

算数・数学に対する好意的な態度の育成を 目指す教材の開発

— 数学の美しさの感得を通して —

木原 正智・松浦 武人

Development of Educational Materials to Foster Favorable Attitudes toward Mathematics
— Appreciating the Beauty of Mathematics —

Masatomo KIHARA and Taketo MATSUURA

Abstract: The purpose of this study is to develop educational materials that foster favorable attitudes by appreciating the beauty of mathematics. Specifically, we developed teaching material focusing on the silver and golden ratios for sixth graders in elementary school, and analyzed the contents of questionnaires. We confirmed that the educational material developed had a positive impact on students' appreciation for the beauty of mathematics, and on their attitudes toward mathematics. For instance, 90% of the students had the desire to learn more through the teaching material. Furthermore, the study shows that it is probable that students appreciate the beauty of mathematics by exploring the silver and golden ratios in junior and senior high school as well as in elementary school. As an example, we explain the beauty of mathematics that high school students are able to appreciate through the connection between the golden ratio and the Fibonacci sequence in this paper.

Key words: Attitude toward Mathematics, Beauty of Mathematics, Silver Ratio, Golden Ratio
キーワード：算数・数学に対する態度，数学の美しさ，白銀比，黄金比

1. 問題の所在及び本研究の目的

本研究の目的は、数学の美しさの感得を促し、学習者の算数・数学に対する好意的な態度の育成を目指す教材を開発することである。

文部科学省（2020）によると、国際数学・理科教育動向調査（TIMSS2019）の質問紙調査において、「算数・数学の勉強は楽しい」と答えた児童生徒の割合は、小・中学校ともに増加しているものの、国際平均を依然として下回っている（図1）。

さらに、中央教育審議会は「算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ」において、高等学校において生徒の数学の学習意欲が低いことが課題として指摘されている点に言及している（中央教育審議会，2016，p.1）。

このように、算数・数学を学ぶ意欲の向上を促すことは、校種を問わず求められている。この課題に関連し、相馬は、「算数・数学が好きな児童生徒を育てるためにも、『数学のよさや楽しさを味わわせる』という情意面に関わる研究が一層期待される」（相馬，

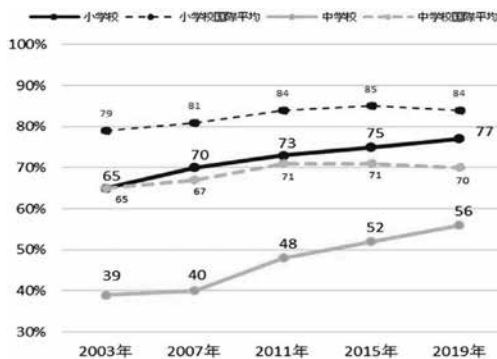


図1 「算数・数学の勉強は楽しい」と答えた児童生徒の割合の推移（文部科学省，2020）

2010，p.198）と述べている。

相馬（2010）が「数学のよさ」という言葉を使用しているが、蒔苗（2011）によると、「よさ」という用語が初めて算数科・数学科の学習指導要領において取り上げられたのは、昭和26年11月発行の「中学校高等学校学習指導要領数学科編（試案）」と同年12月発行

の「小学校学習指導要領算数科編（試案）」であるという。さらに、「数学のよさ」という言葉は、平成29年に告示された小学校算数科の学習指導要領（文部科学省，2018a）や中学校数学科の学習指導要領（文部科学省，2018b），そして平成30年に告示された高等学校数学科の学習指導要領（文部科学省，2019）の目標にも共通して含まれている。すなわち、数学のよさの感得を促すことは算数・数学教育者にとって、千古不易の使命の一つであると考えられる。

では、「数学のよさ」とは一体何であるのだろうか。「数学のよさ」について、伊藤は、「数学的なアイデアや数学的な方法のもつすばらしさ、有用さ、美しさなどが数学のよさである。数学のよさは、算数・数学の学習を通して児童・生徒に味わわせたいものである」（伊藤，2000，p.92）と述べている。また、中原他（1996）は、「よさの対象＝何によさがあるか」と「よさの視点＝どんな点によさがあるか」という二つの視座を設け、数学のよさを捉える枠組みを図2のように提起している。

伊藤（2000）が「数学のよさ」として挙げる「美しさ」、そして中原他（1996）が提起した「よさの視点」のうちの一つ「優美性・審美性」に注目すると、数学者ポアンカレは、「科学者は実益があるが故に自然を研究するのではない。自然に愉悦を感じればこそこれを研究し、また自然が美しくければこそこれに愉悦を感じるのである」（ポアンカレ，1953，p.24）と語っている。さらに、國本は、「算数の美しさこそ学習の原動力である」（國本，2009，p.48）と述べている。ゆえに、数学のよさにおける「数学の美しさ」が、数学者、また数学を学ぶ者を魅了し、数学は現在も発展を続けているものだと言える。

