広島大学附属中・高等学校中等教育研究紀要
〈第 69 号　2022〉

問題作成学習による「主体的に学習に取り組む態度」の評価

喜　田　英　昭

本研究では，高等学校数学において，問題作成学習を行い，作成した問題の「完成度の高さ」を自己評価させることで，「主体的に学習に取り組む態度」が評価でき，さらに，数学の本質的な理解と自律的な学習を促すことができることを検証する。その結果，問題を作成することで，自己の学習をメタ的に振り返ることができるようになり，また，繰り返し問題作成学習を行うことで，問題への視点が自分の内側から外側に拡がり，学習内容の本質的な理解につながることが分かった。

１．はじめに

平成 30 年 3 月に改訂された高等学校学習指導要領では，観点別評価を充実させるために評価の記述欄を設け，「知識・技能」，「思考・判断・表現」，「主体的に学習に取り組む態度」について指導要録に評価を記入するように示されている。特に「主体的に学習に取り組む態度」については，
①　知識及び技能を習得したり，思考力，判断力，表現力等を身に付けたりすることに向けた粘り強い取組を行うとしている側面
②　①の粘り強い取組を行う中で，自らの学習を調整しようとする側面
という二つの側面を評価することが求められる[1)]とあるが，その具体的な方法は教師に任されており，時間的な制約もあり，単元ごとに適切な評価問題を設定するのは難しく，評価が形骸的になってしまうのではないかと考えられる。

そこで，各単元の学習後に問題作成学習を行い，問題の完成度を自己評価し，その評価を基に自己の学習を振り返ることで，真に学ばせたい数学の本質への理解や，自律的な学習が促され，その評価を基に「主体的に学習に取り組む態度」が評価できると仮説を設定し，実践研究を行った。

本稿では，今年度実施した数学Ⅰ「数と式」，「２次関数」，「三角比」の単元での作成された問題と自己評価，そして「問題の完成度」の自己評価の変容を分析し，検証を行う。

２．「問題作成学習」について

問題作成学習は，単に問題を作り出すだけでなく，作成した問題の「オリジナル性」や「完成度の高さ」を自己評価し，そして，作成した問題を自己評価し，そして周りの生徒と相互評価しあうといった数学的活動を伴った学習である。このように，「完成度の高さ」への自己評価を繰り返し行うことで，数学の本質的な理解と自律的な学習が促されると考えている。

高校生の問題作成に関する先行研究（今岡，2001；下村・今岡・向谷・菅野，2003；下村・今岡・菅野，2006；菅野・下村・今岡，2007）では，原問題を設定せず自由な設定のもとでの問題作りの実践を行い，高校生に対しての問題作りの意義とその方法について考察を行っている。この自由な設定での問題作成では，生徒が直面しているシチュエーション（平林，1984）を生かした問題設定となっており，問題作りの基本的な方法であると考えられる。そこで，本研究では，生徒が直面しているシチュエーションを「問題解決の中から，新たな問題が設定される」（平林，1984）場面に設定し，与えられた問題をさらに発展させるという形での問題作成学習を行った。自由な場面設定に対し，与えられた問題を発展させるという制限はあるが，「問題を発展させる」という数学的な思考が，生徒の本質的な理解を深めさせるのではないかと考えている。

３．実践概要

問題作成学習の全体計画は以下の通りである。
(1) 原問題の提示
(2) 問題の作成，オリジナル性，完成度の自己評価
(3) 周りの生徒による相互評価

Hideaki KIDA：Assessment of “Attitude of proactive learning”through problem posing learning

まず，(1) 原問題の提示では，次の指示を行い，問題を作成させた。

> 【問題作成】次の問題を参考にして，
> ・問題条件を変えてみる。
> ・文字を使って一般的に考察してみる。
> ・関連する問いを作って考えてみる。
> ・数学的な性質を考察する。
> などの工夫を各自で行い，新たな問題を作成してみよう。タブレット，パソコン，スマートフォン等を利用して考えても構いません。できるだけ，自分だけのオリジナルな問題を作成し，さらに完成度の高い問題を作成しよう。

