

令和3年度 博士論文

X-FEM を用いた溶接継手内で複雑形状に
成長するき裂進展評価に関する研究

(X-FEM fracture behavior investigation for complex-shaped propagating cracks
in welded joints)

令和3年9月

広島大学大学院工学研究科

輸送・環境システム専攻

構造システム研究室

D 163677 前田 研吾

目次

第 1 章	緒論	1
1.1	研究背景	1
1.2	既往の研究例	2
1.3	本研究の意義	2
1.4	本論文の概要と構成	3
第 2 章	X-FEM を用いた破壊力学解析	5
2.1	X-FEM	5
2.2	き裂進展解析手法	8
2.2.1	き裂形状の定義	8
2.2.2	応力拡大係数の評価	8
2.3	き裂進展則	10
2.4	Code_Aster	12
2.4.1	コマンドファイル	13
2.4.2	初期き裂の定義方法	13
2.4.3	き裂前縁の節点の定義	14
2.4.4	リファインメント	14
2.4.5	き裂進展の角度の設定	14
2.4.6	ソースの改良	14
2.5	第 2 章結言	15
第 3 章	T 字円筒継手に生じた疲労破面の力学的評価	16
3.1	T 字円筒継手の疲労試験	17
3.1.1	疲労試験概要	17
3.1.2	破面観察	18
3.2	数値解析による疲労き裂進展現象の力学的評価	20
3.2.1	円筒継手のモデル化と FEM モデル	20
3.2.2	X-FEM を用いたき裂を含む円筒継手のモデル化	21
3.3	解析結果と考察	22
3.3.1	円筒表面の応力分布	22
3.3.2	サドル部近傍の応力分布	23
3.3.3	サドル部でのき裂深さ方向の進展角度	25
3.3.4	破面のねじれ	26
3.4	第 3 章結言	29
第 4 章	き裂の分岐, 二つの表面き裂の合体解析	30

4.1	表面き裂の分岐進展解析.....	30
4.1.1	き裂の分岐方法.....	30
4.1.2	き裂分岐前の応力拡大係数の評価.....	31
4.1.3	き裂分岐後の応力拡大係数の評価.....	35
4.2	二つの表面き裂の結合.....	38
4.2.1	き裂結合後の応力拡大係数の評価方法.....	38
4.2.2	き裂結合前の応力拡大係数の評価.....	39
4.2.3	き裂結合後の応力拡大係数の評価.....	41
4.3	貫通孔を持つCT試験片のき裂進展解析.....	46
4.3.1	解析モデル.....	46
4.3.1	解析結果.....	47
4.4	第4章結言.....	49
第5章	直交交差隅肉溶接部のき裂進展挙動の評価.....	50
5.1	解析対象.....	50
5.2	直交交差隅肉溶接部の疲労き裂進展解析.....	51
5.2.1	解析モデル.....	51
5.2.2	初期き裂のみのひずみ量の比較.....	52
5.2.3	き裂進展経路の比較.....	54
5.2.4	き裂進展速度の比較.....	55
5.2.5	K 値の低下の考察.....	57
5.3	第5章結言.....	58
第6章	結言.....	59
参考文献	61
謝辞	66

第1章 緒論

1.1 研究背景

鋼構造物は建屋，橋梁，船舶，産業機械などに利用され，社会インフラとして重要な役割を担っている．一方で鋼材は降伏応力以下の応力振幅が長期間に渡り繰り返し負荷されると，疲労き裂が発生することも良く知られた現象である．特に日本では高度経済成長期に社会全体で多くのインフラ，設備投資が行われており，また耐疲労設計が十分でないものもあり，近年ではそれらが同時に疲労き裂を発生させており問題となっている．

疲労き裂は発生初期段階は微小であり，直ちに構造物全体の崩壊に至るわけではないが，補修をせずに使用を続けた場合，繰り返し応力が作用し続け，その度にき裂は進展し続ける．き裂が進展したことにより不連続面が大きくなった場合は，作用する応力も増大することになり部材の破断，構造物の崩壊に至る．つまり，疲労き裂は局所的な現象として発生するものの，進展した場合は構造物全体の健全性に大きな影響を与える現象である．そのため疲労き裂を管理するには，疲労寿命を把握し，発生前の補強，初期段階で発見し適切な補修を行うことが重要である．

疲労き裂の発生起点となる箇所は局所的な応力集中箇所である．良く知られた応力集中箇所としては，残留応力の働く溶接継手部，開口部などの形状変更部であり，構造物が大きくなるほど，応力集中が懸念される箇所は増える．構造物が巨大であるほど，多数の疲労き裂の懸念される箇所を調査する必要があるため，発見までに時間を要することがある．また橋梁などは梁の応力集中箇所は高所作業車が無ければ作業者が近づけない場所にあることも多く，疲労き裂発見後に直ちに補修作業に着手できず時間を要することもある．以上のように，疲労き裂は発見から補修までに時間がかかることもあるため，疲労き裂がどのように進展し構造物の健全性に影響を与えるのか，計算し強度評価を行う必要がある．また疲労き裂の補修方法においても場合によっては，き裂の不連続面を考慮した補強方法の強度評価が必要である．

疲労き裂の進展，補修方法の強度検討においては，き裂の不連続面があることを前提に計算することになる．構造物の強度評価においては，有限要素解析が一般的であるが，き裂は不連続面が自由表面として発生，拡大するため，従来の有限要素解析では不連続面を定義することが難しい．き裂面に合わせて元の形状を CAD で制作し，メッシュ化を行い2重節点を導入するなどの，解析に至るまでに煩雑な前処理工程が増えるためである．き裂の不連続面を表現するための各種の方法が提案されているが，本研究では従来の有限要素法 (FEM) の要素内に不連続面を定義できるように拡張した，拡張有限要素法 (X-FEM) [1, 2] に着目した．

1.2 既往の研究例

一般的に、疲労き裂の進展、補修方法の強度検討は、FEM を用いたき裂進展解析により評価が行われてきた。

既存の研究例として、一つの試験体に対して FEM を用いたき裂進展解析を行い、疲労試験結果とのき裂幅や深さ方向の進展速度や方向に関する比較などの破壊現象を議論した研究 [3]、ホットスポット応力および簡易き裂進展解析法により疲労強度評価を議論した研究 [4] が行われてきた。また、X-FEM を用いた研究例として、未溶着部を含む十字継手の脆性破壊に対する評価を行った Kishi [5] らの研究が挙げられる。

しかし、異なる止端半径を持つ円筒継手の応力解析を行い一連の破壊現象を議論した例や、X-FEM を用いて表面き裂から貫通き裂に至るまでの解析や評価を行った例は見当たらない。さらに、円筒継手中に生じた疲労破面のねじれに対する解析、その力学的メカニズムを検討した既往の研究や、直交交差隅肉溶接部の疲労破壊現象に対して、詳細なき裂進展解析や K 値評価を行った研究例についても著者の知る限り存在しない。

1.3 本研究の意義

鋼製の中空円筒を溶接した円筒継手は、船舶や海洋構造物に多く用いられている。また、これらの鋼構造物では隅肉溶接を施した隅肉溶接継手もよく用いられている。

円筒継手は円筒が立体的に接合された複雑形状であり、継手近傍の応力状態も複雑となる。その継手が供用中に繰返し荷重を受けた場合、継手近傍の欠陥を起点として疲労破壊が生じる可能性がある。また、発生したき裂も複雑な経路となることが考えられる。円筒構造物の疲労強度評価の高度化のためには、これらの破壊現象を定量的かつ高精度に評価することが重要である。

隅肉溶接継手は構造内に未溶着部が残ることが多く疲労破壊の起点となりやすい。SR169 [6] では未溶着部により、き裂が継手内に進展する際、き裂前縁部の分離や合体を伴うことが報告されている。このように、さまざまな破壊シナリオを想定し隅肉溶接された継手の疲労強度評価および評価法の高度化を行うことは重要である。

近年の解析技術の発展と計算機の高性能化に伴い、複雑に進展するき裂を高精度に評価することが可能となってきた。そこで、本研究ではオープンソース CAE ソフトである Code_Aster [7] の X-FEM 機能を用いて、溶接止端半径の異なる円筒継手試験体に生成された疲労破面生成メカニズムの力学的評価に関する研究を実施した。また、X-FEM の解析を制御するスクリプトファイル (comm ファイル) およびソースコードに若干の修正を加え、き裂前縁の分離や合体を伴うような複雑なき裂進展現象の評価を行った。

これにより、X-FEM を用いた複雑な形状に発達するき裂進展解析の妥当性を検証し、

今後の解析技術や疲労強度評価の発展の可能性を示す。

1.4 本論文の概要と構成

本研究では、X-FEM 機能を搭載した Code_Aster を用いて、得られた解析結果と疲労試験結果を詳細に検討した。そして、溶接止端半径の異なる円筒継手試験体のき裂進展経路や破壊パターンの違い、破面のねじれが生じる力学的考察を行った。

これまでに、前田 [8] や竹井 [9] によって X-FEM を用いたき裂が分岐する複雑なき裂進展解析を行うことが可能となった。しかし、き裂進展解析において、き裂の進展量や進展方向を定める応力拡大係数の精度検証は、十分に行われていない。そこで本研究では、修正を加えた X-FEM のスクリプトファイル (comm ファイル) およびソースコードを用いて、表面き裂の分岐や二つの表面き裂の合体解析、貫通孔を持つ CT 試験片のき裂進展解析を行い本修正の妥当性を検討した。その後、直交交差隅肉溶接部の疲労き裂進展解析を実施した。

以上により、本論文の構成を以下に示す。

第 2 章では、X-FEM の概要および Code_Aster の X-FEM 機能について述べる。また、X-FEM を用いたき裂進展解析手法、スクリプトファイル (comm ファイル) およびソースコードの修正について述べる。

第 3 章では、溶接止端半径の異なる T 字円筒継手に生じた疲労き裂に対して FEM および X-FEM を用いたき裂進展解析の結果を示す。円筒継手試験体の疲労試験から、円筒継手の破壊形態は溶接止端部の止端半径の大きさに異なっており、疲労破面がねじれる現象も観察された。これらの破壊形態に対して FEM を用いた応力解析および X-FEM を用いたき裂進展解析を行うことで力学的な評価を述べる。

第 4 章では、修正した X-FEM のスクリプトファイル (comm ファイル) およびソースコードを用いて、表面き裂の分岐進展解析、二つの表面き裂の結合および貫通孔を持つ CT 試験片のき裂進展解析の結果を示す。その結果、得られた K 値やき裂進展経路を参照解と比較することで、本修正の妥当性の検討を述べる。

第 5 章では、未溶着部を含む直交交差隅肉溶接部の疲労き裂進展解析の結果を示す。き裂進展経路を Code_Aster 標準の X-FEM 機能の結果と比較を行った。また、FEM を用いた参照解で K 値の比較も行い、解析精度の検証結果を述べる。得られた K 値の履歴から疲労破壊現象のメカニズムについても検討した結果を述べる。

第 6 章では，本論文に示した内容のまとめを行う．

第2章 X-FEM を用いた破壊力学解析

本研究では、X-FEM を用いた三次元破壊力学解析が可能であるオープン CAE ソフトウェアである Code_Aster を用いてき裂進展解析を行う。本章では、X-FEM を用いたき裂進展解析手法について述べる。その後、Code_Aster の概要と解析システムについて述べる。

2.1 X-FEM

FEM は、解くべき物理量をメッシュと呼ばれる計算点の集合情報で記述し、物理量の支配方程式を解くという原理に基づいている。一方、メッシュを構成する一つの有限要素の中において物理量が連続であることが前提として構築されているため、要素内で物理量が不連続となるような記述をすることができない。そのため、き裂表面のような変位の不連続性をモデル化するためにはき裂形状に境界要素を一致させ、二重節点を導入するという作業が必要となる。また、き裂進展挙動予測や構造健全性の評価に用いられる破壊力学パラメータを精度良く評価するためには、き裂先端近傍に発生する応力やひずみの特異性を正確に表現する必要がある。そのため、き裂近傍において要素の細分化や特異要素を用いることが必要となりき裂進展過程を考えた場合、進展に伴う複雑なメッシュ処理を繰り返し行う必要がある。Fig. 2-1 にき裂進展解析の模式図を示す。これは、従来の FEM と X-FEM のき裂進展解析の様子を比較したものである。FEM を用いたき裂進展解析では、モデル生成の際にき裂とメッシュの整合性を合わせるようにメッシュ分割をする必要がある。さらにき裂先端近傍の解析精度を得るために、初期き裂前縁におけるメッシュ分割を細かくする必要がある。しかし、X-FEM を用いたき裂進展解析ではき裂とメッシュの整合性を合わせる必要が無く、初期き裂前縁におけるメッシュの細分化を最小限に抑えられるため、効率的に解析を行うことができる。

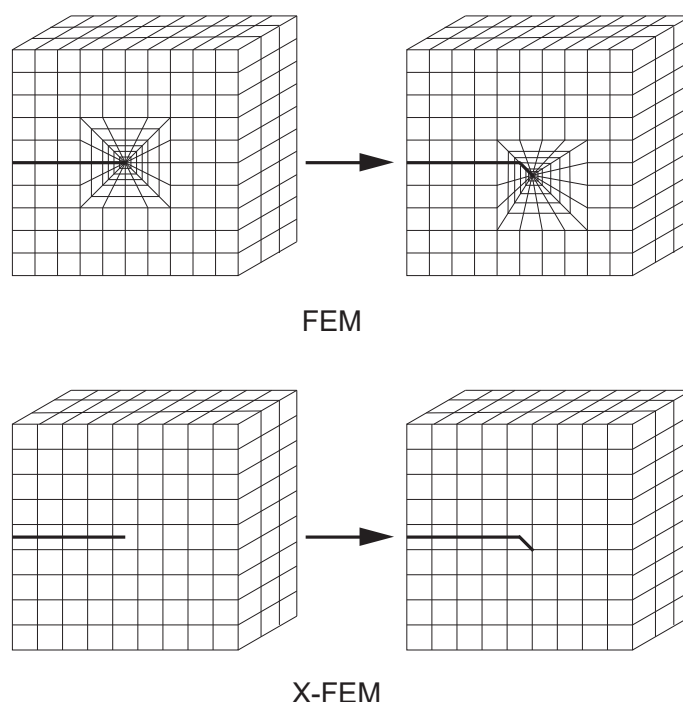


Fig. 2-1 A schematic diagram of crack growth analysis

X-FEM は FEM の枠組みにおける解析手法であるが、解析モデルの局所的な範囲において、要素内部に不連続性や特異性を含むエンリッチ関数を導入して近似関数を構成する手法である。このような近似法により、き裂を要素分割とは独立に定義することが可能となり、二重節点の導入が不要となる。また、き裂先端近傍における要素分割に関して、要素の細分化や特異要素の使用を必要とせず、比較的粗い要素分割により応力拡大係数などの破壊力学パラメータを精度良く評価することが可能である。さらにき裂進展解析を実施した場合、任意の方向へき裂が進展した場合であっても要素と独立に定義したき裂を進展分だけ延長するのみでき裂形状のモデル化が完了し、複雑なリメッシュ処理が不要となる。X-FEM は、き裂などによる変位の不連続や応力特異場を、要素節点に新たな自由度とそれに対応した内挿関数を付加することによって表現する手法である。き裂先端または不連続面を含む要素内の変位を式 (2-1) で表す。 $\phi_i(x)$ は通常の要素の定式化で用いられる内挿関数、 m は要素を構成する節点数である。 C はき裂先端近傍の変位の特異性を考慮する節点の集合、 J は C 以外でき裂の不連続面を考慮する節点の集合である。また、 u_i 、 c_i^k 、 b_i はそれぞれ節点に付けられる節点自由度である。

$$u(x) = \sum_{i=1}^m \phi_i(x) u_i + \sum_{i \in C} \phi_i(x) \sum_{k=1}^4 \gamma_k(x) c_i^k + \sum_{i \in J} \phi_i(x) H(x) b_i \quad (2-1)$$

ここで $\gamma_i(x)$ ($i = 1, \dots, 4$) はき裂先端近傍における特異場を表す基底関数であり，次式で表される．

$$\begin{aligned} \gamma_1(x) &= \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, & \gamma_2(x) &= \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \\ \gamma_3(x) &= \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, & \gamma_4(x) &= \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \end{aligned} \quad (2-2)$$

また， $H(x)$ はき裂先端近傍の変位の不連続性を表す基底関数として，次式で表される． Ω_+ ， Ω_- はそれぞれ不連続面の上方の領域と下方の領域を表す．

$$H(x) = \begin{cases} 1 & (x \in \Omega_+) \\ -1 & (x \in \Omega_-) \end{cases} \quad (2-3)$$

Fig. 2-2 にエンリッチ関数の配置を示す．このように，き裂先端近傍の要素の節点上に特異性を考慮した **C** 属性エンリッチ関数を配置し，き裂面を含む要素の節点上に不連続性を考慮した **J** 属性エンリッチ関数を配置することで，き裂先端およびき裂面を定義することができる．

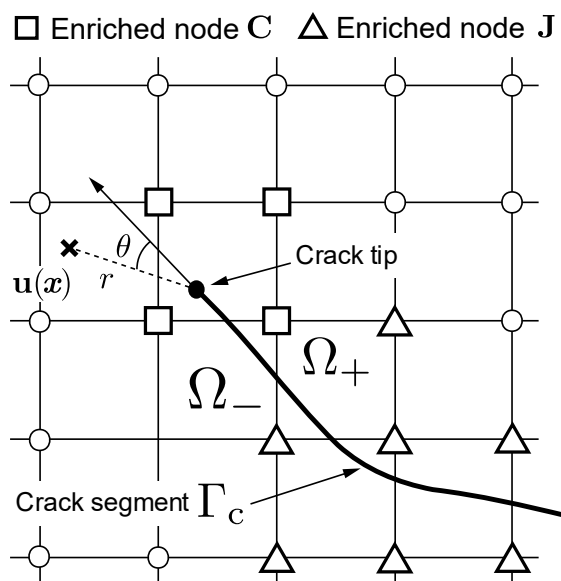


Fig. 2-2 Configuration of enriched node

2.2 き裂進展解析手法

2.2.1 き裂形状の定義

X-FEM を用いたき裂進展解析において、き裂形状はレベルセット法 [10-12] によって表現される。き裂の場合、き裂近傍の領域において 2 つのレベルセット関数を導入する必要がある。Fig. 2-3 に、き裂面が $x_1 - x_2$ 平面上にある場合のレベルセット法を用いた三次元構造物内部のき裂の表現方法を示す。ここで $LSN(x)$ はき裂面から法線方向 x_3 の距離を表す関数であり、き裂面をゼロとして上側が正の値、下側が負の値で表される。また $LST(x)$ はき裂前縁 Γ から接線方向の距離を表す関数であり、き裂前縁をゼロとして外側が正の値、内側が負の値で表される。レベルセット法に基づき、三次元ソリッドモデルで形成された解析モデルに含まれる任意形状の平面き裂に対して、き裂前縁を $LST(x) = LSN(x) = 0$ 、き裂面を $LST(x) < 0, LSN(x) = 0$ として定義することで、き裂形状を関数で表現することができる。そしてレベルセット関数の値をメッシュの節点上に定義することにより、き裂近傍の任意の点 x における変位場を式 (2-1) のように近似的に表すことができる。

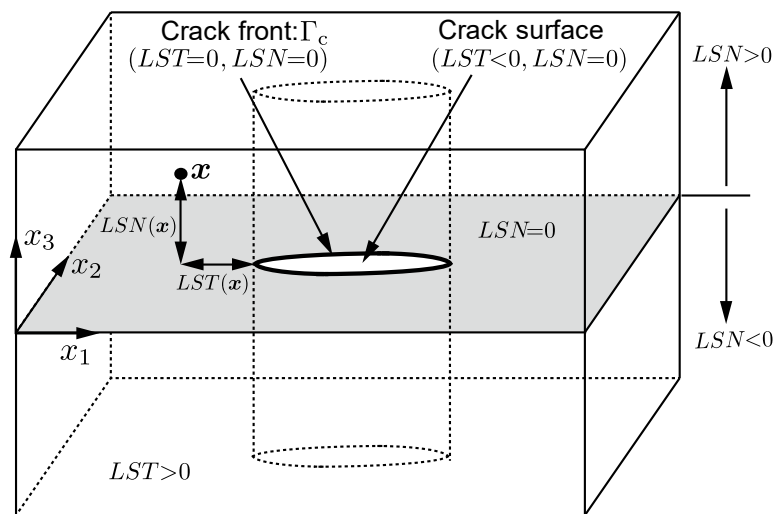


Fig. 2-3 Level sets for the representation of a crack

2.2.2 応力拡大係数の評価

X-FEM では、き裂近傍の要素節点に式 (2-1) で示される内挿関数を導入し、仮想仕事の原理式を離散化することで、従来の FEM とほぼ同等な手順で応力解析を実施することができる。X-FEM 解析では得られた変位場、ひずみ場および応力場を用いて、領域積分法 [13] によりき裂先端周りの応力場から破壊力学パラメータである応力拡大

係数を算出することができる。Code_Aster には、G-theta 法 [14-16] が備わっており、解析ではこの手法を用いた。領域積分法を用いた応力拡大係数の評価法を Fig. 2-4 に示す。き裂前縁の周りを取り囲む円筒 S を積分領域として用いており、Fig. 2-5 に円筒領域に対して垂直な断面 P を示す。 R_{inf} 、 R_{sup} はそれぞれ円筒 T 、 S の半径を表し、それぞれの値を設定することで積分領域の範囲を決定する。ここで Code_Aster にはき裂前縁を取り囲む円筒領域内の要素を細分化する（メッシュリファインメント）機能が備わっている。本研究では応力拡大係数を精度良く評価するため、リファインメント回数を操作して半径 R_{sup} の円筒領域に含まれる要素の細分化を行っている。

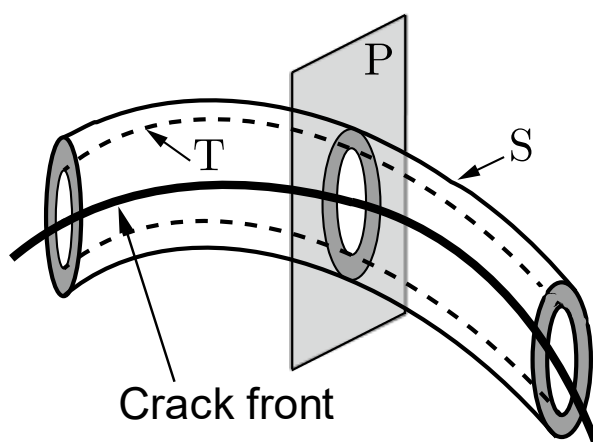


Fig. 2-4 Construction of domain integral (whole view)

