豊内智仁･真野祐輔(2023),「数学科における領域横断的な課題に関する考察」, 広島大学附属東雲中学校研究紀要「中学教育第 52 集」, 68－73.

数学科における領域横断的な課題に関する考察

豊内　智仁　・　真野　祐輔*

１．研究のねらい

中学校数学を指導する中で，生徒の思考の柔軟さというのは，１つの単元や領域の中で発揮されるときもあれば，複数の単元や領域に横断して発揮されることもあると考える。しかし，前者に比べて後者の柔軟さが発揮される機会は少なく，そのため実践や研究もあまり進んでいないのではないだろうか。

現行の学習指導要領（文部科学省，2018）においては，通常の授業では，主に領域ごとに指導を行うことが多いため，生徒は問題解決の場面で，直前に学習した内容をそのまま適用すれば解決できるだろうという見通しを立て，実行する傾向があると述べられている。先述した思考の柔軟さを十分に発揮させるためには，複数の単元や領域に横断して思考することができる課題を教員が日々の授業の中から積極的に取り入れていく必要がある。

本研究では，複数の単元や領域を横断して生徒の思考が展開できるような課題のことを「領域横断的な課題」として定義する。そして本稿では,「領域横断的な課題」の開発について実践的に考察することを目的とする。領域横断的な課題・教材を紹介し，その有効性について検討していく。

２. 数学の単元・領域について

現行の学習指導要領（文部科学省，2018）においては，数学科の領域構成を「数と式」,「図形」,「関数」,「データの活用」の四領域としている。本論文における「領域」も学習指導要領に示された四領域を意味することとする。さらに，課題学習のねらいとして，各領域の内容を総合したり日常の事象や他教科等での学習に関連付けたりするなどして見いだした問題を生徒が主体的に解決していくことを通して，数学的な見方・考え方を更に確かで豊かなものにしていくことであると述べている。

中込・諏訪田・黒木(2003)は高校１年生を対象に「平行線の作図」問題を実践し，多様な作図方法を思考させた。実践を通して,「平行線の錯角」から「接弦定理」や「円に内接する四角形」を活用して作図ができないかと考えるなど，それまで別個に学習してきた内容や性質が関連付けられ，新たに体系化され再構成されていくと述べている。これは同一領域内での単元の横断についての先行研究である。

教科用図書〔啓林館〕(岡本ほか，2021）では，各領域・単元のつながりについて，次の**表１**のようにまとめている。

表１　教科用図書〔啓林館〕内容解説資料　内容系統表（岡本ほか，2021）

領域	数と式	関数
中学1年生	文字を用いた式 ・文字を用いることの必要性と意味 ・乗法と除法の表し方 ・一次式の加法と減法の計算 ・文字を用いた式に表すこと （不等式を用いた表現）	比例，反比例 ・関数関係の意味 ・比例，反比例の意味 ・座標の意味 ・比例，反比例の特徴 ・比例，反比例を用いること

＊広島大学大学院人間社会科学研究科

Tomonori TOYOUCHI，Yusuke SHINNO

A consideration of developing tasks across different mathematical domains

豊内智仁・真野祐輔(2023),「数学科における領域横断的な課題に関する考察」, 広島大学附属東雲中学校研究紀要「中学教育第 52 集」, 68－73.

教科用図書においても１つの領域内での単元どうしのつながりだけでなく，中学１年生の単元「文字を用いた式」と「比例，反比例」のような領域を横断しての単元どうしのつながりもまた重視されていることが分かる。

１つの領域内での単元の内容を横断して活用する問題についての先行研究は散見されるが，領域横断的な課題開発については稀有である。

３．単元横断的な課題の価値

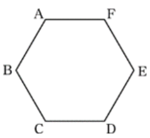
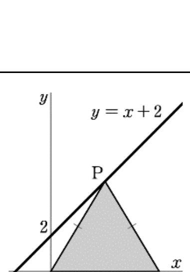
現行の学習指導要領（文部科学省，2018）において,「数と式」の領域における正の数と負の数の学習は, 数の概念を豊かにし, 減法を加法の式でまとめることができるなど, 式の機能を高めるものである。正の数と負の数の学習は,「関数」の領域の比例定数や変域の理解を深め，関数の概念を豊かにし，その有用性を高めるものでもあると述べられているように，領域横断的な課題は，１つの領域の学習目標のみではなく，複数領域の学習目標を達成することができるため，生徒の数学的思考力を深化させることが考えられる。