問題作成学習における原問題は，以下の視点に基づいて設定している。

・種々の重要な要素を用いていること。
・多くの生徒に習熟してほしい問題のレベルであること。
・発展性を含んでいること。

作成した問題については，以下の評価規準を設定し，自己評価させている。

> A：数値や問題設定を変えて発展性のある問題を作り出し，数学的な考察ができている。
> B：数値や問題設定を変えて問題を作成し，その問題の説明ができている。
> C：数値や場面設定を変えて問題を作成している。

作成した問題の自己評価させる目的は，問題を作成する観点を与えることであり，単に難解で複雑な問題が良い評価になるのではなく，数学的な考察ができる問題が良い問題であると意識づけるためである。

そして，問題のオリジナル性と完成度の高さについては，以下のように指示を行った。

> (問題のオリジナル性について)
> 問題を作成するとき，どの問題に着目し，どのような発想で新たな問題を考えようとしましたか。また，作成した問題のアピールポイントも書いてください。
> (問題の完成度について)
> 「完成度が高い」問題はどのような問題だと思いますか。また，問題の完成度を高めるために，どのように工夫して，どのように問題を変えたり，組み立てたりしましたか。

このオリジナル性と完成度の高さについては，以下の評価基準を設定した。

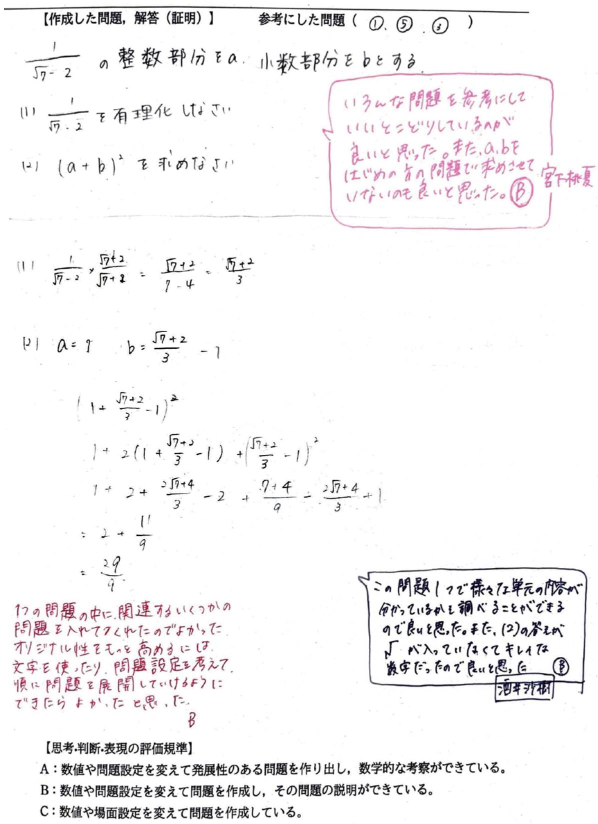
> A：問題を作ってみて，工夫した点や完成度の高さを記述し，自分の思考や問題作りの活動を振り返って分析しながら，よく評価できる点や課題を具体的に記述できている。
> B：問題を作ってみて，工夫した点や完成度の高さを記述している。
> C：問題を作ってみての感想のみを記述している。

オリジナル性や完成度の高さの評価基準では，自分の思考活動を振り返ることがA基準にしており，自分の学習をメタ的に振り返ることで次学習への「主体的に学習に取り組む態度」が育成されると考えている。