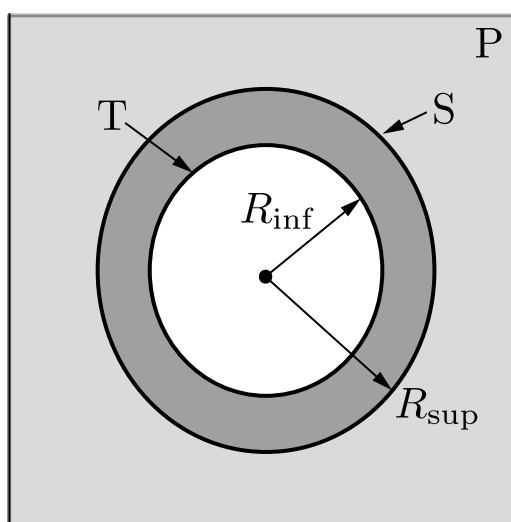


Fig. 2-5 Construction of domain integral in 3D (cross section of the crack front)

また X-FEM で算出した応力拡大係数は振動しており、値を滑らかにするためルジャンドル多項式 [17] を用いてき裂前縁のある点に対してその周りの点の応力拡大係数

で平滑化処理（スムージング）を行っている．式(2-4)に n 次のルジャンドル多項式を示し，例として 1-3 次の低次のルジャンドル多項式の展開式を式(2-5)-(2-7)に示す．

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2 - 1)^n] \quad (2-4)$$

$$P_1(x) = x \quad (2-5)$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2} (3x^2 - 1) \quad (2-6)$$

$$P_3(x) = \frac{1}{2} (5x^3 - 3x) \quad (2-7)$$

Code_Aster では応力拡大係数を最大 7 次の多項式でスムージングを行うことができる．しかし分岐や結合を伴う複雑なき裂進展において，分岐直後やき裂結合部により大きな応力集中が働くことで，応力拡大係数が急激に上昇することが予測できる．その場合，7 次の多項式によるスムージングでは応力拡大係数の最大値を表現できないことが考えられる．そこで本研究では高次のルジャンドル多項式の導入を行った． n 次のルジャンドル多項式でスムージングされた近似曲線を式 (2-8) に示す．ここで， $a_n(j)$ は n 次のルジャンドル多項式の展開式をベースに算出される係数である．

$$P'_n(x) = \sum_{j=0}^n a_n(j)x^j \quad (2-8)$$

また，ルジャンドル多項式は高次関数にするほどグラフ形状が振動する傾向があるため，高次の多項式でスムージングを行う際は，それよりも低次の多項式を複数重ねて平均化することで応力拡大係数の値が滑らかにつながるようにした． m 次までの多項式で平均化を行った際の n 次のルジャンドル多項式でスムージングされた近似曲線を式 (2-9) に示す．ここで， $n > m$ とする．

$$P'_{nt}(x) = \frac{1}{n - (m - 1)} \sum_{i=m}^n P'_i(x) \quad (2-9)$$

2.3 き裂進展則

Code_Aster において，X-FEM を用いたき裂進展解析は次式に示すき裂進展則に基づいて行われる．ここで， da/dN は疲労き裂伝播速度， C ， m は材料定数， ΔK_{th} は応力拡大係数範囲の下限界である．本研究では，1 ステップの最大進展量を規定し，それ以外の箇所は最大進展量と比例した進展量を与える．

$$\begin{aligned}\frac{da}{dN} &= C(\Delta K_{eq}^m - \Delta K_{th}^m) \quad \Delta K_{eq} > \Delta K_{th} \\ \frac{da}{dN} &= 0 \quad \Delta K_{eq} < \Delta K_{th}\end{aligned}\quad (2-10)$$

ΔK_{eq} は混合モード状態を考慮した応力拡大係数範囲であり，ヤング率 E ，ポアソン比 ν として ΔG は以下の式で表すことができる．

$$\Delta K_{eq} = \sqrt{\frac{E\Delta G}{1-\nu^2}} \quad (2-11)$$

$$\Delta G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (2-12)$$

ここで平面応力状態の場合 $E' = E$ ，平面ひずみ状態の場合 $E' = E/(1-\nu^2)$ である．Code_Aster の 3 次元 X-FEM 機能では，き裂前縁全てを平面ひずみ状態と仮定して応力拡大係数評価を行っている．

Code_Aster の 3 次元 X-FEM 機能では，き裂進展方向の予測として，最大周方向応力説 [18]，同一平面上に進展させる，進展角度を任意に与える等の進展則を選択することも可能である．最大周方向応力説では Fig. 2-6 に示すようにき裂前縁部の点 Q において局所座標系 $e_1 - e_2 - e_3$ を導入する． e_1 はき裂面と水平方向に， e_2 はき裂面と垂直方向である．その点 Q を基準として $e_1 - e_2$ 面上において距離 r と角度 β を定義する．最大周方向応力説において角度 β は式(2-13)のように表すことができる．

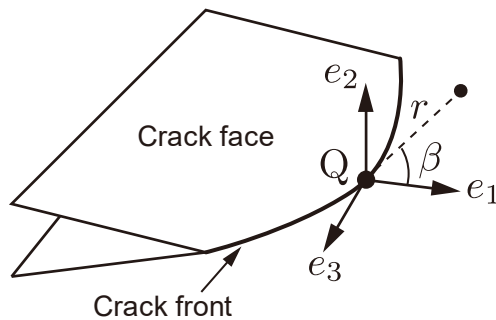


Fig. 2-6 Polar coordinates along the crack front

$$\beta = 2 \tan^{-1} \left[\frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} - \text{sign}(K_{II}) \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \right] \quad (2-13)$$

解析のフローチャートを Fig. 2-7 に示す。まず、CAD ソフトウェア等を用いて無き裂の試験体モデルを作成し、FEM モデル生成を行う。comm ファイルに、初期き裂のサイズ、き裂位置、最大き裂進展量、材料定数等を設定する。き裂進展形状および応力拡大係数を評価するため、き裂近傍の要素再分割を行う。FEM モデルに材料定数を設定し境界条件を与え、解を求める。解析結果から対象とするき裂の応力拡大係数を求め、き裂進展速度およびき裂進展方向を決定する。設定された最大き裂進展量から荷重繰返し数を計算し、次ステップでのき裂形状を決定する。以上の作業を繰返し行い、き裂を進展させる。

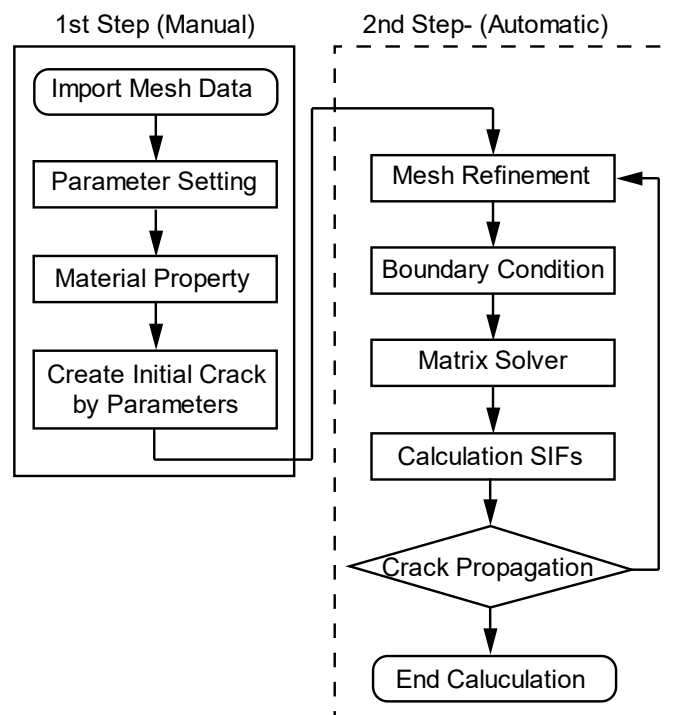


Fig. 2-7 Flowchart of X-FEM computation

2.4 Code_Aster

Code_Aster とは、フランスの電力会社「EDF」が開発した構造、熱解析用のオープンソース CAE ソフトウェアである。プリポストは、同じく EDF が開発しているオープンソースソフトウェア Salome [19] と親和性が高く、Salome と Code_Aster を統合したソフトが Salome-Meca である。Code_Aster は主な特徴として、X-FEM を用いたき裂を有する構造物に対する破壊力学解析機能がある。

2.4.1 コマンドファイル

Code_Aster では、コマンド (comm) ファイルと呼ばれるテキストファイルに、コマンドを書き連ねることで解析の制御を行う。コマンドとは、メッシュ読み込み、物性値設定、境界条件設定、解析実施、などの FEM 解析に必要な機能のモジュールであり、Code_Aster 独自の形式で記述される。実施の順序に応じて、comm ファイルに上からコマンドを記述し解析を実行する。

また、comm ファイルは、プログラム言語の python の読み込みにも対応している。python を利用することで、条件分岐やループ、計算途上の結果データの読み込み、を行うことができ、複雑なコマンドの組み合わせが必要な解析が実施可能となる。

本研究では、き裂進展の繰り返し計算を行うために、comm ファイルに python でループ、条件分岐等を設定した。後述する 2 つのき裂合体後の応力拡大係数の上昇を再現するために、ソースコードを改良してスムージングの多項式の高次化を実装した。

2.4.2 初期き裂の定義方法

初期き裂は主に 3 種類の方法で定義できる。(1) 幾何学形状の諸元を与える、(2) レベルセット値 (LST, LSN) を関数で与える、(3) メッシュで初期き裂の形状を与える、である。

(1) 幾何学形状

半楕円形、矩形などの幾何学形状の中心点座標や辺の長さ、面の法線ベクトルなどの値を与えて定義する。定義できるのは単純な形状のみであるが、設定が容易に行え、節点上のレベルセット値の計算も早く滑らかな分布となり、安定した計算が行える。

(2) 関数

座標 x, y, z を変数とした、2 つの関数で節点上のレベルセット値 (LST, LSN) を定義する。より複雑なき裂形状が定義できるが、楕円のようなアスペクト比が 1 : 1 でない形状を定義した場合、後述のリファインメント範囲のトーラス形状断面が楕円形となり、き裂前縁周辺の要素サイズの分布が歪み精度が低下する。そのため、アスペクト比が 1 : 1 となる形状のみに制限される。

(3) メッシュ

き裂面を CAD で作成し、メッシュ化したものを初期き裂として読み込む。き裂面は解析対象のメッシュと重なるように作成する。き裂形状の自由度が高く、複数き裂を初期き裂として定義ができる。一方で、初期き裂のレベルセット値の計算に長時間を要する。また、レベルセット値の精度が若干悪く、前縁の形状が歪むことがある。

2.4.3 き裂前縁の節点の定義

き裂前縁周りの応力拡大係数の分布を計算する必要があるため、き裂前縁は離散化し節点を定義する。き裂前縁の節点は、き裂前縁の曲線が貫通する要素の表面との交点に定義される。要素上にき裂前縁の節点が定義され、また応力拡大係数の算出に多項式近似を用いているため、応力拡大係数の算出精度が要素のサイズに影響を受ける。そのため解析対象の要素サイズは、後述するリファインメント機能も含めて、き裂前縁の節点数を考慮して決定する必要がある。

微小な初期き裂を定義する場合は、微小なサイズの要素を作成する必要がある。だが、解析対象全体に小さな要素を配置することは、多大な計算時間を要するため、初期き裂周辺のみ微小な要素を配置し、計算時間の短縮を図る必要がある。

2.4.4 リファインメント

き裂前縁の周辺のトラス状の範囲内にある要素の分割、細分化を行い、応力拡大係数の算出精度を向上させる。この細分化をリファインメントと呼称している。リファインメントは1回の操作で要素のサイズを1/2にすることができ、四面体要素の場合は8個の四面体要素に分割される。リファインメントは複数回重ねて行うことができるが、複数回重ねて行った場合、要素が歪む恐れがあるため、き裂進展解析では3,4回程度に抑えている。微小なき裂前縁を表現するには、リファインメント前のメッシュにおいて、き裂前縁周辺のみ小さい要素を配置し、リファインメントを3回前後行い目標とする要素サイズとなるようにメッシュを制作する。

2.4.5 き裂進展の角度の設定

3次元形状ではいくつかの算出方法があるが、主に使用するのは次の2つである。(1) モード I, II の応力拡大係数から式(2-13)を用いて進展角度を算出する、(2) 進展角度を計算せずに前縁の方向ベクトルに従い進展させる、である。3次元解析であっても、き裂進展角度が $\beta = 0$ であることが明らかな場合は、(2)の方法を選択するほうが計算時間が短縮できる。

2.4.6 ソースの改良

Code_Aster はオープンソースであるため、主に Fortran90 で記述されているソースコードを改良して、新たな機能の実装が可能である。本研究では、デフォルトではル

ジャンドルの多項式が7次を上限であったものを，ソースコードに10次の多項式まで拡張している．

2.5 第2章結言

第2章では，X-FEM の理論について説明し，き裂の位置の定義方法および，き裂進展解析での K 値の計算方法および，進展量，進展角度の計算方法について述べた．また，X-FEM によるき裂進展解析機能を有しているオープンソースソフトの `Code_Aster` での実装について説明し，またソフトの特徴を説明した

第3章 T 字円筒継手に生じた疲労破面の力学的評価

鋼製の中空円筒を溶接した円筒継手は土木や建築、海洋構造物においてよく用いられている。その継手は円筒が立体的に接合された複雑形状であり、継手近傍の応力状態も複雑となる。その継手が供用中に繰返し荷重を受けた場合、継手近傍の欠陥を起点として疲労破壊が生じる可能性がある。また、発生したき裂も複雑な経路となることが考えられる。円筒構造物の疲労強度評価の高度化のためには、これらの破壊現象を定量的かつ高精度に評価することが重要である。

八木ら [20, 21] は異なる溶接止端半径を持つ T 字円筒継手試験体の疲労試験を実施した。この一連の試験において興味深い疲労破壊現象が報告された。継手近傍で生じた微小な疲労き裂は、溶接止端部に沿って成長し、最終的に大きな貫通き裂となる。その破壊パターンは止端半径の大きさにより異なっていた。さらに、溶接止端半径 ρ が比較的大きな試験体 ($\rho = 11, 16$) において、破面の一部が大きくねじれていた。

本研究では、止端半径の異なる 3 種類の試験体を対象として研究を行った。比較的小さい円筒継手として $\rho = 3$ mm, 比較的大きい円筒継手として $\rho = 11$ mm, その中間として $\rho = 6$ mm の試験体を用いた。最初に $\rho = 3, 6, 11$ mm の試験体に対してき裂発生点近傍の溶接止端形状を忠実に再現した CAD モデルを作成した。四面体要素を用いて FEM モデルを生成し、応力解析を実施した。それぞれのモデルにおいて溶接止端部に沿って最大主応力ベクトルの向きと大きさを評価し、き裂発生位置およびき裂進展方向の予測を行った。さらに、き裂が発生したサドル部での主応力分布を詳細に検討した。疲労試験で得られた結果と比較することで、これまでに得られた知見とともに表面き裂が主管を貫通するまでのき裂進展現象について力学的な考察を行った。次に、X-FEM を用いたき裂進展解析を実施した。疲労試験結果において破面の一部が大きくねじれていることが観察された $\rho = 11$ mm の試験体に対して、微小な表面き裂が進展し主管を貫通、さらに大きな貫通き裂となって進展するまでの解析を実施した。本解析により、疲労試験で観察された破面のねじれをシミュレーションすることが可能となった。さらに、疲労試験結果と得られた解析結果を詳細に検討し、き裂進展経路に関する考察および破面のねじれが生じる力学的メカニズムについて検討した。

3.1 T 字円筒継手の疲労試験

3.1.1 疲労試験概要

$\rho = 3, 6, 11$ mm の溶接止端半径を持つ T 字円筒継手を用いた。ここではき裂進展現象や生成された疲労破面に着目した議論を行う。対象とする継手の材料、溶接条件および疲労寿命の詳細については既報 [22] を参照されたい。

Fig. 3-1 に示す主管と枝管からなる T 字円筒継手に対して疲労試験を実施した。主管と枝管の寸法を以下に示す。主管と枝管は片側溶接されており溶接止端部はグラインダにて滑らかに成形されている。止端半径が異なる以外は同じ製造プロセスで製作された。主管と枝管の寸法を Table 3-1 に示す。

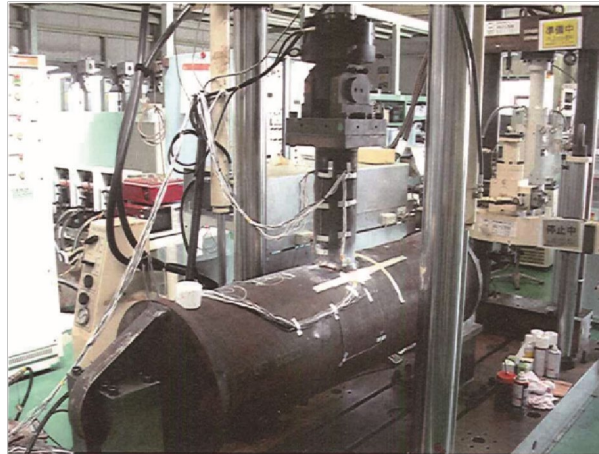


Fig. 3-1 A setting for fatigue testing of a T-shaped tubular joint

Table 3-1 Dimension of the brace and chord

主管	外径 406.4 mm × 板厚 12.7 mm
枝管	外径 139.7 mm × 板厚 5.0 mm

主管の両サイドに支持具を設置しピン結合し、枝管上部に一定荷重振幅の繰返し引張り荷重を与えた。応力比は 0.05 である。疲労試験での引張最大荷重を P_{max} とする。 $\rho = 3$ mm の試験体では $P_{max} = 170$ kN, $\rho = 6$ mm の試験体では $P_{max} = 140$ kN の繰返し荷重を与え疲労き裂が生じた。 $\rho = 11$ mm については $P_{max} = 120$ kN を加えたが 1×10^6 サイクルで run-out し、その後 $P_{max} = 140$ kN の荷重を与えたところ疲労き裂が発生した。全ての試験体で溶接止端部近傍から微小なき裂が発生、表面き裂となり進展した。試験は表面き裂が主管を貫通し、大きな貫通き裂となるまで実施された

3.1.2破面観察

疲労試験により得られた破面観察結果を示す。き裂進展経路と進展時のサイクル数を目視およびビーチマーク法により評価した。疲労試験後の $\rho = 3, 6, 11$ mm の試験体を Fig. 3-2(a)-(c) にそれぞれ示す。また、Fig. 3-3(a)-(c) に円筒表面に生じたき裂進展経路のイラストを示す。図面上部が北側、下部が南側である。ここでは最初にき裂を目視できた状態、き裂が貫通した状態、試験終了時のサイクル数を記してある。Fig. 3-3(a) に示すように枝管を上部から見て 3 時、9 時の位置をクラウン部と呼び、0 時、6 時の位置をサドル部と呼ぶ。

全ての試験体において主き裂は試験体南側のサドル部から生じた。Fig. 3-2(a) の止端半径が比較的小さい $\rho = 3$ mm の試験体では複数の表面き裂が溶接止端部に沿って生じ、それらが合体して進展した。一方、止端半径が比較的大きい $\rho = 11$ mm の試験体では、単一の表面き裂がサドル部に発生し、進展初期は止端部に沿って、き裂が大きくなるに従い止端部から徐々に逸れて主管長手方向に進展した。止端半径が中間の $\rho = 6$ mm の試験体では初期き裂発生数、進展経路とも $\rho = 3, 11$ mm の中間の結果が得られた。



Fig. 3-2 Overall view of fractured test specimens [(a) $\rho = 3$ mm, (b) $\rho = 6$ mm, (c) $\rho = 11$ mm]

Fig. 3-4(a)-(c) に疲労試験後のサドル部を南北方向に切断した主管側の断面画像を示す。Fig. 3-3(a)-(c) の赤い破線で囲まれた主管断面 (図中 $x-z$ 断面) に対応する。それぞれ $\rho = 3, 6, 11$ mm の結果である。主管表面から発生したき裂は約 10-15 度の角度で板厚の 8 割程度まではほぼ直線状に進展し、その後、傾斜角度が大きくなり主管を貫通した。また、全ての試験体で同様の傾向が得られている。Fig. 3-4(c) ではき裂発生部近傍で主管表面の傾斜がやや変化している点がある。この部分がこの試験体の R 止まりであり、ここでは Radiused weld toe と呼ぶ。

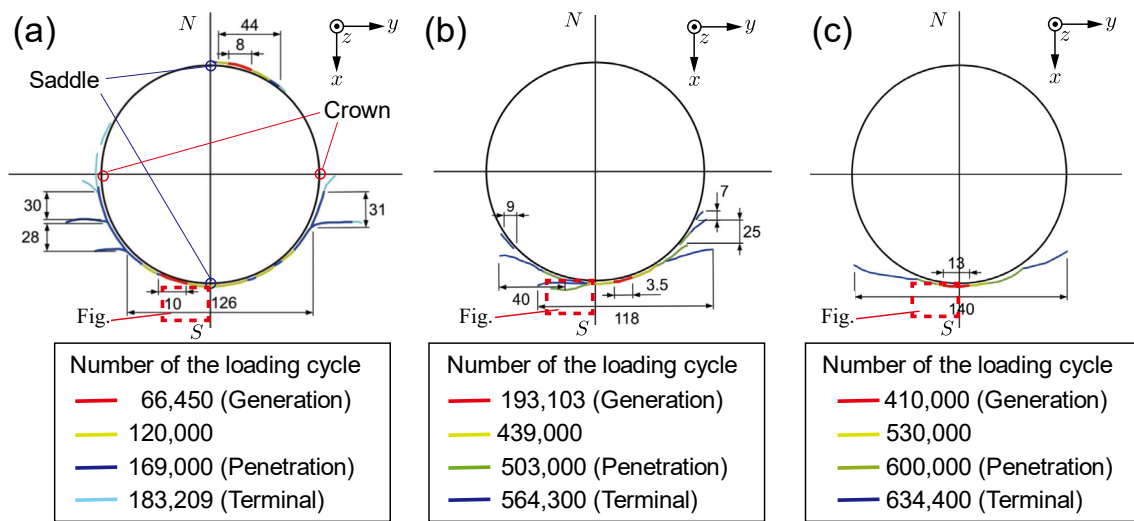


Fig. 3-3 Crack trajectories on the specimen surface [(a) $\rho = 3\text{mm}$, (b) $\rho = 6\text{mm}$, (c) $\rho = 11\text{mm}$]

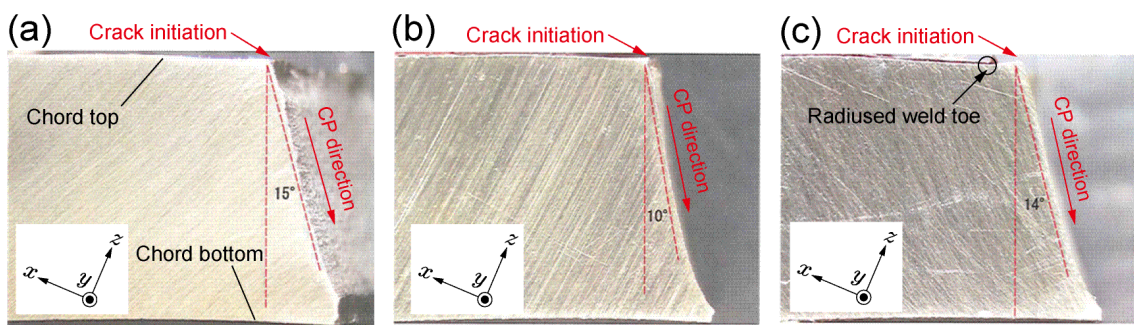


Fig. 3-4 Cross-sections of test specimens at saddle [(a) $\rho = 3\text{mm}$, (b) $\rho = 6\text{mm}$, (c) $\rho = 11\text{mm}$]

疲労試験後の破壊した試験体の画像を Fig. 3-5(a), (b) に示す. それぞれ $\rho = 6, 11\text{ mm}$ の試験体である. Fig. 3-5(a) に示すように $\rho = 6\text{ mm}$ の試験体ではサドル部から表面き裂が発生し貫通き裂となり, いくつかのき裂に枝分かれしながら進展した. また, Fig. 3-5(a) に示す点 A までは溶接止端部に沿う形で, その後, 止端部から徐々に離れる形で破壊が生じた. 対称なきき裂進展経路が得られており, 溶接止端部で主管表面に対してほぼ垂直に貫通して破断した.

