

## 数学を楽しみながら生きて働く数学的な力を育てる

村上 和男

昨年度から総合的な学習の教材開発を行っている。総合的な学習では生徒が数学を楽しむことがまず第一である。作業や実験を通して生きて働く数学的な力を付けてほしいという思いを持っている。今年度はルーローの三角形を使った車輪を持つ車の模型を作り、幅が一定の図形について生徒とともに考えてきた。またコンピュータを使って作図をするなかで、自分で作図方法を一部変えたりして創造的な力を養う実践も行ってきた。この様な事を通して、単に演習問題を解くだけでは養えない、生きて働く数学的な力が育つと考える。

### I 円以外の車輪の形を考える

#### (1) 学習のねらい

数学科は総合学習の目標として次の2点を上げた。

- ① 数学を楽しみながら、生きて働く数学的な力をつける。
- ② 身の回りの事象の中から、数学的な課題を見つけようとする態度を養う。

この授業では、自動車の車輪として使われている円に注目する。まず図1のような円形車輪を工作紙で2組作り、その上に板を乗せて動かすと板はなめらかに動く。このことから「円は幅が一定の図形である」事に気付かせる。次に正三角形を元にした図2の形（ルーローの三角形）をした車輪を使っての同様な実験により「ルーローの三角形も幅が一定の図形である」ことに気付かせる。さらにこれらの車輪を利用して以下に示すような実験をすることで、生徒にいろいろな発見をさせた。

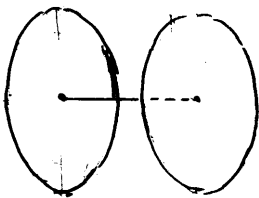


図1



図2

#### (2) 学習計画

##### ① 導入（1，2限）

円およびルーローの三角形を使った車輪を各自で作る。その際ルーローの三角形の車軸をどの位置に通せばよいのか考える。作った車輪の上に板をのせて転がし、なめらかに転がることを確認し、円や

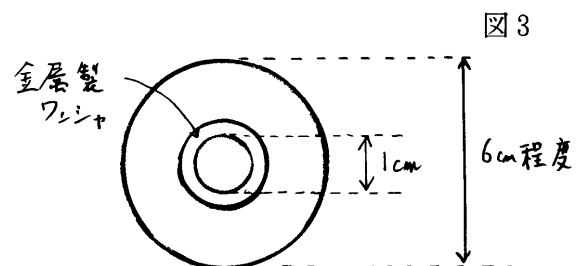
ルーローの三角形は幅が一定の図形であることを確認する。

- ② 自動車の簡単な模型を工作紙で作し、円で作った車輪でそれを動かす。次にルーローの三角形を使った車輪で動かし、自動車の動きに違いがあるかどうかたしかめる。そして自動車がなぜうまく動くのか、あるいは動かないのかその理由を考える。（3，4限）
- ③ ルーローの四角形や五角形について考える。（5，6限）

#### (3) 授業展開

##### ① 導入

円およびルーローの三角形を工作紙で作し、その中心に木の丸棒（直径1cm）を通した車輪を2個ずつ作る。円の場合車軸取り付け位置は円の中心だが、ルーローの三角形の場合はどこにつければよいのか考える。



生徒に質問すると「正三角形の中心」という答えが返ってきた。「正三角形の中心とは」という問に対しては「頂点から対辺におろした垂線の交点（垂心）」「3本の中線の交点（重心）」などの答えが返ってきたが、正三角形に対してはこれらは同じ点であることを確認した。

なお車輪作りで最も難しかったのは丸い軸を工作紙につけることであった。車輪を転がすとき軸がすべってはいけない。そこで穴あけパンチで穴をあけた後糊付けし、さらにその上から金属製のワッシャをつけることで軸が車輪に固くつけられて滑らないように工夫した。

