

## 中学校数学科スタート教材の有効性の検証

### — 教材「天井と床の位置関係」に着目して —

天野 秀樹 ・ 影山 和也\*

#### 1. 研究の目的と方法

今年度より新しい学習指導要領のもとで教育活動が行われている(文部科学省, 2018)。資質・能力を育成するうえでの前提として, 小学校で学習した内容や方法をふまえて中学校の教育活動を展開することが求められている(中央教育審議会, 2012)。中学校数学科授業のスタート期における学習展開においても, 小学校算数科授業で学習した内容や方法をつなげる工夫が必要となる。中学校第1学年の教科用図書～東京書籍の冒頭に「0章の学習」が設けられたことは, 中学校数学科授業のスタート期における学習を工夫した取り組みの一つにあげられる(藤井・松浦・天野ほか, 2021)。素数を取りあげ, 小学校算数科で学習する倍数や約数との知識・技能の復習に加え, 素数を見つける際のパターンを楽しみながら探究させることをねらった内容である。中学校数学科授業のスタート期における学習を充実させるための視点の一つとして, 教材の有効性を検証することがある。本稿では, 中学校数学科授業のスタート期に取り扱う教材を, 「中学校数学科スタート教材」と呼ぶことにする。したがって, 本研究の目的は, 中学校数学科スタート教材の有効性を検証することである。

本研究における中学校数学科スタート教材は, 「天井と床の位置関係」を取り扱った。本教材を取り扱う意義は, 3つある。1つ目は, 図形領域の学習であるから, 言葉だけではなく実物や図を使った説明ができ, 考えを多様に表現できることである(天野, 2021)。2つ目は, 個々人のもつ感覚やイメージを授業で考えて表現できることである(影山, 2021)。3つ目は, これまでに中学校第1学年後期に本教材を実践した報告があり(神原, 2009), それを中学校数学科スタート教材として検証できることである。

本研究の方法は, まず, 本教材の価値を考察する。次に, 中学校数学科スタート期の実践授業(図1)を分析する。



図1 中学校数学科スタート期の実践授業の風景

\* 広島大学大学院人間社会科学研究科

Hideki AMANO, Kazuya KAGEYAMA

Analysis the effectiveness of teaching materials to treat by mathematics classes of entering junior high school : Through consideration of the position relations of a ceiling and the floor

## 2. 教材「天井と床の位置関係」の価値

本節では、認知心理学の研究、そして、数学教育研究から本教材の価値を考察する。そのうえで、本教材にかかわる教科用図書の扱いをあげる。

### 2-1. 認知心理学の研究から

佐伯 (1978) は、物事を捉えることについて、次のように述べている。

『 「わたし」は小びとを他人の中や自分の中だけでなく、モノの中や図形の中、さらには数式の中にまで派遣できる。彼らを自由自在に活動させ、世界をかけめぐらせるのが「わたし」の役割である。  
 ~ (中略) ~  
 むしろ、無限に多様な小びとを生み出し、彼らにモノゴトのスミズミまでかけめぐらせることができたとき、「わたし」はそのモノゴトを「理解した」と実感できる。(p. 18) 』

このように、物事を捉えることを、視点を変更できることとしている。なお、この「視点の変更」とは、自分とは別の人物の立場に立って他者の中に置く場合や、物体をさまざまな方向から眺めるような時に必要とされる場合がある (渡部, 1995)。

以上のことをふまえると、本教材の価値は、教室の中だけではなく、教室から離れた場所に視点を置いたり、天井と床をさまざまな方向から眺めたり、というように視点を変更させやすいことがあげられる。

### 2-2. 数学教育研究から

空間における思考力・判断力・表現力等を伸長するうえで、島田 (1990) は、「①同型なパターンの同定、②思考の操作、③基準の方向の様々な移動」の3つの観点をあげている。また、狭間 (2000) は、「①空間像の構成、②空間像の操作、③空間像の操作の柔軟性、④2次元表現、⑤定位の体系の移行、⑥視点の変更と統合」の6つの観点をあげている。これら両氏の主張における「基準の方向の様々な移動 (島田, 1990)」や「視点の変更と統合 (狭間, 2000)」は、視点や方向を変更させることで空間における思考力・判断力・表現力等の伸長につなげられることを述べるものである。また、視点の変更について、子どもの活動を考察する研究もなされている [例えば、太田 (2014)]。

