

# 広島大学学術情報リポジトリ

## Hiroshima University Institutional Repository

Title	数学的に考える資質・能力を育むための大学入試問題の活用：本当に大学入試は高等学校教育の授業改善の足枷になっているのか？
Author(s)	上ヶ谷, 友佑
Citation	中等教育研究紀要 / 広島大学附属福山中・高等学校, 61 : 160 - 165
Issue Date	2021-03-31
DOI	
Self DOI	<a href="https://doi.org/10.15027/50877">10.15027/50877</a>
URL	<a href="https://ir.lib.hiroshima-u.ac.jp/00050877">https://ir.lib.hiroshima-u.ac.jp/00050877</a>
Right	
Relation	



# 数学的に考える資質・能力を育むための大学入試問題の活用 —本当に大学入試は高等学校教育の授業改善の足枷になっているのか?—

上ヶ谷 友佑

本稿のタイトルを見て、「え?」と思われた方と、「お?」と思われた方がいらっしゃるのではなかろうか。本稿の目的は、数学的に考える資質・能力を育むという新しい学習指導要領の趣旨に沿うには、数学の授業において、入試問題を活用することがむしろ有用である可能性を指摘することである。本稿では、早稲田大学で2014年に出題された確率と数列の融合問題を題材として、入試問題に取り組む数学的活動が、教科書水準では実現し得ない、高度な数学的な見方・考え方を働かせる機会となり得ることを示し、高等学校教育の授業改善に対して大学入試が足枷になっているかのような論調に警鐘を鳴らす。

## 1. 序論

高等学校・数学の学習指導要領解説には、「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善の推進に関して、次のような一節がある。

高等学校教育については、大学入学者選抜や資格の在り方等の外部要因によって、その教育の在り方が規定されてしまい、目指すべき教育改革が進めにくいと指摘されてきたところであるが、今回の改訂は、高大接続改革という、高等学校教育を含む初等中等教育改革と、大学教育の改革、そして両者をつなぐ大学入学者選抜改革という一体的な改革や、更に、キャリア教育の視点で学校と社会の接続を目指す中で実施されるものである(文部科学省, 2018, p. 4)

ここからもわかるように、一般的には、数学的に考える資質・能力を育むという現代的な要請は、大学入試で試される力を育むというこれまでの要請と相反するものと理解されている節がある。大学入試突破を至上命題とし、専ら入試問題演習ばかりに注力する数学の授業では、数学のよさが認識しづらく、受動的で黙々とした浅い学びになってしまう、ということであろう。そういう印象をお持ちの方は、本稿のタイトルを見て、「え?」と思われたかもしれない。

一方、大学進学を志す生徒にとっては大学入試を見据えた学習が不可避であるから、綺麗事やお題目ではなく、目の前の生徒にきちんと向き合った授業が必要だとお考えの方もいらっしゃるであろう。そういう方は、本稿のタイトルを見て、「お?」と思われたかもしれない。

いずれにせよ、本稿では、次を問いたい。

- 大学入試水準の応用問題を解くにあたって、数学的に考えないなどということがあり得るだ

ろうか?

大学入試の問題は、教科書よりも発展的な内容が扱われることが多いわけだから、そうした問題の解決過程は、単純に考えれば、より高度な数学的な見方・考え方を働かせる絶好の機会となるはずである。受験数学が解法の暗記を誘発するという見方は確かに根強いかもしれないが、よく練られた入試問題が教材として数学的に豊かな内容を有することもまた事実である(岡部, 2006)。また、大学入試の問題を、数学の授業や数学の教員研修で活用することを試みた先行研究が、わずかではあるが存在する(菅野ほか, 2007; 石井ほか, 1978)。

そこで本稿では、数学的に考える資質・能力を育むという観点で、大学入試の問題を数学の授業で活用する手立てについて検討する。本稿では、特に高校1・2年生の段階から活用可能な手立てについて検討したい。