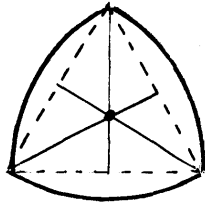


図4

この様にして作った車輪の上に板を載せて転がすと板は平行に動くことを確認した。またルーローの三角形で作った車輪に対しても同じ事確かめた。このことからルーローの三角形も幅が一定の図形であることが分かる。

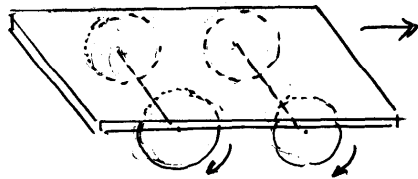


図5

- ② ルーローの三角形は自動車の車輪として使えるか  
 円もルーローの三角形も幅が一定の図形であることを確認した。「円は自動車の車輪に使われているからルーローの三角形も同じように使われるのではないか」という予想を立て、それを実験で確かめる。

まず工作紙で図のような自動車の模型を作る。車輪は①で作った物を使う。

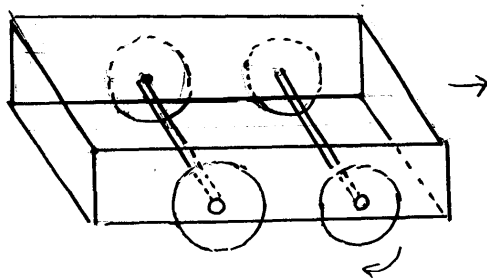


図6

生徒に特別な注意は与えず自由に作らせたが、多くの生徒は円形車輪の自動車も動かすことができなかった。その原因は車軸と車体を接着したことにある。これでは車輪が回転出来ない。①の車軸と車輪の結合とは違って車体と車輪を固定してはいけない。車輪が自由に回転しなければ車体は動かない。実際の車はベアリングによって回転を車体に伝えている

ことを生徒に説明した。

この様にして作った自動車の模型を板で作った斜面上で放すと、円形車輪の自動車はなめらかに動くが、ルーローの三角形を使った自動車は動かない。これは多くの生徒の予想に反したようだった。「なぜルーローの三角形では動かないのか」という問いに対して「ルーローの三角形はとがっている」という答えが返ってきた。しかしそれでは①の実験で板が平行移動することを説明できない。

ルーローの三角形を使った模型を手で押して無理に押して動かすとどのような動きになるか確かめさせると「がたがた動く」「上下に揺れながら動く」ことに気付いた。さらに車軸の動きに注目させると、軸自体も上下に動いていることに気がついた。一方円形の車軸は上下せずなめらかに動いている。このことから自動車が動くとき、円の中心は地面からの距離が一定の点であるが、ルーローの三角形の中心は地面からの距離が一定の点ではないことを確認した。したがって車軸をルーローの三角形の中心とするような自動車は作れない。

- ③ ルーローの四角形や五角形はあるのか

問 正方形を元にしてルーローの四角形を作れ。

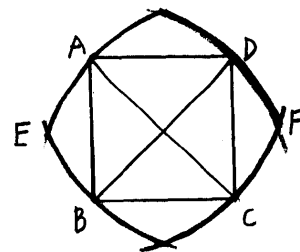
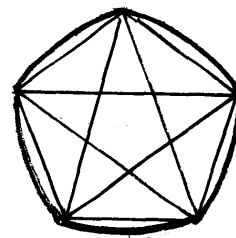


図7

図でEFとACの長さなどは異なり、幅が一定の図形とはならない。

問 正五角形を元にしてルーローの五角形を作れ。

図8



図のように幅が一定の図形となる。

「これらのことから何がいえるか」という問いに対して「頂点と向かい合う頂点がある多角形からは作れない」という答えが返ってきた。結局「偶数角形からは作れず、奇数角形を元にしてルーローの多角