4．作成された問題の評価

生徒が作成した問題について，特徴的なものを述べ，考察を行う。

【数と式】


【作成した問題，解答（証明）】　参考にした問題（①，⑤，③）

$\frac{1}{\sqrt{7}-2}$ の整数部分をa，小数部分をbとする。

(1) $\frac{1}{\sqrt{7}-2}$ を有理化しなさい

(2) $(a+b)^2$ を求めなさい

いろんな問題を参考にしていいとこどりしているのが良いと思った。また，a，bをはじめの方の問題で求めさせていないのも良いと思った。B

(1) $\frac{1}{\sqrt{7}-2}\times\frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}+2}=\frac{\sqrt{7}+2}{7-4}=\frac{\sqrt{7}+2}{3}$

(2) $a=1 \quad b=\frac{\sqrt{7}+2}{3}-1$

$\left(1+\frac{\sqrt{7}+2}{3}-1\right)^2$

$1+2\left(1+\frac{\sqrt{7}+2}{3}-1\right)+\left(\frac{\sqrt{7}+2}{3}-1\right)^2$

$1+2+\frac{2\sqrt{7}+4}{3}-2+\frac{7+4}{9}-\frac{2\sqrt{7}+4}{3}+1$

$=2+\frac{11}{9}$

$=\frac{29}{9}$

1つの問題の中に，関連するいくつかの問題を入れてつくれたのでよかった。オリジナル性をもっと高めるには，文字を使ったり，問題設定を考えて，順に問題を展開していけるようにできたらよかったと思った。B

この問題1つで様々な単元の内容が分かっているかを調べることができるので良いと思った。また，(2)の答えが√が入っていなくてキレイな数字だったので良いと思った B

【思考･判断･表現の評価規準】
A：数値や問題設定を変えて発展性のある問題を作り出し，数学的な考察ができている。
B：数値や問題設定を変えて問題を作成し，その問題の説明ができている。
C：数値や場面設定を変えて問題を作成している。

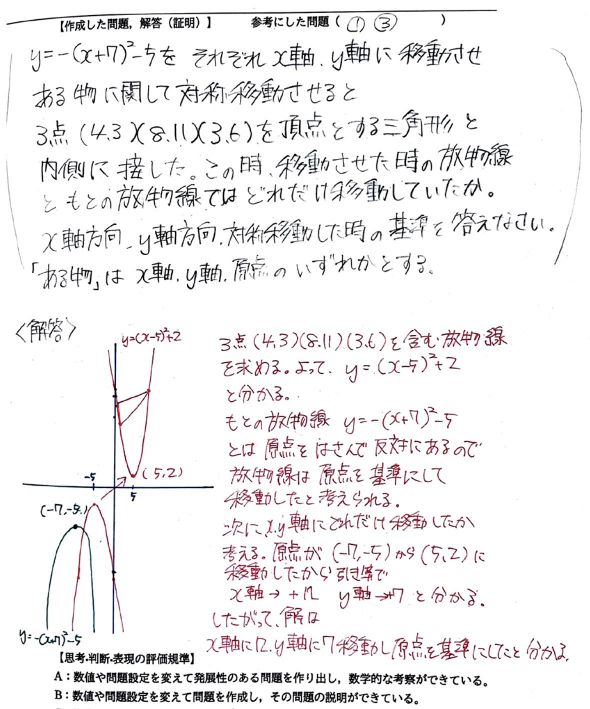
図１　数と式の生徒のレポート

（問題のオリジナル性について）
・参考にした問題を組み合わせて新しい問題をつくれるようにした。また，１つの問題から関連する問いに発展させられるようにした。
・アピールポイントは参考にした問題の組み合わせられそうなところを考え，問題としてのつながりを意識してつくったこと。

（問題の完成度について）
・完成度の高い問題とは，答えがきれいな数で終わる問題や１つの問題からいくつかの単元が学べて関連づけることができる問題だと思う。（下線筆者）

最初の問題作成学習であり，問題をつくることに慣れていない，どのような問題が完成度の高い問題なのかが不明確な状態で行った。完成度については，最初から基準を指示するのではなく，自分たちで価値判断を作っていってほしいとの考えから，詳細に説明するのは意図的に控えている。生徒の相互評価にＢの評価が多いのは，問題の説明はできているが，数学的な考察ができていないということであった。このような相互評価を行うことで，他者の評価を自分の反省として次の問題作成にいかすことができると考えている。