## 2. なぜ大学入試は悪者扱いされるのか? : 教育研究の構造的問題

大学入試が数学教育研究において悪者扱いされる要因は、意外と複雑であると思われる。序論でも挙げたように、受験数学が解法の暗記を誘発するという教育上の問題がしばしば指摘されるが(岡部, 2006; 浪川, 2009)、これは本質的な問題ではない。筆者の見立てでは、数学的問題を提示して解法を解説するという指導スタイルが、いちいち数学的に考えるよりも解法を暗記した方が効率的だという印象を生徒達に与えてしまっているだけである。この指導スタイルを採用するならば、解法の暗記の誘発は、教科書レベルの数学的問題を扱う場合にも生じてしまうであろう。良質な数学的問題に罪はない。それがただ入試問題だったという理由で、否定的な印象を持たれる筋合いはない。

筆者には、どちらかと言えば、教育研究としての構造的な問題があるように思われる。大学入試を全面に取り扱う数学教育研究は、現場のニーズに迎合しすぎており、いささか矮小な印象を与える。数学の教師としても、自分の生徒達が数学の深遠さではなく、大学入試という数学的に本質的でない目先の利益に飛びついて数学学習に動機付けられている様を見るのは、忸怩たる思いがする。

また、この点に目をつぶるとしても、研究上の問題は山積みである。例えば、進路指導に力点を置きがちな高校教員のニーズとは裏腹に、教育研究としては、関数や確率といった主要な数学的概念の導入場面を研究したり、そうした概念を日常生活や社会生活へ応用する場面を研究したりする方が、社会的意義が大きいかもしれない。数学をするために数学を数学の内部で応用する場面の研究は、どちらかと言えば高校ではなく、大学の数学教育研究の主題である。

受験直前の生徒を対象とした教育研究がしにくいという現場的な事情もある。先行研究からも、1つの問題に対して多角的にアプローチできるという点が入試問題を授業で扱う利点であるとうかがえる(菅野ほか, 2007; 石井ほか, 1978)が、このことは、逆に言えば、複数の単元を十分に習熟した後の生徒でなければ研究の対象にしにくいという問題がうかがえる。しかし、受験が迫れば迫るほど、現場では、教師にも生徒にも、そうした教育研究を実施するゆとりがなくなる。

研究者の不在という問題も挙げられよう。近年の数学教育研究では、数学教育に対する意見論文や数学的内容の分析研究が論文として成立しにくくなったと言われる(Niss, 2019)。上述のように現場での実践が追いつかないので、せめて入試問題の教材としての豊かさを検討した論文が潤沢に出版されているとよいのだが、それだけでは教育研究にはなりにくく、現代において、それを専門とする教育研究者はほとんどいない。

以上の考察から示唆されるように、大学入試が悪者扱いされる要因は、解法の暗記に終始しがちな生徒達でもなければ、現行の入試制度でもなく、ひとえに教育研究の構造にある。あるいは、少々耳の痛い言い方をすれば、教育研究の取り組み方に問題がある。

### 3. 建設的な転換：きっかけとしての大学入試

前節での考察を踏まえ、本稿では、教育研究の在り方の再検討を提唱したい。1869年に世界で最初の教科教育者の協会であると言われる幾何学教授法改良協会(AIGT)がイギリスで設立(Howson & Rogers, 2014 参照)された当初から、中等教育改革は、常に大学入試の影響を受けてきた(当時の様子については、例えば、

Siddons, 1936)。大学入試が理想の中等教育実現にとって足枷になるという発想は、実に100年に及ぶ。我々は、そろそろ大学入試の現実をきちんと受け止め、教育研究の建設的な転換を考えるべきであろう。すなわち、世の中に流布する多様な数学観を積極的に肯定するという立場(上ヶ谷, 2020)から、受験数学を一面的に悪しきものとは見なさず、それが学校教育や社会に及ぼす可能性と限界について先入観に囚われず検証すべきである。

大学入試の肯定的側面を積極的に検討することは、学校教育という狭い範囲への大学入試の影響に限定せず、より広い社会的影響を検討するという観点から重要である。例えば、大学入試で数学が課されない社会を想像した場合、生徒達は、数学に関心を持ち得たであろうか? 数学は、科学技術を支える背景知識であるため、科学技術が高度に発達すればするほど、専門家以外には数学の役割が見えづらくなる(Jablonka & Gellert, 2007)。そのため、受験数学がなかったら、親の目から見て、将来役に立ちそうにもない数学に興じる子どもの姿というのは、他の娯楽に没頭する子どもの姿と区別がつくであろうか? 数学に興じる子ども達を親が無批判に受容してくれるように思われるのは、単に学校の教科になっているという以上の理由があるように思われる。

