

数学を楽しみながら生きて働く数学的な力を育てる

－関数関係を見つけよう－

村上 和男

生活の中から関数関係を見つける力を養う目的で、ガリレオによる斜面上の落下実験をヒントに、車輪をレール（角材）の上でころがす落下実験を行った。伴って変わる2つの量を何種類か生徒に考えさせ、その中から「車輪の大きさ（直径）と落下速度」について調べることとした。数名単位の班に別れ、自分で作った車輪で実験データを取り、グラフにする事によって関数関係を求めることができた。この種の落下実験では2つの量として落下距離と落下時間を扱うことが多いが、生徒は車輪の大きさと速さに注目した。参考にする文献や資料もないため、かえって興味深く学習することができた。

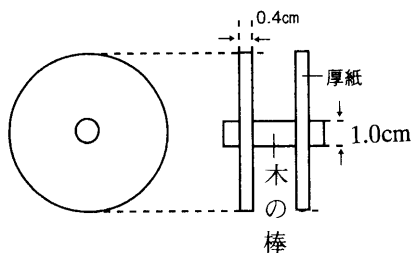
I 学習のねらい

数学科は総合学習の目標として次の2点を上げた。

- ① 数学を楽しみながら、生きて働く数学的な力を付ける。
- ② 身の回りの事象の中から、数学的な課題を見つけようとする態度を養う。

この学習で大切なことは生徒が自分でともなって変わる2つの量を発見することである。けっして教員がそれを言っではならない。1人1人に図のような車輪を作らせた後、自由にレールの上をころがす予備実験を行うことによりいろいろな量に気づくことが出来た。とにかく教員はあまり多くの指示を与えず、生徒の自主性を大切にする事によって上に述べた目標を達成することが、ねらいである。

普段の数学授業はともすれば知識の習得訓練になりがちである。一見時間の無駄とも思えるこの様な試みを様々な場面で行うことにより「自ら課題を見つけることが出来る人間」「自ら主体的に学ぶことが出来る人間」を育てることが出来るのではないか。それこそが数学教育の大きな目標であろう。



II 学習計画

- ① 導入，班分け，車輪づくり（第1時）
- ② 車輪づくり，予備実験（第2時）
- ③ ともなって変わる2つの量をたくさん上げる。

車輪づくり（第3時）

- ④ 車輪の直径と速さに注目し，その実験を行って表やグラフにまとめる。（第4時）

III 授業展開

(1) 導入

ガリレオの落下実験を説明した後に、市販のカーテンレールとパチンコ球を使って、レールの上を球を転がす落下実験を生徒に見せた。レールの角度をいろいろと変えて見せたが、生徒が気づいたことは

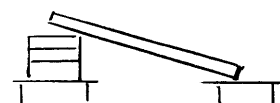
- ① 時間がたつと球の速さがどんどん速くなる。
- ② レールの角度を小さくしても、球のスピードはすぐ速くなる。

次に教員があらかじめ作っておいた車輪を木製のレール（角材）の上を転がす落下実験を見せた。この場合はゆっくりと転がるため、時間などの測定が簡単に出来ることを確認した。

(2) 車輪づくりと予備実験

それぞれの班で直径の異なる何種類かの車輪を作る。円盤の材料は工作用紙で中心の回転部分は直径1cmの木の丸棒を使った。レールとして長さが1メートル程度の角材を使い、5cmおきに鉛筆で印を付け、落下距離の目安とした。

下の図のように2つの机の間に、教科書などを使って角度をつけた角材の上を車輪を転がす実験を自由に行わせて、ともなって変わる2つの量を上げさせた。



生徒が気づいた2つの量は

- ① 車輪の直径と落下する速さ
直径が大きくなればゆっくり転がる。このことは大部分の生徒がすぐに気づいた。
- ② レールの角度と落下する速さ
車輪の直径は1つに決めておく。
- ③ 落下距離と落下時間
角度と車輪は1つに決めておく。この2つの量については落下実験でよく取り上げられるが、生徒はなかなか気づかなかった。
- ④ レールの角度と車輪が机の上に落ちてから転がる距離。