【２次関数】


【作成した問題，解答（証明）】　参考にした問題（①③）

$y=-(x+7)^2-5$ をそれぞれ x 軸，y 軸に移動させある物に関して対称移動させると3点（4,3）（8,11）（3,6）を頂点とする三角形と内側に接した。この時，移動させた時の放物線ともとの放物線ではどれだけ移動していたか。
x 軸方向，y 軸方向，対称移動した時の基準を答えなさい。
「ある物」は x 軸，y 軸，原点のいずれかとする。

〈解答〉
3点（4,3）（8,11）（3,6）を含む放物線を求める。よって，$y=(x-5)^2+2$ と分かる。
もとの放物線 $y=-(x+7)^2-5$ とは原点をはさんで反対にあるので放物線は原点を基準にして移動したと考えられる。
次に x，y 軸にどれだけ移動したか考える。原点が（−7,−5）から（5,2）に移動したから引き算で
x 軸 → +12　y 軸 → 7 と分かる。
したがって，解は
x 軸に12，y 軸に7移動し原点を基準にしたと分かる。

【思考･判断･表現の評価規準】
Ａ：数値や問題設定を変えて発展性のある問題を作り出し，数学的な考察ができている。
Ｂ：数値や問題設定を変えて問題を作成し，その問題の説明ができている。
Ｃ：数値や場面設定を変えて問題を作成している。

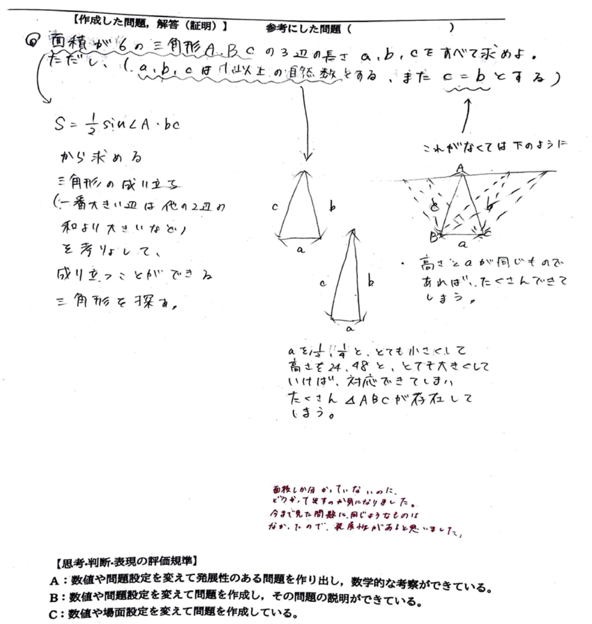
図２　２次関数の生徒のレポート

（問題のオリジナル性について）
・単純な放物線だけの２次関数のグラフではなく，別の図形を用いて色々工夫しないと解けないようにしたことです。問題自体は簡単なのですが，１つ使わない情報があるので「えっ，これでいいんだよね？」と解答者がドキドキする問題になっています。この問題を読んで素早く内容を要約することができたら，この「移動する２次関数」の範囲が分かっているといえるようになります。

（問題の完成度について）
・１つのテーマだけでなく，全く違う領域を組み合わせて広い視野で柔軟に考えないといけないような問題が完成度の高い問題だと思います。（下線筆者）

問題作成も２回目になり，前回の相互評価を踏まえて単に難解で複雑な問題ではなく，単元の本質に迫る問題も見受けられるようになった。「完成度の高さ」の記述では，
・複数の単元で得た知識を活用する。
・自分の発想力で解ける。
・図やグラフなどをかいたりしていくうちに解き方の方針がたち始める。
・逆の考え方ができる。
・単元の本質を理解しているか問われる。
・解いている途中に発見を得ることができる。
など，解き手の視点から何を問うことが単元の理解につながるのか考えることができるようになっていた。

