searching for Common Ground* (pp. 337-343). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7473-5_19
- Lampert, M. (1990). When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. *American Educational Research Journal*, 27(1), 29-63. <https://doi.org/10.3102/00028312027001029>
- Larsen, S., & Zandieh, M. (2007). Proofs and refutations in the undergraduate mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 205-216. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9106-0>
- Marabini, A., & Moretti, L. (2017). Assessing Concept Possession as an Explicit and Social Practice. *Journal of Philosophy of Education*, 51(4), 801-816. <https://doi.org/10.1111/1467-9752.12265>
- Mason, J. (2011). Discerning in and between theories in mathematics education. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2482-2492).
- Mason, J., & Waywood, A. (1996). The Role of Theory in Mathematics Education and Research. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education: Part 1* (pp. 1055-1089). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1465-0_29

- Nesher, P. (1987). Towards an instructional theory: The role of student's misconceptions. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 33–40.
- Paoletti, T., Krupnik, V., Papadopoulos, D., Olsen, J., Fukawa-Connelly, T., & Weber, K. (2018). Teacher questioning and invitations to participate in advanced mathematics lectures. *Educational Studies in Mathematics*, 98(1), 1–17. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9807-6>
- Pohl, C., & Hadorn, G. H. (2008). Core Terms in Transdisciplinary Research. In G. H. Hadorn, H. Hoffmann-Riem, S. Biber-Klemm, W. Grossenbacher-Mansuy, D. Joye, C. Pohl, U. Wiesmann, & E. Zemp (Eds.), *Handbook of Transdisciplinary Research* (pp. 427–432). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6699-3_28
- Radford, L. (2021). *The Theory of Objectification: A Vygotskian Perspective on Knowing and Becoming in Mathematics Teaching and Learning*. Brill. <https://brill.com/display/title/59909>
- Reusser, K., & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution—The social rationality of mathematical modeling in schools. *Learning and Instruction*, 7(4), 309–327. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(97\)00014-5](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(97)00014-5)
- 佐藤学 (1992). 「「パンドラの箱」を開く＝「授業研究」批判」. 『教育学年報 1 教育研究の現在』 (pp. 63–88). 世織書房.
- 佐藤学 (2005). 「教職専門職大学院のポリティクス: 専門職化の可能性を探る」. 『現代思想』, 33(4), 98–111.
- Schoenfeld, A. H. (2008). Research Methods in (Mathematics) Education. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd ed., pp. 467–519). Routledge.
- Sierpiska, A., & Kilpatrick, J. (1998). Continuing the Search. In A. Sierpiska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp. 527–548). Springer Netherlands. http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-011-5196-2_20
- Su, H., & Bellmann, J. (2018). Inferentialism at Work: The Significance of Social Epistemology in Theorising Education. *Journal of Philosophy of Education*, 52(2), 230–245. <https://doi.org/10.1111/1467-9752.12292>
- Tall, D. (1991). The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 3–21). Springer Netherlands.
- Thompson, P. W. (2008). Conceptual analysis of mathematical ideas: Some spadework at the foundation of mathematics education. In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano, & A. SÈpulveda (Eds.), *Proceedings of the*

- Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 45–64).
- 坪井明人 (2012). 『数理論理学の基礎・基本』. 牧野書店.
- 上ヶ谷友佑 (2021). 「なぜ科学教育研究をするのか?: 中学校・高等学校の数学教師の視点から」. 2021 年度第 2 回日本科学教育学会研究会 若手活性化委員会チュートリアル発表資料, 1–18. <https://ir.lib.hiroshima-u.ac.jp/00051589>
- 上ヶ谷友佑・大谷洋貴 (2020). 「創造的で洞察に富んだプロセスとしての教科教育研究—国際的な数学教育研究観の変遷から見る新しい学問領域観の提案—」. 『日本教科教育学会誌』, 43(2), 49–62.
- Uegatani, Y., & Otani, H. (2021). A new ontology of reasons for inferentialism: Redefining the notion of conceptualization and proposing an observer effect on assessment. *Mathematics Education Research Journal*, 33, 183–199. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00289-8>
- van der Wal, N. J., Bakker, A., & Drijvers, P. (2017). Which Techno-mathematical Literacies Are Essential for Future Engineers? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), 87–104. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9810-x>
- Van Dooren, W., Lem, S., De Wortelaer, H., & Verschaffel, L. (2019). Improving realistic word problem solving by using humor. *The Journal of Mathematical Behavior*, 53, 96–104. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.06.008>
- Xu, L., & Clarke, D. (2019). Speaking or not speaking as a cultural practice: Analysis of mathematics classroom discourse in Shanghai, Seoul, and Melbourne. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 127–146. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09901-x>