広島大学附属福山中・高等学校
中等教育研究紀要　第37巻

関心·意欲や創造性等の評価についての実践研究

村上　和男

最近新しい学力観についての論議が盛んである。そこでは数学的な考え方や意欲·態度も学力として位置づけようとされている。そのとき問題になるのはそれらの評価である。この研究は、具体的な評価方法やそのための授業設定と教材、さらに評価例等についての実践的研究である。

Ⅰ.はじめに

高等学校学習指導要領に、目標として「数学における基本的な概念や原理·法則の理解を深め、事象を数学的に考察し処理する能力を高めるとともに数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する態度を育てる」とある。これは数学への関心·意欲や態度をも学力として見るいわゆる新しい学力観である。この目標を達成するための1つの手段として評価がある。従来の学力評価はその客観性に重点が置かれ、テストを主な方法として行われて来たが、数学への関心·意欲等の評価はテストだけでは難しい。また評価に際してはその評価基準が必要だと言われている。新しい学力観では、みずから学ぶ意欲を育てることを重視するが、どのような状態を「意欲が育っている」と言うのかその客観的基準の設定は困難である。ではどのようにして、関心·意欲等を評価すればよいのだろうか。

Ⅱ.評価の方法

(1)　観察法

授業中の生徒を観察し、記録をとる方法。客観性にはややかけるが手軽にでき、観察の結果を直ちに指導に結びつけることもできる。しかしそれぞれの生徒を細かく観察しようとすれば、かんじんの学習指導がおろそかになる。また関心を抱くとすぐ行動に現れる生徒や、活発に発言する生徒は観察しやすいが、関心をもってもじっと考えこむ生徒もいる。このような生徒には注意が必要である。

(2)　レポートやノートなどを評価する方法

何をねらったレポートなのか明確にしておく必要がある。3段階のA、B、Cで評価することが多いが、この違いは何なのか具体的にしておくこと。また、作品に現れたものがすべて、生徒の関心·意欲·態度につながるとは限らない。「関心·意欲·態度」「知識·理解」等のあらゆる側面の学力が総合されている。どのような場面でのレポートなのかを考え、総合的な判断が必要である。また、結果の正しさのみに目を奪われないことも大切である。

(3)　ペーパーテストによる方法

知識や技能のみに偏らないペーパーテストを実施し、情意的な面を評価する方法。

（1）～（3）のいずれの方法で評価するにせよ、学習の初期には関心が形成され、その後学習がすすむにしたがって意欲･態度が形成されると考えられる。しかし何が意欲で何が態度なのか、その区別は明確ではなくひとまとめにしてよい。いずれにせよこれらを評価するには、それらが表面に現れやすい授業場面の設定をぬきにしてはできない。以下に、このような授業例をいくつか紹介する。