【三角比】


【作成した問題，解答（証明）】　参考にした問題（　）

面積が6の三角形ABCの3辺の長さ a，b，c をすべて求めよ。
ただし，（a，b，c は1以上の自然数とする，また c＝b とする）

$S=\frac{1}{2}\sin\angle A\cdot bc$
から求める
三角形の成り立ち
（一番大きい辺は他の2辺の和より大きいなど）
を考りょして，
成り立つことができる
三角形を探す。

これがなくては下のように
・高さとaが同じものであれば，たくさんできてしまう。

aを $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$ と，とても小さくして
高さを24，48と，とても大きくしていけば，対応できてしまい
たくさん△ABCが存在してしまう。

面積しか分かっていないのに，
どうやって出すのか気になりました。
今まで見た問題に同じようなものはなかったので，発展性があると思いました。

【思考･判断･表現の評価規準】
Ａ：数値や問題設定を変えて発展性のある問題を作り出し，数学的な考察ができている。
Ｂ：数値や問題設定を変えて問題を作成し，その問題の説明ができている。
Ｃ：数値や場面設定を変えて問題を作成している。

図３　三角比の生徒のレポート（１）

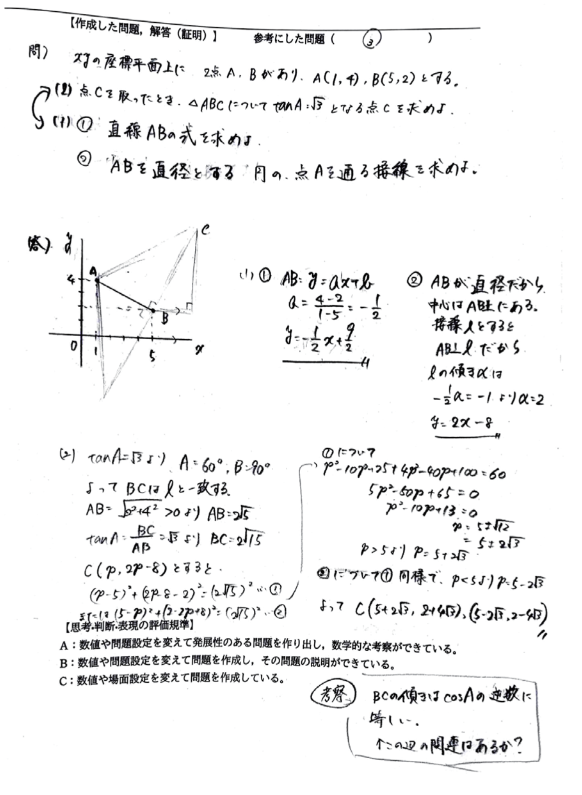
（問題のオリジナル性について）

・普通に公式を利用するのではなく，そこから辺の長さを出す方が，三角形が成立する条件の考慮といった様々な面で問題を考えたほうが面白いと思った。

（問題の完成度について）

・いろんな方面に配慮しないと答えを間違ってしまう，様々な思考をはりめぐらす必要がある問題だと思う。（下線筆者）

問題作成も３回目になり，問題にオリジナル性が現れながら，数学的な性質を議論できる問題も増えてきている。例えば，**図４**の問題のように，考察や疑問点の記述も見られるようになり，数学的な考察ができるようになってきている。