確かに、大学入試を利用した動機付けは教育方法論として安易であるし、数学の教師として、生徒達には数学の深遠さに動機付けられてほしいとも感じる。しかし同時に、人間の動機が、それほどまでにきれいに外発的なものと内発的なものに二分できるのかという点も疑問である。きっかけこそ大学入試であったかもしれないが、数学的問題をたくさん解く過程で数学の魅力に気付くということも十分あり得るであろう。実際、少なくとも筆者には、「数学的に考えること」に一目惚れするという状況が想像できない。小学校で算数に出会って以降、繰り返し数学的活動に従事し、少しずつ自身の思考力を洗練していく中で、数学的に考えることの魅力を知ることができると考える方がむしろ自然で、最終的に数学の魅力が理解できるなら、大学入試を1つのきっかけとする生徒がいてもよいように思う。

そう考えたとき、真の問題は、高校生が受験直前にしか入試問題に触れる機会がないことにあるように思われる。受験直前に初めて触れると、教える側も教わる側も急いでしまい、解法の解説や暗記に走ってしまう感も一定程度あるであろう。高校1・2年生の段階からゆとりを持って良質な数学的問題に触れることで、数学的に考えることの魅力に接近できるなら、それは決して悪いことではない。

そこで本稿のタイトルがテーマとして浮上する。数学

的な資質・能力を育むために、高校 1・2 年生の段階から良質な入試問題に触れることは有益であると考えられる。このとき最も重要なことは、それをどのように授業で扱うのがよいか、という点であろう。以下では、具体的な問題を題材として、入試問題の授業での扱い方を検討しよう。

#### 4. 具体的な検討：早稲田大学の入試問題より

本稿では、試みに次の問題を例に検討したい。

問題 A
袋の中に赤玉 $n-7$ 個、白玉 7 個の合計 $n$ 個の玉が入っている。ただし $n \geq 10$ とする。この袋から一度に 5 個の玉を取り出したとき、赤玉が 3 個、白玉が 2 個取り出される確率を $P_n$ とする。 $P_n$ が最大となる $n$ の値は <input type="text"/> である。
(早稲田大学 国際教養学部 2014 第 3 問 (3))

本稿でこの問題を取り上げる理由は、主に 2 つある。1 つは、高校 1・2 年生の知識の範囲内で解くことが可能で、高校 1・2 年生の数学の授業において発展的内容として扱うのに手頃な難易度である点である。確率と数列の融合問題であり、単元横断的な特徴があるものの、数列に関する公式をほとんど知らなくても解くことができ、取り組みやすい。以下では、便宜上、これを問題 A と呼ぼう。

もう 1 つの理由は、論理的に考えて解く場合と直観的に考えて解く場合とでアプローチが異なっており、授業中において生徒同士で議論しやすい点である。まず、論理的には、 $\{P_n\}$  の一般項を求め、隣接二項間の差または商に着目して増減を把握し、 $n$  の値を特定することになるであろう。高校 1・2 年生の段階では、この解法はいくつかの理由で気付きにくい。例えば、

- [a]  $n$  を用いて確率を表現することに戸惑いを覚える。
- [b] 一般項が既にわかっているにもかかわらず、あえて隣接二項間の差や商に着目しなければならない。

などが挙げられる。特に [b] については、数列の問題としては幾分トリッキーな印象となるかもしれない。数列の問題は、隣接二項間漸化式から一般項を特定することが基本である。シーケンシャル・アクセス（漸化式）からランダム・アクセス（一般項）への移行は、操作的理解から構造的理解への移行へと対応しており（Sfard, 1991）、一般的に、数量関係の把握としては後者の理解の方が高度である。そのため、構造的理解から操作的理

解へ移行する [b] の思考は、思考の流れが逆向きであり、幾分直観に反する思考である。

しかし、そうであるがゆえに、この問題は教材としての価値が高い。[b] の思考は、操作的理解から構造的理解へと数列の認識の問題として扱えば、確かに逆向きの思考だが、数列を、定義域が自然数である関数の一種として捉えるならば、見え方が変わる。つまり、[b] の思考は、その関数の全体像を表す式による、その関数の大局的な理解から、その関数のごく限られた部分の変化のパターンによる、その関数の局所的な理解へと移行することを意味しており、これは「微分」に対応する発想である。関数の振る舞いを理解するには、局所的理解と大局的理解を縦横無尽に行き来することが重要である。実際、問題 A は、数列の最大値を求める問題であり、表記上は数列でありながら、問題解決として取り組むべきことは、どちらかと言えば、 $P_n$  の関数としての振る舞いの把握である。