Fig. 3-5(b) に示す $\rho = 11\text{ mm}$ の試験体においてもサドル部からき裂が発生し, き裂が小さいときには溶接止端部に沿う形で, その後, 大きくなるに従って止端部から離れる形で進展した. その経路はほぼ対称である. Fig. 3-5(b) の点 B に着目すると, この点を境に円筒表面のき裂進展経路が変化していることが分かる. さらに, き裂が点 B を通過した後の領域 C では破面が大きくねじれていることが観察できる. 一方, このような破壊挙動は Fig. 3-5(a) に示す $\rho = 6\text{ mm}$ の試験体では見られない. このことからこの破面のねじれは比較的大きな溶接止端半径を持つ円筒継手で発生するものと考えられた.

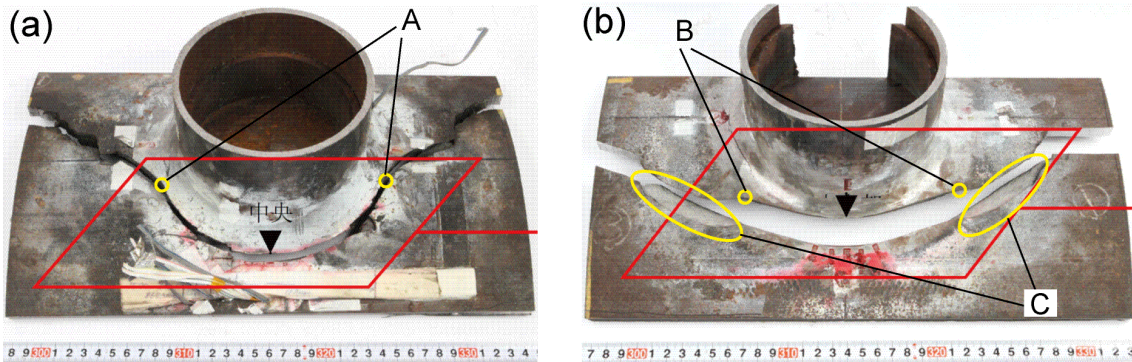


Fig. 3-5 Fractured test specimens after the testing [(a) $\rho = 3\text{mm}$, (b) $\rho = 6\text{mm}$, (c) $\rho = 11\text{mm}$]

3.2 数値解析による疲労き裂進展現象の力学的評価

前章で示した円筒継手のき裂進展現象に対して FEM と X-FEM を用いて力学的な評価を行った。ここでは円筒継手のモデル化と FEM, X-FEM の概要について説明する。

3.2.1 円筒継手のモデル化と FEM モデル

応力解析およびき裂進展解析を行うにあたり $\rho = 3, 6, 11\text{ mm}$ の円筒継手の CAD モデルを生成した。疲労試験前の試験体でき裂発生点近傍の溶接止端形状が記録されており、その止端形状に合うようにモデル化した。そのモデルをメッシュ生成ソフトウェアにインポートし、FEM モデルを作成した。メッシュ生成には TSV-Pre [23]、ソルバーには MSC.NASTRAN [24] を用いた。

Fig. 3-6(a)-(c) に $\rho = 3, 6, 11\text{ mm}$ の疲労試験前のき裂発生点での止端形状と FEM モデルを示す。溶接止端形状を良好にモデル化できていることが分かる。また、 $\rho = 3\text{ mm}$ の FEM モデル全体を Fig. 3-7 に示す。問題の対称性のため 1/4 モデルを用い、四面体二次要素を用いてメッシュ分割を行った。構造全体を一辺約 9 mm 、溶接止端近傍では一辺約 0.1 mm の要素で分割した。それぞれ約 200-300 万要素のモデルである。溶接部を含めた円筒構造全体を線形弾性体として、ヤング率 $E = 206,000\text{ MPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。境界条件として主管の端部を完全拘束、枝管端部に 70 kN の引張荷重を加えた。

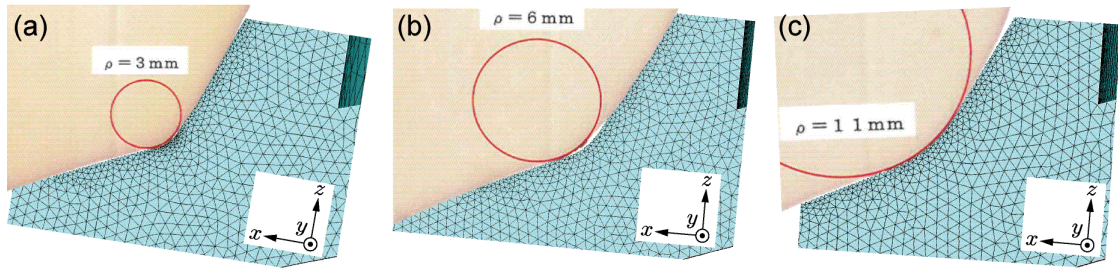


Fig. 3-6 Cross-section of the FE models at saddle [(a) $\rho = 3$ mm, (b) $\rho = 6$ mm, (c) $\rho = 11$ mm]

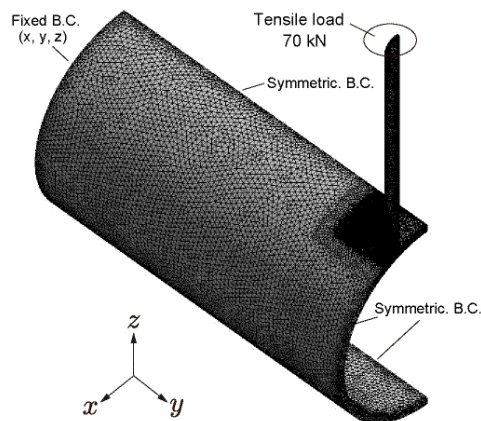


Fig. 3-7 FEM model for $\rho = 3$ mm

3.2.2 X-FEM を用いたき裂を含む円筒継手のモデル化

過去の研究で著者らが使用してきた材料定数 $C = 2.66704 \times 10^{-11}$ m/cycle, $m = 2.75$ および $\Delta K_{th} = 1.99223 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ [25] を用いた. 本研究では円筒継手内に生じた破面生成に関する力学的評価を主目的としており, 線形破壊力学にもとづく一般的なき裂進展解析では同じき裂進展クライテリアを用いた場合, C, m の材料定数が異なっても数値誤差を除いて同じき裂進展経路となる.

本解析では式 (2-10) で示すき裂進展量 da_{max} を設定し, 各計算ステップでのサイクル数を決定した. R_{sup} 以上の値をき裂進展量の最大値 da_{max} として与えた. 具体的には, 初期き裂に対して $R_{sup} = 0.015$ mm, $R_{inf} = R_{sup}/2$ として $da_{max} = 0.04$ mm, また, き裂がある程度大きくなった後は $R_{sup} = 0.5$ mm, $R_{inf} = R_{sup}/2$ として $da_{max} = 0.5$ mm を用いた. このき裂進展量を選択することで滑らかなき裂進展経路を得ることを確認した.

$\rho = 11$ mm の継手に対して X-FEM による解析を行った. X-FEM モデルを Fig. 3-8(a) に示す. 1/2 モデルを用い, 主管および枝管の交差部で四面体一次要素を用い, その外側の領域は六面体一次要素でモデル化した. 境界条件は FEM モデルと同様に主

管端部を完全拘束および対称条件を与えた。また、枝管端部に荷重範囲として 133 kN を与えた。構造全体を約 5 mm，き裂挿入部では約 0.001 mm の要素を用いた。初期モデルの要素数は約 65 万である。

Fig. 3-8(b) にき裂挿入部近傍のモデル図を示す。Code_Aster の 3 次元 X-FEM 機能ではき裂形状を陽に定義せずレベルセット関数で定義する。初期き裂が基本的な幾何学形状である場合は comm ファイルにパラメータを入力することで設定できる。今回は半楕円形として、長軸、短軸の方向ベクトルとそれぞれの長さを設定している。初期き裂として幅 $2c = 0.4$ mm，深さ $a = 0.2$ mm の半円状とした。次章で述べる FEM による応力解析からサドル部で主応力が最大となる位置を決定し、その位置に初期き裂を定義した。初期き裂の深さ方向は最大応力位置の形状表面の法線方向とし、幅方向は主管の軸方向とした。

微小な表面き裂が進展し、主管を貫通、さらに貫通き裂となって進展するまでの解析を行った。本ソフトウェアではき裂形状はレベルセット法を用いて定義するため曲面形状を有する 3 次元き裂でも取り扱いやすい。また、表面き裂から貫通き裂に進展する際は、一つの表面き裂前縁を複数に分岐させるために branch オプションを comm ファイルに作成し表面き裂から貫通き裂へ進展する解析が可能である。

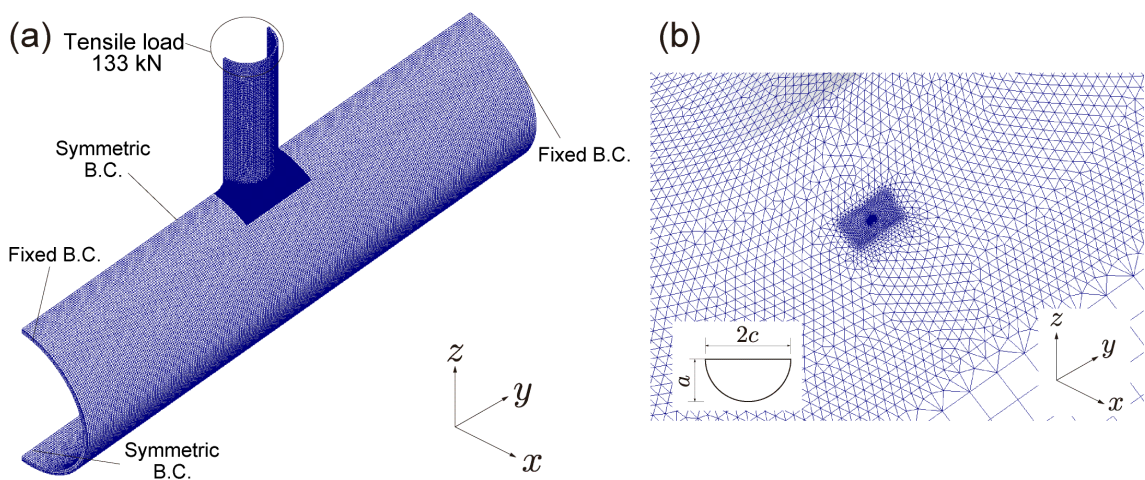


Fig. 3-8 X-FEM model for $\rho=11$ mm [(a) Overall view, (b) Close-up view around the initial crack].

3.3 解析結果と考察

3.3.1 円筒表面の応力分布

FEM を用いて円筒表面の最大主応力分布を検討した。Fig. 3-9(a) に $\rho = 3$ mm の枝管周りの主応力分布を示す。さらに、Fig. 3-9(b) に $\rho = 3, 6, 11$ mm のモデルのサドル

部からクラウン部にかけて主応力が最大箇所での主応力ベクトルの向きと大きさを示す。

Fig. 3-9(a), (b) で分かるように全てのモデルでサドル部での主応力の向きは同じであり値も最大である。止端半径が小さい方が主応力が全体的に大きい。また、止端半径の小さいモデルではサドル部からクラウン部に沿う溶接止端部で主応力ベクトルの向きが溶接止端部に対して垂直方向であるのに対して、止端半径の大きなモデルでは主応力ベクトルの向きが徐々に変化していることが分かる。

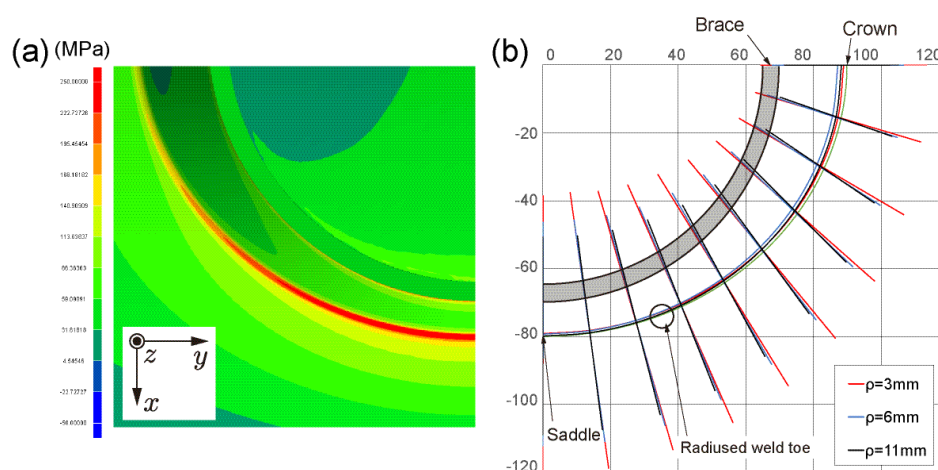


Fig. 3-9 Max principal stress distributions from saddle to crown for the tubular joints [(a) Visualization of the stress distributions for $\rho = 3$ mm, (b) Results for $\rho = 3, 6$ and 11 mm].

Fig. 3-2(a)-(c) や Fig. 3-3(a)-(c) の疲労試験結果を見ると、疲労き裂はサドル部近傍から生じていることが分かる。また、止端半径が小さいモデルではき裂は溶接止端部に沿って進展する傾向がある。さらに、止端半径が大きいモデルでは最初は溶接止端部に沿って進展しているが、ある程度の大きさになると溶接止端部からそれて主管長手方向にき裂が進展する傾向にあることが分かる。

き裂は応力集中部から発生する可能性が高く、主応力方向と直角方向に進展する傾向があることが知られている。ここで示した応力解析結果からもき裂はサドル部近傍から発生し、止端半径が小さいモデルでは溶接止端部に沿って進展することが予測できる。一方、止端半径が大きくなると、サドル部近傍では溶接止端部に沿って進展するが、徐々に止端部からそれることが予測される。これらは疲労試験結果と同様の傾向を示している。

3.3.2 サドル部近傍の応力分布

さらにサドル部近傍の応力を詳細に調査した。Fig. 3-10 にサドル部断面の FEM モデ

ルを示す. ここで点 D を R 止まり (Radiused weld toe) とする. $\rho = 3, 6, 11$ mm の試験体の点 D を基準として前後 5 mm で評価したサドル部近傍の主応力分布を Fig. 3-11 に示す. Fig. 3-10 に示すように溶接部に向かう方向を正, その逆を負としている. この結果を見ると止端半径が小さいほど主応力の最大値が大きく, また止端半径が大きくなるに従って応力のピーク値が点 D から離れていくことが分かる.

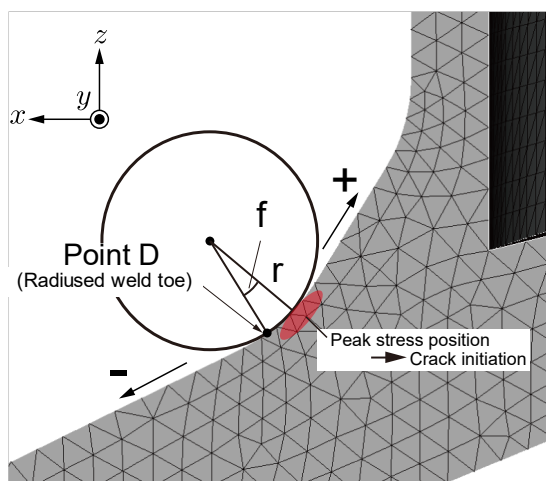


Fig. 3-10 Definition of the radiused weld toe

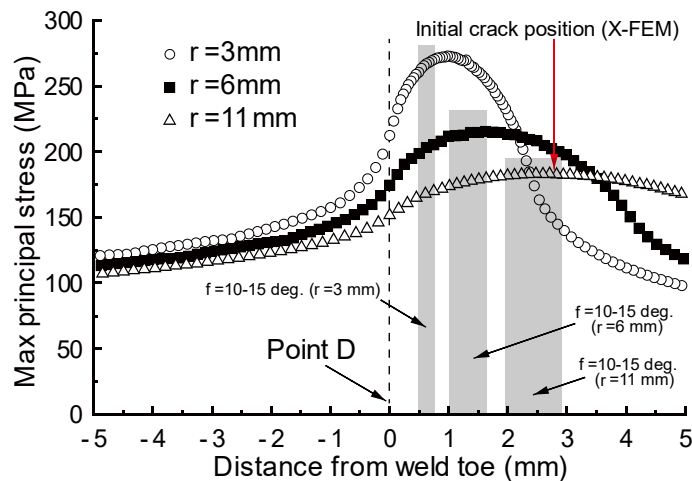


Fig. 3-11 Max principal stress distributions around saddle for $\rho = 3, 6, 11$ mm

Fig. 3-4(a)-(c) で観察されたき裂発生点について考察を行った. き裂発生点について Fig. 3-10 と照らし合わせてみると, 止端半径が比較的小さい Fig. 3-4(a), (b) では, 主管のほぼ平坦な部分, すなわち点 D の近傍で発生していることが分かる. 一方, Fig. 3-4(c) ではき裂発生部が主管表面より若干傾斜した部分から生じていることが分かる. つまり, 点 D より正の方向で破壊が生じたと考えられる.

き裂は応力集中部から発生する傾向があるため, Fig. 3-11 に示すように, 止端半径が

小さい場合は R 止まり近傍で、また大きくなるに従い R 止まりからやや離れた領域で破壊が発生したことが推測される。

3.3.3 サドル部でのき裂深さ方向の進展角度

X-FEM を用いて $\rho = 11 \text{ mm}$ のモデルに対してき裂進展解析を実施した。Fig. 3-11 で示す最大応力位置近傍に初期き裂を挿入し、表面き裂が進展、主管を貫通、さらに貫通き裂となって進展するまでの解析を行った。

解析により得られた円筒表面でのき裂進展経路を Fig. 3-12(a) に、主管板厚方向の進展経路を Fig. 3-12(b) に示す。Fig. 3-12(a) に示すようにサドル部に存在した小さな表面き裂が進展初期では溶接止端部に沿って、その後、溶接止端部から離れる形で進展していることが分かる。また、Fig. 3-12(b) に示すようにサドル部にあった初期き裂は主管板厚方向に直線状に進み、板厚の 8 割程度から大きく曲がり、主管を貫通する方向に進んでいることが分かる。き裂深さ方向およびき裂幅方向に曲面形状を持つ、いわゆる doubly-curved surface 状の表面き裂となる。次に、表面き裂が貫通するまでの応力拡大係数を評価した。

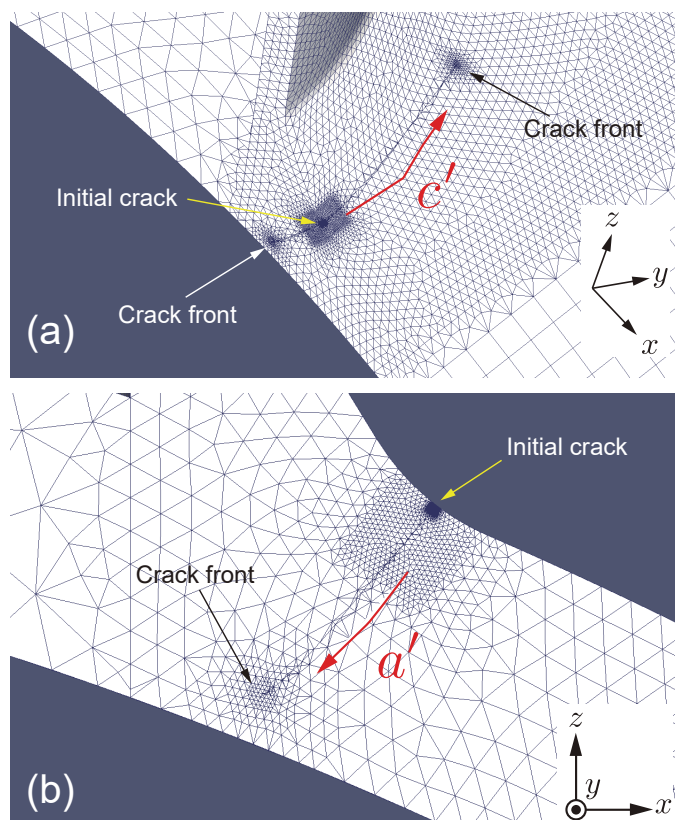


Fig. 3-12 Crack trajectory evaluated by X-FEM [(a) Top surface of the joint, (b) Cross-section of the chord]

Fig. 3-12(a), (b) に示すようにき裂幅方向 c' および深さ方向 a' として表面き裂に沿う形で座標を定義した. Fig. 3-13(a) にき裂マウス部の応力拡大係数を, Fig. 3-13(b) にき裂最深部での応力拡大係数を評価した結果を示す. また, 比較として文献 [3] で実施した四面体二次要素を用いた FEM によるき裂進展解析の結果を示す. 初期き裂から板厚の約半分までの結果を示している. 参照解で用いている方法とは数値解析法, き裂のモデル化, 応力拡大係数の評価方法は異なるものの妥当な結果が得られている. よって, X-FEM においても高精度なき裂進展解析が実施できたことを確認した.