これらの中から①について追求することにした。①はほとんどの生徒が気づいた2つの量であり、しかも指導する教員もどの様な関係になるのか予想できず、追求する価値があると判断したためである。

(3) 車輪の直径と落下する速さの測定

実験の手順

- ①角材を斜めにして2つの机の間におく。
この角度は、班によって自由にとって良いが実験が終わるまで変えてはならない。
- ②車輪を角材の上に置き静かに手を離す。定めた距離(例えば20cm)転がって落下する時間をストップウォッチで測定する。この距離は班で自由に決めて良い。1回の測定では誤差があるから、何回も実験する。
- ③直径の異なる数種類の車輪について②の実験を繰り返す。
- ④電卓を使って平均時間と平均の速さを計算する。
- ⑤車輪の直径と平均の速さの関係をグラフにする。

なお実験の時、必ず全員の生徒が参加できるように配慮した。例えば、自分で作った車輪は自分で転がすようにする。ただ見ているだけ、と言う生徒がいてはならない。

次にそれぞれの班の実験データを示す。

1班 表1

半径	1回	2回	3回	4回	5回	平均	秒速cm/秒
1.5cm	0.38	0.39	0.34	0.35	0.39	0.37	13.51
2.0cm	0.40	0.36	0.47	0.41	0.40	0.41	12.25
2.5cm	0.52	0.45	0.49	0.54	0.49	0.50	10.04
4.0cm	0.89	0.87	1.02	1.09	1.04	0.98	5.09
4.5cm	1.23	1.20	1.14	1.21	1.22	1.20	4.17
6.0cm	1.46	1.55	1.36	1.51	1.43	1.46	3.42
12cm	3.52	3.64	3.80	3.88	3.72	3.71	1.35