以上のことをふまえると、本教材は、教室の中から天井と床を眺めるだけではなく、授業ノートや下敷きを天井や床に見立て、視点を変更してさまざまな方向から考察できることが価値づけできる。

### 2-3. 教科用図書における「平行」の扱い<sup>〔註1〕</sup>

小学校第4学年において、「1本の直線に垂直な2本の直線は平行である。」「平行な直線は、どこまでのばしても交わらない。」と学習する (清水ほか, 2019, p 69, 図2)。

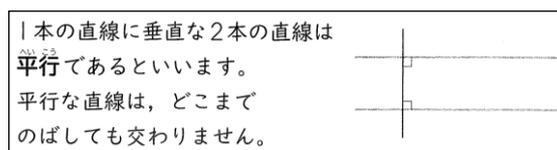


図2 小学4年における平行の扱い

また、小学校第5学年において、「角柱や円柱の2つの底面は平行である。」と学習する (清水ほか, 2019, p 214, 図3)。

これらのように、小学校段階における「平行」は、平面図形及び空間図形の学習で進めている。

これらのことをふまえ、中学校第1学年における空間図形の学習で、空間における2つの平面の位置関係として「平行」を学習する (藤井斉亮ほか, 2021, p 195, 図4)。

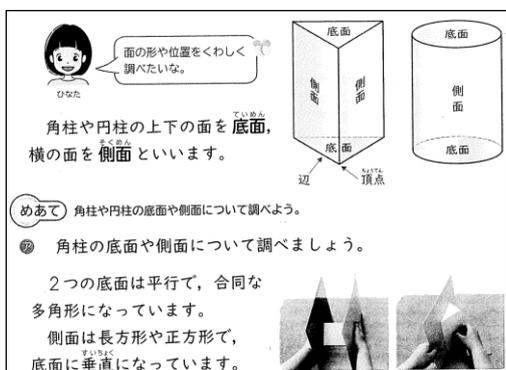


図3 小学5年における平行の扱い

本教材「天井と床の位置関係」は、中学校第1学年の空間図形の学習で、身のまわりの具体物として考察できる教材として位置づけられる。

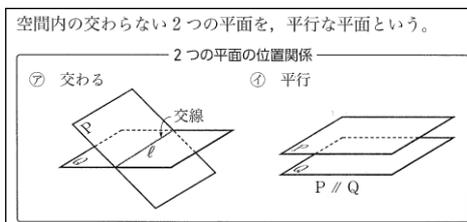


図4 中学1年における平行の扱い

### 3. 実践授業の設計

本節では、設計した実践授業をあげる。まず、実践授業の事前及び事後に実施した調査の概要を述べる。次に、実践授業の概要を述べる。

#### 3-1. 調査の概要

実践授業の事前及び事後に実施した調査は、以下の通りである。

- 目的 : 平行の捉えの変容を把握すること
- 対象 : 実践授業と同じ生徒 79 名
- 期日 : 事前調査 令和 3 年 4 月 23 日 (金), 事後調査 令和 3 年 4 月 30 日 (金)
- 時間 : 各 10 分ずつ
- 問題 : 質問 1 「平行とは、どういう状態のことですか。」・・・自由記述解答  
質問 2 「2 つの平面は平行であるとき、2 つの平面は交わりません。  
2 つの平面は交わらないとは、どういう状態のことですか。」・・・自由記述解答

#### 3-2. 実践授業の概要

実践授業は、以下のように実施した。

- 目標 : 2 つの平面の位置関係に対する捉えを深めること
- 対象 : 国立大学附属 S 中学校第 1 学年生徒 79 名
- 期日 : 令和 3 年 4 月 28 日 (水)
- 授業者 : 筆者〔教職歴 21 年〕
- 留意事項 : 中学校数学科授業のスタート期として、令和 3 年 4 月 26 日 (月) に平面の決定条件、  
2 つの平面の位置関係、平面と直線の位置関係の授業を実施した後の授業である。