形は作ることが出来る」と整理した。

## II 実践2 コンピュータを使って曲線を描こう

### (1) 学習の概要とねらい

図形の作図ソフトCABRIを使って、直線と直線の交点を連ねる方法で曲線を描く。最初に生徒は示された方法によって曲線を描くが、その後に作図方法を自分で変えるように指導する。この学習のねらいは作業を楽しみつつ問題の設定を変える力や想像力を養うことである。

### (2) 学習の展開

#### ① 導入

CABRIの使い方を学習する(1時間)

#### ② 曲線を描こう(3時間)

まず次の手順でCABRIを使って曲線を描く。

(ア) 長方形ABCDを書いて、BC, CDをそれぞれn等分する。BC上のBからk番目の点をQ、CD上のCからk番目の点をRとする。

線分AQ, BRの交点をPとする。kを変えていろいろな点Pをとり、Pをつないで曲線を描け。

\*このままでは曲線の一部しか描けない。全体を完成させよ。

次の図のような作業をすることになる。

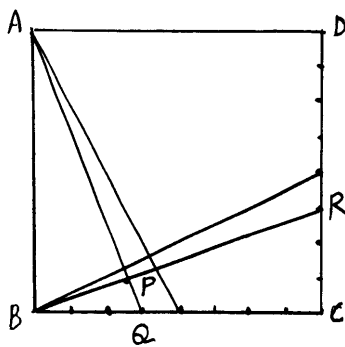


図9

(イ) 長方形OABCを書いて、OについてAと対称な点Dをとる。AB, BCをそれぞれn等分する。AB上のAからk番目の点をQ、BC上のCからk番目の点をRとする。線分DQ, ORの交点をPとする。kを変えていろいろな点Pをとり、Pをつないで曲線を描け。

(ロ) 長方形OABCを書いて、AB, BCをそれぞれn等分する。AB上のAからk番目の点をQ、BC上のCからk番目の点をRとする。線分OQと、RからOAへ引いた垂線との交点をPとする。kを変えていろいろな点Pをとり、Pをつないで曲線を描

け。

次に生徒が作図した物を示す。

図10

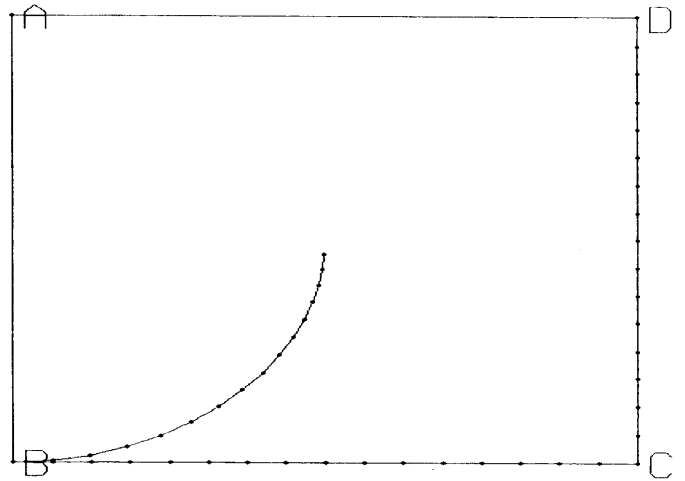
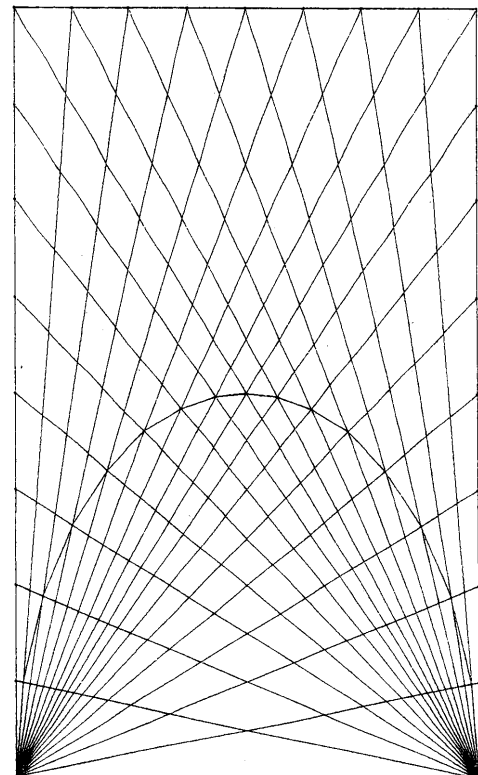