秒速以外の数値の単位は秒である。

この班は、5cm転がって落ちるのに要する時間を測定した。

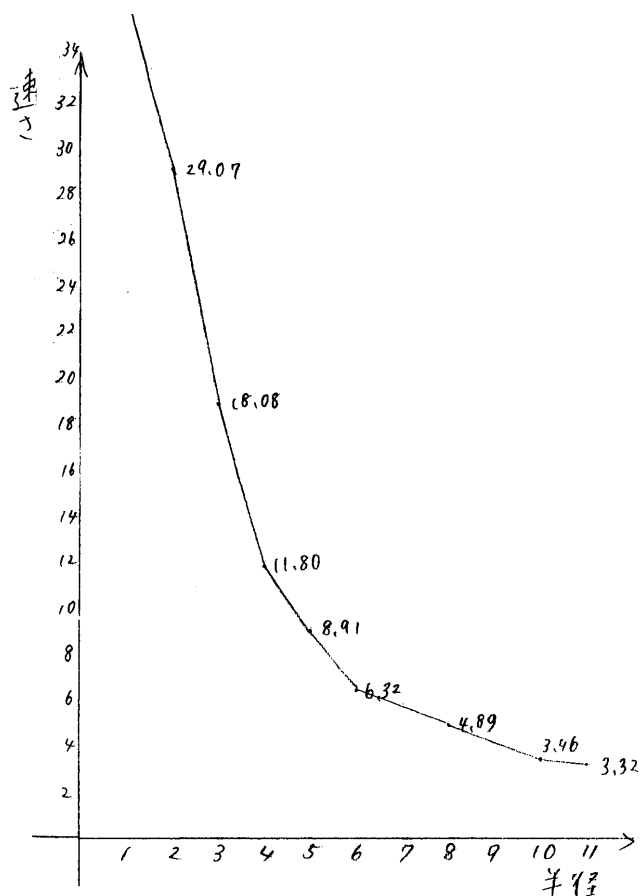
3班 表2
30cmを転がる時間

半径	1回	2回	3回	4回	5回	平均	秒速cm/秒
1cm	0.78	0.80	0.95	0.83	0.73	0.82	36.7
2cm	1.05	1.16	0.98	0.97	1.00	1.03	29.1
3cm	1.73	1.56	1.42	1.54	1.73	1.60	18.8
4cm	2.96	2.38	2.84	2.28	2.25	2.54	11.8
5cm	3.34	3.50	2.99	3.68	3.32	3.37	8.91
6cm	4.39	5.38	5.41	4.52	4.05	4.75	6.32
7cm							
8cm	6.35	6.77	5.54	6.42	5.60	6.14	4.89
9cm							
10cm	8.09	8.27	9.05	8.94	9.04	8.68	3.46
11cm	8.60	9.34	8.77	9.99	8.54	9.05	3.32

半径7cm, 9cmについては測定できなかった。

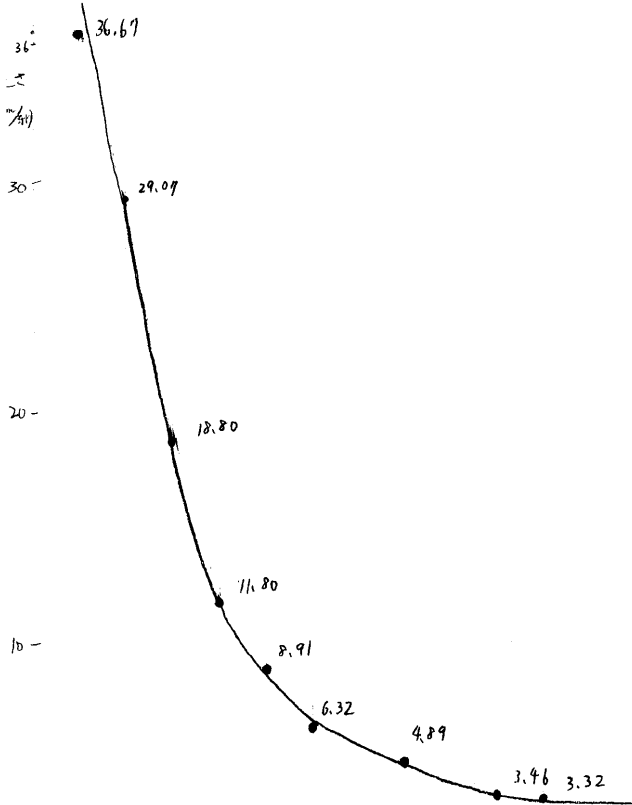
図1-1, 1-2はこれをグラフに表したものである。

図1-1



2 C 25 河村知加子

図1-2



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
2 C 7 河野赤之

4班

表3

10cm転がした場合

半径	1回	2回	3回	4回	5回	平均	秒速cm/秒
2.5cm	0.58	0.52	0.66	0.63	0.62	0.61	16.6
3.0cm	1.02	1.03	1.06	1.09	1.22	1.08	9.23
3.5cm	1.23	1.20	1.36	1.30	1.31	1.28	7.81
4.0cm	1.38	1.88	1.73	1.52	1.41	1.59	6.30
7.5cm	2.97	3.53	3.79	3.73	3.30	3.46	2.89
8.0cm	3.76	4.10	3.63	3.82	4.07	3.88	2.58
8.5cm	4.26	4.05	4.08	4.37	3.72	4.10	2.44
9.0cm	4.23	4.68	4.07	4.17	3.89	4.21	2.38
9.5cm	5.20	4.78	4.44	5.92	5.77	5.22	1.91
10cm	5.40	5.14	5.00	5.74	5.44	5.34	1.87