一方、問題 A に直観的にアプローチするならば、また上述の論理的なアプローチとはまったく様相の異なる展開となる。論理的なアプローチは、煎じ詰めて言えば、数列を関数的に把握できるかどうか肝であり、実は、確率の教材としての意味がほとんどない。だからこそ、この問題の確率の問題としての側面が、直観的なアプローチにおいては非常に重要となる。授業でこの問題を扱うことを想定し、例えば、次のような発問を考えたい。

- この問題は、穴埋め問題です。皆さんは、この問題に勘で答えるとすれば、何と答えますか？

問題 A を見ただけでは何も手がつかなかった生徒達であっても、この発問を通じて、生徒達は多様な議論を展開することができるようになるであろう。最初は、本当に適当な数を言う生徒がいるかもしれないが、そうした生徒が現れ始めたら、次のように追加で問いたい。

- なぜその値を選んだんですか？ どうせ勘で答えるなら、できるだけ当たりそうな値を書きたいですね。

こう問うことで、この問題の、確率の問題としての本性がクローズアップされると期待される。この問いには、生徒の問題把握の仕方を逆転させる効果が期待される。すなわち、最初は、「各  $n$  について袋から一度に 5 個の玉を取り出す試行を考え、赤玉が 3 個、白玉が 2 個取り出される確率がどうなっているか」を検討するという向きで問題把握しているかもしれないが、その逆で、「赤玉が 3 個、白玉が 2 個取り出される可能性が一番高そうなのは、最初に袋にどんな比率で赤玉と白玉が入っていた

ときだろうか」を検討するという向きに変化する。

上述の論理的アプローチがそうであったように、確率の値に関する問題は、同様に確からしいことを根拠に立式してしまったあとは、確率的に考える場面が消えてしまう。しかし、ここで問題把握の向きが逆転されたならば、確率的な判断が求められることになる。生徒達が、この逆転を上手く達成できなさそうであれば、状況に応じて補助的に、

- 赤玉と白玉の比率がどうなっていたら、赤玉が3個、白玉が2個取り出されそう？

と問うてやってもいいであろう。

「半々くらい？」などと言いつける生徒が現れたならば、教師としては、理由を問うチャンスである。彼らの答えは概ね「赤玉か白玉、どちらかが多かったら、多い方の色をたくさん引いてしまいそう」ということになるであろう。こうした理由を引き出せたならば、ぜひ褒めてやりたい。極端な具体例を考えることを通じて、問題把握に努めたり、一般的な予想を立てたりすることは、大切な数学的な見方・考え方の1つである。

そして、もう一步踏み込んで問いたい。

- 半々くらいだと確かに赤玉が3個、白玉が2個取り出されそうだが、ちょうど半々のときが、 $P_n$  が最大になるのだろうか？

赤玉の方が多く出ないといけないわけだから、袋の中には、赤玉が少し多く入っていた方がいい。そういうわけで、袋の中の赤玉と白玉の比率は、自然と、できるだけ3:2に近い方がよいような気がしてくる。 $(n-7):7=3:2$ であるから、 $n=17.5$  となり、 $n$  は17か18あたりが答えだろう、ということになる。

もちろん、これもある意味では論理的に考えおり、純粹に「勘」で答えているわけではない。簡単に確認できる例を用いて、答えの予想を形成しているというのが、正しい言い方であろう。数列を用いた論理的なアプローチと比較すると、極端な例から得られる示唆に基づいて  $n$  の値の候補を絞り込んでいるアプローチとなっている。数学としては、途中でどんなに演繹的に考えていたとしても、一箇所でも演繹的推論にほころびがあれば、それは実質的に勘で考えたのと同じ扱いとなる。しかし逆に言えば、数学的活動としては、「勘で答える」とは、できるだけ直観的にそれらしい答えが得られるように「数学的に考える」ということであり、ランダムな答えを述べることではない。数学的な予想には、相応の根拠が必要なのである。