秋田・齋藤(2009)は造的思考を育成するためには，多様な視点から発散的に思考できる問題を作成することが大切であるとしており，問題解決過程において多様な方法を考えることができる発散性，正しい結論に結びつけようとする流暢性，正しい結論に結びつく多くのアイディアを生み出そうとする柔軟性，奇抜で独自なアイディアを生み出そうとする独創性の４つの評価観点から課題について分析している。また，学校教育において育成する創造性を，将来，社会的・文化的に価値のある創造性に繋げることを考えた場合，４つの評価観点の中でも発散性，柔軟性，独創性を特に重視する必要があると述べている。領域横断的な課題は１つの単元からの視点に収まらず，他の単元からの視点からも問題解決することができるので，発散性，柔軟性，独創性のいずれも十分に満たすことができる課題である。

４．教科用図書における領域横断的な課題の具体例

教科用図書〔東京書籍〕（藤井ほか，2021）における領域横断的な課題をまとめると，次の**表２**のようになる。

表２　教科用図書〔東京書籍〕における単元横断的な課題例（藤井ほか，2021）

学年	課題	各領域・単元のつながり
１年	直径が x cm の円の周の長さを y cm とするとき，y は x に比例することをいいなさい。またそのときの比例定数を求めなさい。	小学５年「図形　円周」 中学１年「数と式　文字を用いた式」 中学１年「関数　比例，反比例」
２年	右の図のような正六角形 ABCDEF があります。また，袋の中には，$\boxed{B}$, $\boxed{C}$, $\boxed{D}$, $\boxed{E}$, $\boxed{F}$ と書かれた５枚のカードが入っています。袋の中から２枚のカードを取り出し，それらのカードと同じ文字の頂点と頂点Ａの３点をそれぞれ結んで，三角形をつくります。できる三角形が二等辺三角形になる確率を求めなさい。 	小学５年「平面図形の性質」 中学２年「図形　平面図形の性質」 中学２年「データの活用　確率」
３年	右の図で，点Ｐは $y=x+2$ のグラフ上の点で，点Ａは PO = PA となる x 軸上の点です。 点Ｐの x 座標を a として，△POA の面積が 15 cm² のときの点Ｐの座標を求めなさい。 ただし，au 0とし，座標の１目もりは，１cm とします。 	小学５年「平面図形の性質・面積」 中学２年「関数　１次関数」 中学３年「数と式　平方根」 中学３年「数と式　二次方程式」

豊内智仁・真野祐輔(2023)，「数学科における領域横断的な課題に関する考察」，広島大学附属東雲中学校研究紀要「中学教育第 52 集」，68－73.

斎藤・秋田(2000)は創造的思考を育成する問題の条件として次の５つを挙げている。
①単元の学習内容と深く結びついている問題であること（問題内容の近接性）
②単元の学習内容をさらに発展した内容を含んだ問題であること（問題内容の発展性）
③解法や解がオープン的であって，拡散的な思考を要する問題であること（解答の多様性）
④解答や解答過程の記述から，創造的思考（発散性，柔軟性，独創性など）が評価できる問題であること（解答の評価可能性）
⑤当該学年だけでなく，上級学年においても使用可能な問題であること（問題の汎用性）

教科用図書の単元横断的な課題は生徒が自身で正答を確認したり，教員が解説しやすいように正しい結論までの過程が限定されたりしているものが多く，柔軟性や独創性に乏しいものが多い。

５．開発した領域横断的な課題の実践例

前述した５つの問題の条件に留意にしながら，領域横断的な課題を開発した。

５－１．13 段目のひみつ（全学年対象）

（１）課題

右のような図に以下のルールに従って数を書き入れていく。
【１列目】
①　１列目の１段目に０～９のうち好きな数を書く。
②　１列目の２段目に０～９のうち好きな数を書く。
③　１段目と２段目の数の和を求めて、その一の位の数を３段目に書く。
２段目と３段目の数の和を求めて、その一の位の数を４段目に書く。
④　③の手順と同じようにして、１２段目まで繰り返し計算する。

【２列目】
⑤　１列目の１１段目と１２段目の数の和を求めて、その一の位の数を１段目に書く。
１列目の１２段目と２列目の１段目の数の和を求めて、その一の位の数を２段目に書く。
⑥　３段目以降は③の手順と同じようにして、１２段目まで繰り返し計算する。