図11



これらの作図を済ませた後で「作図の方法を自由に変わって曲線を描け」と課題を与えた。生徒が変えようとした設定は

\*長方形の縦と横の比AB:BCを変える。

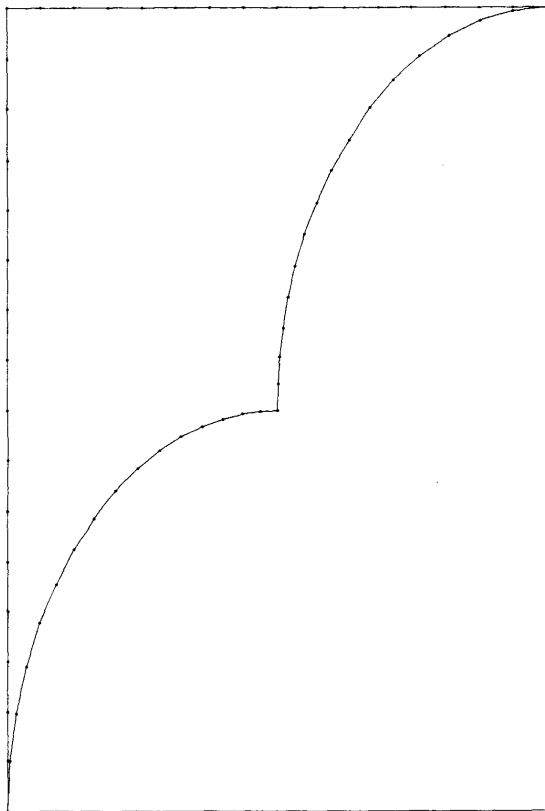
\*  $n$ 等分の $n$ を大きくする。

\* 長方形を別の形にする。例えば三角形や円にする。などである。ここで生徒が与えられた作図方法の一部を自分で変えることが大切でそれは、自ら進んで創造的な活動をするということでもある。

コンピュータを使うと長方形の縦と横の比などは新たに作図しなくてもすぐ変えることができ、それに伴って曲線も直ちに表示される。また長方形の辺の長さを短くすることで、 $n$ 等分の $n$ の値が小さくてもきめこまかな曲線を描くことが出来る。このようにコンピュータによる作図は、紙と鉛筆を使った作図に比べて自由性をはるかに大きい。紙と鉛筆の作図では作図の設定を変えるとそのつど大変な労力と時間が必要となるが、コンピュータを利用すればその結果をすぐに見ることが出来る。つまり新しいアイデアの成果がすぐわかることになり、新しいアイデアを出しやすい。またカラー表示や線の太さを変えることが出来、生徒は楽しんで作業できる。 つぎに生徒の作品例を示す。

ため、教員の思惑とは違うところで生徒はつまずいたり考えを深めたりする。例えば実践Ⅰで生徒は車輪と車体の結合について「固定してしまうと車体は動かない」ということを学んだ。これは学習予定の内容とは関係ないことではあるが、自動車の構造について本質的なことを学んだ事になり、生徒の印象に強く残ったと思う。このような学習こそが総合的な学習かもしれない。いずれにせよこれからも様々な教材を開発し、数学を楽しみながら生きて働く数学的な力を育てたいと思う。

図12



### Ⅲ 学習の反省

総合的学習では数学を楽しむことが前提である。実践Ⅰは物を作りながら考える内容、実践Ⅱはコンピュータを使いながら考える内容であり、いずれも生徒は楽しんでいたようだ。このような学習は生徒の活動が中心である