

## 逆命題の真偽を判別する中学生の思考に関する研究

### — 学習者と指導者の意識調査をもとにして —

天野 秀樹 ・ 北基 如法\*

#### 1. はじめに

中学校数学科において、筋道立てて考察し表現する力を伸ばすことをめざした論証指導がある。中学2年の論証指導は、三角形や平行四辺形の性質を三角形の合同条件などに基づいて証明する活動が主となる。また、逆命題について取り扱い、常に成り立つ場合、常に成り立つとは限らない場合を判別する活動もある。この活動では、命題が常に成り立つ場合は命題を証明すること、命題が常に成り立つとは限らない場合は反例の一つを示すことについて指導する。

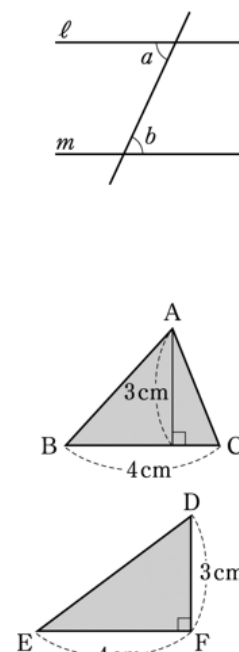
中学2年の教科用図書では、逆命題を次の図1のように取り扱っている(藤井ほか, 2021)。

**問3** 次の(1)~(3)について、それぞれの逆をいいなさい。  
また、それが正しいかどうかもいいなさい。

(1) 右の図で、 $\ell \parallel m$  ならば  $\angle a = \angle b$

(2) 2つの三角形が合同ならば、その2つの三角形は面積が等しい。

(3)  $x \geq 5$  ならば  $x > 3$



問3で調べたように、正しいことがらの逆はいつでも正しいとはかぎらない。したがって、ある定理の逆が正しいことをいうためには、あらためて、そのことを証明する必要がある。

また、問3の(2)の逆「2つの三角形の面積が等しければ、その2つの三角形は合同である。」は、たとえば右の図のような場合、成り立たない。

このように、あることがらが成り立たない例を **反例** という。

あることがらが正しくないことを示すには、反例を1つあげればよい。

図1 逆命題の取り扱い〔中学2年の教科用図書(東京書籍, 2021)〕

中学2年生が、正しい、正しくないと答える直前には、逆命題の真偽を判別する思考を働かせている。本研究におけるリサーチ・クエスチョンは、中学生が逆命題の真偽を判別する思考を働かせている場面において、どのように考えているのだろうか、迷っているのではないか、ということである。

本研究の目的は、逆命題の真偽を判別する場面での中学生における思考の実態を明らかにすることである。そのためにも、逆命題の真偽判別にかかわる先行研究を概観したうえで、真偽を判別する思考の段階を整理する。次に、学習者である中学生に対して実施した意識調査を分析する。そして、指導者である中学校数学科教師に対して実施した意識調査を分析する。これらのことを通して、中学生の思考の実態及びそれを取り巻く数学科教師の意識を明らかにしたい。

\* 広島大学大学院人間社会科学部研究科

Hideki AMANO, Yukinori KITADAI

Study on the thinking of junior high school students to judge the truth of the reverse proposition :

Based on the investigation of learners and mathematics teachers

## 2. 逆命題の真偽を判別する思考の枠組み

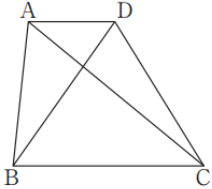
本節ではまず, 逆命題や反例についての先行研究及び logic についての先行研究を概観する。次に, 逆命題の真偽を判別するうえで, 中学生が思考を働かせる際の背景にある日常の logic と数学の logic を示して, 真偽を判別する思考の段階を整理する。

### 2-1. 逆命題や反例についての先行研究

逆命題や反例についての数学教育研究は, これまでに多くなされてきている。平成 28 年度に中学 3 年生に実施した全国学力・学習状況調査数学 A における大問 7 の (3) 番では, 図 2 のような問題が出題されている。

