論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称	博　士（　理学　）	氏名	是枝　由統
学位授与の要件	学位規則第４条第①・２項該当		

論文題目

On the configuration of the singular fibers of jet schemes of rational double points
（　有理二重点のジェットスキームの特異ファイバーの配置について　）

論文審査担当者

主　　査	准教授	高橋　宣能
審査委員	教　授	木村　俊一
審査委員	教　授	島田　伊知朗
審査委員	教　授	松本　眞

〔論文審査の要旨〕

本論文は、「有理二重点」と呼ばれる複素二次元特異点の構造を、そのジェットスキームと呼ばれる空間から理解することを目標としている。特に、ジェットスキームから特異点の解消グラフを復元するという問題を考え、A_n 型および D_4 型特異点の場合に解答を与えている。

代数多様体の特異点の研究の道具として、ジェットスキームやアークスキームという空間が用いられる。代数多様体 X に対して、非特異曲線上の点の m 次無限小近傍から X への射を m 次ジェットと呼び、m 次ジェット全体のなす空間を m 次ジェットスキーム X_m と呼ぶ。アークスキームとは、m が無限大に行くときの m 次ジェットスキームの射影極限である。アークスキームの点をアークと呼ぶ。特異点を像とするジェットまたはアークの全体をジェットスキームやアークスキームにおける特異ファイバーと呼び、特異点の性質をよく反映していると考えられている。一例として、特異性が大きいと特異ファイバーが大きくなる傾向があり、このことを用いて特異点の「食い違い係数」に関する研究などが行われている。

特異ファイバーから特異点の性質を調べる問題として、Nash 問題というものがある。これは、

- X のアークスキームにおける特異ファイバーの既約成分のうち Nash 成分と呼ばれるものと
- X の本質的因子と呼ばれるもの

が一対一対応するか、という問題であり、曲面の場合に最近解決された。これに対して、ジェットスキームの場合にはあまり進展が無かったが、最近になって有理二重点と呼ばれる特異点の場合に、m が十分大きいならば

- m 次ジェットスキーム X_m の特異ファイバーの既約成分と
- X の最小特異点解消の例外曲線

が一対一対応する、ということが、Mourtada らにより証明された。

曲面特異点に対しては、特異点解消グラフと呼ばれるグラフが、最小特異点解消の例外曲線に頂点を対応させ、例外曲線が交わるとき頂点を結ぶことにより定まる。有理二重点は、その解消グラフによって決定され、グラフに対応して A_n 型（n=1, 2, 3, …), D_n 型（n=4, 5, 6, …), E_6, E_7, E_8 型に分類される。そこで、「特異ファイバーから特異点を復元する」という観点からは、例外曲線が交わるか否かを、特異ファイバーの情報から判定できるか、ということが問題となる。Mourtada らは、異なる m に対する m 次ジェットスキームの間の関係も用いてこの問題に一つの解答を与えたが、固定した m に対する m 次ジェットスキームから判定することができればより望ましい。

本論文は、この問題に、X が A_n 型（n=1, 2, 3, …)および D_4 型の場合に、次のような解答を与えている。

十分大きな m をとる。

$C_1, C_2, \cdots, C_n$ を X の最小特異点解消の例外曲線、$Z_1, Z_2, \cdots, Z_n$ を対応する m 次ジェットスキームの特異ファイバーの既約成分とする。

このとき、$i \neq j$ に対して以下は同値である。

- C_i と C_j が交わる
- $Z_i \cap Z_j$ が $\{Z_a \cap Z_b \mid a \neq b\}$ の中で包含関係に関して極大である

この結果は、「特異点解消グラフにおいて二つの例外曲線が近くにあれば、対応する特異ファイバーの既約成分の交わりは大きいであろう」という直観を裏付けるもので、大変興味深い。

証明においては、計算機代数システムなども利用しつつ、多項式の具体的な計算と幾何学的な手法を織り交ぜた議論が行われている。特に D_4 型の場合、特異ファイバーの既約成分の交わりのイデアルに含まれる元を見つける方法や、既約成分の交わりに含まれる点を見つける方法などに様々な工夫があり、今後、残る D_n (n≧5), E_6, E_7, E_8 型の場合の証明につながるのみならず、ジェットスキームを調べる手法として発展が期待できる。

以上，審査の結果，本論文の著者は博士（理学）の学位を授与される十分な資格があるものと認める。

公表論文

Yoshimune Koreeda, On the configuration of the singular fibers of jet schemes of rational double points, Communications in Algebra に掲載決定。