また、McLeod（1992）は、数学教育における情意について、Mandler（1984）の論を踏まえ、「情意と

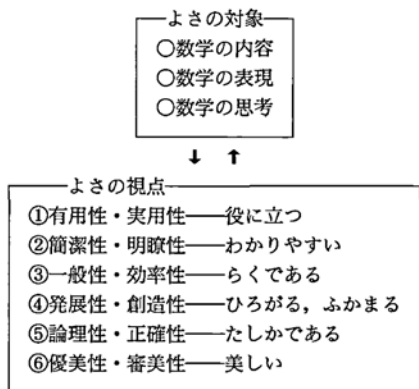


図2 数学のよさを捉える枠組み（中原他，1996，p.93）

認知の領域は密接な関係がある（訳は筆者による）」（McLeod，1992，p.586）と述べており、認知の領域に関連する要因の一つとして“Aesthetic”（美）を挙げている。このことから、算数・数学に対する好意的な態度を育む上で、数学の美しさを感じ得ることは極めて重要なことであると考えられる。

2. 本研究における用語の定義

2-1 「算数・数学に対する好意的な態度」

McLeod（1992）は、“Affect in mathematics education”（数学教育における情意）を、“Emotion”（情動）・“Belief”（信念）・“Attitude”（態度）という三つの心的要因に分類し、情動は瞬時に生じる不安定な要因であり、信念と態度は、ある一定の間の学習を通してできあがる安定した要因であるとしている。また、Debellis and Goldin（2006）は、情意を「情動」「信念」「態度」「価値／道徳／倫理」の四つの要因に分けている。今井（2015）は、McLeod（1992）やDebellis and Goldin（2006）などの情意の捉え方に基づき、情動、信念、態度、価値を取り上げ、「情動は瞬時に生じる生理的な喚起を、態度は算数や算数学習に対する好意性、動機づけ、不安や恐れからの解放を、信念は算数学習や算数という教科に対する自己意識すなわち自己概念を、価値は、社会における算数に対する価値意識を示すもの」（今井，2015，p.18）とし、プラスの情動の喚起の繰り返しと積み重ねを通して、プラスの情意形成がなされることを明らかにしている。

また、湊（1983）は、算数・数学に対する態度について明確な定義が与えにくいとした上で、「算数・数学に対する態度とは、算数・数学あるいはその学習に対して、ある反応傾向を示すように獲得された準備状態であり、二極性と強さの度合を伴った感情的成分、特に好意的、非好意的成分をもつものである（下線は筆者による）」（湊，1983，p.5）としている。

本研究における算数・数学に対する態度を、今井（2015）に基づき、「算数・数学、またその学習に対する好意性、動機づけ、不安や恐れからの解放」と捉えることとし、「算数・数学が好き」「算数・数学を学びたい」「算数・数学が嫌いではなくなった」といった算数・数学に対する好意的な態度を育成することを目指す。

2-2 「数学の美しさの感得」

加藤（2007）、斎藤（1990）、金子（2010）、中原他（1996）、文部科学省（2018a）に基づいて、「数学の美しさの対象（何に美しさがあるのか）」と、「対象の美しさ（ど

んな点に美しさがあるのか」という視座を設け、数学の美しさを捉える枠組みを図3のように整理した。

図3と、図2に示した中原他(1996)の数学のよさを捉える枠組みとを比較すると、「簡潔」や「明瞭」、「創造」といった用語の一致が多く、数学のよさにおける数学の美しさは、伊藤(2000)や中原他(1996)などが挙げる数学のよさにおける、数学の美しさ以外の観点とも深く関係していると考えられる。実際、斎藤(1990)や金子(2010)といった数学の美しさに関する先行研究では、数学の美しさとして簡潔さや明瞭さなどが挙げられている。

中島は、数学のよさの感得について、「『よさの感得』は、感情的、情動的な面にまで訴え、高めておき、そうしないではいられない気持をもつようにすることをねらいとしている」(中島,1982,p.96)と述べている。また、木下(1969)は、デューイ教育学における感得の定義では、必要感や満足感といった情意と関連づけて観念や事実を得ることを感得とし、さらに、対象を本質的に理解し、強い感銘を受ける状態のことを、感得する状態であるとしている。これらのことなどを踏まえ、本研究では、数学の美しさの感得は、数学の美しさに対する理解や「面白い」「不思議だ」「そんな考え方があるのか」といった気づきを通じて、プラスの情動の喚起が生じることでありと捉える。

3. 研究の方法

3-1 仮説の設定

本研究では、「数学の美しさを捉える枠組みに基づき、数学の美しさの感得を促すことで、学習者の算数・数学に対する好意的な態度が育成されるであろう」という仮説を設定し、開発した教材の実践とその後に実施する「授業の振り返りシート」を活用した質問紙調査に基づき、仮説の検証を行う。