Ⅲ.授業例

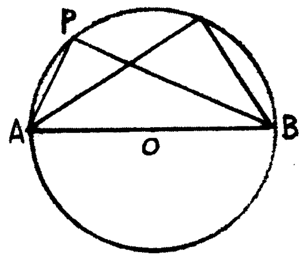
（1）中心角と円周角

教科書の流れ

中心角と弧→直径の上にたつ円周角→円周角の定理の逆

実際の授業では次のように扱った

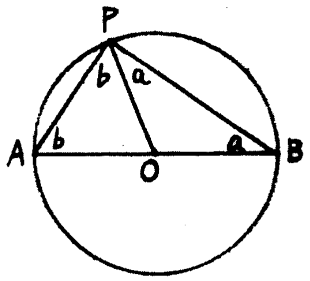
問．次の図で何が言えるか



問．それはなぜ成立するのか。いろいろな方法で証明せよ。

生徒を観察し、また生徒から出た答えを板書させる。

［証明1］



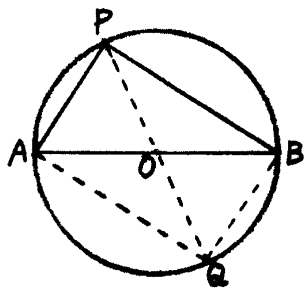
△ＯＰＢと△ＯＡＰは二等辺三角形

$a+a+b+b=180^\circ$

したがって $a+b=90^\circ$

$\angle \mathrm{APB}=a+b=90^\circ$

［証明2］



四角形ＡＱＢＰにおいて

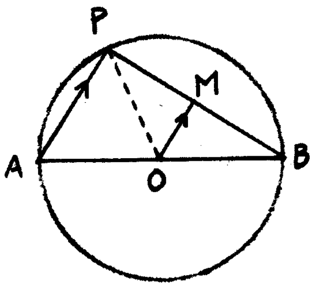
対角線 ＰＱ＝ＡＢ

またこの対角線は互いに他を二等分するので

四角形ＡＱＢＰは長方形。

$\therefore \angle \mathrm{APB}=90^\circ$

［証明3］



ＯからＡＰに平行線を引き、ＡＢとの交点をＭとする。

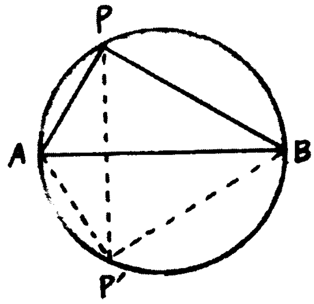
ＯはＡＢの中点だから ＰＭ＝ＢＭ、ＯＰ＝ＯＢ、

さらにＯＭ共通より △ＯＰＭ≡△ＯＢＭ

したがって

$\angle OMB = \angle OMP = 90^\circ$ AP ∥ OMより $\angle APB = \angle OMB = 90^\circ$

以前の授業では補助線を与えていたが、最近は与えずに自由に考えさせるようにしている。補助線を引けない生徒も、授業中に他の生徒から出た意見はよく聞く。また思いがけない考え方も出てくる。例えば、背理法を使おうとした生徒や、次のような補助線を引いて証明しようとした生徒もいた。もちろん証明に失敗しても、意欲はあると評価される。