【作成した問題，解答（証明）】　参考にした問題（③）

問）xyの座標平面上に　2点A，Bがあり，A(1, 4)，B(5, 2)とする。

(2) 点Cを取ったとき，△ABCについて $\tan A = \sqrt{3}$ となる点Cを求めよ。

(1) ① 直線ABの式を求めよ。

② ABを直径とする円の，点Aを通る接線を求めよ。

答）

(1) ① AB: $y = ax + b$

$a = \frac{4-2}{1-5} = -\frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

② ABが直径だから中心はAB上にある。接線lとするとAB⊥lだからlの傾きαは

$-\frac{1}{2}\alpha = -1$ より $\alpha = 2$

$y = 2x - 8$

(2) $\tan A = \sqrt{3}$ より $A = 60°$，$B = 90°$

よってBCはlと一致する。

$AB = \sqrt{2^2 + 4^2} > 0$ より $AB = 2\sqrt{5}$

$\tan A = \frac{BC}{AB} = \sqrt{3}$ より $BC = 2\sqrt{15}$

$C(p, 2p-8)$ とすると

$(p-5)^2 + (2p-8-2)^2 = (2\sqrt{15})^2$ …①

または $(5-p)^2 + (2-2p+8)^2 = (2\sqrt{15})^2$ …②

①について

$p^2 - 10p + 25 + 4p^2 - 40p + 100 = 60$

$5p^2 - 50p + 65 = 0$

$p^2 - 10p + 13 = 0$

$p = 5 \pm \sqrt{12}$

$= 5 \pm 2\sqrt{3}$

$p > 5$ より $p = 5 + 2\sqrt{3}$

②について①同様で，$p < 5$ より $p = 5 - 2\sqrt{3}$

よって $C(5+2\sqrt{3}, 2+4\sqrt{3})$，$(5-2\sqrt{3}, 2-4\sqrt{3})$

【思考・判断・表現の評価規準】

A：数値や問題設定を変えて発展性のある問題を作り出し，数学的な考察ができている。

B：数値や問題設定を変えて問題を作成し，その問題の説明ができている。

C：数値や場面設定を変えて問題を作成している。

考察　BCの傾きは$\cos A$の逆数に等しい。

この辺の関連はあるか？

図４　三角比の生徒のレポート（２）

「完成度の高さ」の記述では，

・計算力，読解力など１つの力だけでなく，あらゆる能力を使用すると解ける問題や，数学を学ぶうえでもつべき視点を使って解く問題は完成度が高いと思う。

・「完成度が高い」問題は，作成した人の意図が分かる問題だと思います。なぜこの情報が与えられているのか，なぜその値を求めさせるのか，それらの意味がきちんとあるような問題は洗練されていると思います。

・一見情報が少なく解けないように思えるが，ちゃんと性質を理解していけば難なく解けるようになる問題。

・基礎的な学習内容をもとに，発展させることができる問題。

・一つの知識に固定せず，今まで習った学習を活かせるような問題。

・解いている途中で，新たな視点を得ることができるもの。

など，問題を作成する側から何を考えさせたいか，この単元で学ぶ基礎・基本は何か，今までの学習をどのようにいかしてほしいかを考えるようになっており，問題作成を通して自分の知識を外から見るような視点が獲得できており，このことにより「主体的に学習に取り組む態度」が高まったと考えられる。

５．おわりに

本研究では，作成した問題の「問題の完成度」を自己評価させることで，「主体的に学習に取り組む態度」が評価でき，さらに，数学の本質的な理解と自律的な学習を促すことができることを検証した。その結果，以下の示唆が得られた。

・「完成度の高さ」を意識して問題を作成することで，生徒自らが単元で学ぶべき学習内容の本質に迫ることができ，生徒の主体的な学習につながる。

・問題作成を繰り返すことで，解いている自分をメタ的に外側から視ることができるようになる。

今後の課題は，この自己評価，相互評価を学習評価にどのようにつなげていくかの検証が必要である。

引用・参考文献

1）国立教育政策研究所，「「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料（高等学校編）」，2021 年，https://www.nier.go.jp/kaihatsu/pdf/hyouka/r030820_hig_suugaku.pdf（閲覧日：2023 年 1 月 10 日）

2）今岡光範，「高校生・大学生による数学の問題作り」，『全国数学教育学会誌，数学教育学研究』，2001 年，第 7 巻，125-131

3）下村哲・今岡光範・向谷博明・菅野栄光，「高校生による問題作り－高校３年生を対象にして－」，『全国数学教育学会誌，数学教育学研究』，2003 年，第 9 巻，243-253