図2-1

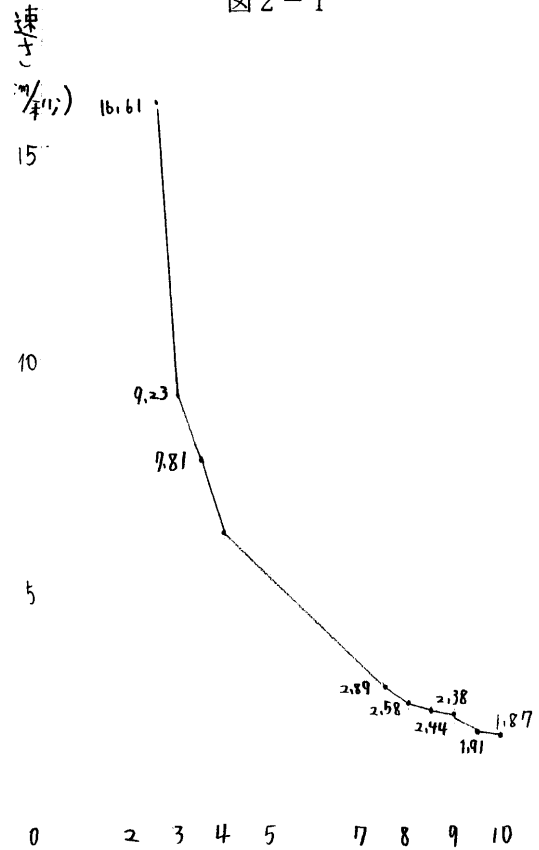
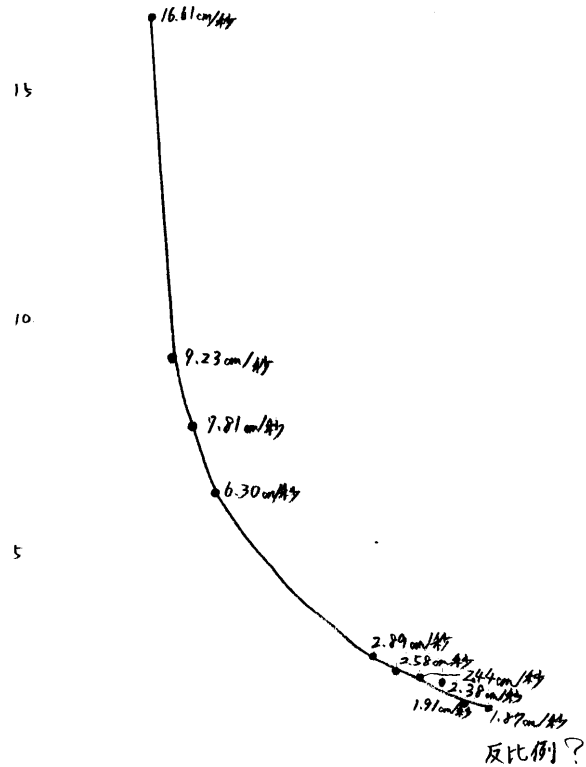


図2-2



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
2 C 11 坂俊二 (半径)

図2-1, 2-2はこれをグラフにしたものである。

IV 学習の反省と今後の課題

身の回りの事象から関数関係を見いだすためには「その2つの量には必ず関係があるはずだ」「必ず因果関係があるはずだ」という強い信念を持っていなくてはならない。しかしその信念は、関数を理解していなくては持ちようがないのかもしれない。「いろいろな現象をただ漫然と眺める」「自然のなすがままに身をゆだねる」ような態度では、関数関係を見いだすことは出来ない。この学習について言えば、2つの量を測定してグラフに示ただけでは、関数関係を見つけたとはいえない。次に示す図3は点をプロットしただけ、図4は単に直線を引いただけであり、関数を理解していない。前のページに示した図1-1、図2-1は点を直線で結んでいる。

図1-2、図2-2はなめらかな曲線で点を結ぼうとしている。この様な生徒は前者と後者でレベルの差はあるが、2つの量を関係づけようとする態度が見られる。この様な態度の意味を生徒の説明し、積極的に評価することが重要である。

なお今回の学習は4時間で行ったため、提出させたグラフについてお互いに検討したり意見を述べる発表の時間を全くとれなかった。この時間をとれば、さらに理解を深めることが出来たと思う。