(3) 右の図では,  $\triangle ABC$  と  $\triangle DBC$  の面積について, 次のことがらが成り立ちます。

四角形 ABCD で,  
 $AD \parallel BC$  ならば  $\triangle ABC = \triangle DBC$  である。



このことがらの逆を考えます。  
下の  ,  に当てはまるものを記号で表し,  
上のことがらの逆を完成しなさい。

四角形 ABCD で,  
 ならば  である。

図 2 逆命題をつくる問題 [全国学力・学習状況調査の数学 A (国立教育政策研究所, 2016)]

この問題の正答率は, 72.4%であった (国立教育政策研究所, 2016)。

鈴木 (1994) は逆命題を考える意義として, 中学生に証明の必要感をもたせることができると述べている。そのうえで, オープンエンドの問題から逆命題をつくる活動の利点をあげている。鈴木(1994)をはじめとする逆命題をつくる指導法の研究は, 常に成り立つ逆命題を探究する活動に焦点をあてたものである。

伊藤 (2015) は小学生, 徳江 (2013) は中学生を対象にして反例を扱った指導法を研究している。これらの反例を扱った研究は, 逆命題が常に成り立つとは限らない場合に説明する活動に焦点をあてたものである。

以上にあげた逆命題や反例についての先行研究の多くは, 命題が常に成り立つ場合は命題を証明すること, 命題が常に成り立つとは限らない場合は反例を一つ示すことを前提とした研究である。次の林 (1968) の主張は, その典型といえる。

『 正しいことを証明するには形式的な証明が必要であり, これに反して, 正しくないことを証明するには反例が必要である。かくして, 証明と反例は車の両輪の如き働きをもつものであり, 数学的発見は二つのゴールを目ざしている。すなわち一つは証明の完成であり, いま一つは反例の提示である。(p. 42) 』

これらの先行研究に対して橋本 (2020) は, 中学生が逆命題の真偽を判別する場面に着目した研究を行っている。そして, 真偽を判別する際には, 中学生が様々に表現を置き換えられるように授業者が発問する指導が有効であると述べている。また, 袴田ほか (2018) は, 高校生を対象として命題の真偽の規定方法に着目した研究を行っている。しかしながらこの研究は, 間接証明法についてのカリキュラム開発をめざした研究である。

以上のようにこれまでの数学教育研究において, 逆命題や反例についての研究は多くなされてきている。それらの研究の中で橋本 (2020) のように, 中学生が逆命題の真偽を判別する場面での指導法に着目した研究は稀である。ましてや, 逆命題の真偽を判別する場面での中学生の思考の実態に着目した研究は管見の限りない。

## 2-2. 論理 (logic) についての先行研究

論理 (logic) についての先行研究では, 逆命題の真偽を判別する場面での思考に着目した研究がなされている。T, C, O'Brien ほか (1970) は, 6 歳から 13 歳までの子どもたちを対象に逆命題の真偽判別の思考調査を実施している。その結果, 逆命題は常に成り立つと考えてしまう「child logic」が働くことを結論づけている。松尾ほか (1977) は, 中学生と高校生を対象に逆命題の真偽判別の思考調査を実施している。その結果, わが国の生徒においても逆命題は常に成り立つと考える child logic が働くことを結論づけている。守屋ほか (2001) は, 逆命題の真偽判別において child logic が働く中学生を対象に, 逆命題の真偽を判別する学習と練習をすることによって数学の論理へ移行できることを示している。

## 2-3. 逆命題の真偽を判別する思考の段階

日常の場面での論理と数学科授業での論理は異なる。「昼食のおむすびは三角おむすびである。」という事象に対して, 三角である (正しい), 三角でない (正しくない) という判別ができる。また, 三角であるとも三角でないとも言える (どちらも言い難い) という判別も日常の場面では行われる。それに対して, 「答えが 2 になるたし算は  $1 + 1$  だけである。」という事象に対しては, 常に成り立つとは限らない (正しくない) という判別ができる。また, 「内角の和が 180 度である図形は三角形である。」という事象に対しては, 常に成り立つ (正しい) と判別する。一方で, 「四角形は三角形である。」のような常に成り立たない事象に対しては, 数学科授業で取り扱わない。

以上のことをまとめると, 日常の論理と数学の論理の差異は, 表 1 のようにまとめられる。

表 1 日常の論理と数学の論理における真偽の判別

| 命題<br>場 面 | 常に成り立つ | 常に成り立つとは限らない | 常に成り立たない |
|-----------|--------|--------------|----------|
| 日常の場面     | 正しい    | どちらも言い難い     | 正しくない    |
| 数学科授業     | 正しい    | 正しくない        | 取り扱わない   |