問１．１列目と２列目の数の並び方が同じになるような、
１列目の１段目と２段目の数の組み合わせは何通りありますか。

問２．１列目と２列目の数の並び方が同じになるようにするには、
どのような数を１列目の１段目と２段目にすればよいといえますか。

	1列	2列
1段		
2段		
3段		
4段		
5段		
6段		
7段		
8段		
9段		
10段		
11段		
12段		

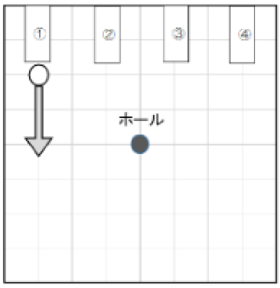
（２）実際の生徒の様子

問１では組み合わせの問題で，多くの生徒が「データの活用　場合の数」の考え方を用いて数え上げを行っていた。数名の生徒は規則性があるのではないかと考え始め，１列目と２列目の数を文字で置き換える「数と式」の考え方を活用していた。１列目と２列目の数をどのようにして文字で置くかというところに生徒それぞれ違いがあった。問２の段階ですべての生徒が「数と式」に移行していた。この問題は高等学校数学の「合同式」の単元ともつながる課題であるが，中学校２年生以上の段階であれば，様々な考察をすることができ，答えを自分なりの言葉で説明する生徒も見られた。

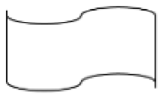
5‐2. 絶対に成功するビリヤード台をつくろう！（中学３年生　関数　$y = ax^2$ ）

（１）課題

①～④のいずれかの位置からボールをまっすぐ壁に向かって打ち、跳ね返ったボールでホールをねらいます。どの位置から打っても跳ね返ったボールがホールに入るようにしたい。曲げることのできる板１枚だけを置いて新しい壁を作れるとき、板をどのように置けばよいでしょうか？
（板を折る、曲げるは OK、切るは NG）



（壁）



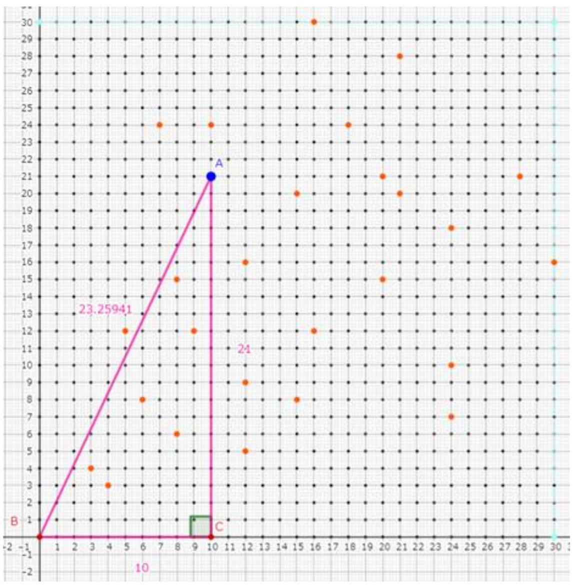
（２）実際の生徒の様子

具体物を操作しながら思考する様子が見られた。ボールを転がす角度やボールが壁に当たってから反射する角度について「図形領域　平面図形」の考え方を用いて，作図をする生徒などが見られた。ホールにボールが入る壁の反射位置を座標にプロットし，放物線になるのではと予測を立てている生徒もいた。放物線になることが分かった生徒の中には「関数　関数 $y = ax^2$ 」の考えを活用し，式化することで他の壁の位置も把握できないか試している生徒も見られた。

5‐3．ピタゴラス数を見つけよう（中学３年生　三平方の定理）

（１）課題

問１．　ピタゴラス数をたくさん見つけよう（縦も横も長さは１～30 まで）



問２．　ピタゴラス数の点の分布にはどんな規則性がある？

豊内智仁・真野祐輔(2023),「数学科における領域横断的な課題に関する考察」, 広島大学附属東雲中学校研究紀要「中学教育第 52 集」, 68－73.

３辺の長さの組がピタゴラス数となる直角三角形の縦と横の長さに着目しながら２つの数の関係を考察する課題である。Geogebra で直角三角形をつくりながら思考した。問１で見つけた点を生徒とすべて確認，その後座標軸にプロットする。問２では点の分布から規則性を見いだし，縦と横の長さを１～30 までに限定しない場合のピタゴラス数の見つけ方を考察する。