図4

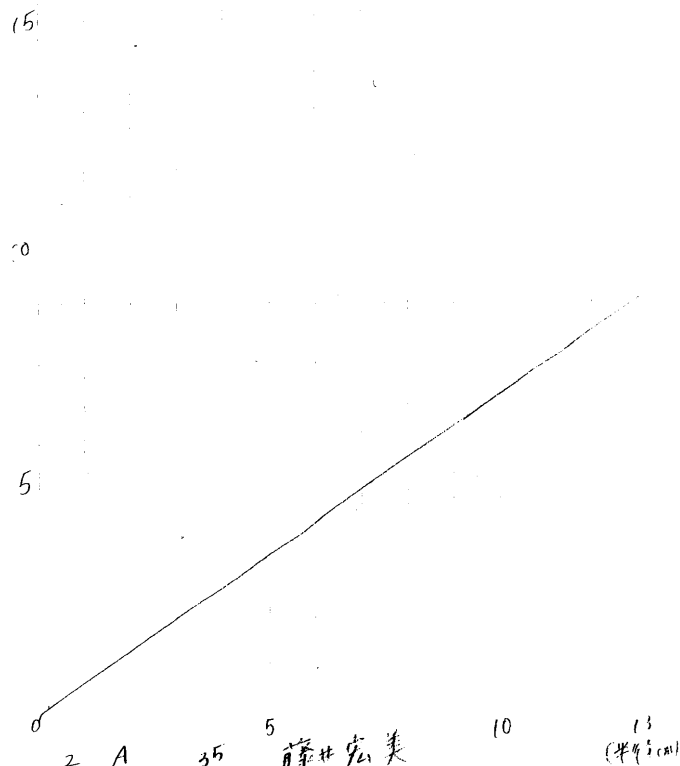
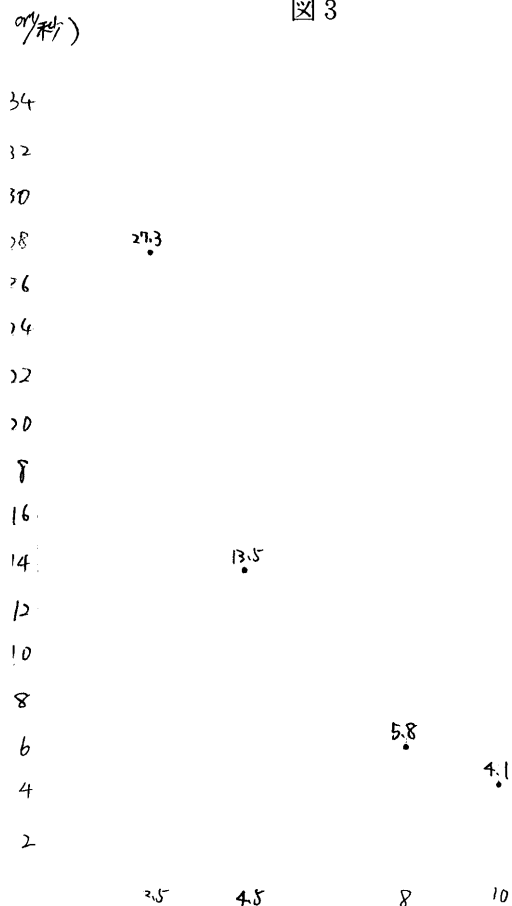


図3



ところでこの学習で取り上げた題材は2つの量が半径と速さで、ともに分かりやすい量であった。速さはかなり抽象的な量だが、今回は目の前に自分で作った動く車輪があるため、生徒は目を付けやすかった。教員は、落下距離と時間を思ってしまうが、時間は見えにくい量であるため生徒はなかなか気づかなかった。

これからも様々な教材を開発し、生徒に「2つの量を意識的に関係づける」事や「自然の因果律を実感させる」事を体験させたい。それは総合学習ではじめて可能になるし、そのような体験が実現できれば、自ら身の回りに関数関係を見いだすことは容易になるだろう。