表 1 に示したように, 日常の場面において正しくないと判別する事象を, 数学科授業において正しくないと判別するわけではない。常に成り立つとは限らない場合, 日常の場面でいえばどちらも言い難い場面において, 数学科授業では正しくないと判別することが要求される。これらの判別の差異が, 逆命題の真偽を判別する思考を働かせる際に, どの程度影響を及ぼしているのだろうか。次に, 思考の段階を区別して表 2 に整理する。

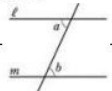
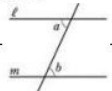
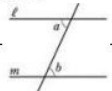
表 2 逆命題の真偽を判別する思考の段階

|        |  |
|--------|--|
| ステージ 3 | 「正しい場合と正しくない場合がある」と考えることができおり, 「正しくない」と答えることもできている。    |
| ステージ 2 | 「正しい場合と正しくない場合がある」と考えることができているが, 「正しくない」と答えることができていない。 |
| ステージ 1 | 「正しい場合と正しくない場合がある」と考えることができおらず, 「正しくない」と答えることもできていない。  |

### 3. 学習者に対する意識調査

#### 3-1. 調査の概要

- ねらい 逆命題の真偽を判別する中学生の意識を調べる。
- 時期 令和4年4月20日(水) 午前中の50分授業のうち10分
- 対象 国立大学附属S中学校生徒226名(中学1年79名, 中学2年75名, 中学3年72名)