3-2 授業の振り返りシート

児童の数学の美しさの感得と算数の学習に対する態度を把握するために、授業の終末時に授業の振り返りシート(表1)による質問紙調査を実施する。

質問項目1では、授業での学習に対する取り組み方について問う。本問の回答方法は択一式とし、「1. すごく感じた」「2. 少し感じた」「3. 感じなかった」という三つの選択肢を提示する。また、質問項目2では、授業で学んだことを生かして、さらに進んだ勉強をしたいかという意欲を問う。本問の回答方法は択一式とし、「1. もっとやってみたいと思う」「2. 時間があればやってみたいと思う」「3. 思わない」という三つの選択肢を提示する。そして、質問項目3では授業で扱った数学の美しさについて、質問項目4では

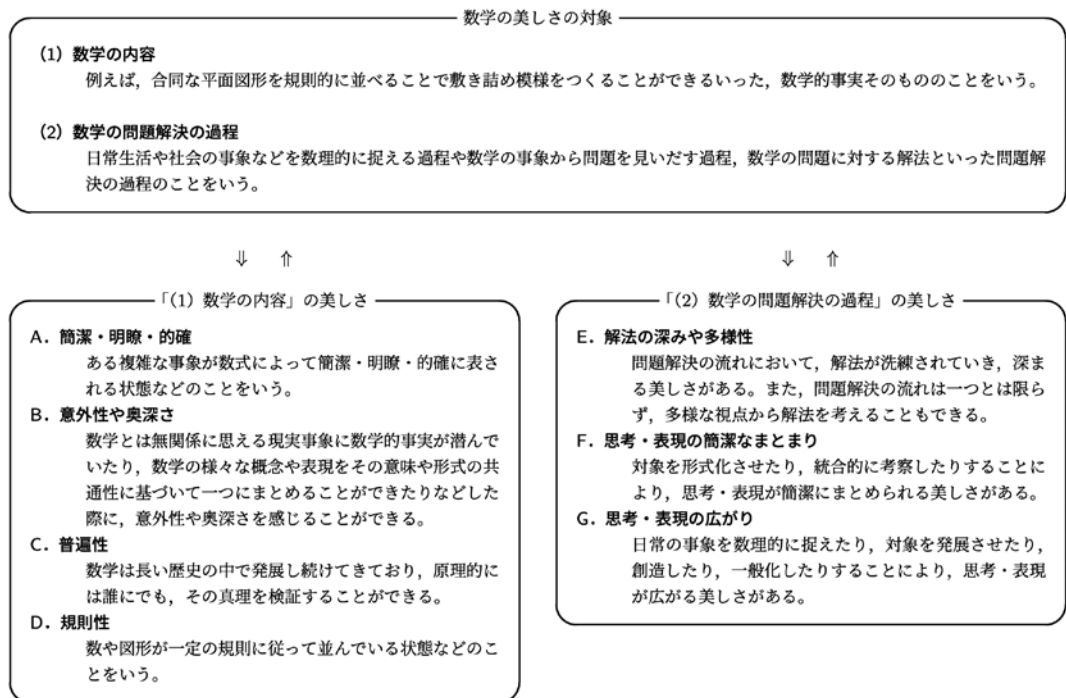


図3 数学の美しさを捉える枠組み

表1 授業の振り返りシートの質問項目

番号	質問項目
1	今日の授業に全力で取り組み、「やったぞ!」という実感をもてましたか?
2	今日の学習を生かして、もっと進んだ勉強をしようと思いますか?
3	今日の授業の中で、「感動したこと」や、「『楽しい』『興味深い』などと感じたこと」はありましたか? もしあれば、どんなことに対して感じましたか?
4	今日の授業を通して、算数に対する気持ちの変化はありましたか? もしあれば、どんな変化がありましたか?

算数に対する気持ちの変化について、自由に記述することができるようにする。

4. 教材の開発と実践

4-1 実践の概要

○期間 令和3年7月5日～令和3年7月20日

○対象 広島県内A小学校

第6学年2学級(各学級30人)

○単元 比

○目標(文部科学省(2018a)を基に筆者作成)

1. 比の意味や表し方を理解し、数量の関係を比で表したり、等しい比をつくったりすることができる。(知識・技能)
2. 日常の事象における数量の関係に着目し、図や式などを用いて数量の関係の比べ方を考察し、それを日常生活に生かすことができる。(思考力・判断力・表現力等)
3. 身の回りから比を見つれたり、比のよさに気付き学習したことを生活や学習に活用したりしようとする。(学びに向かう力・人間性等)

○単元計画(全8時間)

第一次 比と比の値 2時間

第二次 比の性質 3時間

第三次 比の利用 3時間

(本教材は第三次第2時にて実践した。)

○本時(第三次第2時)の目標

身の回りの物の寸法と白銀比や黄金比との関係性を数理的に捉え、比についての学習などを活用して課題を解決することができる。

○本時の評価規準(観点/方法)