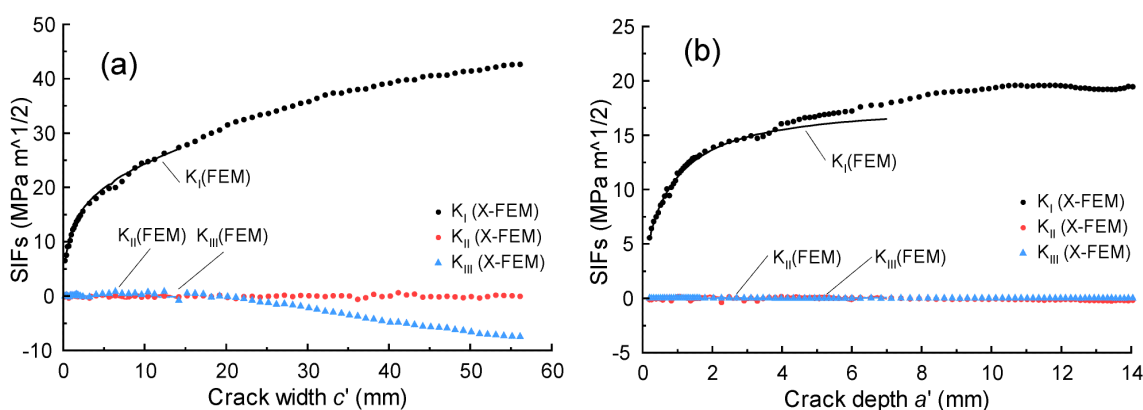


Fig. 3-13 SIFs results evaluated by X-FEM [(a) At mouth c' , (b) At deepest point a']

Fig. 3-4(a)-(c) に示したサドル部でのき裂深さ方向の進展角度について考察を行った. Fig. 3-10 に示すように R 止まりから溶接部に向かう方向に角度 ϕ を定義し, Fig. 3-11 の応力集中箇所との関係性について調査した. $\rho = 3, 6, 11$ mm の各モデルでの角度 $\phi = 10 \sim 15$ 度の範囲を Fig. 3-11 に示す. それぞれの範囲は FEM による応力解析での最大応力近傍に位置していることが分かる. き裂は応力集中部から発生する可能性が高いこと, また主応力と直角方向に生じることを考えると, $\phi = 10 \sim 15$ 度の近傍で継手表面に対して表面き裂が垂直に発生することが力学的に考えられる. さらに Fig. 3-12(b) に示すように発生した初期のき裂はほぼ直線状に進み, Fig. 3-4(a)-(c) の破面観察で示されているように主管内を約 $10 \sim 15$ 度の角度で成長し, 板厚の 8 割程度を過ぎると大きく曲がって主管を貫通することが予測される.

3.3.4 破面のねじれ

X-FEM を用いて表面き裂が成長, 貫通し, 大きな貫通き裂となるまで解析を行った. X-FEM により得られるサイクル数は, 今回使用しているパリス則の値 C, m [25] によって得られた値であり, Fig. 3-3 で示した実際の疲労寿命とは異なる.

Fig. 3-8(b) に示す初期き裂の状態を 0 サイクルとして表面き裂として成長, 約 311,000

サイクルで主管を貫通した。Fig. 3-14(a) に X-FEM で得られたき裂進展経路を示す。Fig. 3-5(b) で得られた破面観察と同様に、点 B' において円筒表面のき裂進展経路が変化していることが分かる。また、Fig. 3-14(b) は Fig. 3-14(a) の変形を 20 倍したものであり、X-FEM モデルの主管断面の破面を観察することができる。領域 C' において破面が大きくねじれていることが分かる。

Fig. 3-2(b) および Fig. 3-14(a) から抽出した円筒表面のき裂進展経路を Fig. 3-15 に示す。X-FEM による解析により疲労試験結果により得られた経路と類似の結果を得ることができた。また、Fig. 3-15 にき裂が貫通した時点のき裂幅を示す。疲労試験ではき裂幅約 110 mm でき裂が貫通した。X-FEM 解析ではき裂幅約 121 mm でき裂が貫通した。疲労試験および X-FEM による解析の両方で、き裂が貫通した後にき裂進展経路が変化していることが分かる。

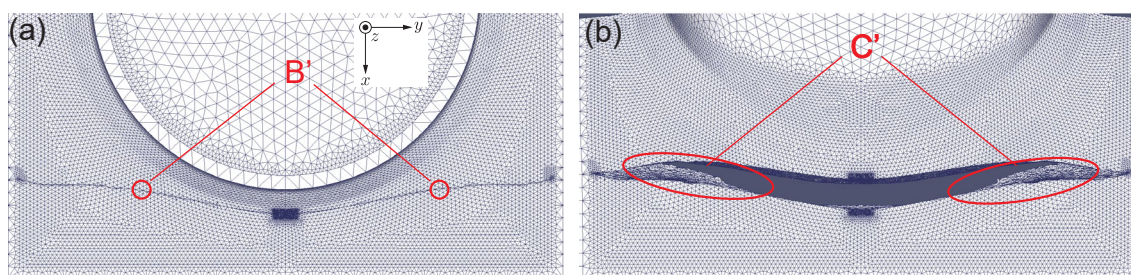


Fig. 3-14 Crack trajectory and fracture surface evaluated by X-FEM [(a) Crack trajectory on the specimen surface, (b) Fracture surface along chord plate thickness direction (the deformation is enlarged 20 times).]

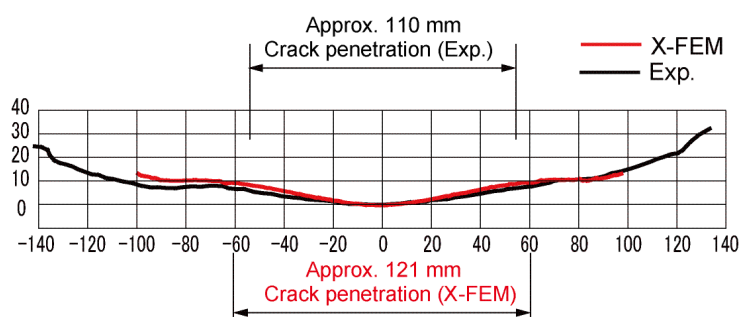


Fig. 3-15 Comparison of the crack trajectory between X-FEM result and fatigue testing result for $\rho = 11$ mm

このことについて X-FEM による解析結果を用いて詳細な検討を行った。Fig. 3-16(a), (b) に X-FEM 解析により得られたサドル部断面画像を示す。それぞれき裂貫通直前 (約 311,000 サイクル)、き裂貫通後 (約 353,000 サイクル) に対応する。ここで、主管表面と裏面でき裂開口変位を距離の絶対量として定義した。それぞれ COD(top),

COD(bottom) に対応する。各き裂進展サイクルに対するそのき裂開口変位の遷移を Fig. 3-17 に示す。Fig. 3-16(a), (b) の状態も図中に示してある。主管裏面のき裂開口変位はき裂が貫通するまで変化がない。一方、主管表面のき裂開口変位はき裂が貫通する以前も徐々に大きくなっていることが分かる。これは Fig. 3-16(a) に示すように継手表面部で表面き裂が開閉口を繰り返していることを意味する。一方、き裂が貫通したサイクル数前後で COD(top), COD(bottom) が急激に増加していることが確認できる。Fig. 3-16(b) を見るとき裂が貫通し、き裂貫通前と異なり大きく変形している。また変形の方法も貫通前とは異なる。

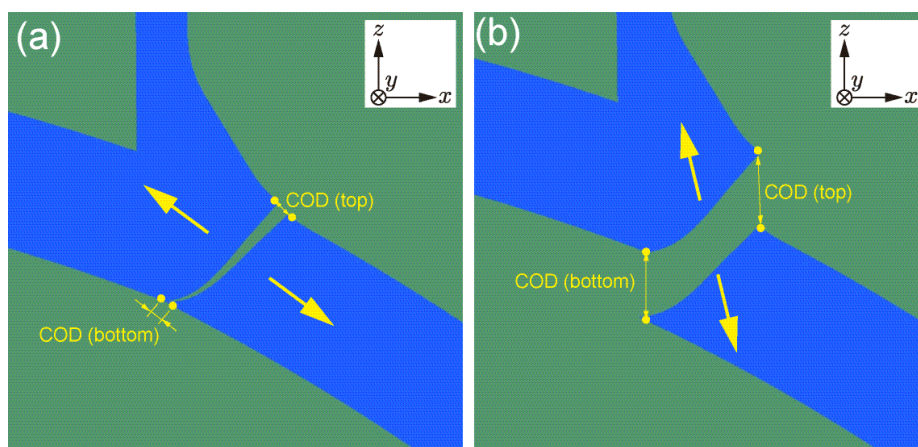


Fig. 3-16 Cross-section of saddle part of X-FEM computation (deformation is enlarged 5 times)
[(a) Before crack penetration, (b) After crack penetration]

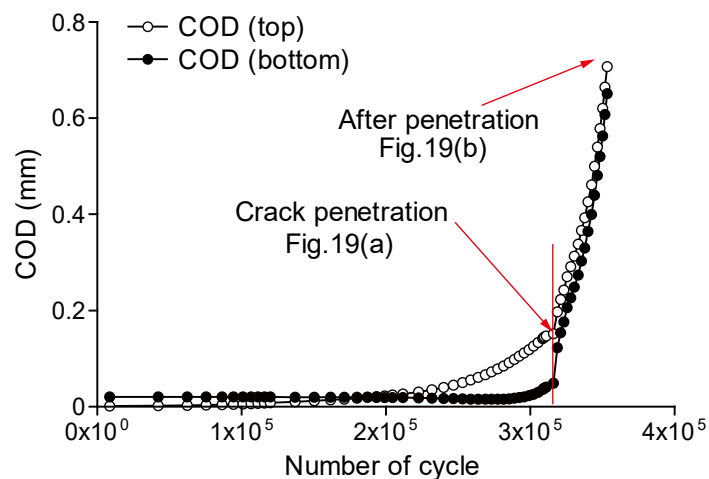


Fig. 3-17 Variation of the CODs before/after the penetration

き裂貫通前後の円筒継手の変形について考察を行った。き裂貫通前後のサドル部で切断した $x-z$ 断面のイラストを Fig. 3-18(a), (b) に示す。Fig. 3-18(a) に示すように、き裂が貫通するまでは主管は面内変形が支配的となる。一方、き裂貫通後は、枝管に主管

が引っ張られ、片持ち梁のような状態になり曲げ変形が生じる。また、き裂が貫通する領域が大きくなると曲げ変形も大きくなる。以上のような理由により、き裂貫通前後で大きく変形が異なることが考察できる。

き裂貫通前後で開口量が大きく変化すること、また、き裂開口モードが大きく変化することにより、破面に負荷する荷重および方向が異なってくることにより、ねじれを持つ破面が生成されたことが考察できる。

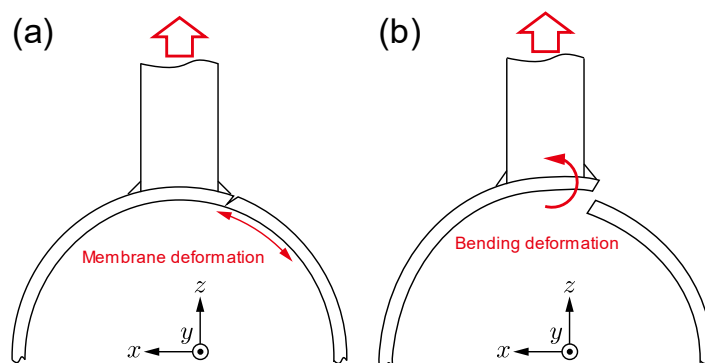


Fig. 3-18 A schematic illustration of deformation of the joint before/after the crack penetration
[(a) Before crack penetration, (b) After crack penetration]

3.4 第3章結言

本研究では溶接止端半径の異なる円筒継手に生じた疲労破面に対して FEM および X-FEM を用いて力学的評価を行った。疲労試験では主管と枝管の交差部で興味深い破壊形態を観察することができた。またその破壊形態は溶接止端部の止端半径の大きさに異なっていた。さらに比較的大きな止端半径を持つ円筒継手において疲労破面がねじれる現象が観察された。これらの破壊形態に対して FEM を用いた応力解析および X-FEM を用いたき裂進展解析を行うことで力学的な評価を行った。

今回用いた数値解析法により、円筒継手の疲労試験で得られた破壊形態を議論することが可能となった。さらに、破面のねじれが生じる現象について表面き裂の貫通前後の開口量および開口モードが大きく影響していることが分かった。主管表面でのき裂進展経路に関しては疲労試験から得られた画像より定量的な評価を行うことができた。主管板厚方向の変化については詳細な測定結果との比較を実施できてはいないが、得られた疲労試験画像とき裂進展解析結果を照らし合わせて定性的には評価できたと考えられる。

第4章 き裂の分岐, 二つの表面き裂の合体解析

X-FEM でき裂が分岐や結合を経て進展していく解析の精度を検証するため, オープンソースソフトウェア Salome を用いて三次元ソリッドモデルを作成し, 平板の分岐前後および結合前後のき裂形状における応力拡大係数の算出を行った.

4.1 表面き裂の分岐進展解析

4.1.1 き裂の分岐方法

Code_Aster ではき裂を定義できる領域をソリッドで決めることができ, 平板においてはモデル全体を選択する. Fig. 4-1 に半楕円上の表面き裂が貫通き裂へ遷移する過程を示す. ここで解析モデルの板厚を t とし, 初期き裂のき裂深さを a , 先端形状を A-B-C で表す. 初期き裂が進展していき $a=t$ となったき裂先端形状は D-E-F で表され, き裂の貫通を意味する. 従来の FEM ではき裂が貫通する前に Fig. 4-2 に見られるようにメッシュ分割が非常に困難となるが, X-FEM では貫通後にき裂先端形状を G-H と I-J の2つに分岐させ, 2つのき裂前縁でそれぞれスムージングを行うことで貫通き裂として進展させることができる. 本章では平板中の表面き裂の分岐前後における応力拡大係数の精度の検証を行う.

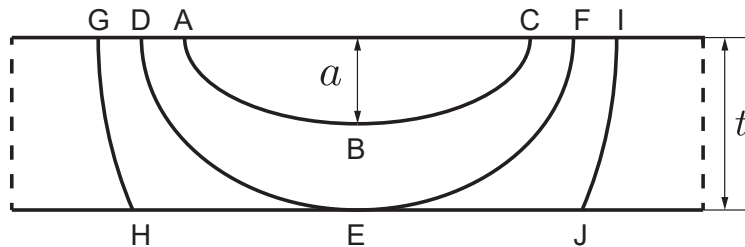


Fig. 4-1 Crack transition process

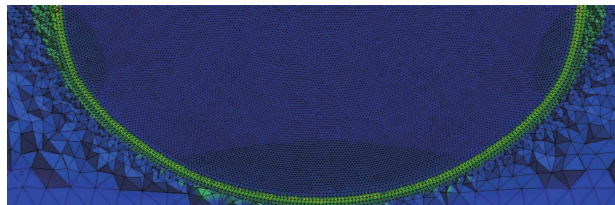


Fig. 4-2 FEM Crack

4.1.2 き裂分岐前の応力拡大係数の評価

Fig. 4-3 に解析で用いるモデルを示す. $L = W = 20.0 \text{ mm}$, $t = 2.0 \text{ mm}$ の平板中央部にき裂長さ $2c = 2.0 \text{ mm}$, き裂深さ $a = 0.4 \text{ mm}$ の表面き裂が存在する. 荷重条件は一様な引張応力が加わるように両面に $P = 1.0 \text{ MPa}$ を与え, 物性値は鋼材を想定してヤング率を $E = 206,000 \text{ MPa}$, ポアソン比を $\nu = 0.3$ とした. X-FEM の精度検証のため, 汎用 FEM ソフトである TSV [23] を用いてき裂進展解析を行い, 各ステップにおけるき裂形状を X-FEM および平板中の表面き裂の参照解として用いられる Raju-Newman [26] の式に組み込むことにより, それぞれで得られる応力拡大係数の比較を行った.

解析で用いた FEM モデルは四面体二次要素を用いて作成し, 節点数は 1,082,358, 要素数は 765,990 である. また X-FEM のモデルは四面体一次要素を用いて作成し, き裂前縁の要素サイズによる精度の検証を行うため, 3つのモデルを作成した. 各モデルのき裂前縁の一辺の最大要素サイズ, 節点数および要素数を Table 4-1 に示す. ここで, 領域積分で用いるき裂前縁を取り囲む領域のリファインメント回数を 4 回とし, 応力拡大係数は 5 次のルジャンドル多項式でスムージングを行った. 結果は縦軸を応力拡大係数 K_I , 横軸を Fig. 4-4 に示す離心角 ϕ のグラフで表す.

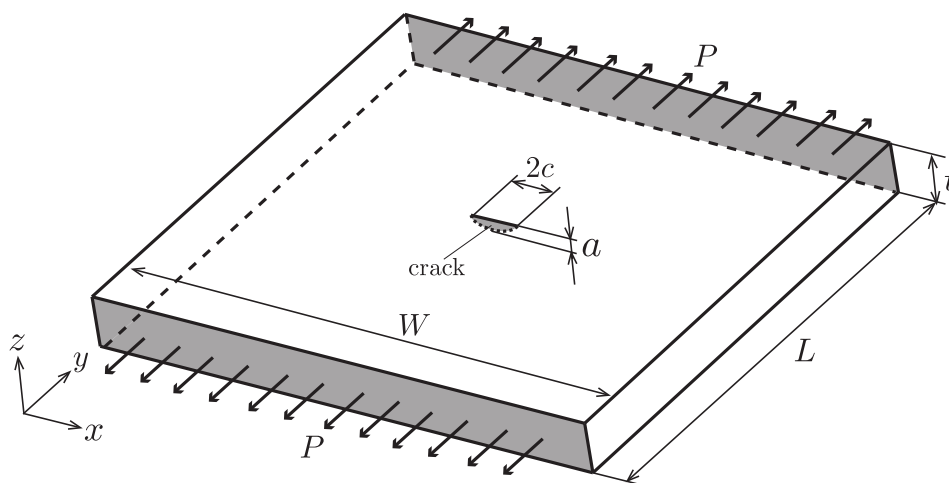


Fig. 4-3 Flat plate with semi-elliptical crack

Table 4-1 Parameters of the models

model	mesh size (mm)	nodes	elements
1	0.25	14,575	65,268
2	0.125	46,335	235,656
3	0.1	47,039	24,0864

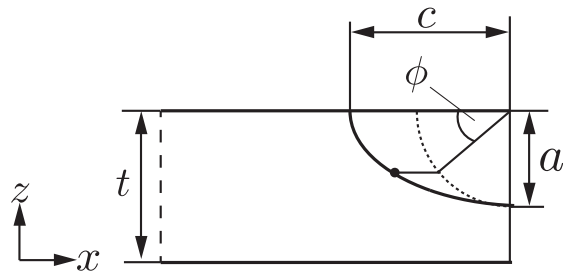


Fig. 4-4 Eccentric angle ϕ in a semi-elliptical crack

各き裂深さにおける応力拡大係数の結果を Fig. 4-5, Fig. 4-6 に示す. これより, 各き裂深さにおいて X-FEM と FEM の応力拡大係数は概ね一致するが, Raju-Newman の解はき裂深さが大きくなるほど値がずれてくるのが分かる. これは Raju-Newman の式は $0 < a/c \leq 1.0$, $0 < a/t \leq 1.0$, $2c/W < 0.5$ の範囲で有効であるとされているが, $0.8 < a/t \leq 1.0$ における応力拡大係数の妥当性が検証されていないことが要因であると思われる. また X-FEM のき裂前縁の要素サイズの検証において, 要素サイズが最も大きい model 3 ではき裂深さが小さいと応力拡大係数が小さく表れるが, き裂深さが $a/t \geq 0.8$ の範囲において応力拡大係数が FEM の結果と概ね一致することを確認できた.

ここで, き裂分岐前の X-FEM の精度の検証を行うため, き裂分岐前後の応力拡大係数を算出している三好ら [27] の解を用いて, $0.8 \leq a/t < 1.0$ の範囲の応力拡大係数の比較を行った. 参照解との比較のため, 各アスペクト比に対するき裂およびモデルの寸法値が Table 4-2, Table 4-3 となるように作成した.

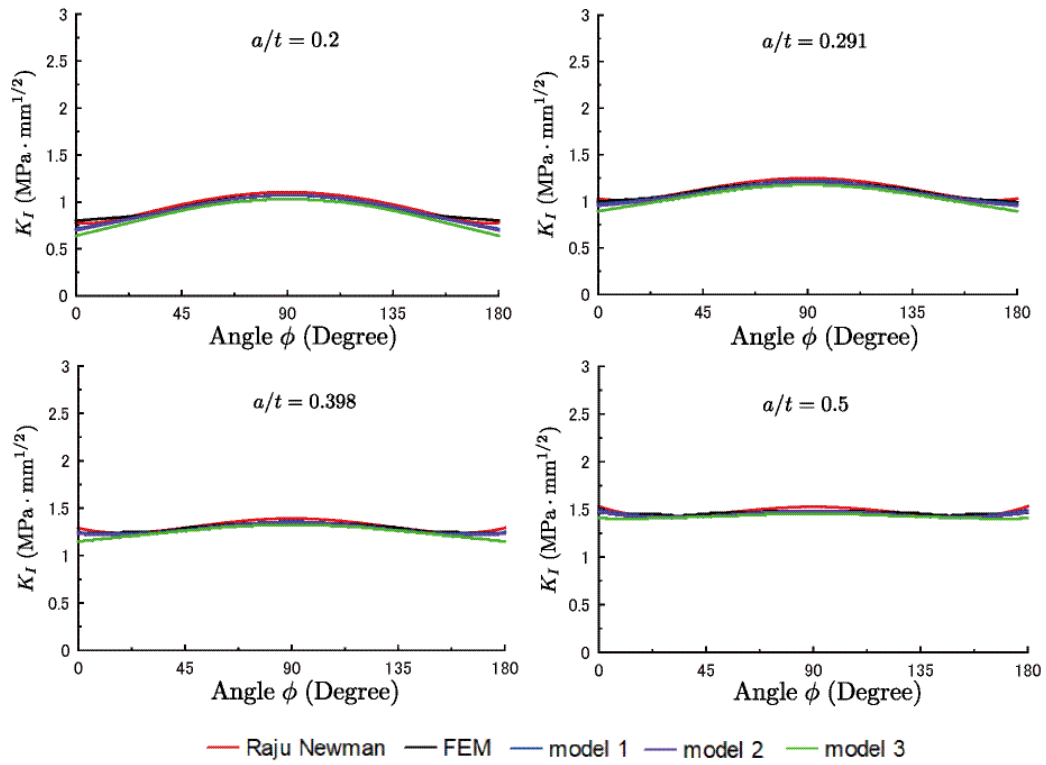


Fig. 4-5 K_I ($a/t=0.2 - 0.5$)