| ○調査問題  | ○調査問題設計の趣旨  |  |  |  |   |   |
|--|---|--|--|--|---|---|
| <div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p style="text-align: center;">アンケート調査</p> <p style="text-align: right;">令和4年4月</p> <p>◎次のアンケートは、成績に関係しません。素直な気持ちで、自分の考えで答えてください。</p> <p style="text-align: center;">( )年( )組( )番</p> <p>□次の文について、それぞれ質問があります。自分の考えに近いものに、○をつけて答えてください。</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"> <p>文① 「2つの三角形の面積が等しい」場合は、「2つの三角形は合同である」。</p> <p>(質問1) 文①について、あなたの考えに最も近いものに○をつけてください。<br/>[ 正しい ・ 正しい場合と正しくない場合がある ・ 正しくない ]</p> <p>(質問2) 文①の正しさについて、次の3択で○をつけて答えてください。<br/>[ 正しい ・ 正しくない ・ どちらとも言えない ]</p> </td> <td rowspan="4" style="text-align: center; vertical-align: middle;">  </td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"> <p>文② 「3より大きい数である」場合は、「5より大きい数である」。</p> <p>(質問1) 文②について、あなたの考えに最も近いものに○をつけてください。<br/>[ 正しい ・ 正しい場合と正しくない場合がある ・ 正しくない ]</p> <p>(質問2) 文②の正しさについて、次の3択で○をつけて答えてください。<br/>[ 正しい ・ 正しくない ・ どちらとも言えない ]</p> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"> <p>文③ 「<math>a</math> と <math>b</math> の角が等しい」場合は、「<math>l</math> と <math>m</math> は平行である」。</p> <p>(質問1) 文③について、あなたの考えに最も近いものに○をつけてください。<br/>[ 正しい ・ 正しい場合と正しくない場合がある ・ 正しくない ]</p> <p>(質問2) 文③の正しさについて、次の3択で○をつけて答えてください。<br/>[ 正しい ・ 正しくない ・ どちらとも言えない ]</p> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"> <p>文④ 「2つの数のかけ算の答えが整数である」場合は、「2つの数は両方とも整数である」。</p> <p>(質問1) 文④について、あなたの考えに最も近いものに○をつけてください。<br/>[ 正しい ・ 正しい場合と正しくない場合がある ・ 正しくない ]</p> <p>(質問2) 文④の正しさについて、次の3択で○をつけて答えてください。<br/>[ 正しい ・ 正しくない ・ どちらとも言えない ]</p> </td> </tr> </table> </div> | <p>文① 「2つの三角形の面積が等しい」場合は、「2つの三角形は合同である」。</p> <p>(質問1) 文①について、あなたの考えに最も近いものに○をつけてください。<br/>[ 正しい ・ 正しい場合と正しくない場合がある ・ 正しくない ]</p> <p>(質問2) 文①の正しさについて、次の3択で○をつけて答えてください。<br/>[ 正しい ・ 正しくない ・ どちらとも言えない ]</p> |  | <p>文② 「3より大きい数である」場合は、「5より大きい数である」。</p> <p>(質問1) 文②について、あなたの考えに最も近いものに○をつけてください。<br/>[ 正しい ・ 正しい場合と正しくない場合がある ・ 正しくない ]</p> <p>(質問2) 文②の正しさについて、次の3択で○をつけて答えてください。<br/>[ 正しい ・ 正しくない ・ どちらとも言えない ]</p> | <p>文③ 「<math>a</math> と <math>b</math> の角が等しい」場合は、「<math>l</math> と <math>m</math> は平行である」。</p> <p>(質問1) 文③について、あなたの考えに最も近いものに○をつけてください。<br/>[ 正しい ・ 正しい場合と正しくない場合がある ・ 正しくない ]</p> <p>(質問2) 文③の正しさについて、次の3択で○をつけて答えてください。<br/>[ 正しい ・ 正しくない ・ どちらとも言えない ]</p> | <p>文④ 「2つの数のかけ算の答えが整数である」場合は、「2つの数は両方とも整数である」。</p> <p>(質問1) 文④について、あなたの考えに最も近いものに○をつけてください。<br/>[ 正しい ・ 正しい場合と正しくない場合がある ・ 正しくない ]</p> <p>(質問2) 文④の正しさについて、次の3択で○をつけて答えてください。<br/>[ 正しい ・ 正しくない ・ どちらとも言えない ]</p> | <p>ねらいは、逆命題の真偽を判別する際の中学生の思考実態を明らかにすることであるため、調査する問題は、あらかじめ逆にした問いを出題した。</p> <p>問題数は図形領域から2題、数と式領域から2題出題した。両方の領域から2題ずつ出題することで、中学2年の図形において逆を学習済みである中学3年生に、学習したことをあからさまに想起させないことを意図した。</p> <p>問題の内容は典型的な問題を選定し、答えが真となる問題を1題、偽となる問題を3題とした。真と偽に対する双方の中学生の思考実態を明らかにすること、そして、特に偽を判別する際に働く思考実態を明らかにすることを意図して、真を1題、偽を3題とした。</p> <p>中学生全員を対象としているため、小学校終了段階で回答できる問題を作成した。</p> |
| <p>文① 「2つの三角形の面積が等しい」場合は、「2つの三角形は合同である」。</p> <p>(質問1) 文①について、あなたの考えに最も近いものに○をつけてください。<br/>[ 正しい ・ 正しい場合と正しくない場合がある ・ 正しくない ]</p> <p>(質問2) 文①の正しさについて、次の3択で○をつけて答えてください。<br/>[ 正しい ・ 正しくない ・ どちらとも言えない ]</p>  |   |  |  |  |   |   |
| <p>文② 「3より大きい数である」場合は、「5より大きい数である」。</p> <p>(質問1) 文②について、あなたの考えに最も近いものに○をつけてください。<br/>[ 正しい ・ 正しい場合と正しくない場合がある ・ 正しくない ]</p> <p>(質問2) 文②の正しさについて、次の3択で○をつけて答えてください。<br/>[ 正しい ・ 正しくない ・ どちらとも言えない ]</p>   |   |  |  |  |   |   |
| <p>文③ 「<math>a</math> と <math>b</math> の角が等しい」場合は、「<math>l</math> と <math>m</math> は平行である」。</p> <p>(質問1) 文③について、あなたの考えに最も近いものに○をつけてください。<br/>[ 正しい ・ 正しい場合と正しくない場合がある ・ 正しくない ]</p> <p>(質問2) 文③の正しさについて、次の3択で○をつけて答えてください。<br/>[ 正しい ・ 正しくない ・ どちらとも言えない ]</p>   |   |  |  |  |   |   |
| <p>文④ 「2つの数のかけ算の答えが整数である」場合は、「2つの数は両方とも整数である」。</p> <p>(質問1) 文④について、あなたの考えに最も近いものに○をつけてください。<br/>[ 正しい ・ 正しい場合と正しくない場合がある ・ 正しくない ]</p> <p>(質問2) 文④の正しさについて、次の3択で○をつけて答えてください。<br/>[ 正しい ・ 正しくない ・ どちらとも言えない ]</p>  |   |  |  |  |   |   |