実践授業の流れは、以下の通りである。

#### ①問題把握

「天井と床は平行であるか、平行でないか」という問題を提示した。その際、天井や床は日常にある平面の具体例としてあげた。したがって、この問題は、2 つの平面の位置関係を、生徒たち全員が見て考えることができる形式で提示している。その後、各人に挙手させることで、平行であるか、平行でないかを予想させた。平行であるが 55 名、平行でないが 24 名であった。

#### ②展開〔1〕：議論「角度を測って平行か判断する」

各人で考えたことをまわりの生徒と交流させうえて、全体で発表させる展開とした。発表者 i は生徒 K であった。内容は、天井と壁が 90 度、床と壁が 90 度であるかを測ればよい、あるいは、天井と壁が 89 度、床と壁が 91 度のように同側内角の和が 180 度であるかを測ればよい、という発言であった。この発言に対して、同側内角の和が 180 度であっても平行であるか判断できないという意見が複数の生徒から出されたため、再度まわりの生徒と交流させる時間を確保した。その後、同側内角の和が 180 度である場合は平行であると判断してよいという大勢の意見が確認できたところで一区切りとした。



### ③展開〔2〕：議論「長さを測って平行か判断する」

発表者 ii は生徒 H であった。内容は、天井と床の間の長さを何か所も測っていけばよい、という発言であった。次に、生徒 O は、天井と床の間の長さを 2 か所測れば判断できると発言した。これらの発言に対して、天井と床の間の長さを何か所測ればよいか、各人がそれぞれつぶやいている状態があった。そこで、各人に挙手させて何か所測れば平行かどうか判断できるかを意思表示させた。その後、まわりの生徒と交流させる時間を確保したうえで、再度、何か所測ればよいかを全体で議論した。生徒 I ma による 3 か所測れば判断できるといった発言を契機として、大勢の意見が 3 か所ということを確認できたところで一区切りとした。



### ④実測



角度の測定は、30cm-40cm-50cm を辺の長さとする直角三角形の厚紙を使用した。この厚紙を、天井と壁の境目、床と壁の境目にあて、隙間を見る形式で判断させた。

天井と床の間における長さの測定は、3 か所メジャーを使用して測定することによって判断させた。

### ⑤まとめ

最後に、これまでの議論をふまえ、問題「天井と床は平行であるか、平行でないか」に対して、各人ワークシートに自分の考えについて根拠を示しながら説明させた。平行であると記入した生徒は 44 名、平行でないと記入した生徒は 35 名であった。

## 4. 結果

本節では、実践授業の結果をあげる。まず、事前調査と事後調査を集計し、統計分析による検定結果をあげる。次に、実践授業を VTR 撮影した動画をもとに作成した発話記録をあげる。

### 4-1. 事前調査と事後調査の結果

事前調査と事後調査は同様の方法で、垂直、角、向き、幅、移動、交わらない等のことばの記述がなされているか、そして、どのような図による表現がなされているかについて集計した。その結果は、次の表 1 の通りである。なお本稿では、紙面の都合で〔質問 2〕の結果のみを掲載し、統計分析による検定結果も付記している〔註 2〕。

表 1 事前・事後調査の平行感覚 (n=79)

〔質問 2〕 2つの平面に対する平行の捉え			
表現事項	事前	検 定	事後
垂直	7名	差なし	13名
角	0名	差あり	4名
向き	0名	差あり	4名
幅(長さ)	0名	差あり	27名
移動	0名		0名
交わらない	38名	差なし	36名
図で示すのみ	24名	差なし	21名
平行は平行	6名	差なし	5名
無回答	4名	差あり	0名