4）下村哲・今岡光範・菅野栄光，「高校生による問

題つくり（Ⅱ）－数列の問題作りを通して－」,『全国数学教育学会誌，数学教育学研究』，2006 年，第 12 巻，215-225
5）菅野栄光・下村哲・今岡光範，「高等学校における発展的な問題作りの授業－大学入試問題を活用した取り組み－」,『日本数学教育学会誌』, 2007 年，第 89 巻，第 7 号，2-9
6）平林一栄，「問題解決から問題設定へ」，『日本数学教育学会論文発表会論文集』，69-72
7）喜田英昭，「生徒の創造性を育成する問題作成レポート学習の研究」，『日本数学教育学会誌臨時増刊，第 93 回総会特集号』，第 93 巻，2011 年，48

Assessment of "Attitude of proactive learning" through problem posing learnings

Hideaki KIDA

Abstract：

In this study, we examine the effect of conducting problem posing learning in high school mathematics and having students self-evaluate the "degree of completion of problems" they have created with their "attitudes of proactive learning". We also examine the effect on promoting an essential understanding of mathematics and self-directed learning. As a result, students could meta-reflect on their own learning by creating problems, with repeated problem posing learning expanding their perspectives and, leading to an essential understanding of what they have learned.

資料　問題作成レポート

数学Ⅰ　　問題作成レポート　　【三角比】　　　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　)

【問題作成】次の問題①～④を参考にして，
・問題の条件を変えてみる。
・文字を使って一般的に考察してみる。
・関連する問いを作って考えてみる。
・数学的な性質を考察する。

などの工夫を各自で行い，新たな問題を作成してみよう。タブレット，パソコン，スマートフォン等を利用して考えても構いません。できるだけ自分だけのオリジナルな問題を作成し，さらに完成度の高い問題を作成しよう。また，できれば解答（証明）も作成してください。なお，これまでに学習した内容で解けるような問題にしてください。

①　△ABCにおいて，$\sin A:\sin B:\sin C=5:4:6$であるとき，最も小さい角の余弦の値を求めなさい。

②　△ABCにおいて，次の等式が成り立つことを証明しなさい。

$$2(bc\cos A+ca\cos B+ab\cos C)=a^2+b^2+c^2$$

③　円に内接する四角形ABCDにおいて，AB＝3，BC＝1，CD＝3，DA＝4とするとき，次のものを求めなさい。

⑴　角Aの大きさA　　⑵　対角線BDの長さ　　⑶　四角形ABCDの面積

④　四面体 ABCD において，AB＝AC＝AD＝3，BC＝CD＝DB＝$\sqrt{3}$ のとき，その体積を求めなさい。

【作成した問題，解答（証明）】　　参考にした問題（　　　　　　）

【思考・判断・表現の評価規準】
A：数値や問題設定を変えて発展性のある問題を作り出し，数学的な考察ができている。
B：数値や問題設定を変えて問題を作成し，その問題の説明ができている。
C：数値や場面設定を変えて問題を作成している。

数学Ⅰ　　問題作成レポート　　【三角比】　　　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　)

【問題作成の振り返り】
1．（問題のオリジナル性について）
問題を作成するとき，どの問題に着目し，どのような発想で新たな問題を考えようとしましたか。また，作成した問題のアピールポイントも書いてください。

2．（問題の完成度について）
「完成度が高い」問題は，どのような問題だと思いますか。また，問題の完成度を高めるために，どのように工夫して，どのように問題を変えたり，組み立てたりしましたか。

【主体的に学習に取り組む態度の評価規準】
A：問題を作ってみて，工夫した点や完成度の高さを記述し，自分の思考や問題作りの活動を振り返って分析しながら，よく評価できる点や課題を具体的に記述できている。
B：問題を作ってみて，工夫した点や完成度の高さを記述している。
C：問題を作ってみての感想のみを記述している。