1. 数量の関係に着目して課題を発見し、既習の内容を活用して解決しているか。(思考・判断・

表現/様相観察)

2. 日常生活と比との関係性に気づき、学んだことを生活や学習に進んで活用しようとしているか。(主体的に学習に取り組む態度/様相観察、授業の振り返りシートの点検)

4-2 単元と教材について

比は、「二つの数量の大きさを比較し、その割合を表す方法」(新算数教育研究会, 2019, p.39)である。割合の学習について、児童は第4学年で簡単な割合を、そして第5学年では割合や百分率などについて学んでいる。いずれの単元においても、二つの数量の大きさの関係を比較することを扱っている。その一方、基準量をどのように設定するのかという違いや、「紅茶は牛乳の1.5倍」というように一つの数で表すのか、「3:2」というように二つの数の組で表すのかといった違いもある。こういった共通点・相違点について考えながら、これまでの学習の積み重ねを整理していく。

本教材では、貴金属比の一つである白銀比を主に題材とした。白銀比は大和比とも呼ばれ、日本では法隆寺やアニメのキャラクターなど、様々な物のデザインに古くから活用されている。黄金比が特に西洋で愛されているのと同様に、白銀比は日本人に好まれている美しい比率と言われている。身の回りにも白銀比が活用されている物があり、コピー用紙がその一例である。コピー用紙は、一辺ともう一方の辺の比が $1:\sqrt{2}$ の長方形である。さらに、コピー用紙の長辺の midpoint を結ぶ線分で半分に折ると、もとのコピー用紙と相似の長方形ができるという性質もある。例えば、A4用紙を半分に折るとA5用紙が得られ、さらにA5用紙を半分に折るとA6用紙が得られる。そこで本時の導入では、A3用紙を半分に折ってできる形は、大きさは違うがA3用紙と同じ形になっているという事象を図4のように提示し、「なぜコピー用紙は、何回折っても同じ形になるのだろう」という課題に対して考察する。

そして本時の後半では、白銀比を紹介した上で「なぜ白銀比は広く使われているのか」ということについて考察する。その考察過程では、建築物や美術作品の

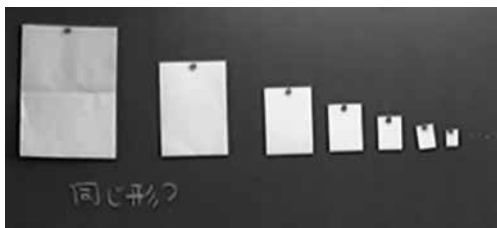


図4 提示したコピー用紙

設計、キャラクターのデザインなどに白銀比が活用されていることを、児童自らが実測し調べる活動を行う。

こういった活動を通して、日常生活や芸術などと算数との関わりから感じられる意外性や奥深さといった数学の美しさ(図3の「B. 意外性や奥深さ」)を、児童が感得することができるようにした。さらに、身の回りにある物の寸法を比で表そうとしたり、そこから規則性を見出そうとしたりなど、学んだことを生活や学習に進んで活用しようとする児童を育てることを意図して指導した。なお、本時の学習指導過程を表2に示す。

5. 質問紙調査の結果と考察

本章では授業の振り返りシートによる質問紙調査の結果を踏まえ、教材の効果等について考察する。なお、本研究において開発した教材の授業実践は、2学級で行い、質問項目1及び2については、2学級の児童60人の回答を基にする。質問項目3及び4については、時間の関係上回答することができなかった学級を除き、回答した学級の児童30人の回答を基に考察する。なお、質問内容は表1に示した通りである。

