論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称	博　士（　理学　）	氏名	道　久　寛　載
学位授与の要件	学位規則第４条第１・2 項該当		

論文題目

Optimal leading term of solutions to wave equations with strong damping terms

（　強摩擦項をもつ波動方程式の解の最適主要項　）

論文審査担当者

主　　査	教　授	池畠　良（教育学研究科）
審査委員	教　授	吉野　正史
審査委員	教　授	川下　美潮
審査委員	教　授	水町　徹

〔論文審査の要旨〕

由緒正しい波動方程式に対して、様々な摩擦項や粘性項あるいは近年極めて盛んに話題とされる所謂「構造的な摩擦項」等を加えて考察し、時間が十分経過したときの解の性質を捉えるという研究は、ここ１０年位でドイツ・イタリア・米国・中国・ブラジルそして日本を中心に盛んになってきている。そのような状況下、本学位申請者（以下、申請者という）は、いわゆる強摩擦項を持つ線形波動方程式を全空間で扱いその対応する初期値問題の解の性質に着目して研究を進めてきている。非線形問題華やかなりしこの当該分野に於いて、申請者は敢えて「線形問題」に拘って研究対象を絞り、より深い解の構造を捉えることを研究対象としている。

さて、当該研究対象である「強摩擦項を持つ波動方程式」は、粘性項の存在によりその全エネルギーが時間の進展と共に減少していくのはすぐにわかるのであるが、解そのものがどのような構造を持つのかという問いには全く不十分である。その様な状況下この方程式は G. Ponce 教授（米国カリフォルニア大学）によって１９８４年に研究が始められ１９９９年には柴田良弘教授（早稲田大学）による解の L^p-L^q 評価の導出及びその拡散波の構造の発見で一旦研究が収束したかに思えた。しかし、近年になって大きな進展が観られた。それは対応する初期値問題の解自身の時間が十分経過したときの漸近形（主要項）が、池畠良（広島大学）を中心とする国際的研究グループによって発見・進展され、それによって解の構造がよくわかるようになった。例えば解自身の L^2 ノルムの時間についての上と下からの最良な「評価」が得られたのは大きな前進であった。「評価」は必ずしも減衰を意味するわけではなく、実際に空間１・２次元の場合は、拡散波の低周波帯における特異性の影響が強く表れ、時間とともに無限大に増大していくことも意味する。柴田良弘教授によって２次元の上からの対数オーダーでの増大度はすでに指摘されていたがここではそれをさらに精密化したものも含めて導出されている。さて、本論文の申請者の主な研究内容は、すでにそういった漸近形（第１漸近形）が把握された歴史的状況下、より高次の漸近展開を新しい方法と共に得られないか、という素朴な問題意識に始まる。

本論文の内容は大きく分けて次の２点からなる。

（1）陽表示された解の時間無限大における高次漸近展開に関する考察。

(2) 得られた２次の漸近形を利用して解と第１漸近形との差の L^2 ノルムの上と下からの最適減衰率の導出についての考察。

本論文の内容（1）の主な特徴は、以下である。まず問題の方程式を空間方向でフーリエ変換し周波数をパラメータとする時間についての２階の常微分方程式に帰着させる。その解は具体的に２つの特性根を使って陽表示される。線形理論の利点である。陽表示された解の発展作用素の振動部分については、申請者が別の参考論文ですでに開発していた職人技とも言える巧みなゼロ周波数付近での高次の漸近展開公式がわかっている。一方陽表示された解はフーリエ変換された初期値の一次結合表示でもあるので、その初期値のフーリエ像の各周波数ごとの高次の漸近展開評価式を、申請者はより一般的な形で提示した。その公式からの情報によると、初期値のフーリエ像がその重要な量である高次モーメントを使って記述されるのである。さて、ここがポイントであるが、申請者はその初期値の L^1 空間の重みに応じた展開次数を持つ２種類の高次展開された解作用素の部分と初期値のフーリエ像の部分との（荒く言って）「積」を対応する当該問題の解の最適な漸近形（主要項）として提示した。第１漸近形は先行研究で構成されたものと勿論完全に一致するのであるが、第２漸近形以降からは申請者独自の発見であり特筆すべき結果である。発展作用素だけの高次展開であるなら、別な形の方程式に関する先行研究でも別な方法で構成は行われているが、それだけでは以下の (2) の考察を突破できない弱点がある。初期値の属する L^1 空間の重みに応じた高次展開との組み合わせについては新しい着想である。

次に、申請者は（2）の考察に進む。池畠等による先行研究では、すでに解自身の上と下からの最適時間評価が導出されていると述べたが、その下からの評価には初期速度のゼロ次モーメントの絶対値が係数として掛かっている。申請者はこう考えた。もし、そのゼロ次モーメントが消滅したら解の時間評価の最適性が崩れ、新たな問題が提起される、つまりゼロ次モーメント消滅時の解の最適時間減衰率は何であるか、という極めて自然な考察である。申請者は、この問いに考察（1）で得られた２次までの解の漸近展開公式を応用して、解自身と第１漸近形との差の空間方向の L^2 ノルムの上と下からの時間減衰評価を、第２漸近形等を評価することに帰着させて導出している。上からの評価は、素直に行くのであるが、困難の多くは「下からの最適減衰評価」を導く部分にある。少なくともこの強摩擦項を持つ波動方程式においては、そういった量を下から評価したのはこの申請者の研究が最初であり特筆に値する。特に、その評価式でゼロ次モーメントが消滅しても解自身の上と下からの時間減衰評価が初期速度の１次モーメントと初期振幅のゼロ次モーメントの２乗の和の平方根を係数として下から抑えられるという見た目にも美しい評価式を見出している。証明は巧みであるが（荒く言って）初期値のゼロ次モーメント（の比）に依存した帯状型周波数帯に評価すべき積分量を落とし込んで、第２漸近形等の積分量を初期値に依存した十分大きい時間帯で下に評価するのがアイデアである。こうした考察を可能にしているものの一つが、考察（1）において解の高次漸近展開公式を初期値の高次モーメントによる表記を使ってぎりぎりまでそぎ落とし、主要部の本質を申請者独自のアイデアで見出したことにある。その意味ではまさに解の最適主要項を見事に捉えている。

以上，審査の結果，本論文の著者は博士（理学）の学位を授与される十分な資格があるものと認める。

公表論文

H. Michihisa, Optimal leading term of solutions to wave equations with strong damping terms, Hokkaido Math. J. (in press).