ただ、問題 A の場合、生徒達にとって、この直観的ア

プローチも簡単には思いつかないアプローチであろう。実際、「赤玉が3個、白玉が2個取り出される可能性が一番高そうなのは、最初に袋にどんな比率で赤玉と白玉が入っていたときだろうか」と問いを変形することは、生徒達にとってはあまり自然な思考ではない。構造的には、関数  $f(x)$  の最大値を求める問題において、「 $f(x)$  の値が一番大きそうなのは、どんな  $x$  を選んだときだろうか」と問うことと同じなのだが、これとは若干、その様相が異なる。関数  $f(x)$  の最大値を求める場合は、「 $f(x)$  の式に具体的な  $x$  の値を代入して、 $f(x)$  の値を得る」という思考過程を捨象して、集合  $\{(x, f(x)) \mid x \in \mathbb{R}\}$  を数学的対象として構成することから考察が始まる (Gray & Tall, 1994; Sfard, 1991)。そうでなければ、その学習者は、関数  $f(x)$  を、「最大値」という属性を有する数学的対象として存在論的には認識できていないことになる。一方、今回の問題で同じことを達成するためには、「具体的な  $n$  の値を決めて、赤玉と白玉を取り出す試行を確定させ、そこから  $P_n$  の値を得る」という思考過程を捨象して、集合  $\{(n, P_n) \mid n \in \mathbb{N}\}$  を数学的対象として構成することから考察を始めなければならない。普通、確率の問題に取り組む場合は、単なる計算問題に終始せず、与えられた試行をきちんと押さえておくことが重要であるから、この試行を捨象するという思考は、生徒達にとってあまり自然ではないと言える。そういう意味で、

[c] 試行を捨象して、集合  $\{(n, P_n) \mid n \in \mathbb{N}\}$  を数学的対象として構成する。

という思考は、生徒達にとって馴染みが薄く、授業で扱うには教師の支援が必要である。

また、[c] の後に必要となる数学的思考についても、その正当性の基礎付けが難しい。「赤玉が3個、白玉が2個取り出される可能性が一番高そうなのは、最初に袋にどんな比率で赤玉と白玉が入っていたときだろうか」という問いは、元の問題とは完全に構造の異なる確率の問題を立てていることになっており、その構造は意外と複雑である。新しい問いの構造を数学的にきちんと定式化すると次のようになる。

#### 問題 A'

袋の中に赤玉  $n-7$  個、白玉 7 個の合計  $n$  個の玉が入っている。ただし  $n \geq 10$  とする。この袋から一度に 5 個の玉を取り出すと、赤玉が 3 個、白玉が 2 個取り出された。このとき、 $n = \square$  である確率が最も高い。

問題 A と問題 A' が有する確率の問題としての構造的差異は、そこで扱われている試行の差異を明確にすることで見えてくる。まず、問題 A では、 $n$  の値を任意定数として固定することで試行が 1 つつまり、 $n$  個の玉の出方がどれも同様に確からしいものとして解釈されるのが自然である。ところが、問題 A' では、 $n$  の値の選択が確率の影響を受ける。つまり、まず、 $n$  の値が無作為に選ばれ、その選ばれた  $n$  に対して、 $n$  個の玉を準備し、その中から無作為に 5 個を選ぶという二段階の試行になっている。問題 A' では、 $n$  の値の選択も無作為になっていると解釈しなければならない。そうでなければ、赤玉が 3 個、白玉が 2 個取り出されたという条件下で、 $n$  が特定の値である確率を考えることができない。そう。問題 A は、 $n$  の値に対応した試行を考え、その試行において赤玉が 3 個、白玉が 2 個取り出される（条件なしの）確率を考えていたが、問題 A' は、 $n$  の値の選択から始まる一連の試行の結果として、赤玉が 3 個、白玉が 2 個取り出されたときの条件付き確率を考えていることになっている。考えている全事象が違うのである。