表2 本時の学習指導過程

学習内容	学習活動	指導上の留意点
(導入) コピー用紙の白銀比について (12分)	<ul style="list-style-type: none"> ○A3用紙を半分、またその半分と、短辺同士を重ね合わせ繰り返し折っていくことで得られる図形を見て、気付いたことを共有する。 <ul style="list-style-type: none"> ・「同じ形。」 ・「横：縦が等しい。」 ○なぜコピー用紙は何度折っても同じ形になるのかという課題意識をもつ。 ○A3用紙を半分に折ってできる図形(A4用紙)と、その半分の図形(A5用紙)の横と縦の長さの比をそれぞれ調べ、同じ形であることを確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・A3用紙を半分に繰り返し折っていくことでできる図形は、大きさが違うが同じ形であることに注目することができるよう、用紙を並べて提示し、「何か気付くことはない?」といった発問を講じる。 ・コピー用紙以外の用紙を折っても同じ形にならない具体例を提示し、なぜコピー用紙は折っても同じ形になるのかという課題意識をもつことができるようにする。 ・A4用紙の寸法を調べる児童とA5用紙の寸法を調べる児童とを列ごとに分け、隣近所の友達と実測した結果について話し合うことができるようにする。 ・「21:29.7」(A4用紙の寸法)のように複雑な比と等しく、前項が1の比を作ることはできないか問い、「比を簡単にする」というこれまでの学習と関連付けて考えることができるようにする。
(展開) 白銀比の紹介と本時のめあての設定 (8分)	<ul style="list-style-type: none"> ○コピー用紙の寸法に用いられる白銀比の存在を知り、本時のめあてを設定する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・白銀比が活用されている具体例を提示し、本時の学習に興味・関心をもつことができるようにする。 ・児童が「銀がある」ということは金もあるのでは」といった発見を出した場合は、黄金比の存在を伝え、本時の終末時に簡単に紹介する。
なぜ白銀比は広く使われているの？		
建築物やキャラクターに潜む白銀比の考察 (16分)	<ul style="list-style-type: none"> ○建築物の設計やキャラクターのデザインに白銀比が活用されていることを、実測し調べる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・児童が興味に応じて実測することができるよう、建築物やキャラクターを複数提示し、寸法を調べるものを選べるようにする。 ・白銀比を用いてデザインされているものの図と、それが白銀比を用いずに設計された場合の図とを見比べ、白銀比で設計された物のバランスのよさに着目し、白銀比は古くから日本で好まれてきたことを捉えることができるようにする。
(まとめ) 本時の振り返り (9分)	<ul style="list-style-type: none"> ○本時の学習を振り返り、授業の振り返りシートに感動したことなどを記入する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・黄金比についても紹介し、児童が身の回りの物の比を調べてみたいという動機を引き出す。 ・黄金比が活用された物と白銀比が活用された物とを比較する中で、どちらがバランスがよく感じるかといったことは人それぞれであることに注意する。

5-1 質問項目1

本質問では、授業での学習に対する取り組み方を評価することを目的としている。回答状況は表3の通りである。

表3 質問項目1に対する回答状況 (n=60)

回答	人数 (割合)
1. すごく感じた	26人 (43.3%)
2. 少し感じた	31人 (51.7%)
3. 感じなかった	3人 (5.0%)

「1. すごく感じた」と「2. 少し感じた」を肯定的な回答と捉え、60人中57人(95%)の児童が肯定的な回答をし、多くの児童が授業に対して意欲的に取り組んでいたことが分かる。今後は、「2. 少し感じた」という児童がさらに感じることができるような指導についても考察していきたい。

一方、「3. 感じなかった」と回答した児童は3人いた。しかしながら、その3人の児童のうち1人の児童は、授業の振り返りシートの質問項目4において、算数に対する気持ちの変化として、「ちょっとすきになった」と回答しており、実践した授業が、その児童の算数に対する態度を少しでも好意的なものへと変えていると言える。

5-2 質問項目2

本質問では、今後の学習への意欲を評価することを目的としている。回答状況は表4の通りである。

表4 質問項目2に対する回答状況 (n=60)

回答	人数 (割合)
1. もっとやってみたいと思う	21人 (35.0%)
2. 時間があればやってみたいと思う	33人 (55.0%)
3. 思わない	6人 (10.0%)

「1. もっとやってみたいと思う」と「2. 時間があればやってみたいと思う」を肯定的な回答と捉え、60人中54人(90%)の児童が肯定的な回答をし、多くの児童が本教材を通して学んだことを、さらなる学習につなげていこうという学習意欲をもっていることが分かる。今後はさらに、意欲をもった児童一人一人が授業後にどういったことを調べ考えたのかを長期的な視点で見取り、主体的に学習に取り組む態度を評価することを課題意識としてもっていきたい。

5-3 質問項目3

本質問は、一律に記述を求めるものではなく、30人中24人(80.0%)の児童が授業を通して感動したことや、「楽しいな」「きれいだな」と感じたことを記した。児童の回答について、ユーザーローカルのテキストマイニングツール (<https://textmining.userlocal.jp/>) による分析を行ったところ、共起キーワードが図5のように示された。

なお、出現頻度が高いほどキーワードはより大きな円で示され、共起の程度が強いほどキーワード同士を結ぶ線はより太く示される。

共起の程度が強いことを表す太線に注目すると、「私たち」「生活」「あふれる」というキーワードや、「自分たち」「身の回り」「かくれる」「おどろく」というキーワードなどの共起の程度が強く、これらは、本教材の「日常生活や芸術などと算数との関わりから感じられる意外性や奥深さといった数学の美しさ」と密に関係している。このことから、本教材を通して感得を意図した数学の美しさが、児童の感動したことや、「楽しいな」「きれいだな」と感じたこととつながっていると考えられる。

5-4 質問項目4

本質問も質問項目3と同様に、一律に記述を求めるものではない。30人中14人(約46.7%)の児童が気持ちの変化があった旨を記し、すべてが肯定的な気持ちの変化を示す回答であった(以下の回答1から14までの回答)。