4-2. 展開〔1〕の発話記録

展開〔1〕の発話記録(一部)は, 次の表 2 の通りである。

表 2 展開〔1〕の発話記録

20	T: 伝わりましたか? どういうことですか。もう一回 K さん, 教えてください。
21	C: はい。壁と天井のこの角度と, 壁と床のこの角度を測って, 同じ角度になるか, 足したら 180 度になっていたら, 平行だと思います。 ～ 中略 ～
32	T: 91(度)と 89(度)。89(度)と 91(度)とか, 90(度)と 90(度)だったら, 平行と言えますか? 89(度)と 91(度)は違うんじゃない? って言っていますよ。
33	C: 斜めになる。
34	T: 手が挙がっていますね。はい, わかりました。ちょっとまわりの人と確認してみましよう。これを話し合ってください。90(度)と 90(度)だったら平行と言えますか?
35	C: (大勢) 言える。
36	T: 89(度)と 91(度)だったら平行と言えますか? それぞれ, まわりの人と話してみましよう。 〔交流〕
37	T: よーし。じゃあ, 聞いてみます。いいでしょうか。90(度)と 90(度)であれば平行と言っても良いですか? いいと思う人, 手を挙げてください。〔39名中 36名が挙手〕 そうなんですね。分けて黒板に書きますね。90(度)と 90(度)であれば平行と言って良い。そして, 89(度)と 91(度)だったら, 平行と言っても良いですか? ～ 中略 ～
47	T: それでは, これをもう一回。89(度)と 91(度), もう一回みなさんに聞いてみますね。平行と言っても良いですか? まわりの人と, もう一回トークしてください。 〔交流〕
48	T: それでは, A くん。あなたの考えを述べてください。
49	C: はい。僕は, 89 度と 91 度は平行になると思います。理由なんですけど, 例えばこれが 90(度), 90(度)の平行だとすると, 89 度の場合は 1 度下げて, 91 度の場合はここも下がるじゃないですか。ちょっと, こうなるじゃないですか。そしたら, 同じ角度ずつ下がっているんで, 平行になると思います。
50	T: 納得度合いで拍手して。 〔大勢による大きな拍手〕

#### 4-3. 展開〔2〕の発話記録

展開〔2〕の発話記録（一部）は、次の表 3 の通りである。

表 3 展開〔2〕の発話記録

86	T: 今, HさんとOくんが長さを測ると言ってくれました。これは例えば, この(黒板のHさんの)図で言うと, (測る場所は)1, 2, 3, 4, 5, 6か所ですよね。これ(Oくんの場合は)2か所ですよね。結局, 何か所測れば良いのですか?
87	C: みんな測っても良い。
88	T: 全員で, もう 39 か所測りますか? どうしますか?
89	C: 4。
90	T: 4という声が聞こえましたね。もう一回, まわりの人と何か所測れば良いかをトークしてください。 〔交流〕
91	T: よし。全員, 片手を上に挙げてください。何か所かを指で示してください。 〔各人が指で示す〕
	はい。わかりました。はい, 下ろしてください。2か所, 3か所, 4か所の人がいますね。私は何か所だと思います。理由はなんとかだからです。はい, Mさん, どうぞ。
92	C: はい。私は2か所だと思います。教室はどっちに傾いているかわからないですけど, 対角線上のかどで高さを測ったら, どっち側に傾いていても一。で, 一番少なく測った方が調べやすいので2か所だと思います。
93	T: みなさん, 納得しましたか? 今言ったのは2つあって, 測る回数は少なくした方が良いでしょう。そして端っこを2か所測ったら, 平行って言えるでしょ。このことに意見ですか? Imaさん, どうぞ。
94	C: 私は3か所だと思うんですけど, 2か所だったら対角線のここ(右前のかど)とここ(左後ろのかど)を測ったときに, これらの長さは一緒でも天井がこうなって(傾いて)いる可能性があるじゃないですか。あそこ(右前のかど)とここ(左後ろのかど)を測ったときに, 測るのは線じゃないですか。2か所だから。つないだら。三角形とかにはならないじゃないですか。線だから, 天井がこう傾いていて, ここ(右前のかど)と左後ろのかど)を測っていると同じになるから, わからないんじゃないかなって。
95	T: 前においで。それ(天井や床に見立てるノートやメジャーに見立てるシャーペン)を持って。
96	C: これ(ノート)が天井だとして, 長さを測るときにここ(右前のかど)とここ(左後ろのかど)を測っていたら。
97	T: 手伝ってあげて。 〔Oくんが補助で前に出る〕
98	C: ありがとう。ここ(右前のかど)とここ(左後ろのかど)を測っていたら, こうなっている(天井が傾いている)かもしれないじゃないですか。ということです。
99	T: だから, 2か所では足りないということですね。3か所目がいるということですね。それでは, 4か所目はいらないのですか?
100	C: いらないのではないかと思います。
101	T: 3か所目で決まるんじゃない? って。4か所目はもういらないだろうと。測ってもいいかもしれないけれど, Mさんは少ない方が良くって言っていましたね。それなら, 3か所までは必要って言うことですかね。
102	C: 4か所のほうが正確でしょ。
103	T: さあ, どうなの? さっき手を挙げてもらった時には, 4か所が一番多かったんですけど。それとも4か所はいらないのですか? もう一回, まわりの人とトークしてみてください。どうぞ。 〔交流〕
	～ 中略 ～
110	T: ちょっと待った。もう一回片手を上に挙げてください。2か所なのか3か所なのか4か所なのか, それとも違うのか。はい, 指でやってみてください。 〔各人が指で示す〕
111	T: はい, わかりました。下ろしてください。さっき4が多かったのに急激に3ばかりになってきた。でも少なくしたいって言うのなら, 2でも良いのではないですか? はい, Eくん, どうぞ。
112	C: 今ノートを見返したら, 前回先生が平面は3つの点で決まるって言うので, 2つの点ではなく3つの点で決まるのではないかと思います。
113	T: そこを使うか。平面は何個の点で決まるんですか。なるほど。平面は3つの点で決まるという。でもそれを信じる?
114	C: (大勢) 信じる。
115	C: 信じるというか, 前の時間, みんなで確認したことです。
116	T: それでは, Imaさんが説明したことは信じる?
117	C: (大勢) 信じる。
118	T: 前回ノートに書いていたし, さらに Imaさんの説明からも, そうなると思い始めたのですか? 理解の度合いで拍手してください。 〔大勢による大きな拍手〕