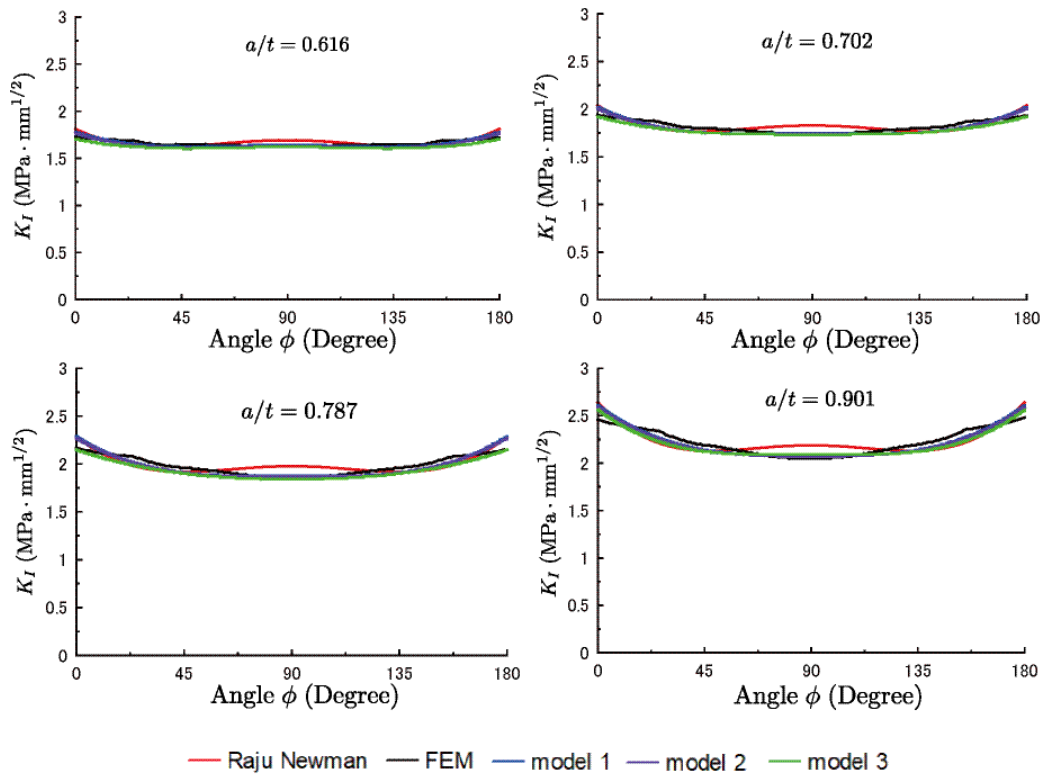


Fig. 4-6 K_I ($a/t=0.6 - 0.9$)

Table 4-2 Model parameters ($a/c=0.6$, $t=1.5$, $2c/W=0.25$)

a/t	a (mm)	c (mm)	W (mm)
0.8	1.2	2.0	16
0.85	1.275	2.125	17
0.9	1.35	2.25	18
0.95	1.425	2.375	19

Table 4-3 Model parameters ($a/c=0.8$, $t=2.0$, $2c/W=0.25$)

a/t	a (mm)	c (mm)	W (mm)
0.8	1.6	2.0	16
0.85	1.7	2.125	17
0.9	1.8	2.25	18
0.95	1.9	2.375	19

Fig. 4-7, Fig. 4-8 に各アスペクト比における応力拡大係数の比較を示す．ここで、き裂近傍の最大要素サイズを 0.25 mm、リファインメント回数を 4 回、5 次の多項式でスムージングを行っており、応力拡大係数が参照解と概ね一致することが確認できる．したがって、き裂分岐前においては比較的粗い要素分割で応力拡大係数の精度を得ることが可能である．

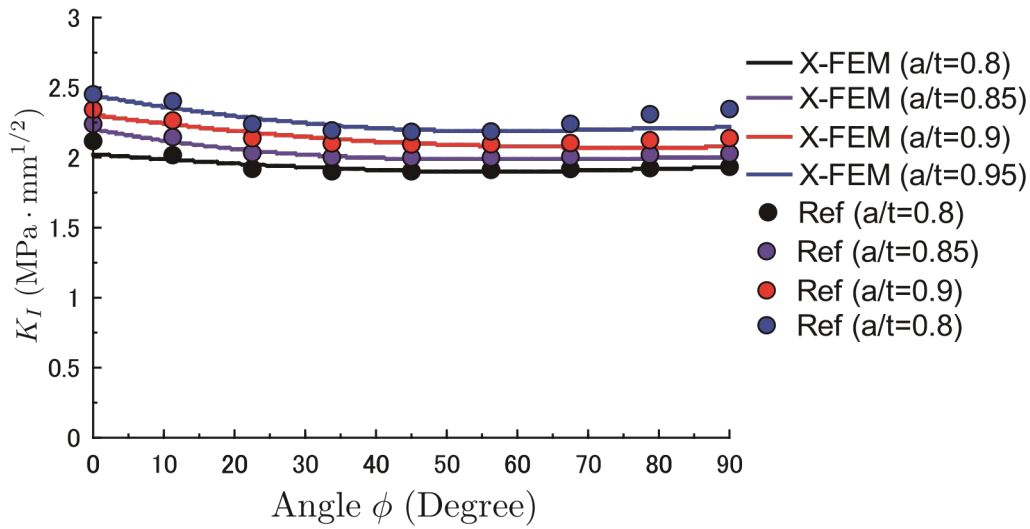


Fig. 4-7 K_I ($a/c=0.6$)

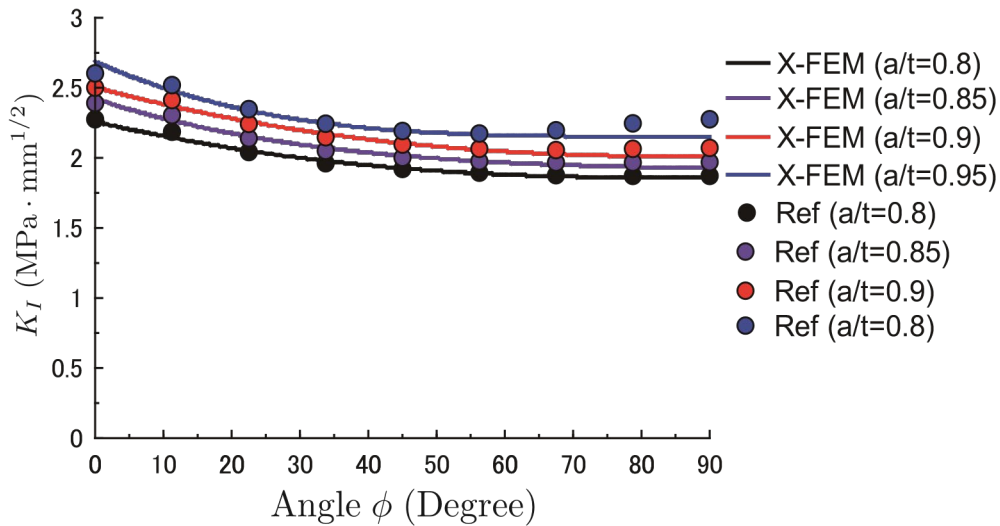


Fig. 4-8 K_I ($a/c=0.8$)

4.1.3 き裂分岐後の応力拡大係数の評価

き裂分岐後の応力拡大係数の評価方法として、Fig. 4-3 に示す表面き裂形状からき裂進展解析を行う。次に、分岐後のき裂を Fig. 4-9 のように半楕円形状と仮定した場合のき裂深さ a を式 (4-1) を用いて逆算し、アスペクト比 a/c 、板厚に対するき裂深さ a/t における応力拡大係数を算出する。ここで、精度の検証には前節で示した三好らの解を用いており、比較のため各アスペクト比に対するき裂およびモデルの寸法値が Table 4-4, Table 4-5 に近くなるようき裂進展解析を行った。結果は縦軸を応力拡大係数 K_I 、横軸を Fig. 4-9 に示す離心角 ϕ のグラフで表す。

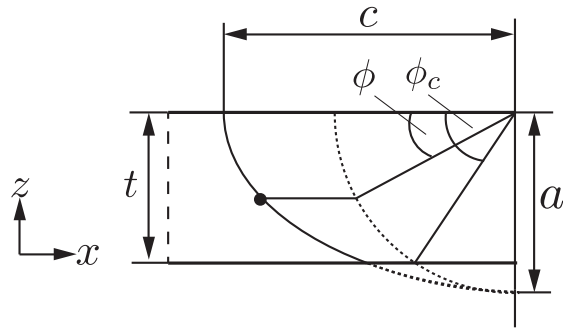


Fig. 4-9 Eccentric angle ϕ for through the thickness crack

$$a = \sqrt{\frac{z^2}{1 - \frac{x^2}{c^2}}} \quad (4-1)$$

Table 4-4 Model parameters ($a/c=0.6$, $t=1.5$, $2c/W=0.25$)

a/t	a (mm)	c (mm)	W (mm)
1.05	1.575	2.625	21
1.1	1.65	2.75	22
1.15	1.725	2.875	23
1.2	1.8	3.0	24

Table 4-5 Model parameters ($a/c=0.8$, $t=2.0$, $2c/W=0.25$)

a/t	a (mm)	c (mm)	W (mm)
1.05	2.1	2.625	21
1.1	2.2	2.75	22
1.15	2.3	2.875	23
1.2	2.4	3.0	24

Fig. 4-10, Fig. 4-11 に各アスペクト比における応力拡大係数の比較を示す。ここで、き裂近傍の最大要素サイズを 0.1 mm, リファインメント回数を 5 回, 7 次のルジャンドル多項式でスムージングを行った。き裂分岐前と比べてき裂近傍の要素サイズを細分

化し、多項式の次数を上げることで $a/t = 1.15$ および $a/t = 1.2$ において応力拡大係数と参照解が概ね一致することが確認できた。しかし、各アスペクト比の $a/t = 1.05$ や $a/t = 1.1$ のようなき裂分岐直後に近い形状において、応力拡大係数の最大値を十分に表現するにはさらに細かい要素の分割または高次の多項式でスムージングを行う必要があることが分かる。

ここで、Fig. 4-12, Fig. 4-13 に平均化した 10 次のルジャンドル多項式でスムージングを行い、 $a/t = 1.05$ および $a/t = 1.1$ の形状においてはリファインメント回数を 6 回に増やした結果を示す。これより応力拡大係数が参照解と概ね一致し、高次関数を導入することで応力拡大係数の最大値が表現できることを示せた。

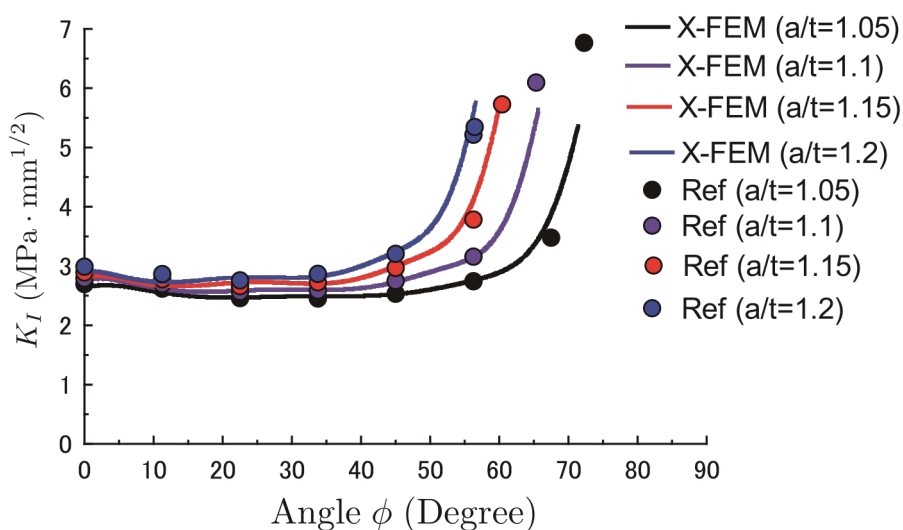


Fig. 4-10 K_I ($a/c=0.6$)

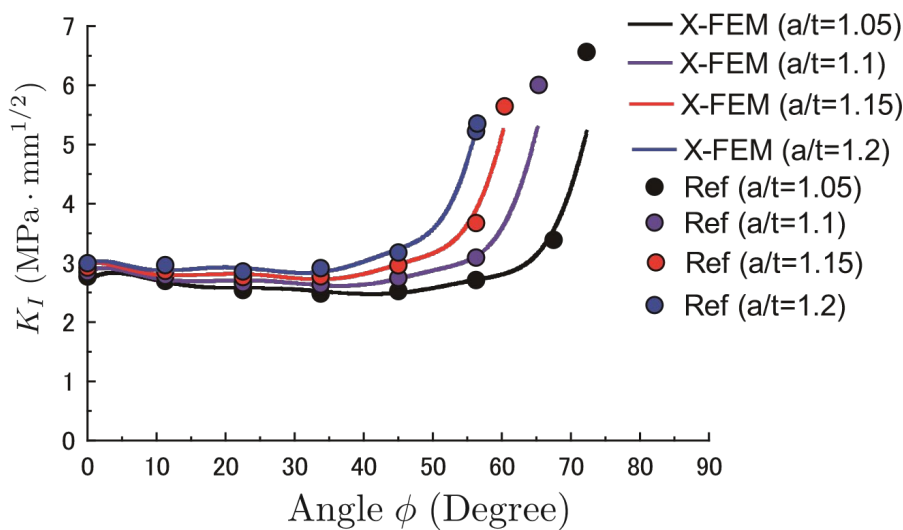


Fig. 4-11 K_I ($a/c=0.8$)

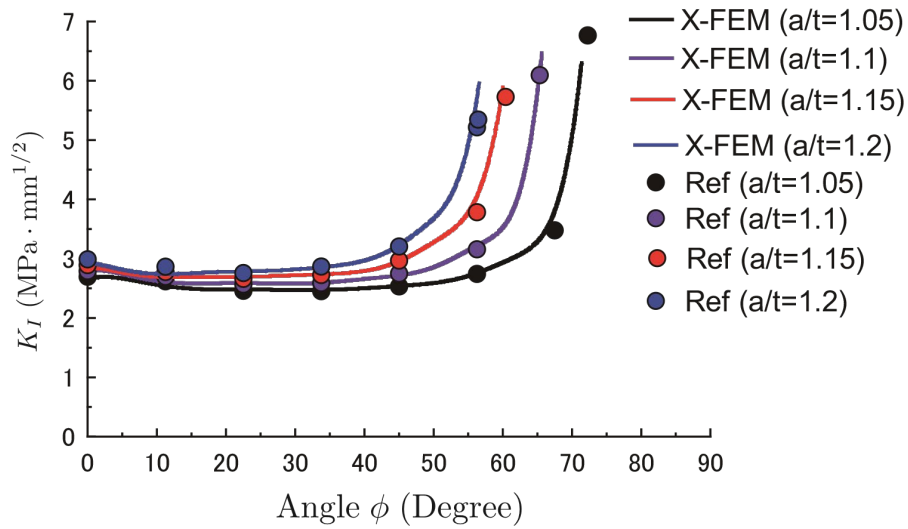


Fig. 4-12 K_I ($a/c=0.6$)

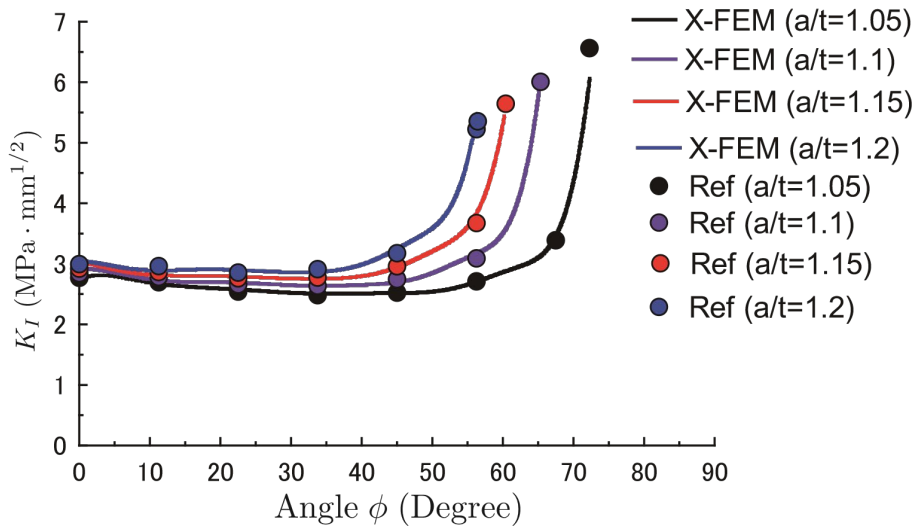


Fig. 4-13 K_I ($a/c=0.8$)

4.2 二つの表面き裂の結合

4.2.1 き裂結合後の応力拡大係数の評価方法

Fig. 4-14 にき裂結合後のモデルを示す。従来、き裂前縁 G-H-I の応力拡大係数は一つの多項式近似でスムージングを行って算出する。しかし、き裂結合後においては結合部（き裂中央）に高い応力集中が働くため、き裂中央部の応力拡大係数が急激に上昇する傾向がある。そのようなグラフ形状を一つの多項式近似で表すことは不可能である。そのため、本研究では、き裂結合後のモデルに対してき裂中央部で解析領域を A-B-F-E と C-D-E-F の二つに分割し、き裂前縁の形状 G-H と I-H でそれぞれ別々

にスムージングを行った。これにより、き裂中央部に応力拡大係数の最大値がくるようなグラフ形状の表現が可能となる。本節では2つのき裂の結合前後において応力拡大係数の評価を行っている参照解 [28] との比較により、X-FEM の精度の検証を行う。

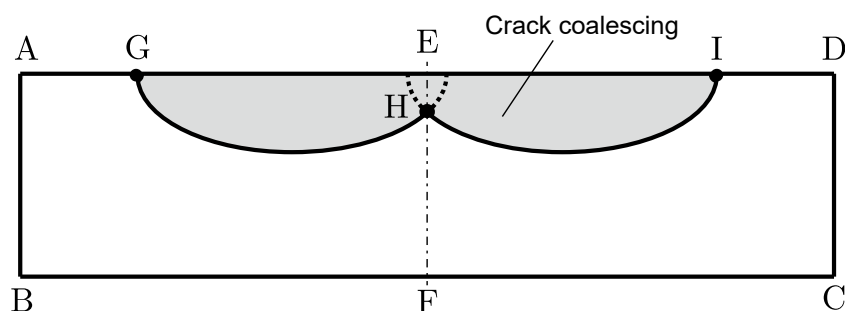


Fig. 4-14 Crack coalescing model

4.2.2 き裂結合前の応力拡大係数の評価

Fig. 4-15, Fig. 4-16 に示すモデルを用いてき裂進展解析を行った。モデルおよびき裂の寸法値は、平板の高さおよび幅を $2L=2W=20.0\text{ mm}$ 、き裂長さを $2c=0.4W=8.0\text{ mm}$ 、き裂深さを $a=0.5c=2.0\text{ mm}$ 、板厚を $t=4a=8.0\text{ mm}$ とし、2つのき裂の間隔 $2t_s$ を $t_s/c=0.05, 0.1, 0.3, 0.5$ によって決まるようにそれぞれ変化させた場合の応力拡大係数の評価を行った。また荷重条件は一様な引張応力が加わるように両面に $P=1.0\text{ MPa}$ を与え、物性値は鋼材を想定してヤング率を $E=205,800\text{ MPa}$ 、ポアソン比を $\nu=0.3$ とした。X-FEM の精度検証のため、参照解に加えて汎用 FEM ソフトである TSV を用いた解析結果との比較を行った。ここで解析で用いた FEM モデルは四面体二次要素を用いて作成し、節点数は約 640,000、要素数は約 450,000 である。なお、FEM では1つのモデルに対して複数のき裂を定義できないため、対称条件を用いて解析を行った。また X-FEM のモデルは四面体一次要素を用いて作成し、き裂前縁の一辺の最大要素サイズが 0.1 mm となるように要素分割を行った。節点数は 122,885、要素数は 672,084 である。結果は、縦軸を応力拡大係数 K_I を式 (4-2) を用いて無次元化した値 F_I 、横軸を Fig. 4-16 に示す離心角 ϕ のグラフで表す。

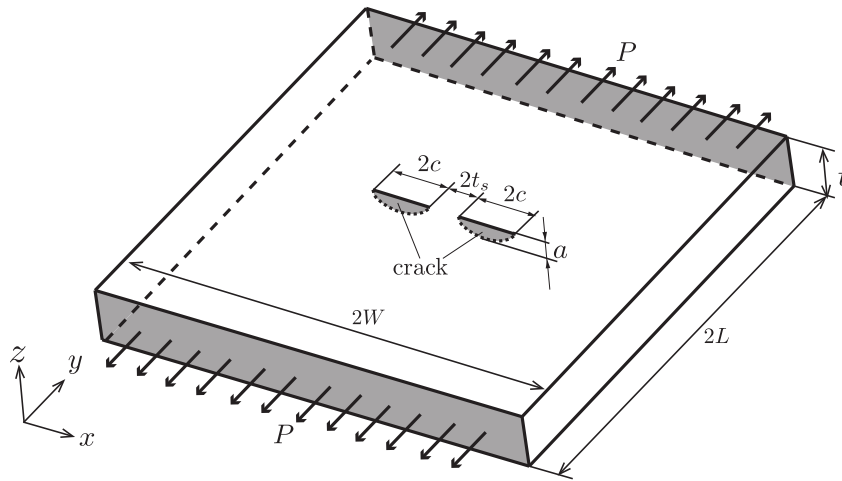


Fig. 4-15 Flat plate with two semi-elliptical cracks

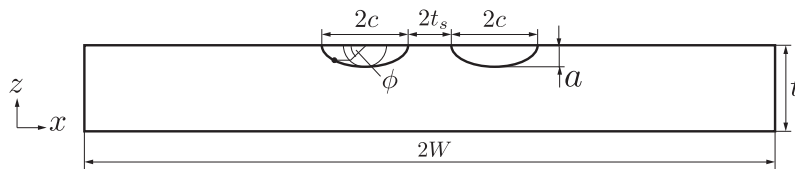


Fig. 4-16 Crack cross section before coalescence

$$F_I = \frac{K_I}{\sqrt{\pi a/Q}} \quad (4-2)$$

$$Q = 1.0 + 1.464(a/c)^{1.65} \quad (4-3)$$

Fig. 4-17 に t_s/c ごとに無次元化した応力拡大係数の結果を示しており，X-FEM で算出した応力拡大係数が参照解および FEM の結果と概ね一致することが確認できた．ここで，X-FEM の解析はリファインメント回数を 4 回，7 次のルジャンドル多項式でスムージングを行っており，き裂の結合前においては従来の応力拡大係数の算出方法で十分な精度が得られた．

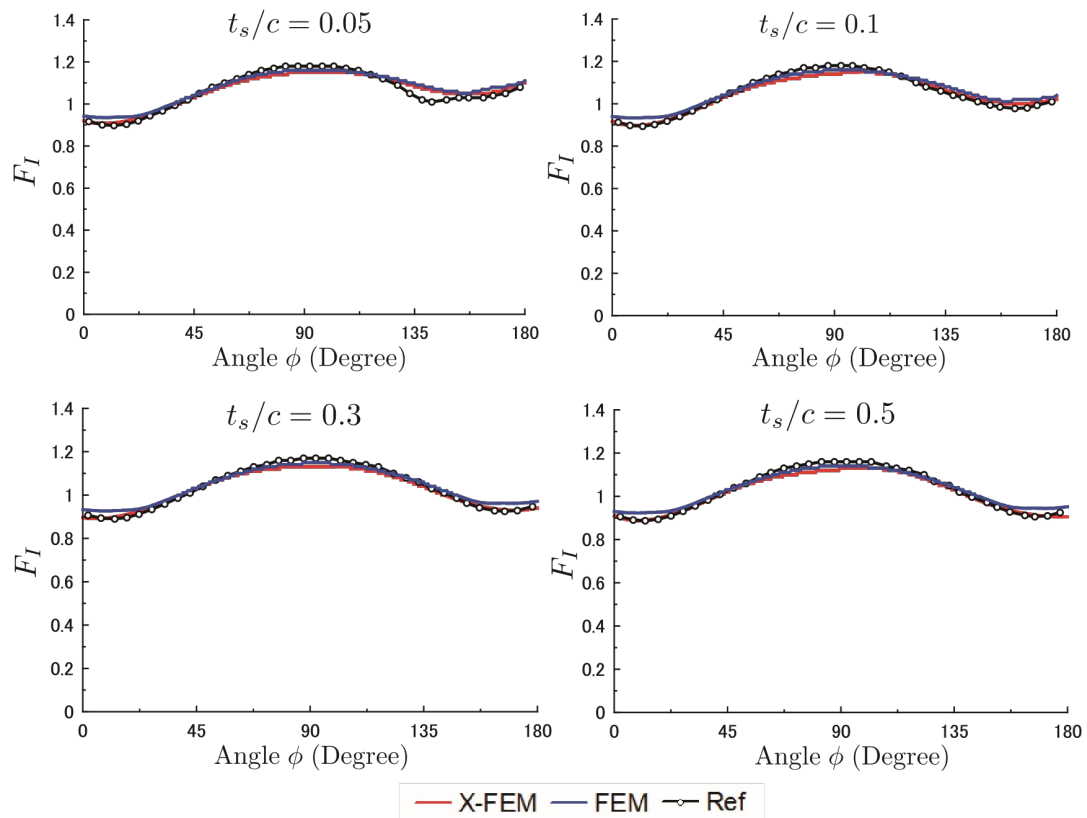


Fig. 4-17 F_I ($a/c=0.25$)