回答1. 絵は算数とつながっているとは思ってなかったけど、生活の中のいろいろなことが算数につながっていると思いました。

回答2. 算数は、ただ計算して答えを求めるイメージが強かったけど、今日の授業で算数は買い物だけでなく、いろいろな場面(けんちく・アニメづくり等々)でつかわれる、役立っていると初めて知った。

回答3. ちょっとすきになった。いわかんをかんだ。

回答4. 前よりさらに算数がおもしろくて楽しいと思った。

回答5. 白銀比黄金比でもいい形の物はあるのだなと思いました。

回答6. 生活する場所どこでも、比が使われていることを知って、他のキャラクターやものでも調べてみたいと思った。

回答7. あった。むずかしかったけどのしかった。

回答8. 算数でもこんな言葉を覚えられるんだなと思いました。

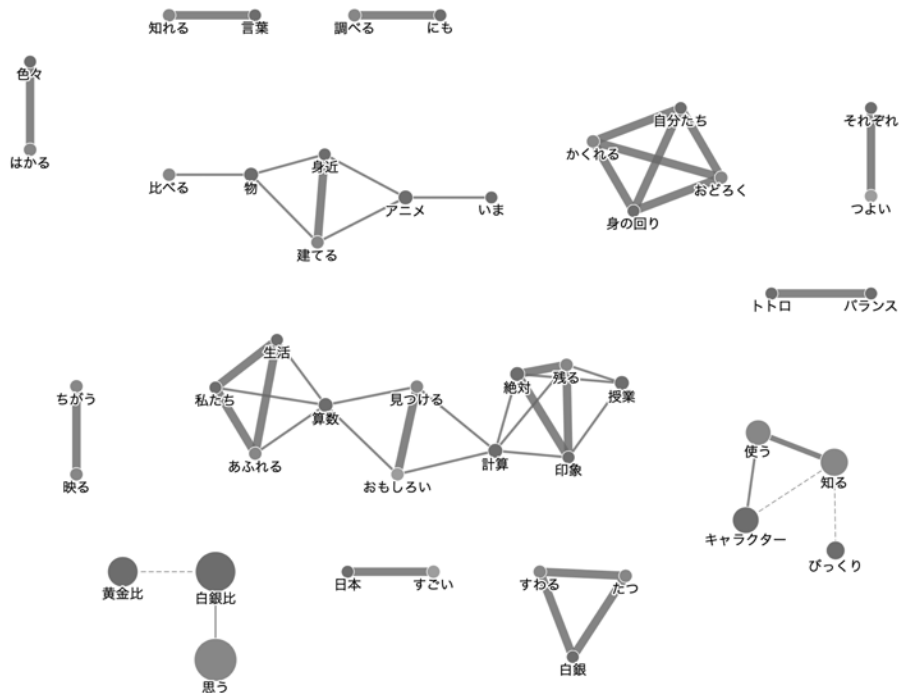


図5 質問項目3に対する回答の共起キーワード

- 回答9. 好きなアニメの白銀比や黄金比をぐんぐんⁱで調べようと思いました。
- 回答10. まわりのものにはたくさん比があって、どんなものが比なのか調べてみたいと思った。(空いたスペースに本の絵を描き、「本も比?」と記している。)
- 回答11. あった。『比』に対する考え。
- 回答12. 算数楽しいとすごく思いました。
- 回答13. ほかのキャラクターにも、白銀比や黄金比を使っているのが調べてみたいと思った。(原文ママ)
- 回答14. もともと算数が好きだったけど、身近なものでたとえたりしていて、分かりやすかったし、おもしろかったので、もっと好きになった。

これらの回答から、本研究で実践した授業が、児童の算数に対する「楽しい」「好き」という気持ちにつながっていることが分かる。しかしながら、「特にない」のように、気持ちの変化がなかったという児童が16人(約53.3%)いたことが課題として挙げられる。確かに1回の授業という短時間で、算数に対する児童の気持ちに変化をもたらすことは困難なことかもしれない。しかし、気持ちの変化がなかったからといって否定的な結果であるとは限らない。例えば、「特に変化はないけどやっぱり算数はたのしいと思いました」(下線は

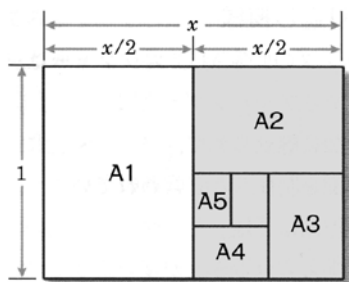
筆者による)」という回答を記した児童もおり、元々算数の学習が楽しいと感じていた児童が気持ちの変化はないものの、楽しさを再認識している場合も考えられる。そこで今後は、本質問での問い方を変え、「今日の授業を通して、算数に対してどのような印象をもちましたか?(算数に対する気持ちの変化など、あなたの算数に対する思いを教えてください)」などと問うたり、授業において振り返りシートを児童が記入する時間を十分に確保したりなどの改善を行っていきたい。