## 5. 考察

### (1) 本教材は、平行感覚を向上させる。

表 1 に示したように、統計分析によって平行感覚の差が認められた事項は 4 項目あった。ただし、3 項目については、事前あるいは事後の調査において 0 名を含む事項であるため、本稿における分析の対象からは除外する。したがって表 1 から、本教材によって平行を幅(長さ)として捉える感覚を向上させたことが分かる。

生徒 M のワークシート(図 5)によると、授業の初めの段階では、天井に転がした球体の動きから平行を判断する記述がみられた。授業の最終段階では、天井と床の間の長さを 3 か所測定した結果から平行を判断する記述に変更された。このように、生徒 M を典型として、本実践が進んでいく中で、平行を幅(長さ)の視点から捉えるようになった生徒が増えた様子が窺われる。

事前から事後の調査において、幅(長さ)についての記述が新たに見られた生徒は 79 名中 27 名(34.2%)であった。本実践が進む中で、平行を幅(長さ)の視点から捉えるようになる生徒が増えた傾向は、調査問題に記述された内容からも窺われる。

本実践において、平行を幅(長さ)の視点から捉えるように影響を与えた要因としては、授業の流れ：展開〔2〕「長さを測って平行か判断する」ことを議論した場面、天井と床の間の長さを 3 か所メジャーを使用して実際に測定した場面が考えられる。