(質問1)は、「正しい」、「正しい場合と正しくない場合がある」、「正しくない」の3つのうち、どのように考えているかを明らかにするための問いである。(質問2)は、真偽を判別する際、特に偽が正答である問題に対して、正しくないと答えられるのかを明らかにするために、「正しくない」、「どちらとも言えない」の回答項目を設定した。これらの(質問1)、(質問2)によって、中学生における逆命題の真偽を判別する思考の段階(表2)の実態を把握できるようにした。

#### 3-2. 調査結果

##### 3-2-1. 答えが真となる問題の調査結果

文③の(質問2)に関して「正しい」を選択した生徒は、中学1年:89%, 中学2年:81%, 中学3年:90%であった。

##### 3-2-2. 答えが偽となる問題の調査結果

文①, 文②, 文④について、逆命題の真偽を判別する思考の段階(表2)の実態を把握するために、(質問1)において「正しい場合と正しくない場合がある」を選択しているかどうか、(質問2)において「正しくない」を選択しているかどうかを集計し、表2における3つのステージに分類した。その結果が、次の表3, 表4, 表5である。

表3 文①の真偽を判別する思考の段階

| 「2つの三角形の面積が等しい」場合は,<br>「2つの三角形は合同である」。 |   | 中学1年 | 中学2年 | 中学3年 |
|--|---|------|------|------|
| ステージ3                                  | 「正しい場合と正しくない場合がある」と考えることができおり,<br>「正しくない」と答えることもできている。    | 34%  | 36%  | 44%  |
| ステージ2                                  | 「正しい場合と正しくない場合がある」と考えることができているが,<br>「正しくない」と答えることができていない。 | 48%  | 45%  | 35%  |
| ステージ1                                  | 「正しい場合と正しくない場合がある」と考えることができおらず,<br>「正しくない」と答えることもできていない。  | 18%  | 19%  | 21%  |

表4 文②の真偽を判別する思考の段階

| 「3より大きい数である」場合は,<br>「5より大きい数である」。 |   | 中学1年 | 中学2年 | 中学3年 |
|-----------------------------------|---|------|------|------|
| ステージ3                             | 「正しい場合と正しくない場合がある」と考えることができおり,<br>「正しくない」と答えることもできている。    | 24%  | 33%  | 43%  |
| ステージ2                             | 「正しい場合と正しくない場合がある」と考えることができているが,<br>「正しくない」と答えることができていない。 | 34%  | 39%  | 32%  |
| ステージ1                             | 「正しい場合と正しくない場合がある」と考えることができおらず,<br>「正しくない」と答えることもできていない。  | 42%  | 28%  | 25%  |

表5 文④の真偽を判別する思考の段階

| 「2つの数のかけ算の答えが整数である」場合は,<br>「2つの数は両方とも整数である」。 |   | 中学1年 | 中学2年 | 中学3年 |
|--|---|------|------|------|
| ステージ3  | 「正しい場合と正しくない場合がある」と考えることができおり,<br>「正しくない」と答えることもできている。    | 27%  | 25%  | 40%  |
| ステージ2  | 「正しい場合と正しくない場合がある」と考えることができているが,<br>「正しくない」と答えることができていない。 | 49%  | 37%  | 28%  |
| ステージ1  | 「正しい場合と正しくない場合がある」と考えることができおらず,<br>「正しくない」と答えることもできていない。  | 24%  | 37%  | 32%  |

また、ステージ3の回答を「3」、ステージ2の回答を「2」、ステージ1の回答を「1」としたデータをもとに、各学年を独立した群と捉えて、学年相互の中央値の差を検定し統計による分析を行った〔註〕。その結果、文②における中学1年と中学2年、中学3年との間に差があることが認められ、それ以外の真偽を判別する思考の段階には各学年の間に差がないことがわかった。