高校数学の範囲では、根元事象が有限個の場合しかきちんと扱うことができないが、問題 A' は、 $n$  の値として、10 以上の自然数ならばどの数が選ばれることも同様に確からしいと考えるのが都合がよい。これは、あくまでも「都合がよい」だけであって、そう解釈しなければならないわけではない。なぜなら、そのように考えたときに限り、問題 A と問題 A' の答えが一致するからである。当然、問題 A' の設定で、もし  $n = 10$  が選ばれる確率が 100% だったならば、 $n = 17$  が選ばれる条件付き確率は 0% であり、考える意味がない。問題 A と問題 A' は、構造の異なる問題であり、 $n$  の値の選ばれ方が同様に確からしい場合でないと同一視することができないのである。したがって、この直観的アプローチは、問題 A の答えへの示唆を得るために、問題の設定を、 $n$  の値を固定する設定から固定しない設定へ拡張して、問題 A と同じ答えになる問題 A' を新しく創造するアプローチであると特徴付けることができよう。

この拡張を視覚的に示すために、図 1 を用意した。図 1 は、 $10 \leq n \leq 25$  の範囲に限定して、 $n$  と  $P_n$  の関係をグラフで表したものである。問題 A では、 $n$  を固定する構造なので、図 1 において、どの  $n$  の値の列を見るかを固定してから、■の部分はその列の何% に相当するかを考える構造である。一方、問題 A' は、条件付き確率の問題なので、先に ■の部分全体に着目し、どの  $n$  の列が、最も ■の部分全体に対して占める割合が大きいかを考える構造である。 $n$  の値の選ばれ方が同様に確からしいと考えたときに限り、図 1 における各  $n$  の

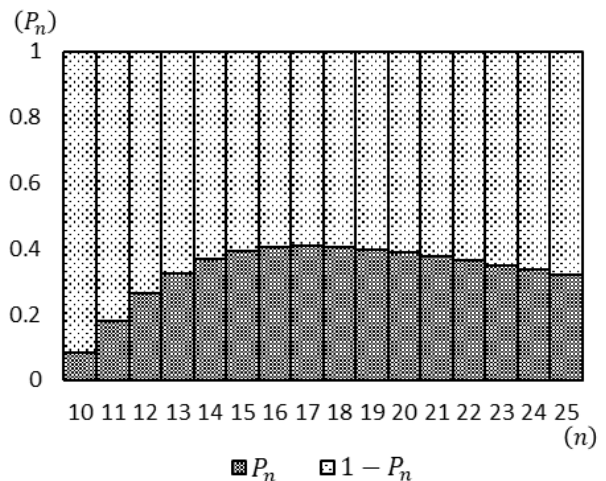


図 1:  $P_n$  の値の変化

列が等幅となり、当該の条件付き確率が最大となる  $n$  の値が、 $P_n$  を最大とする  $n$  の値と一致する。

図 1 は、ある意味では、 $n = 17$  で  $P_n$  が最大になる可能性をよく示唆してはいる。一方、面積図を用いた条件付き確率の指導が国内の実践でもしばしば用いられている（石橋, 2019）ように、図 1 は、問題 A から問題 A' への拡張が可能であることを気付くために有効な図にもなっている。図 1 を縦向きに見るという問題 A から、一旦図 1 全体へ視野を広げた後に図 1 を横向きに見るという問題 A' への移行は、面積図というツールによって媒介される。その意味で、[c] の思考のあとは、

- [d] 全事象を縦向きに捉える見方から、全事象を面全体で捉える見方へと拡張し、条件付き確率によって横向きに捉え直す。

という思考が必要である。

確率の問題では、特に [d] の思考は難しい。関数の問題では、グラフを媒介として考察する機会が多く、グラフを縦向きに見たり横向きに見たり柔軟に考える経験を積みやすい。確率の問題で [d] の思考を行うためには、グラフのように考察範囲を拡張するツールの利用機会がそう多くなく、柔軟に考える経験を積みにくい。問題 A を論理的に解くことができても、問題 A' に変形して考察できる生徒はそう多くないと予想されるが、そうした数学的ツールの事情も関係していると思われる。

## 5. 結論：より具体的な授業化へ向けて

本稿は、数学的に考える資質・能力を育むという観点で、大学入試の問題を高校 1・2 年生の数学の授業で活用する手立てについて検討した。問題 A を具体例として検討を試みたところ、この問題が、高度な数学的な見方・考え方を働かせる機会に富んだ問題であることが明らか

となった。そういう意味で、数学的に考える資質・能力を育むという現代的な要請が、大学入試で試される力を育むというこれまでの要請と相反するものだと仮定することは、誤った先入観である。入試問題に取り組む数学的活動は、数学的思考に関する数学教育研究の知見を踏まえながら授業での取り扱い方を工夫することで、教科書水準の問題解決学習では実現し得ない水準で、数学的に考える資質・能力を育む機会となり得る。