6. 教材の校種間での連続性

算数・数学科の系統性は強く、児童の学びは小学校を卒業後も、中学校や高等学校などでの学びにつながっていく。そこで本章では、白銀比や黄金比に関する教材が、中・高等学校数学科教材としてはどういった数学の美しさの感得を促すことができ得るのかについて考察する。

第4・5章では白銀比や黄金比を題材とした算数教科教材の開発と実践について論じたが、中等教育における数学科教科書の中にも、白銀比や黄金比を教材として活用しているものがある(e.g., 根上他, 2012)。コピー用紙の寸法が白銀比(1:√2)であることは図

6のように導出することができ、中学校数学科で学習する「平方根」のよさを実感することができるであろう。



$$1 : x = \frac{x}{2} : 1$$

$$\frac{x^2}{2} = 1$$

$$x = \sqrt{2}$$

図6 コピー用紙の寸法 (根上他, 2012, p.75)

そして、黄金比

$$1 : \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

は、フィボナッチ数列と深く関わりがある。フィボナッチ数列は、

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ……

のように、1番目と2番目の数がともに1で、前の二つの数を足したものが次の数になるものであり、一般項は、

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right\}$$

と表される。前述した黄金比の比の式に現れる

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

という数(黄金数)がフィボナッチ数列の一般項にも現れ、また、フィボナッチ数列の一般項に無理数である $\sqrt{5}$ が含まれているにも関わらず、フィボナッチ数列の項は必ず整数になるという点に、意外性や神秘性などを感じることができるのではないだろうか。

さらに、思考を広げ、フィボナッチ数列の一般項を a_n とし、

$$\alpha = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \quad \beta = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

とすると、フィボナッチ数列の隣接する2項の比

$$t_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

は、

$$t_n = \frac{\alpha^{n+1} - \beta^{n+1}}{\alpha^n - \beta^n} = \alpha \cdot \frac{1 - \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^n}$$

となる。ここで、

$$\left| \frac{\beta}{\alpha} \right| = \left| \frac{1 - \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}} \right| < 1$$

なので、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^n = 0$$

である。よって、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \alpha = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

が成り立つ。

つまり、フィボナッチ数列の隣接する2項の比が黄金数に収束することが分かる。このことは、上記のように高等学校数学科で学習する内容を活用して証明することができ、思考の広がりを体感することができる。

また、隣接する2項の数を横と縦の辺の長さとする長方形を図で表現すれば、隣接する2項の数が大きくなるにつれて、長方形が徐々に黄金長方形に近づくことを視覚を通して体感することもできる。この活動は小学校や中学校においても可能である。小学校または中学校段階での図的表現による黄金数の体感を、上述した高等学校における記号的表現による証明へとつなげることができれば、校種に応じた美しさの感得を保障することにもなるであろう。

黄金比とフィボナッチ数列に関するこれらの性質は、本研究において図3で示した枠組みから、数学の美しさと捉えることができる。

以上のことから、白銀比や黄金比を題材とした教材は、小学校算数科教材としては、第4・5章で考察したように、日常生活や芸術などと算数との関わりから、中・高等学校数学科教材としては、「黄金比とフィボナッチ数列」のように数学の内容同士から、それぞれ意外性や奥深さ、思考の広がりといった数学の美しさを感得することができる。こういった数学の美しさを感得することが、算数・数学に対する好意的な態度の育成につながるであろう。

7. 研究の成果と今後の課題

7-1 研究の成果

本研究の成果は、白銀比や黄金比を題材として開発した教材の実践・検証を小学校にて行うことで、開発した教材が児童の数学の美しさの感得、そして算数・数学に対する好意的な態度の育成にプラスに作用していることを確認することができた点である。授業の振り返りシートによる質問紙調査から、多くの児童が授業に主体的に取り組み、白銀比や黄金比について学んだことを今後の学習に生かしたり、さらなる学習につなげようとしていたりしていることが明らかになった。また、実践した授業が、児童の数学の美しさの感得や、算数に対する気持ちの肯定的な変化につながっていることが分かった。

7-2 今後の課題

今後の課題として、次の二点を挙げたい。

第一に、本研究で開発した教材を通して、例えば身の回りの物の比を調べてみたいというような児童が何人かいたが、授業後にどういったことを調べたり学習したりしたかなどは調査することができていない点である。今後は特に、学習者一人一人の主体的に学習に取り組む態度を長期的な視点で評価していくことを課題意識としてもち、さらなる研究につなげていきたい。

第二に、本研究で開発した白銀比や黄金比を題材とした教材は、小学校での実践を踏まえて効果等の検証を行うことはできたが、中・高等学校での実践による効果等の検証は行えていないという点である。学習者の算数・数学に対する好意的な態度を系統的に育成するために、本研究で開発した教材のような校種間で連なる教材を今後も開発し、実践・検証を積み重ねていきたい。