### 3-3. 考察

第1に、答えが真となる逆命題の判別は、指導の有無にかかわらず8割から9割が「正しい」と判別できることから、中学生にとって容易な判別であると言えよう。

第2に、答えが偽となる逆命題を判別する中学生の思考について考察する。まず、文②「3より大きい数である場合は、5より大きい数である。」の真偽を判別する思考の段階について、中学2年生や中学3年生よりも中学1年生の方が有意に低かったことは、中学校の学習で数直線を使用した数の大小関係や変数の捉えについての学習経験を積むこと等が影響していると予想される。一方で、それ以外の思考の段階には各学年で差がないことをふまえると、中学3年生が中学2年時に論証指導を受けていても中学1年生や中学2年生と真偽を判別する思考の段階に差ができないことを示している。したがって、真偽を判別する思考を調べた本調査について、逆命題を取り扱った中学2年時の指導が有効に働いていないことがわかる。次に、論証指導を受けた中学3年生が真偽を判別する思考の段階（表3、表4、表5）に注目すると、ステージ3：約4割、ステージ2：約3割、ステージ1：約2～3割である。このことを図に表すと、次の図3のようになる。





## 4-2. 調査結果

### 4-2-1. 答えが真となる問題の調査結果

文③の(質問2)に関して「正しい」の回答率の中央値は7.5(割)であった。

### 4-2-2. 答えが偽となる問題の調査結果

文①, 文②, 文④における(質問1)及び(質問2)について, それぞれの回答率の中央値は次の表6, 表7の通りである。

表6 (質問1)に対する数学科教師の回答率の中央値

| (質問1) |  | 正しい | 正しい場合と<br>正しくない場合がある | 正しくない |
|-------|--|-----|----------------------|-------|
| 文①    | 「2つの三角形の面積が等しい」場合は,<br>「2つの三角形は合同である」。       | 3   | 4                    | 3     |
| 文②    | 「3より大きい数である」場合は,<br>「5より大きい数である」。            | 2   | 3                    | 3     |
| 文④    | 「2つの数のかけ算の答えが整数である」場合は,<br>「2つの数は両方とも整数である」。 | 3   | 4                    | 2     |

表7 (質問2)に対する数学科教師の回答率の中央値

| (質問2) |  | 正しい | 正しくない | どちらとも言えない |
|-------|--|-----|-------|-----------|
| 文①    | 「2つの三角形の面積が等しい」場合は,<br>「2つの三角形は合同である」。       | 2   | 3     | 3.5       |
| 文②    | 「3より大きい数である」場合は,<br>「5より大きい数である」。            | 2   | 3.5   | 3         |
| 文④    | 「2つの数のかけ算の答えが整数である」場合は,<br>「2つの数は両方とも整数である」。 | 3   | 3     | 3         |

### 4-3. 考察

第1に, 答えが真となる逆命題の判別は, 数学科教師の回答率の中央値が7.5に対して, 実際の中学生は8割から9割が「正しい」と判別できる。このことから, 指導者が考えるよりも学習者の判別は難しくないことがわかる。

第2に, 答えが偽となる逆命題の判別について考察する。まず, (質問2)に対して「正しくない」と判別することについて, 数学科教師の回答率の中央値は, 文①: 3, 文②: 3.5, 文④: 3である。これに対して, 学習済みである中学3年生の実態は約4割であった。このことから, 学習者の実際の思考に対する指導者の意識が大きく乖離していることはない。次に, (質問1)に対する「正しい場合と正しくない場合がある」[ステージ2及び3の段階]について, 数学科教師の回答率の中央値は, 文①: 4, 文②: 3, 文④: 4である。これに対して中学生の実態は, 中学1年, 中学2年, 中学3年ともに約6割から約8割であった。このことから, 問題状況は理解しているのに答え方がわかっていなかったり, 困惑していたりする学習者に対して, 問題状況が理解されていないと指導者が捉えている可能性を示唆している。この点における学習者の実態を捉える指導者の意識の乖離は問題である。したがって指導者は, 問題状況まで理解できている学習者の実態を的確に捉える意識をもつ必要があると言えよう。

## 5. おわりに

本研究の目的は, 逆命題の真偽を判別する場面での中学生における思考の実態を明らかにすることであった。そのためにまず, 先行研究を概観したうえで, 逆命題の真偽を判別する思考の段階を3つのステージに分類した(表2)。