以上のことにより、本教材によって、幅(長さ)として捉える視点から平行感覚を向上させたことが分かる。

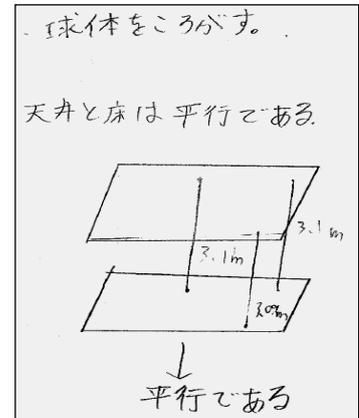


図 5 生徒 M のワークシート

### (2) 本教材は、平行線の性質に対する思考力・判断力を伸長する。

表 2 の発話記録で示したように、生徒 K の発言「21：壁と天井のこの角度と、壁と床のこの角度を測って、同じ角度になるか、足したら 180 度になっていたら、平行だと思います。」によって、角度を測って平行かどうかを判断する議論が始まっている。この発言は、空間における 2 つの平面の位置関係の問題を、各平面に含まれる直線どうしの位置関係の問題に置きかえて捉えようとする発言である。そして、議論が進む中で、同側内角の和が 180 度の場合に平行かどうかを判断できるかということに疑問をもつ生徒が複数いると授業者は気づいた。そこで、授業者は、「32：89(度)と 91(度)は違うんじゃない？って言っていますよ。」「36：89(度)と 91(度)だったら平行と言えますか？それぞれ、まわりの人と話してみましよう。」「37：89(度)と 91(度)だったら、平行と言っても良いですか？」と問いかけたり、まわりの生徒と交流させたりすることを通して、同側内角の和に関する平行線の性質に対する思考や判断を促している。

展開〔1〕の最終段階では、生徒 A の発言「49：例えばこれが 90(度)、90(度)の平行だとすると、89 度の場合は 1 度下げて、91 度の場合はここも下げるじゃないですか。ちょっと、こうなるじゃないですか。そしたら、同じ角度ずつ下がっているんで、平行になると思います。」をもとに、授業者が全体に納得度合いによる拍手を求め、終結させている。

以上のことによって、天井と床は平行かどうかを判断する際に、角度を調べるアイデアを抽出すれば、平行線の性質を検討することとなる。したがって、本教材によって、平行線の性質に対する思考力・判断力を伸長させる実践が可能であることが分かる。

### (3) 本教材は、平面の決定条件に対する思考力・判断力を伸長する。

表 3 の発話記録で示したように、それまでの生徒 H、生徒 O の発言をもとに授業者が、「86：H さんと O くんが長さを測ると言ってくれました。これは例えば、この(黒板の H さんの)図で言うと、(測る場所は) 1, 2, 3, 4, 5, 6 か所ですよ。これ(O くんの場合)は 2 か所ですよ。結局、何か所測れば良いのですか?」「88：全員で、もう 39 か所測りますか?」「90：まわりの人と何か所測れば良いかをトークしてください。」と、天井と床の間の長さを何か所測れば平行と判断できるかを問いかけたり、まわりの生徒と交流させたりしている。

展開〔2〕の中盤で、生徒 I ma による発言「94：私は 3 か所だと思んですけど、2 か所だったら対角線のここ(右前のかど)とここ(左後ろのかど)を測ったときに、この長さは一緒でも天井がこうなっている可能性が

あるじゃないですか。あそこここを測ったときに、測るのは線じゃないですか。2か所だから。つないだら。三角形とかにはならないじゃないですか。線だから、天井がこう傾いていて、ここを測っていると同じになるから、わからないんじゃないかなって。」「98:ここ(右前のかど)とここ(左後ろのかど)を測っていたら、こうなっている(天井が傾いている)かもしれないじゃないですか。ということです。」を契機として、議論が焦点化されるようになっている。それは、天井と床の間の長さを調べることで平行かどうかを判断するためには、天井という平面を決定する要件として長さを何か所測るかを定める議論である。前時に平面の決定条件を学習したことを活用して、本時の天井や床といった具体物で平面の決定条件をスパイラルに確認しようとする本教材の価値が表出した場面である。

展開〔2〕の最終段階では、授業者からの呼びかけ「116: I ma さんが説明したことは信じる?」に対して、大勢の生徒が「117: 信じる。」と返答するとともに、授業者が全体に納得度合いによる拍手を求め、終結させている。

以上のことによって、天井と床は平行かどうかを判断する際に、長さを調べるアイデアを抽出すれば、床を固定して天井という平面を決定する要件を検討するために長さを何か所測る必要があるかを議論することになる。したがって、本教材によって、平面の決定条件に対する思考力・判断力を伸長させる実践が可能であることが分かる。

## 6. おわりに

本研究では、中学校数学科スタート教材「天井と床の位置関係」の有効性を検証した。まず、認知心理学や数学教育学の研究から、視点を変更させやすい教材であることを考察し、本教材の価値を示した。次に、実践授業及びその前後に実施した調査をもとにして、本教材の有効性を次の3つとした。