最後に、より具体的な授業化へ向け、本稿では2つの方向性を提案したい。1つは、確率の単元の応用問題としての授業化である。我々数学の教師は、ややもすれば、演繹的に解き切らなければ数学の問題を解いた感じを得られないものだが、数学的に考える資質・能力を育むという観点に徹するならば、その感覚はむしろ邪魔かもしれない。例えば、問題Aを解くにあたっては、前節で述べた要領で赤玉と白玉の比率について予想を立てさせ、あとは表計算ソフトを用いて  $P_n$  の値の一覧を作り、予想の正しさを確認するという授業でもよいであろう。我々の目的は、まずは1時間の授業の目標を到達することであり、大学入試問題を題材として授業を行うからといって、その1時間で、その入試問題を独力ですべて解けるようになるための支援をすべてやり切る必要はない。確率の問題で表計算ソフトを使うことが常態化したならば、関数の問題でグラフを使うことが常態化するのと同様の効果が得られ、ひいては、[c] や [d] の思考を促進する効果が得られると期待される。

もう1つは、数列の単元の応用問題としての授業化である。確率の問題である以上、問題Aの確率的な意味理解は大事にしたいところではあるが、論理的アプローチとして実際に必要な能力は、数列をどう分析するかであり、1時間の授業としては、ここに注力するという考え方もあるであろう。

実は、本稿を執筆したきっかけは、高校1年生の数学の授業において、問題Aを出題し、勘で答えを導くように促したところ、生徒達の間で議論が盛り上がった経験を得たからである。きちんとビデオ録画等で授業を記録しておけばよかったと悔やまれるが、本稿の執筆を通して、教材としての価値は、その授業を実施した当初よりも深まったように思われる。今後の課題は、確率的思考に関する先行研究をより一層踏まえた検討を行うことと、実際の授業において生徒達がどのように思考するか、きちんと記録を取った上で分析することである。

#### 引用・参考文献

Gray, E. M., & Tall, D. O. (1994). Duality, Ambiguity, and Flexibility: A “Proceptual” View of Simple

Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(2), 116–140.

Howson, G., & Rogers, L. (2014). Mathematics Education in the United Kingdom. A. Karp & G. Schubring (Eds.), *Handbook on the History of Mathematics Education* (pp. 257–282). Springer.

石井浩・磯野宏美・内田寛・織田和正・小高茂夫・田上正・諸橋孝明 (1978). 授業の幅を広げる工夫: 入試問題の利用. 日本数学教育学会誌『数学教育』, 60(11), 248–251.

石橋一昂 (2019). 「原因の確率の理解を目標とした条件付き確率の学習を支援する教材と授業の条件」. 日本数学教育学会『第52回 秋期研究大会発表集録』, 65–72.

Jablonka, E., & Gellert, U. (2007). Mathematisation and demathematisation. U. Gellert & E. Jablonka (Eds.), *Mathematisation and Demathematisation: Social, Philosophical and Educational Ramifications* (pp. 1–18). Sense Publishers.

文部科学省 (2018). 『高等学校学習指導要領 (平成30年告示) 解説 数学編 理数編』.

浪川幸彦 (2009). 「高等学校数学教育はどう変わらなければならないか: 新学習指導要領の方向」. 日本数学教育学会誌, 91(3), 34–38.

Niss, M. (2019). The very multi-faceted nature of mathematics education research. *For the Learning of Mathematics*, 39(2), 2–7.

岡部恒治 (2006). 「第55回 (2006年) 大学入試懇談会 講演 数学の入試はどうあるべきか」. 日本数学教育学会誌『数学教育』, 88(11), 40–46.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36.

Siddons, A. W. (1936). Progress. Presidential Address to the Mathematical Association, January 1936. *The Mathematical Gazette*, 20(237), 7–26.

菅野栄光・下村哲・今岡光範 (2007). 「高等学校における発展的な問題作りの授業: 大学入試問題を活用した取り組み」. 日本数学教育学会誌『数学教育』, 89(7), 2–9.

上ヶ谷友佑 (2020). 「数学の生涯学習において多様な数学観を考察するための理論的視座」. 日本数学教育学会『第8回春期研究大会論文集』, 63–70.