4.2.3 き裂結合後の応力拡大係数の評価

Fig. 4-18(a), (b) に示すモデルを用いてき裂進展解析を行った。幅 $W=20$ mm, 長さ $L=20$ mm, 板厚 $t=8$ mm を持つ矩形板 x - z 平面内に深さ a , 幅 $2c$ を持つ表面き裂を二つ挿入した。矩形板の x - z 断面を Fig. 4-18(b) に示す。それぞれ表面き裂 1, 2 とし, 表面き裂 1 のマウス部右端と表面き裂 2 のマウス部左端の距離を t_s とした。表面き裂の幅を $2c=0.4W$, 深さを $a=0.25t$ と固定して, $t_s/c=0.01, 0.05, 0.1, 0.5$ の場合の K 値を評価した。外力として $\sigma=1.0$ MPa とした。無次元化した K 値を F 値として, 式 (4-2) で求めた。

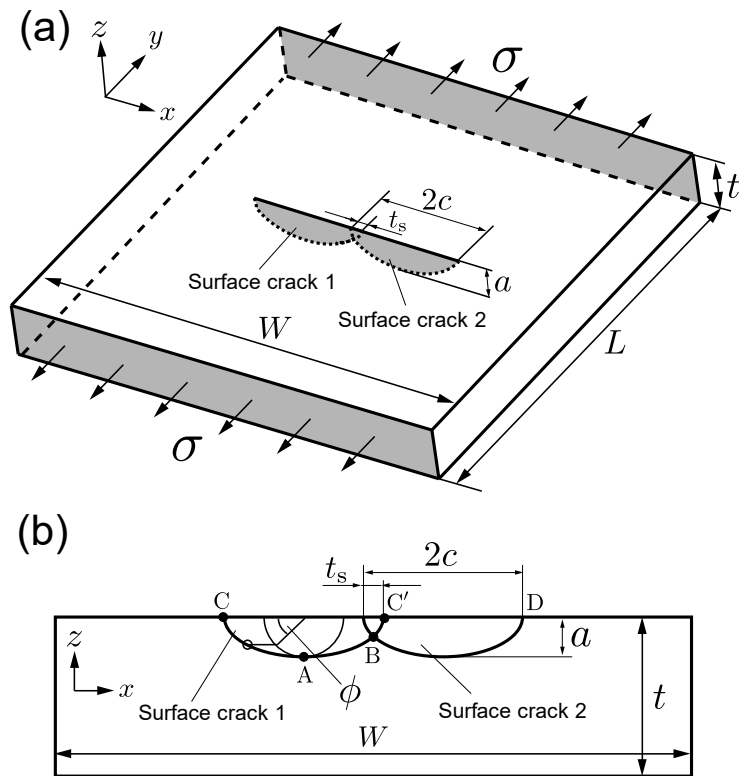


Fig. 4-18 Flat plate with coalesced cracks [(a) Analysis model to be solved, (b) Cross-section of the model]

Fig. 4-19(a) に $t_s/c=0.5$ のモデルを示す。モデルは四面体一次要素を用いて作成した。図中の領域 A, B, C それぞれ約 1.0, 0.4, 0.1 mm の大きさの要素で分割した。き裂前縁部でのリファインメント回数は $t_s/c=0.01$ で 5 回、それ以外は 4 回であり、リファインメント後のき裂先端部の要素サイズはそれぞれ約 0.003125 mm, 0.00625 mm である。 $t_s/c=0.01$ のモデルは約 24-40 万節点、150-240 万要素である。

ヤング率 206,000 MPa, ポアソン比 0.3 として線形弾性解析を実施した。 $t_s/c=0.5$ のモデルのき裂断面で切断した σ_{yy} 応力分布を Fig. 4-19(b) に示す。き裂の遠方で約 1.0 MPa, き裂面領域で応力がほぼゼロである。また、き裂前縁部で激しい応力集中が生じていることが分かる。これらの応力分布から合体した二つの表面き裂を良好にモデル化できていることを確認した。

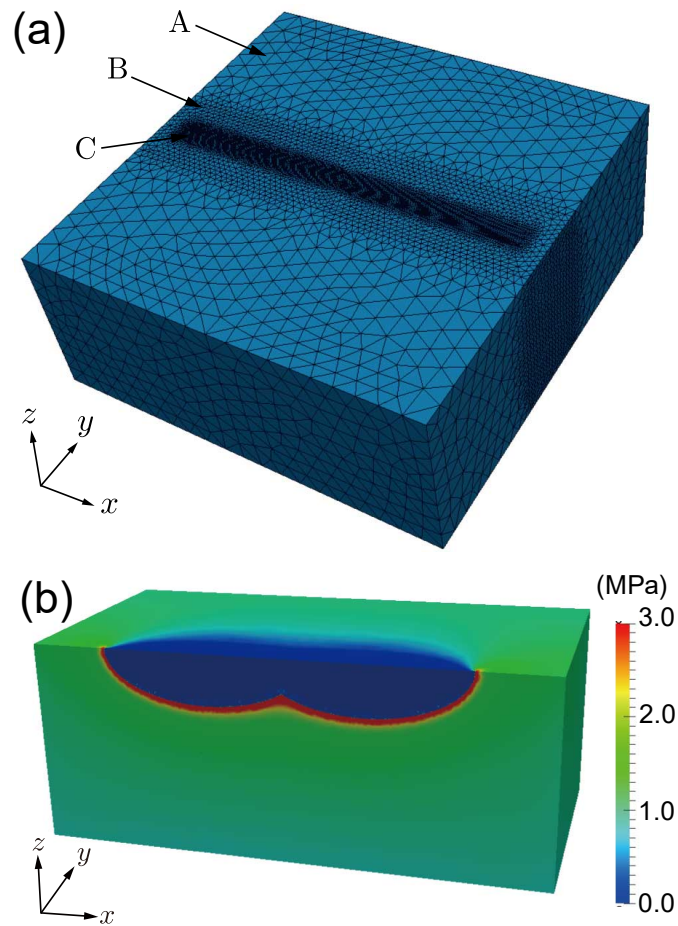


Fig. 4-19 X-FEM model for a flat plate with coalesced cracks [(a) Whole view, (b) σ_{22} distribution on the crack surface]

次に参照解 [28] との比較を行った。参照解は文献中のグラフより読み取った $t_s/c=0.01, 0.05, 0.1, 0.5$ に対して Code_Aster 標準の X-FEM 機能を用いて解析した結果を Fig. 4-20 に示す。 K 値評価には式 (2-8) を用い 7 次のルジャンドル多項式を用いた。縦軸は F 値、横軸は Fig. 4-18(b) に示す離心角 ϕ である。き裂に重なりがあるためき裂前縁の点 C から点 B までの K 値で評価した。 ϕ が小さい領域では参照解と一致しているが、 ϕ が大きくなるに従い参照解とのずれが生じている。 Fig. 4-18(b) の C-A-B-D のき裂前縁に対して一つの関数で平滑化しているため、全ての t_s/c のモデルにおいて点 B での K 値の急激な上昇を表現できていないことが分かる。

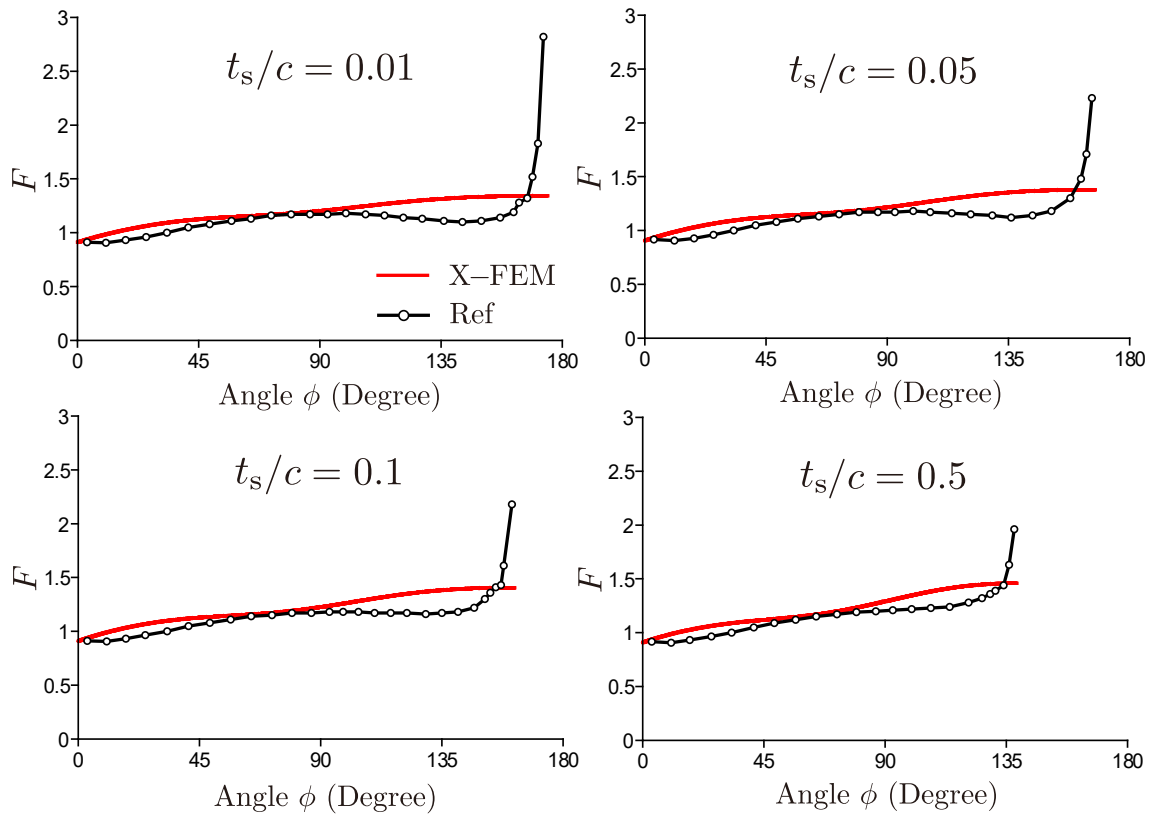


Fig. 4-20 F approximated by eq. (2-8), $n=7$ (Standard Code Aster X-FEM option)

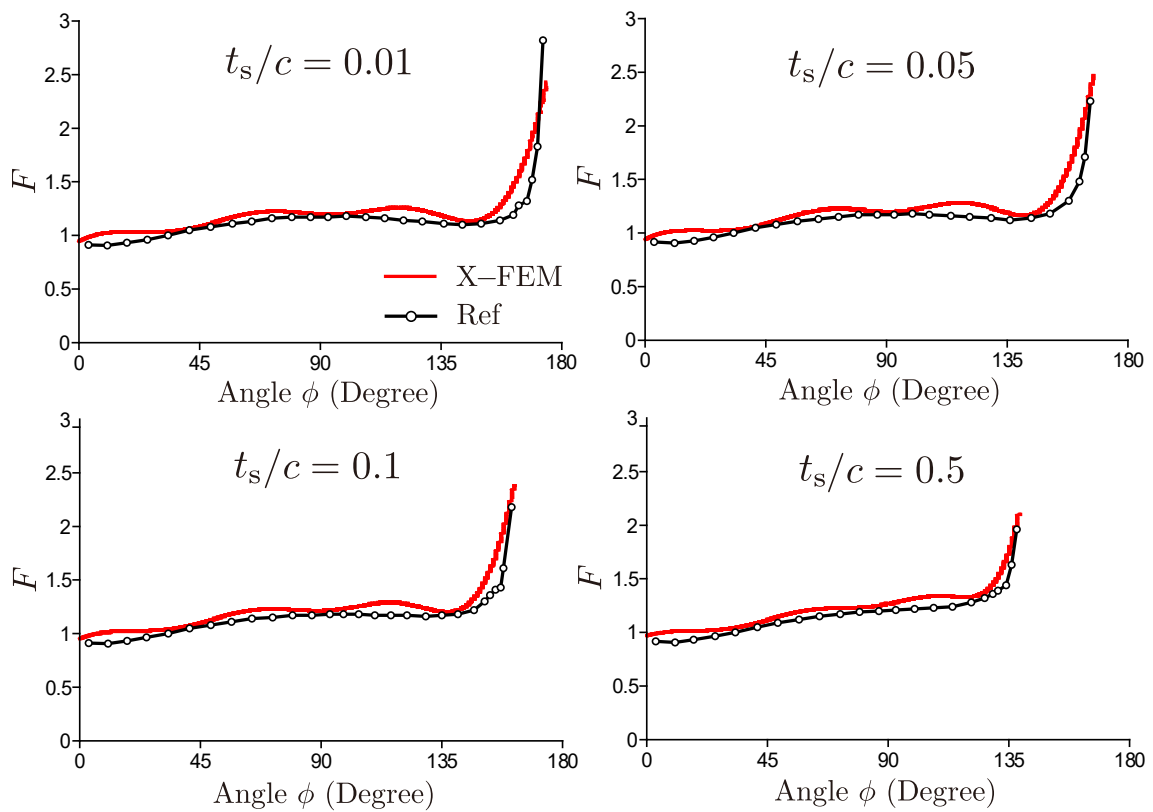


Fig. 4-21 F approximated by eq. (2-8), $n=7$ and the crack front is divided at point B in Fig. 4-18

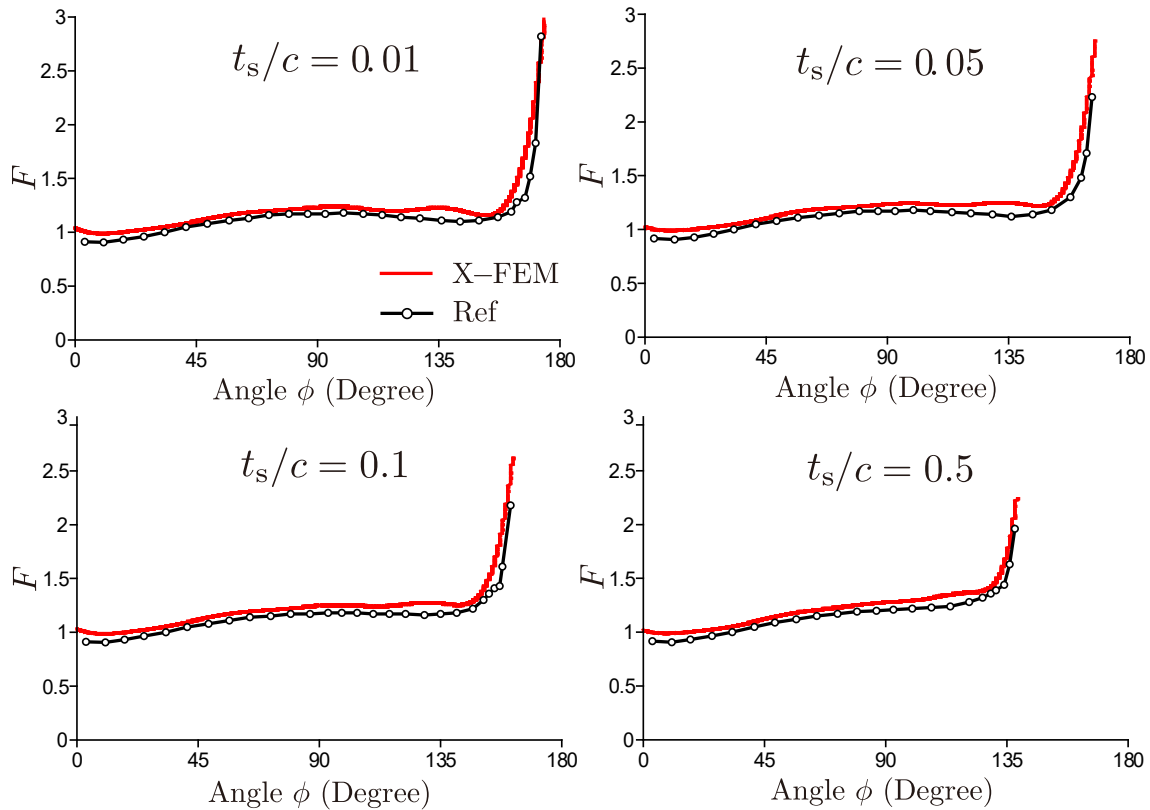


Fig. 4-22 F approximated by eq. (2-9), $n=10$, $m=7$ and the crack front is divided at point B in Fig. 4-18

次に、3.1 節で示したように `comm` ファイルの修正を行いき裂前縁 C-B と B-D の二つの領域に分割して K 値を評価した。この場合も、 K 値評価には式 (2-8) を用い 7 次のルジャンドル多項式を用いた。その結果を Fig. 4-21 に示す。点 B で領域を分割することで、 K 値の急激な上昇を表現することが可能となった。また、 K 値の分布は参照解と概ね一致した。一方、参照解と比較するとき裂の重なっている範囲 t_s が小さいほど K 値が振動する傾向があることが分かる。

そこで、ソースコードを改良し 10 次までのルジャンドル多項式を導入し、式 (2-9) で示したように多項式の値を平均化した結果を Fig. 4-22 に示す。この方法を用いることで、点 B での急激な K 値を表現しつつ、 K 値の振動を抑えることができた。き裂サイズや t_s/c を変更した解析も実施し同様の結論を得た。さらに、 $t_s/c=0.01$ での K 値多項式の平均化の詳細を Fig. 4-23 に示す。異なる次数の多項式は異なる周期で振動しており、7 次から 10 次までの関数を平均化することで、振動が抑制されていることが分かる。

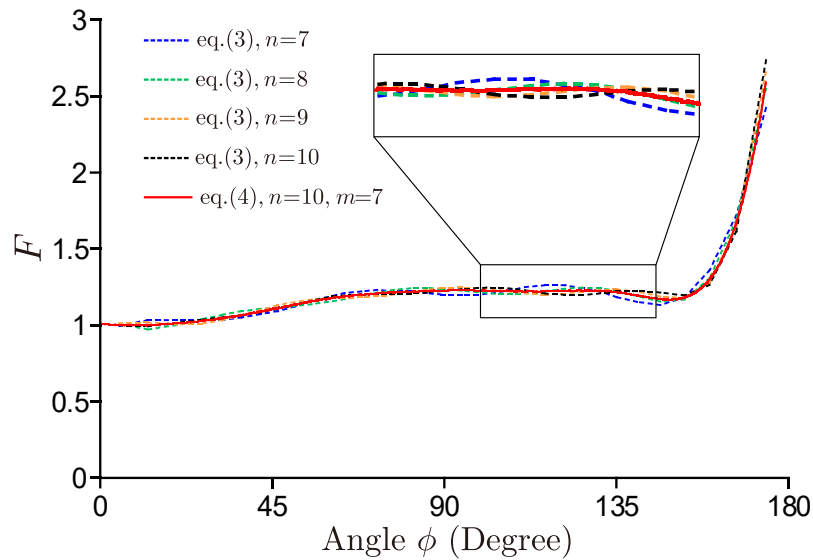


Fig. 4-23 Averaging technique employing eq. (2-9) with $n=10, m=7$ for $t_s/c=0.01$

以上より，き裂合体時の K 値を高精度に表現するために行った `comm` ファイルおよびソースコード修正の妥当性を確認することができた．き裂進展解析において K 値を評価する領域の分割および関数の高次化は二つのき裂が結合し K 値が極端に上昇するき裂合体直後数ステップのみで使用することとした．

4.3 貫通孔を持つ CT 試験片のき裂進展解析

4.3.1 解析モデル

Fig. 4-24, Fig. 4-25 に共同研究者の田添ら [29] が実施した疲労試験のモデルを示す．ここで材料は S50C（低炭素鋼）を用いており，物性値およびパリス則のパラメータは前節と同様である．X-FEM のモデルは四面体一次要素を用いて作成し，解析モデルの節点数は 51,974，要素数は 281,342 である．解析で得られた断面 A 上のき裂進展経路と疲労試験で得られたビーチマークとの比較を行う．

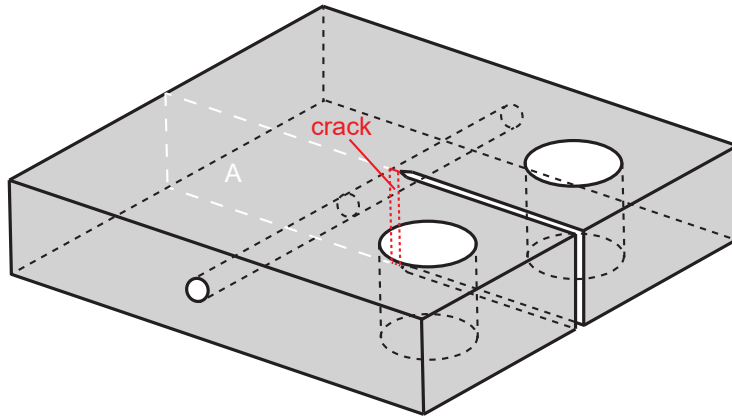


Fig. 4-24 CT specimen with through hole

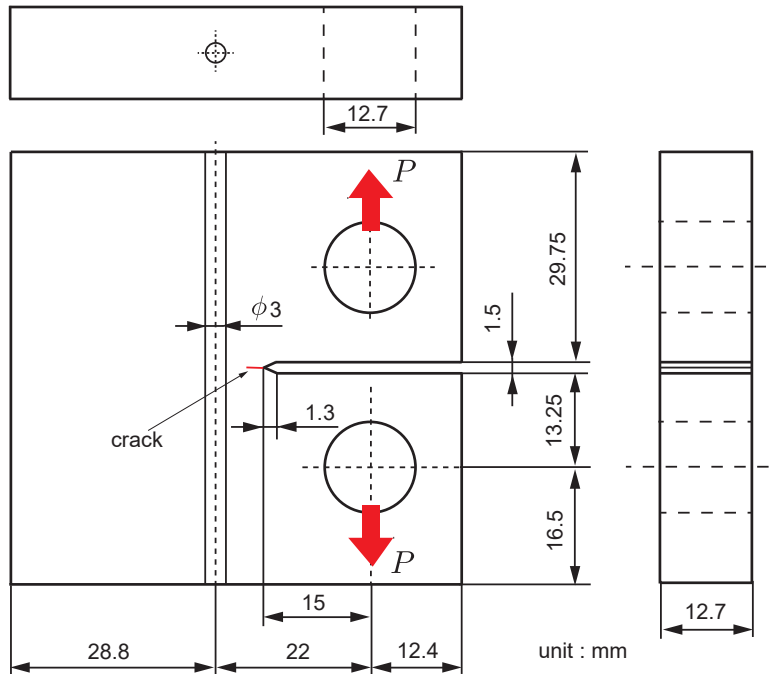


Fig. 4-25 Dimension of CT specimen

4.3.1 解析結果

Fig. 4-26 に既存の Code_Aster を用いた際の結合後のき裂進展経路の比較を示す。き裂結合部で解析領域を分割しない場合、不連続部の応力拡大係数の評価が十分に行えないため、結合部が尖った形状のまま進展してしまい、疲労試験のビーチマークと合わないことが分かる。ここで、Fig. 4-27 にき裂結合後から解析領域を分割した際のき裂進展経路の比較を示す。これより、き裂結合部の応力拡大係数が評価できることで、き裂結合後のき裂進展経路が疲労試験のビーチマークと概ね一致することが確認できた。また 4.2 章の結果から、き裂結合後の解析では解析領域を分割して高次多項式でスム