謝 辞

本研究を進めるにあたり、ご協力いただいたA小学校の先生方並びに児童の皆様へ深く感謝申し上げます。

注

i 児童が在籍する学級において自主学習のことを指す。

引用・参考文献

伊藤説朗 (2000). 「数学のよさ」. 中原忠男編, 『算数・

- 数学科重要用語300の基礎知識』(p.92). 明治図書.
 今井敏博 (1985). 「生徒の数学に対する態度に影響を与える要因について—教師の要因, 数学学力との関連を中心に—」. 『日本数学教育学会誌 数学教育学論究 (臨時増刊)』, 第67巻, 第43・44号, pp.3-31.
 今井敏博 (2015). 「算数の学習における情動の喚起と情意形成—小学校教員志望学生の大学での算数の学習の振り返りに焦点を当てて—」. 『日本数学教育学会誌 数学教育学論究 (臨時増刊)』, 第97巻, pp.17-24.
 加藤文元 (2007). 『数学する精神』. 中央公論新社.
 金子春香 (2010). 「数学の美しさを感得する教材の開発に関する研究—文字式指導に焦点を当てて—」. 新潟大学教育学部数学教室編, 『数学教育研究』, 第45巻, 第1号, pp.5-26.
 木下涼一 (1969). 「デューイ教育学において感得 (Appreciation) のもつ意味」. 『教育哲学研究』, 第1969巻, 第19号, pp.1-15.
 國本景亀 (2009). 「子どもの美的感性を育む!」. 『新しい算数研究』, 第459号, pp.44-48.
 斎藤範雄 (1990). 「数学の美しさを感得できる授業のあり方」. 『日本数学教育学会誌』, 第72巻, 第9号, pp.315-324.
 新算数教育研究会 (2019). 『改訂新版 講座 算数授業の新展開6 第6学年』. 東洋館出版社.
 相馬一彦 (2010). 「第4章学習指導論 §2目的に着目した授業づくり」. 日本数学教育学会編, 『数学教育学研究ハンドブック』(pp.195-202). 東洋館出版社.
 中央教育審議会 (2016). 「算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ」.
https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/sonota/_icsFiles/afieldfile/2016/09/12/1376993.pdf (令和3年11月28日最終閲覧).
 中島健三 (1982). 『算数・数学教育と数学的な考え方—その進展のための考察— 第二版』. 金子書房(東洋館出版社からの復刻版 (2015) 使用).
 中原忠男・小山正孝・井ノ迫泰弘・宇佐川信行・河野芳文・酒井秀二・砂原徹・富永和宏・長尾篤志・仲渡雅史・平岡賢治 (1996). 「数学的な見方や考え方のよさを認識させる授業の研究—中学校・高等学校における授業の実践—」. 『広島大学教育学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要』, 第24巻, pp.85-93.
 根上生也・桜井進・佐藤大器・清水克彦・妹尾浩也・中本敦浩 (2012). 『数学活用』. 新興出版社啓林館.
 ポアンカレ (1953). 吉田洋一 (訳). 『改訳 科学と

- 方法』. 岩波書店.
- 蒔苗直道 (2011). 「戦後教育改革期にみる数学教育における「よさ」の用語の起源— GHQ/SCAP 文書分析を通して—」. 『日本数学教育学会誌』, 第93巻, 第5号, pp.2-11.
- 湊三郎 (1983). 「算数・数学に対する態度を測定するために開発されたSDについて」. 『日本数学教育学会誌 数学教育学論究 (臨時増刊)』, 第65巻, 第39・40号, pp.1-25.
- 文部科学省 (2018a). 『小学校学習指導要領 (平成29年告示) 解説 算数編』. 日本文教出版.
- 文部科学省 (2018b). 『中学校学習指導要領 (平成29年告示) 解説 数学編』. 日本文教出版.
- 文部科学省 (2019). 『高等学校学習指導要領 (平成30年告示) 解説 数学編 理数編』. 学校図書.
- 文部科学省 (2020). 「国際数学・理科教育動向調査 (TIMSS2019) のポイント」.
https://www.mext.go.jp/content/20201208-mxt_chousa02-100002206-1.pdf (令和3年11月28日最終閲覧).
- 矢野健太郎 (1989). 『モノグラフ 数学史 改訂版』. 科学新興新社.
- Aiken, L.R. (1979). Attitude toward mathematics and science in Iranian middle school, *School Science and Mathematics, Vol.79*, pp.229-234.
- Debellis, V.A. and G.A. Goldin (2006). Affect and Meta-Affect in Mathematical Problem Solving: a Representational Perspective, *Educational Studies in Mathematics, Vol.63*, No.2, pp.131-147.
- Mandler, G. (1984). *Mind and Body: Psychology of Emotion and Stress*. W. W. Norton & Company.
- McLeod, Douglas B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In Grouws, Douglas A. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp.575-596). Macmillan Publishing Company.