次に, 学習者である中学生に対して意識調査を実施した。その結果, 中学 3 年生が中学 2 年時に受けた逆命題を取り扱った指導は有効に働いておらず, おおむね中学 1 年生や中学 2 年生と真偽を判別する思考の段階には差がないことがわかった。また, 常に成り立つとは限らない問題状況を理解していても, 「正しくない」と答えればよいことがわかっていない中学生が約 3 割いることもわかった。

さらに, 指導者である中学校数学科教師に対して意識調査を実施した。その結果, 問題状況は理解しているのに答え方がわかっていなかったり困惑していたりする学習者に対して, 問題状況が理解されていないと指導者が捉えている傾向があることがわかった。

本研究の課題は, 学習者や指導者に対して実施した意識調査が思考の詳細にまで問いかける調査にできていなかったことである。どのようなことを考えながら回答したのかを明らかにする調査に改善する余地がある。

今後の研究において, 逆命題を取り扱う指導で留意することを 2 点整理する。

- 1) 学習者が「正しい場合と正しくない場合がある」と考えることができている場合には, 学習者が考えることができている状況を指導者が認め, 学習者に現況を意識させること
  - 2) 1) を前提とした逆命題の真偽を判別する有用な指導法を開発すること
- 〔例〕 発問を工夫すること「逆の文章は, 性質にできますか。」「正しいと言いきれませんか。」  
相手を説得する手段として反例を取りあげること  
他の学習状況においても逆命題として意識する場面を取り扱うこと

〔註〕 文①, 文②, 文④における中学 1 年, 中学 2 年, 中学 3 年の各データの中央値はいずれも“2”であった。これらの独立した 2 群どうしの中央値の差に関して, マン・ホイットニ検定(両側, 危険率 5%)を実施した。その結果, 同順位補正 Z 値が下表のようになり, 絶対値が境界値の  $Z(0.975) = 1.96$  以上であったのは, 文②における中学 1 年と中学 2 年との間のみであることがわかった。

| 同順位補正 Z 値 | 文①    | 文②    | 文④    |
|-----------|-------|-------|-------|
| 中学 1 年    | -0.20 | -2.01 | 1.23  |
| 中学 2 年    |       |       |       |
| 中学 3 年    | -0.53 | -1.00 | -1.49 |

## 【 引用・参考文献 】

- 藤井齊亮ほか, 新しい数学 2, 令和 2 年文部科学省検定済, 東京書籍, 135, 2021.
- 国立教育政策研究所, 平成 28 年度全国学力・学習状況調査解説資料中学校数学, 59, 2016.
- 鈴木誠, 中学校数学科における「逆」の問題づくりに関する研究—オープンエンドアプローチを取り入れた指導を通して—, 日本数学教育学会誌第 76 巻第 7 号, 167-174, 1994.
- 伊藤孝希, 算数教育におけるクリティカルシンキングの育成に関する基礎的研究—反例の提示に着目して—, 数学教育学研究第 21 巻第 2 号, 39-48, 2015.
- 徳江政輝, 中学校数学における反例の学習指導に関する研究, 奈良教育大学リポジトリ, 2013.
- 林伸樹, 反例についての考察—その教育的意義について—, 数学教育学論究 XV, 38-42, 1968.
- 橋本三嗣, 図形指導における問いの工夫, 広島大学附属高等学校中等教育研究紀要第 67 号, 57-60, 2020.
- 袴田綾斗・上ヶ谷友佑・早田透, 含意命題の真偽の規定方法が「集合と命題」の単元構成に与える影響—間接証明法に焦点を当てた教科書のプラクセオロジー分析—, 数学教育学研究第 24 巻第 1 号, 161-168, 2018.
- B. J. Shapiro & T. C. O'Brien, Logical thinking in children ages six through thirteen, *Child Development Vol. 41*, 823-829, 1970.
- 松尾吉知・栗原幹夫・味八木徹・田島稔, 日常論理の様相について, 数学教育学論究 31, 1-33, 1977.
- 守屋誠司・吉田知矢, 素朴の論理から数学的論理への移行を目指した中学校の論理教育, 数学教育学会誌第 42 巻, 59-69, 2001.