（２）実際の生徒の様子

問１は「データの活用　場合の数」の考え方を活用してすべての場合の直角三角形を作りながら数え上げしている生徒は少なく,「図形　三平方の定理」より三平方の定理の式の特性上，縦と横の値を入れ替えてもピタゴラス数が成り立つことに気付いた生徒がいた。**図１**のように,（４，３),（８，６）と原点を結ぶと直線がかけ，その直線が「関数　比例と反比例」より比例の直線であることから他の点を見つける生徒も多かった。問２の問題では，比例の直線の最初の点を見つけることができれば他のピタゴラス数の点も見つけることができるのではないかという予想を立て考察していた。**図２**のように**問**１のピタゴラス数の点の分布から曲線を見いだし,「関数　比例と反比例」の考え方を用いて反比例のグラフにならないか思考する生徒もいた。この問題は高等学校数学「二次曲線」の単元ともつながる課題であるが，曲線の規則性を中学校３年次までの知識で見いだそうとする意欲的な態度が見られた。

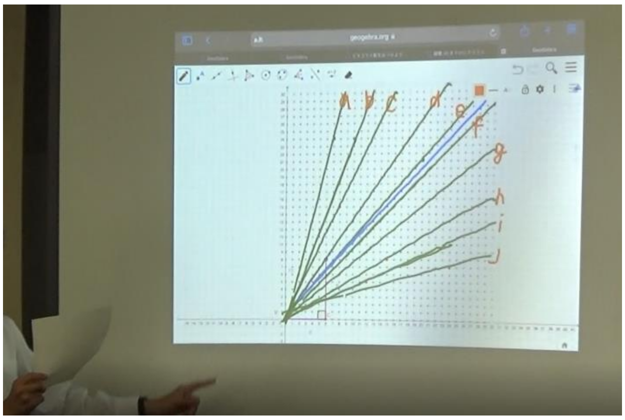


図１

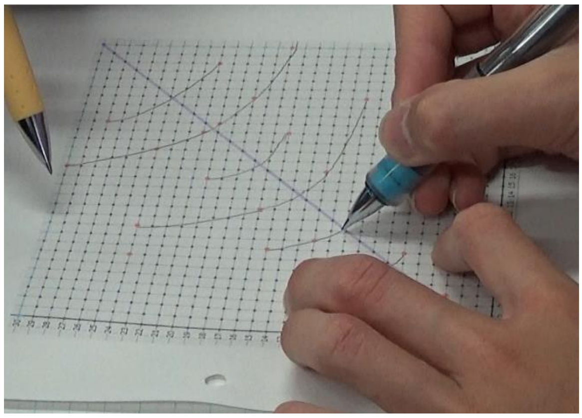


図２

６．おわりに

本稿での考察を通して，数学科において領域横断的な課題を開発するためには，以下のことに留意するとよいことが分かった。

（教材について）

- 発散的な思考を促すため，解法や解をオープンにする。
- 解法や解が想像しにくいものであるほど発散的な思考が促進されやすいため，日常生活の事象や上級学年の内容などを題材にする。
- ワークシートや教具などで他領域・単元の見方に移行しやすい工夫をする。

（学習指導について）

- 柔軟な意見がうまれやすいように，正答にこだわらない学習集団づくりをする。
- 「数どうしの規則性を見つけるときには表をつくる」など思考の手段を日常的に授業の中で紹介して，生徒の思考の選択肢を増やしておく。

「ピタゴラス数を見つけよう」の授業の実施後，四角形の各辺の中点を結ぶと，平行四辺形になることを証明する授業では，図形を座標軸におとしこんで直線の傾きが平行になることをもとに証明している生徒が見られ，図形領域の問題を関数領域の思考方法で解くという領域にとらわれずに思考するという姿勢が醸成されていることが分かった。しかし，領域横断的な課題を通して生徒にどのような力が身についたのか，その様相について明らかにすることはできなかった。今後の研究では，生徒から出た考えの評価方法について詳しく考察していく必要がある。

豊内智仁・真野祐輔(2023),「数学科における領域横断的な課題に関する考察」,広島大学附属東雲中学校研究紀要「中学教育第52集」,68－73.

【 引用・参考文献 】

文部科学省，中学校学習指導要領解説 数学編，日本文教出版，12-13，30，174-175，2018.
中込雄治，諏訪田文男，黒木伸明，数学的性質の関連付けについて-平行線の作図を例に-，日本数学教育学会誌，44巻１－２号，73-82，2003.
岡本和夫，内容解説資料，内容系統表，啓林館，2021.
https://www.shinko-keirin.co.jp/keirinkan/chu/text_2021/math/
秋田美代，齋藤昇，発散的思考を活性化し柔軟性や独創性を高める算数科の指導方法の開発，日本数学教育学会誌，91巻４号，2-12，2009.
藤井斉亮ほか，新しい数学１～３.令和２年文部科学省検定済，東京書籍,2021.
齋藤昇，秋田美代，数学における創造性テストと創造性態度との関係：小学６年生・中学２年生を対象として，６巻，35-48，2000.