1. 平行感覚を向上させる。
2. 平行線の性質に対する思考力・判断力を伸長する。
3. 平面の決定条件に対する思考力・判断力を伸長する。

本研究の成果は、次の2点である。一つは、本教材が身のまわりの具体物として扱いやすく、平行感覚を向上させる中学校数学科スタート教材としての有効性を示したことにある。もう一つは、既習の学習内容である平面の決定条件や中学校第2学年での未習の学習内容である平行線の性質をも探究でき、他の学習内容との関連性を示したことにある。

### 〔註1〕

「平行」を理解する過程では、まず、平面図形における平行の関係と空間図形における平行の関係がある。また、垂直を理解することの影響もある。さらには、2つの線や面がなす角の大きさを理解することの影響もある。したがって、小学校算数科および中学校数学科における位置関係の学習に影響して「平行」を理解することがわかる。本稿では、紙面の都合で「平行」だけに絞った教科用図書の扱いを掲載している。

### 〔註2〕

表1のワークシートに記述されたことばや図による表現を、垂直、角、向き、幅、移動、交わらない、図で示すのみ、平行は平行、無回答の9つの事項に分けて集計した。また、表現がなされている場合は「1」、表現されていない場合は「0」として集計した。調査の対象は全生徒79名である。この度の統計分析は、事前調査と事後調査との間で平行感覚の差が認められるかを判断する。そのため、関連ある2群の差による検定を取り扱う。そこでまず、事前と事後それぞれ9つずつの事項における各データが正規分布であるか、正規性の検定〔上側検定、危険率5%〕を行った。その結果、全ての事項において正規分布とみなせないことが分かった。次に、事前と事後調査の各事項の中央値に差があるか、ウィルコクソン符号付順位和検定〔両側検定、危険率5%〕を行った。その結果、境界値:1.96に対して、同順位補正Z値の絶対値が、垂直:1.60, 角:2.00, 向き:2.00, 幅:5.20, 交わらない:0.39, 図で示すのみ:0.56, 平行は平行:0.38, 無回答:2.00となり、「角」, 「向き」, 「幅」, 「無回答」の4つの事項について事前と事後調査の間に差が認められることが分かった。

天野 秀樹・影山 和也(2022),「中学校数学科スタート教材の有効性の検証－教材「天井と床の位置関係」に着目して－」, 広島大学附属東雲中学校研究紀要「中学教育第 51 集」, 11－19.

### 【 引用・参考文献 】

文部科学省, 中学校学習指導要領解説数学編, 日本文教出版, 2018.

中央教育審議会, 小中連携, 一貫教育に関する主な意見等の整理～学校段階間の連携・接続等に関する作業部会, 2012.

藤井齊亮ほか, 新しい数学 1, 令和 2 年文部科学省検定済, 東京書籍, 2021.

天野秀樹, 中学校数学科「見方・考え方」を働かせる 7 つの指導術 & 授業ワークシート, 明治図書, 2021.

影山和也, 空間図形カリキュラム構成のための視覚化の機能, 第 9 回春期研究大会論文集, 2021.

神原一之, 生徒のつまずきを乗り越えさせる楽しい作品検討会, 西岡加名恵ほか編著, 「活用する力」を育てる授業と評価, 学事出版, 48-59, 2009.

佐伯胖, イメージ化による知識と学習, 東洋館出版社, 1978.

渡部雅之, 他視点の理解 わかる. 空間認知の発達研究会編, 空間に生きる－空間認知の発達の研究－第 2 章, 42-53, 1995.

島田茂, 教師のための問題集, 共立出版, 94－101, 1990.

狭間節子, 数学教育における空間思考の育成についての研究, 平成 9～11 年度科学研究費補助金研究成果報告書, 2000.

太田伸也, 空間図形の問題を解決する活動についての一考察, 数学教育学論究臨時増刊, 第 96 巻, 599-604, 2014.

清水静海ほか, わくわく算数 4 上, 啓林館, 2019.

清水静海ほか, わくわく算数 5, 啓林館, 2019.