ージングを行うことで、き裂結合部の応力拡大係数が大きく評価されることが分かっている。しかし、き裂を結合後に進展させる際に常に高次多項式でスムージングを行った場合、き裂結合部の応力拡大係数が過剰に評価されてしまうことから、進展の途中からき裂進展経路が合わないことが分かった。そこでき裂結合後からき裂進展解析を行う際、結合後から 1~2 ステップでは高次多項式でスムージングを行い、それ以降は次数を下げる必要がある。

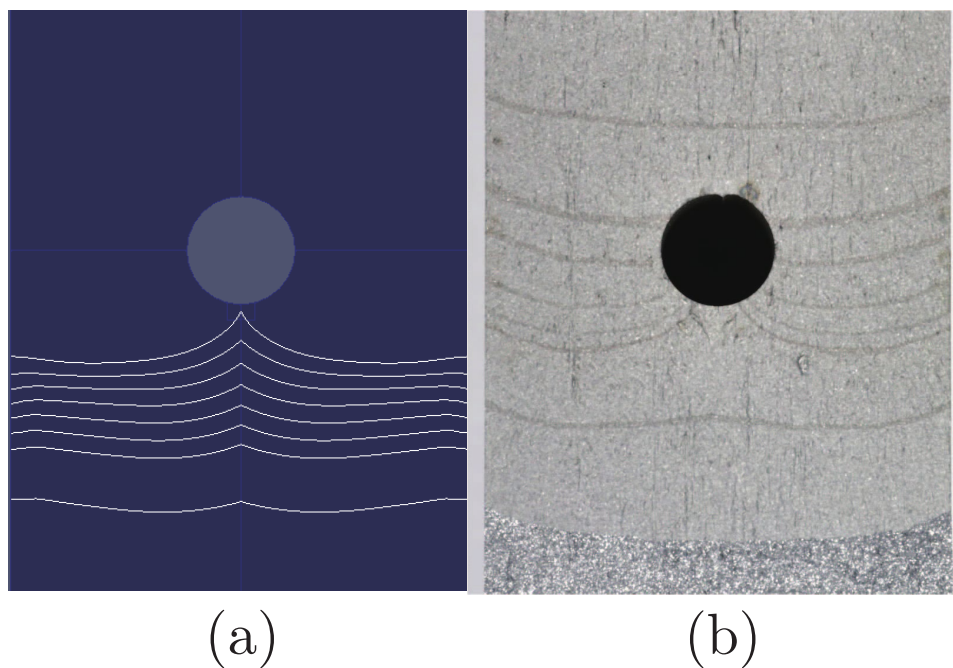


Fig. 4-26 Crack propagation path [(a) Analysis result (b) Experimental result]

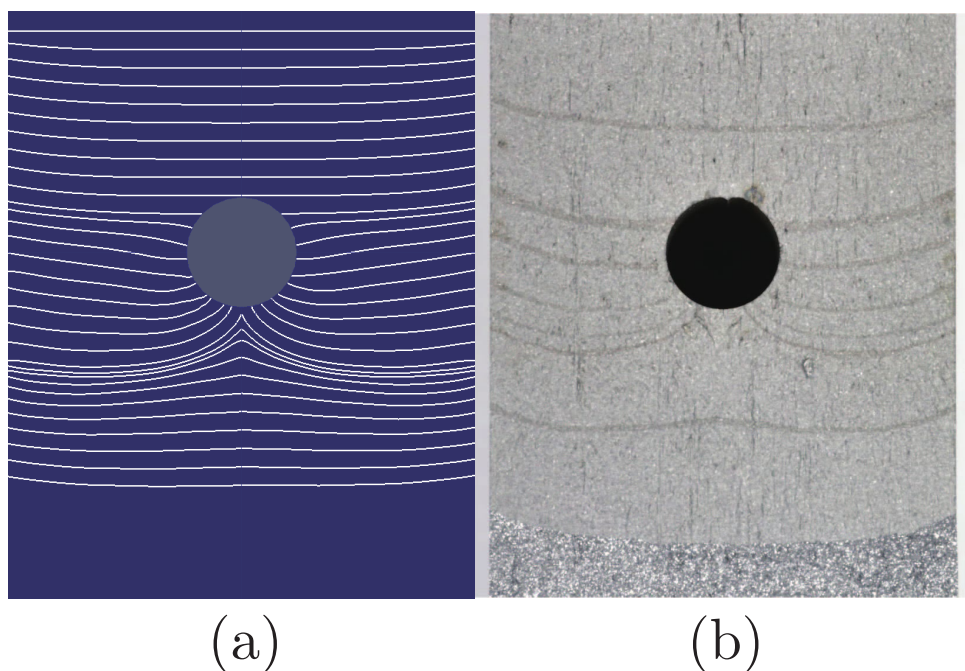


Fig. 4-27 Crack propagation path [(a) Analysis result (b) Experimental result]

4.4 第4章結言

標準の Code_Aster の X-FEM 機能に対して、comm ファイルの修正を行いき裂前縁で K 値を評価する領域を分割、また、ソースコードを修正し K 値を近似する関数の高次化を行い、急激な K 値の上昇に対して滑らかかつ高精度な近似を行えるようにした。comm ファイルおよびソースコードの修正の妥当性を検討するために、二つの表面き裂の合体解析を行い、修正の妥当性について検討した。また、貫通孔を持つ CT 試験片のき裂進展解析を行い、き裂結合部で解析領域を分割し、高次多項式でスムージングを行うことにより、き裂進展経路が疲労試験のビーチマークと概ね一致することが確認できた。

第5章 直交交差隅肉溶接部のき裂進展挙動の評価

5.1 解析対象

直交交差隅肉溶接部を複雑に進展する疲労き裂の解析を行い、その破壊メカニズムについて検討を行った。SR169 [6] において未溶着部を含む直交交差隅肉溶接部の疲労き裂進展特性に関する研究が行われた。この報告書では片面にウェブプレートが隅肉溶接した継手に対して、ウェブから発生した貫通き裂が主板へ進展した際の疲労試験結果が報告されている。疲労試験後の破面の一例を Fig. 5-1 に示す。ビーチマーク法によりき裂進展経路を評価している。この結果ではウェブに存在する貫通き裂が継手内に進展、き裂前縁部の分離や合体を伴い、最終的に主板を貫通する疲労破壊現象が報告されている。以下に試験の概要をまとめる。

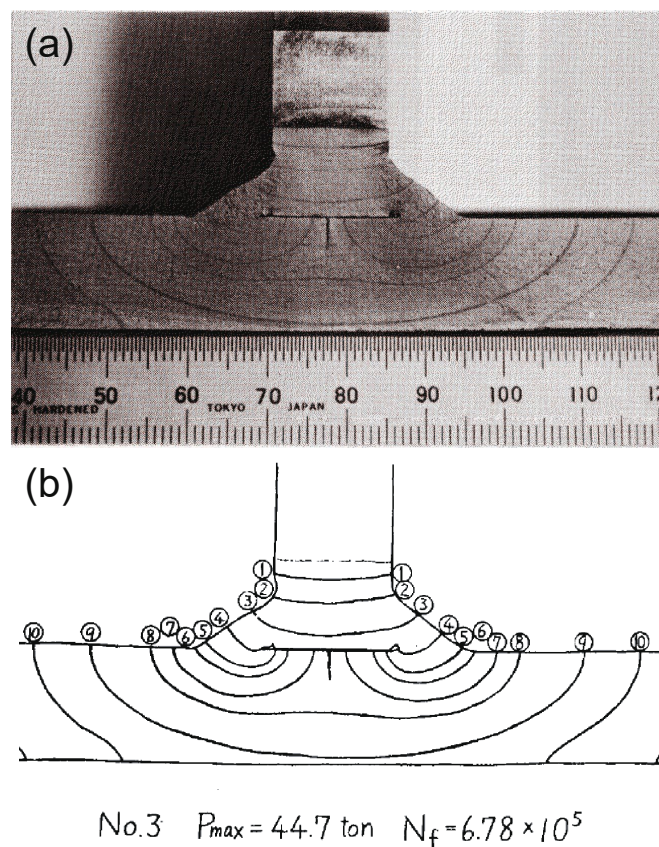


Fig. 5-1 A fracture surface of a cracked fillet welded joint evaluated by a beach mark technique in SR169 report 1) [(a) Fracture surface after the testing, (b) Measurement results]

Fig. 5-2(a) に示すような板厚 15 mm の KAS 材から未溶着部を含む直交交差隅肉溶接継手の試験片が 3 体作製された。No. 1, 3 の試験片は 8 mm, No.2 の試験片は 4 mm

の脚長を持つ。300 トンの油圧試験機を用いて、荷重範囲 500 cpm, 応力比約 0.1 で疲労試験を実施した。ひずみゲージを試験体に貼付し変形をモニターし、き裂の進展形状の評価のためビーチマークを挿入した。3 体の試験片とも類似のき裂進展経路が得られていた。今回は Fig. 5-1(a) に示す No.3 の試験体に着目した。資料が古く限られた情報での評価となるが、X-FEM 解析を実施し K 値やき裂進展経路を用いてき裂進展現象を評価した。

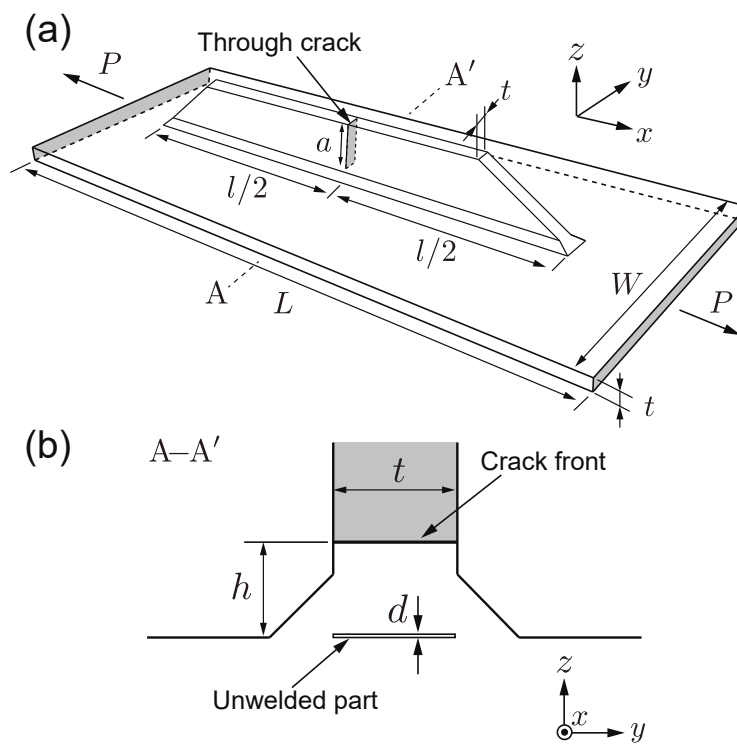


Fig. 5-2 A fillet welded joint with a through crack [(a) Dimension, (b) Cross-section A-A' of the joint]

5.2 直交交差隅肉溶接部の疲労き裂進展解析

5.2.1 解析モデル

Fig. 5-2 (a) で示す幅 W , 長さ L , 板厚 t の主板上に長さ l , 板厚 t のウェブが隅肉溶接されているモデルを用いた。ウェブには長さ a の初期き裂が挿入されている。主板両端に引張荷重 P_{max} を与えた疲労試験が行われた。Fig. 5-2 (b) に Fig. 5-2(a) で示す A-A' で切断した断面を示す。主板から貫通き裂先端までの高さを h とし、未溶着部の隙間を d としてモデル化した。試験片の寸法を Table 5-1 にまとめる。実際の試験片の長さは 1,600 mm であり、両端をチャックでつかんだ状態で試験が行われたと思われる。

る. 計算効率化の観点からいくつかの長さのモデルの応力解析を行いほぼ解に差のない $L=800\text{ mm}$ のモデルを用いた. 溶接部を含む継手全体を一つの連続体と仮定して, ヤング率 206 GPa , ポアソン比 0.3 とした. 溶接残留応力は考慮していない.

Table 5-1 Dimensions of the test specimen

L	800 mm	h	12 mm
l	600 mm	a	60.5 mm
W	600 mm	d	0.5 mm
t	15 mm	P_{\max}	44.7 ton

Fig. 5-3 に X-FEM モデルを示す. 継手全体を約 5 mm の四面体一次要素を用いて分割した. また, き裂が進展する領域は約 1.5 mm の要素を用いて細かく分割した. 約 8 万節点, 約 50 万要素のモデルである. き裂先端では 3 回のリファインメントを行い, き裂先端での要素サイズは約 0.1875 mm である. レベルセット法を用いて長さ 60.5 mm , 幅 15 mm の貫通き裂を初期き裂として挿入してある.

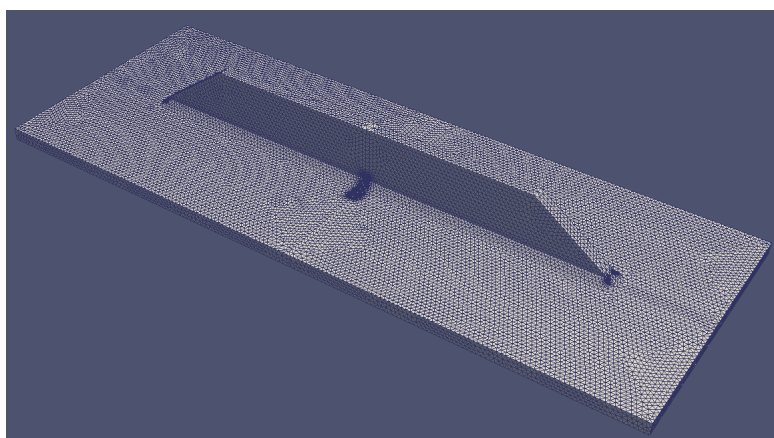


Fig. 5-3 X-FEM model of the fillet welded joint

5.2.2 初期き裂のみのひずみ量の比較

まず変形に伴う試験片長手方向のひずみ量について検討を行った. Fig. 5-4 にひずみゲージの貼付位置を示す. ひずみゲージの番号は報告書に記載されている番号に対応している. $9, 11$ 番のゲージは主板上面に, $10, 12$ 番のゲージは主板裏面に貼付されている. 17 番のゲージはウェブ上端に位置している. P_{\max} 加えた場合のひずみ幅 $\Delta\varepsilon$ を Fig. 5-5(a) に示す. 比較のため四面体二次要素の FEM を用いて得られた結果も示す. FEM モデルは全体を 2 mm の要素で分割し, 約 500 万節点, 350 万要素のモデルであ

る。初期き裂として長さ 60.5 mm, 幅 15 mm, き裂間隔 1 mm の矩形状スリットを挿入した。

X-FEM モデルの変形を Fig. 5-5(b) に示す。可視化のため変形を 50 倍にして表示してある。Fig. 5-5(a), (b) に示されるように、ウェブが存在するため曲げ変形が生じており、ウェブトップに貼付している 17 番のゲージは若干の圧縮となっている。また、主板の表と裏に貼付された 9, 11 番および 10, 12 番のゲージはともに引張が生じている。実験, X-FEM モデル, FEM モデルとも若干の差異はあるものの同様の傾向を示していることが分かる。

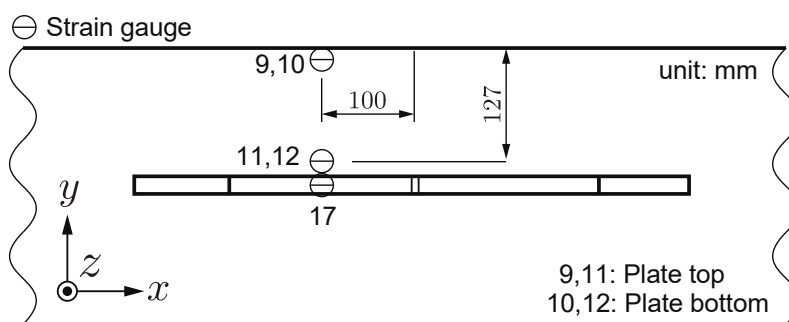


Fig. 5-4 Strain gauge position of the fillet welded joint

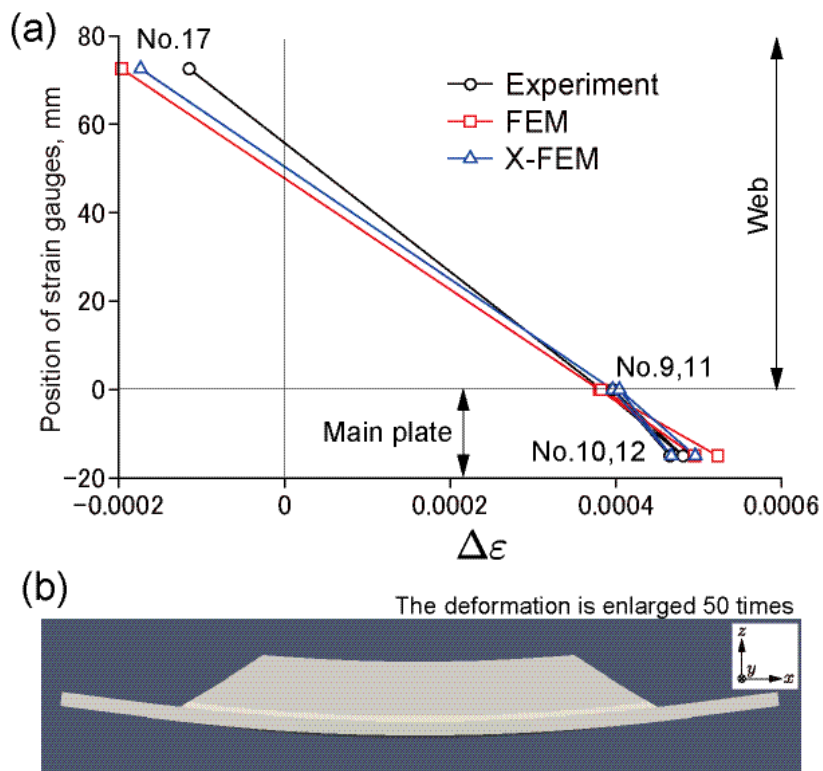


Fig. 5-5 Strain evaluation along loading direction by strain measurement and X-FEM model [(a)

5.2.3 き裂進展経路の比較

次に、き裂進展解析を実施した。式 (2-10) のパリス則を用いた。最大引張荷重を P_{max} 、応力比 0.1 とした。平均応力の影響は考慮していない。合計 100 ステップの解析を行った。き裂前縁形状の履歴を Fig. 5-6(a)-(i) に示す。それぞれ CP1 から CP9 に対応しており、それぞれの解析ステップをキャプション中に示す。CP1 は初期き裂であり直線状のき裂前縁を持つ。このき裂がウェブから継手内部に徐々に進展する。CP2 では、き裂前縁が半楕円状になってきていることが分かる。CP3 では半楕円状き裂の最深部が未溶着部に到達しき裂前縁部が二つに分離していることが分かる。CP4 ではき裂先端が未溶着部上部に沿って進展していることが分かる。さらに CP5 では、き裂前縁部が未溶着部を回り込む形で再び半楕円状となり進展している。CP6 ではその二つの半楕円き裂が合体した瞬間である。CP7 において合体したき裂がさらに進展し、やや尖りが残る大きな半楕円状き裂となっている。CP9 はき裂貫通後の状態である。

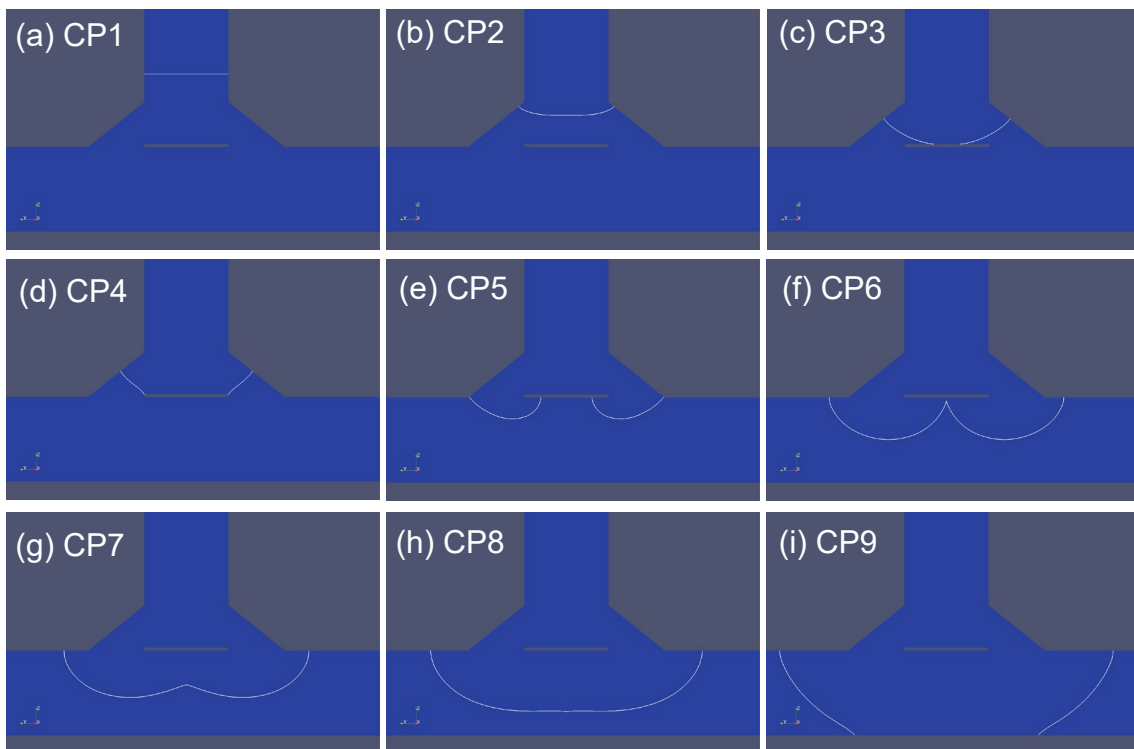


Fig. 5-6 Snap shots of a crack front geometry for the propagating crack [(a) CP1 (Initial crack), (b) CP2 (Step 15), (c) CP3 (Step 34), (d) CP4 (Step 47), (e) CP5 (Step 64), (f) CP6 (Step 70), (g) CP7 (Step 79), (h) CP8 (Step 83), (i) CP9 (Step 100)]

き裂進展経路を重ね合わせた図を Fig. 5-7(a) に示す. 同様に, Code_Aster 標準の X-FEM 機能による結果を Fig. 5-7(b) に示す. Fig. 5-6(f) CP6, (g) CP7 において第 4 章で示した K 値を評価する領域の分割および K 値を近似するための関数の高次化を行った. 修正を行わないき裂進展経路は合体後, 不自然な尖りが残っている. 一方, 修正を行った経路はなめらかなき裂進展形状が得られており, Fig. 5-1 のビーチマークと比較しても類似のき裂進展経路が得られている. これにより本解析においても Code_Aster のスクリプトとソースコードの修正の妥当性を確認できた.

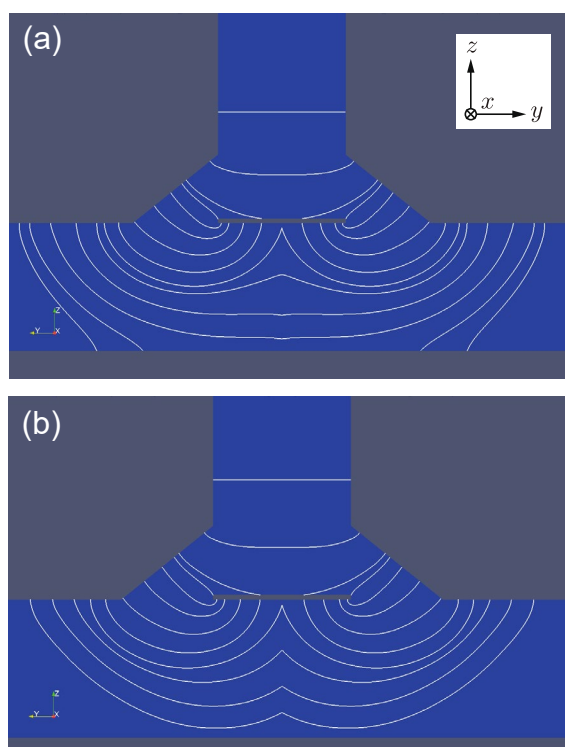


Fig. 5-7 A variety of the crack front geometry [(a) With modification, (b) Without modification]

5.2.4 き裂進展速度の比較

次に SR169 の報告書で記載されていたき裂進展速度に関する考察を行った. 報告書においてビーチマーク結果をもとに疲労き裂進展速度とき裂長さの関係を調査したところ, 基板へき裂が進展したところで進展速度が低下していたことが報告されていた. 式 (2-10) を見て分かるようにき裂進展速度 da/dN と応力拡大係数範囲 ΔK は一対一の対応関係にある. そこで, K 値を用いて議論を行うこととした.

Fig. 5-8 のように未溶着部を原点にとった局所座標系 x' , y' を用いて, 単独き裂最深部の位置 b_1 , 二つのき裂の最深部位置 b_1 , b_2 を評価した. 横軸がき裂先端の位置とした K 値の変化 Fig. 5-9 に示す. それぞれ Fig. 5-6(a)-(i) で示した CP1-CP9 の位置

も示す. CP1において原点の-12 mm から初期き裂が進展し, CP2を經由して単調に K 値が上昇している. K 値が CP3の状態一度ピークを迎える. その後, CP4から CP5の部分では K 値がやや低下する. その後, 再び単調に K 値が上昇していき CP7の状態に至る. すなわち, CP4から CP6の間でき裂進展速度が低下していることが分かる. これは, SR169の報告書で指摘されている領域と一致している.

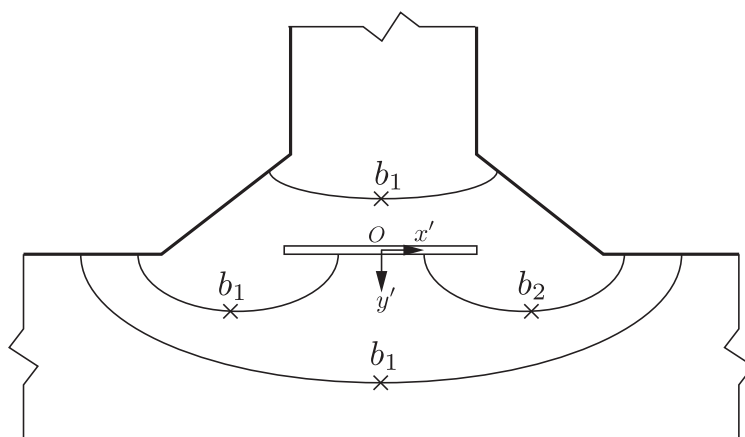


Fig. 5-8 Coordinate system and deepest point of the crack front

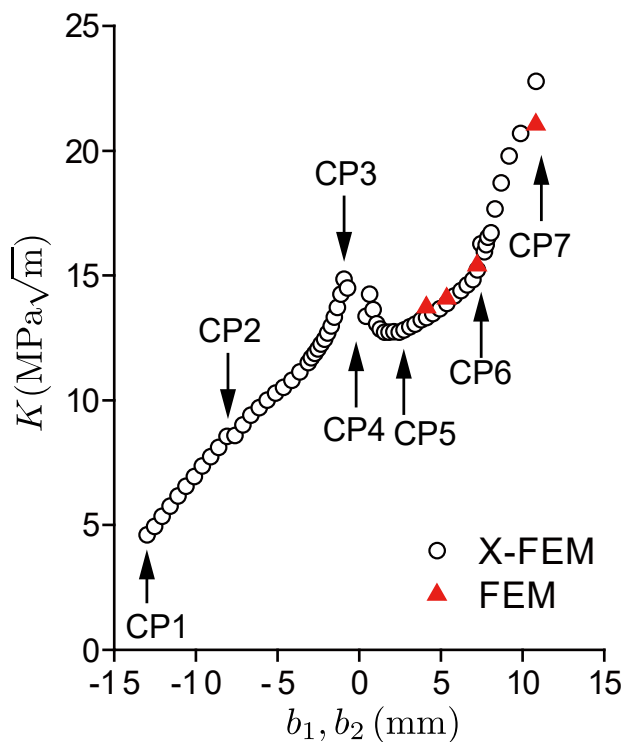


Fig. 5-9 History of crack growth velocity of the deepest point

X-FEM により得られた K 値を参照解と比較した。FEM を用いた破壊力学解析ソフトウェア TSV Crack [30] を用いた。TSV Crack では Fig. 5-6(a)-(i) で示しているような複雑な形状のき裂はモデル化できないため、X-FEM 解析で半楕円状き裂が生成されている解析ステップのき裂形状を抽出、TSV Crack によりモデル化し四面体二次要素向け VCCM 法 [31] によりき裂最深部の K 値を評価した。その結果を Fig. 5-9 に示す。4 種類の解析を行った。それぞれの解析で X-FEM および FEM の K 値は比較的良好に一致していることが確認でき、本解析により得られる K 値の妥当性が確認できた。

5.2.5 K 値の低下の考察

Fig. 5-9 の CP4-CP6 の間で発生するき裂進展速度、すなわち K 値の低下について考察を行うため、各ステップでの未溶着部を含んだき裂前縁長について検討した。そのグラフを Fig. 5-10 に示す。グラフ中に CP1-CP9 の位置を示す。CP1 から CP2 の状態ではほぼき裂前縁が直線の状態で進み、き裂前縁長の増加はみられない。CP2 の状態から CP3 の状態までは直線状から半楕円状前縁へき裂前縁の形状が変化するためき裂前縁長がゆるやかに増加する。CP3 から CP4 において半楕円状のき裂前縁が二つに分離し、未溶着部を回り込むまでき裂前縁長がゆるやかに増加していく。一方、CP4 の状態から CP5 を経由して CP6 まで、き裂前縁長が急激に増加している。さらに、CP6 から CP7 にかけてき裂合体に伴いき裂前縁長がやや低下した後、CP8 において半楕円状き裂前縁となりき裂前縁長さがさらに増加する。その後、再びき裂前縁が二つに分離し、貫通き裂となる。

これらのき裂前縁長の変化から Fig. 5-9 の CP4-CP6 におけるき裂進展速度の低下は、き裂最深部が未溶着部に到達後の複雑なき裂前縁部の形状変化により、狭い領域で急激にき裂前縁長が増加していることが考えられる。すなわち、き裂前縁部の長さが急に増加することは単位き裂前縁長さあたりの荷重の減少につながり、その結果として ΔK 値が減少したと考えられる。

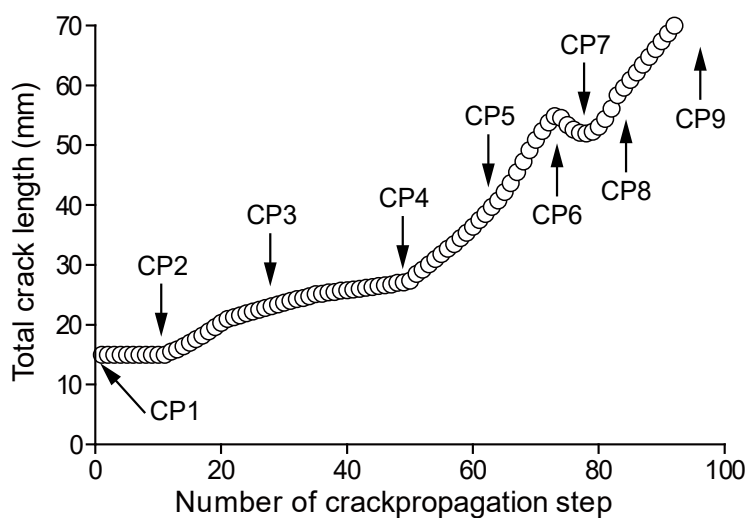


Fig. 5-10 History of the total crack length including unwelded part

5.3 第5章結言

直交交差隅肉溶接部のき裂進展解析を実施し、き裂進展経路および K 値の履歴を用いて解析対象の疲労き裂進展現象の評価を行った。標準の Code_Aster の X-FEM 機能と比較して、高精度な解析を行うことができた。また、直交交差部のき裂進展解析において、き裂が主板へ到達した際のき裂進展速度の低下に関する力学的な考察を行い有用な結論を得た。

第6章 結言

本研究では、複雑な形状へと進展するき裂を対象に、X-FEM を用いてき裂進展解析を行い、力学的な検証を行うことである。本論文では、T字円筒継手の溶接止端部より発生した疲労き裂の3次元的な進展挙動を明らかにし、また2つのき裂が合体する場合の K 値の算出方法を開発し検証をおこなった。以下に、その概要を示す。

第2章では、X-FEM の原理、および Code_Aster での実装方法を説明した。X-FEM では規程関数に不連続面や、き裂先端の漸近特性を表現できる内挿関数を与えることで、き裂の自由表面を有限要素法で取り扱えるように拡張したものである。き裂面の位置情報は要素の節点 Level Set Normal (LSN), Level Set Tangent (LST) の2つの値を用いて与える。LSN=0 がき裂面を表し、LST<0 が不連続面、LST>0 が連像面、LST=0 がき裂前縁を表す。またき裂前縁は、き裂前縁の線分と要素表面の交点を節点として定義し、節点上で K 値などを計算する。Code_Aster では、この節点を中心として、き裂前縁周辺の要素を細分化するリファインメントを行うことで、解析精度の向上を図っている。

第3章では、3次元的な自由表面へと進展していくき裂を解析対象として検討を行った。円筒継手の溶接箇所が発生した疲労き裂の引張試験の実験結果を比較対象として、表面き裂から貫通き裂へと進展していく現象を捉えるべく解析を行った。実験結果では、き裂面はなだらかな曲面として進展していくが、ある段階より曲面の角度が変わる現象が確認されていた。解析においても同様の現象が確認できており、現象の原因検証を行い、き裂が表面き裂から貫通き裂へと遷移する直後から角度が変わることがわかった。き裂が貫通し、継手、き裂面の変位、変形状態が変わったことにより、面内変形から面外変形へと遷移したことが原因とわかった。従来解析手法では、3次元的な表面き裂から貫通き裂への遷移現象を再現することは難しかったが、X-FEM を用いることでき裂形状の近似や置き換えを必要とせずに直接的に遷移させることが可能となり、実現象に近い結果が得られた。

第4章では、き裂の合体箇所での急上昇する K 値を算出する方法の開発、精度検証を行った。X-FEM ではき裂前縁に分布する K 値の算出において振動が起こるため、ルジャンドルの多項式で近似を行っている。一方で、1つの多項式近似ではき裂の合体箇所の K 値の極値を表現することが難しい。そのため、多項式近似の領域を合体点を境界として分割する方法を開発した。また、多項式近似の次数も従来使用していた最大値の7次では急上昇する極値を表現できないため、ソースコードを改良し10次まで拡張した。また次数が大きくなったことによる細かい振動を抑えるために、7~10次までの

平均値として算出するようにソースコードを改良した。これらの改良により、き裂合体点での K 値を精度良く算出することが可能となった。

第 5 章では、実現象の再現を目的として、き裂の複雑な進展現象を解析対象とした。実験、解析モデルは、未溶着部のある平板の T 字の隅肉溶接継手である。き裂進展の挙動としては、表面き裂として発生し未溶着部で 2 つに分岐、未溶着部を回り込むように隅肉溶接部へと進展し、2 つのき裂が合体して 1 つのき裂前縁となり、貫通き裂へと進展するものである。従来の方法では、合体点の K 値の算出精度が低かったため K 値が小さく算出され、合体点の進展速度が遅くなり 2 つの半円状の形状が残ったままであった。第 4 章の改良を導入することで合体点の K 値を精度良く算出することができ、また計算ステップに応じてエンリッチ範囲の変更、レベルセット値の操作を行うことで、より実現象に近いき裂の進展形状を再現が可能となった。また、隅肉溶接部を通過した時点から K 値が一時的に低下する現象が確認できた。この現象の理由として、き裂面の面積とき裂前縁長さの増大比において、き裂前縁長さの増大率が勝り、き裂前縁の負担する応力が低下したことが原因と推察される。

今後の進展課題としては、以下の 2 点が挙げられる。

提案したき裂合体点の K 値の算出方法は、現状では左右対称形状に限定されている。より多様な問題を解くためには、ソースコードをさらに改良を加え、任意の形状のき裂合体において多項式近似の適用領域を分割する方法を組み込む必要がある。

今回のき裂合体の精度検証は、2 つのき裂面が同一平面上にある場合に限られており、より実現象に近い問題を解くためには、3 次元的な自由表面のき裂同士の合体の精度検証を行い、適した方法を開発する必要がある。

参考文献

- [1] Belytschko T, BlackT, Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 45, pp.601-620, 1999.
- [2] Moës N., Dolbow J., Belytschko T., A finite element method for crack growth without remeshing, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 46, pp.131-150, 1999.
- [3] Yagi, K., Tanaka, S., Kawahara, T., Nihei, K., Okada, H., Osawa, N.: Evaluation of Crack Propagation Behaviors in a T-shaped Tubular Joint employing Tetrahedral FE Modeling, International Journal of Fatigue, Vol. 96, pp.270-282, 2017.
- [4] Yagi, K., Osawa, N., Tanaka, S., Kuroda, K.: Study on SN-based and FCP-based Fatigue Assessment Techniques for T-Shaped Tubular Welded Joint, Conference Proceedings The Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers, Vol. 28, pp.13-26, 2018 (in Japanese).

八木一桐，大沢直樹，田中智行，黒田和宏：円管 T 継手の疲労被害度およびき裂伝播解析に基づく疲労強度評価法に関する研究，日本船舶海洋工学会論文集，第 28 号，pp.13-26, 2018.
- [5] Kishi, K., Yanagimoto, F., Fukui, T., Matsumoto, T., Shibamura, K.: Analysis of Rapid Crack Arrestability Enhancement by Structural Factors in Cross-Joint Components using a Transparent Elastic Solid, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 174, 105502, pp.1-12, 2020.

[6] 第 169 研究部会 船体構造の破壊管理制御設計に関する研究報告書 昭和 54 年 3 月, 日本造船研究協会, pp.137-147, 1979.

No.169 Committee, Research Report of Fracture Control Design of Ship

Structures S54.3, Japan Naval Architecture Research Association, pp.137-147, 1979.

[7] <https://www.code-aster.org/spip.php?rubrique2>.

[8] 前田研吾, 田中智行, 西口航平, 表面き裂から貫通き裂へ進展する溶接継手の X-FEM 疲労き裂解析, 第 32 回計算力学講演論文集, 095, 2019.

[9] 竹井隆朗, 溶接継手の三次元き裂進展解析に関する研究, 平成 27 年度, 広島大学卒業論文.

[10] Moës N., Gravouil A., Belytschko T., Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets-Part I: Mechanical model, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 53, pp.2549-2568, 2002.

[11] Sukumar N., Chopp D.L., Moran B., Extended finite element method and fast marching method for three-dimensional fatigue crack propagation, Engineering Fracture Mechanics, 70, pp.29-48, 2003.

[12] Gravouil A., Moës N., Belytschko T., Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets-Part II: Level set update, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 53, pp.2569-2586, 2002.

- [13] Rice, J.R., P.C. Paris, J.G Merkle, ASTM STP, 536, pp.231, 1973.
- [14] Suo, X.Z., Combescure, A.: On the Application of $G(\theta)$ Method and Its Comparison with De Lorenzi's approach, Nuclear Engineering and Design, Vol. 135, pp.207-224, 1992.
- [15] Bressolette, P., Vergne, A., Petit, C., Zhang, X.B.: Numerical Path Independent Methods in Thermo-mechanical Problems, Transactions on Engineering Sciences, Vol. 6, pp.407-416, 1994.
- [16] Bouchard, P.O., Bay, F., Chastel, Y.: Numerical Modelling of Crack Propagation: Automatic Remeshing and Comparison of Different Criteria, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 192, pp.3887-3908, 2003.
- [17] <http://www2.me.rochester.edu/courses/ME201/webexamp/legendre.pdf>
- [18] Erdogan, F., Sih, G.C.: On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear, Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering, Vol. 85, pp.519-525, 1963.
- [19] <http://www.salome-platform.org/>.
- [20] Yagi, K., Murakami, T.: Experimental Study on Fatigue Life and Crack Propagation of Tubular T-Joint, Conference Proceedings The Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers, Vol. 16, pp.535-538, 2013 (in Japanese).
八木一桐, 村上貴志: 円管 T 継手の疲労寿命とき裂伝播に関する実験的考察, 日本船舶海洋工学会講演会論文集, 第 16 号, pp.535-538, 2013.
- [21] Yagi, K., Murakami, T.: Study on Fatigue Assessment for Tubular T-Joint by FE analysis, Conference Proceedings The Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers, Vol. 17, pp.77-80, 2013 (in Japanese).
八木一桐, 村上貴志: FE 解析による円管 T 継手の疲労強度評価に対する考察, 日本船舶海洋工学会講演会論文集, 第 17 号, pp.77-80, 2013.

[22] Yagi, K., Osawa, N., Tanaka, S., Kuroda, K.: Study on SN-based and FCP-based Fatigue Assessment Techniques for T-Shaped Tubular Welded Joint, Conference Proceedings The Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers, Vol. 28, pp.13-26, 2018 (in Japanese).

八木一桐, 大沢直樹, 田中智行, 黒田和宏: 円管 T 継手の疲労被害度およびき裂伝播解析に基づく疲労強度評価法に関する研究, 日本船舶海洋工学会論文集, 第 28 号, pp.13-26, 2018.

[23] <http://en.e-technostar.com/products/tsv-pre/>[accessed 20.07.31].

[24] MSC.Nastran 2010. User's guide.

[25] Fatigue Design Recommendations for Steel Structures, Japanese Society of Steel Construction, Gihodo Publishing Co., Ltd., 2012 (in Japanese).

鋼構造物の疲労設計指針・同解説 -付・設計例- 2012 年改訂版, 社団法人 日本鋼構造協会編, 技報堂出版, 2012.

[26] Newman J.C.Jr, Raju I.S., An empirical stress-intensity factor equation for the surface crack, Engineering Fracture Mechanics, 15, pp.185-192, 1981.

[27] 三好俊郎, 石井晃一郎, 吉田聖一, 三次元表面き裂の貫通前・貫通後における応力拡大係数のデータベース, 日本機械学会論文集 A 編, 56, pp.1563-1569, 1990.

[28] Patel S.K., Dattaguru B., Ramachandra K., Multiple interacting and coalescing semi-elliptical surface cracks in fatigue-Part-I, Finite Element Analysis, SL, 3, pp.37-57, 2010.

[29] 田添広喜, 田中浩登, 岡正徳, 矢川元基, 分離・結合を伴う疲労き裂進展の SPH 解析および疲労試験による検証.

[30] TechnoStar Co.,Ltd.: TSV-Crack V6.6 Manual Rev1, 2016.

[31] Okada H., Kawai H., Araki K.: A Virtual Crack Closure-integral Method (VCCM) to Compute the Energy Release Rates and Stress Intensity Factors based on Quadratic Tetrahedral Finite Elements. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 75, pp.4466-4485, 2008.

謝辞

本論文は、私が日本製鉄株式会社に在籍しながら広島大学大学院工学研究科博士課程後期輸送・環境システム専攻に進学して、同大学院工学研究院田中智行准教授のもとで行った研究成果をまとめたものです。

田中准教授には、研究の推進のみならず学会講演や論文作成に当たり、誠に多大なご指導やご支援を賜り、また破壊現象の解説、考察を頂きました。田中准教授ご指導なくして本研究は成し得ませんでした。田中准教授より頂いた知見は会社の業務でも役立ち、技術者として成長させてもらいました。

広島大学先進理工系科学研究科構造創生研究室北村充教授、輸送システム計画学研究室濱田邦裕教授、システム安全研究室田中義和准教授には、本論文の審査をお引き受け頂き、また多くのご助言により本論文の質の向上を促して頂きました。

東京理科大学の岡田裕教授には、講演会において本研究の推進に関する貴重なご助言を賜りました。

構造解析のオープンソースソフト `Code_Aster` を作成したフランス電力会社には、本研究を進めるためにソフトを使用させてもらいました。感謝申し上げます。

広島大学の同研究室学生の、竹井君、西口君、高橋君、長東君、田村君には論文の作成に協力してもらいました。

本研究は、以上の方々を始め多数の方々のご協力によって成し得たものです。ご協力頂いた全ての方々に心からの感謝の意を表します。

令和3年9月 前田 研吾