問. さて以上の結果をふまえて、次に何をしたらよいと思うか考えよ。またそれをノートに書け。

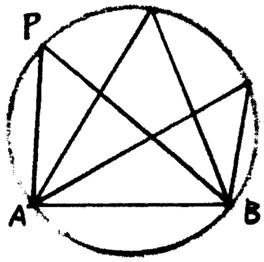
・・・生徒を観察する。関心・意欲・態度を評価する。・・・

生徒から出た意見

① ABを直径でないようにする。

$\angle P = 90^\circ$ にはならないが、何か成立することはないか。

教室で円周角の定理を導いた。



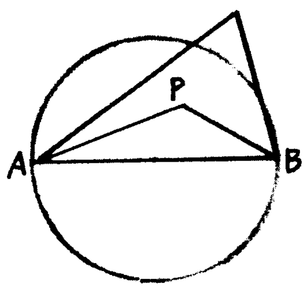
② 円を他の図形にする。

三角形が三角形に内接する場合どうなるか。接するとはどのような意味があるのか。

③ 円周上に点Pをとらない場合。

これについては課題とし、レポート提出させ評価する。

その後、円周角の定理の逆を全員で導いた。



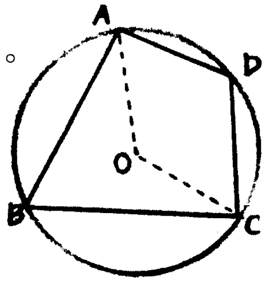
(2) 円に内接する四角形

問. 向かい合う内角の和は 180° であるこの定理をさまざまな方法で証明せよ。

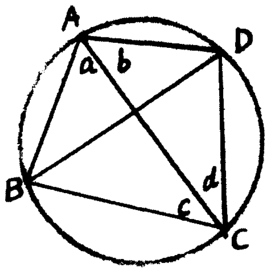
・・・観察する・・・

生徒が出した方法

① 中心角と円周角の関係を使った方法



② 対角線をひいて円周角を動かす方法



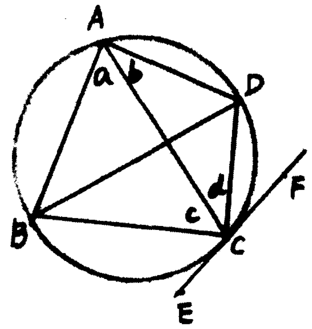
$\angle c = \angle \mathrm{ADB}$

$\angle d = \angle \mathrm{ABD}$

$\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{ADB} + \angle \mathrm{ABD} = 180^\circ$

ゆえに$\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{C} = 180^\circ$

③ 接弦定理を使った方法



接弦定理より$\angle \mathrm{BCE} = \angle a$

$\angle \mathrm{DCF} = \angle b$

$\angle \mathrm{BCE} + \angle c + \angle d + \angle \mathrm{DCF} = 180^\circ$

ゆえに$\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{C} = 180^\circ$

(3) 式の計算‥‥乗法公式の利用

$65^2 = 4225$の簡単な計算方法

$6^2 = 36$　$5^2 = 25$　$2 \times 5 \times 6 = 60$だから

$$\begin{array}{r} 3625 \\ 60 \\ \hline 4225 \end{array}$$

これを発展させよ。レポートを提出させ、それを評価する。

生徒が出した発展例

① 3桁の整数の2乗の計算

$(100a + 10b + c)^2 = 10000a^2 + 100b^2 + c^2 + 2000ab + 200ac + 20bc$　の式を利用

例 375^2の計算

$3^2 = 9$、$7^2 = 49$、$5^2 = 25$、$2 \times 3 \times 7 = 42$、$2 \times 3 \times 5 = 30$、$2 \times 7 \times 5 = 70$　だから

$$\begin{array}{l} 94925 \\ 42 \\ \;\;30 \\ \;\;\;70 \\ \hline 140625 \end{array}$$

3桁の整数の2乗の計算を2桁の整数の場合と全く同じ方法でやった人もいる

例 365^2　$36^2 = 1296$、$5^2 = 25$、$2 \times 36 \times 5 = 360$

$$\begin{array}{r} 129625 \\ 360 \\ \hline 133225 \end{array}$$

これは正しい。36^2の計算が面倒だが、それは2桁の計算方法でできる。

② 4桁の整数の2乗を求める式を作った後、5桁の場合を予想した生徒

例 49358^2　$4^2 = 16$、$9^2 = 81$、$3^2 = 9$、$5^2 = 25$、$8^2 = 64$

$4 \times 9 \times 2 = 72$、$4 \times 3 \times 2 = 24$、$4 \times 5 \times 2 = 40$、$4 \times 8 \times 2 = 64$、$9 \times 3 \times 2 = 54$

$9\times5\times2=90$、$9\times8\times2=144$、$3\times5\times2=30$、$3\times8\times2=48$、$5\times8\times2=80$

となるから

```
  1681092564
   72
    24
     40
      64
     54
      90
      144
       30
        48
         80
  ----------
  2436212164
```

まず、2乗した数を並べて書く（9などは09)。次に例では4から順に $4\times9\times2$、$4\times3\times2$とやっていき、$4\times8\times2$までいったら$9\times3\times2$へといく。このとき書き始めは$9\times3\times2$の10の位が、はじめの$4\times9\times2$の次に並ぶような位置にもっていく。終わりまでいったら、縦に全部足せば答えが出る。

何桁の整数でも同じようにできる。

③ 67^2を $(a-b)^2$の展開公式を使って計算した生徒

$6+1=7$、$10-7=3$で

$7^2=49$、$3^2=9$、$2\times7\times3=42$

```
   4909
 -   42
 ------
   4489
```

④ 2桁の整数の3乗を計算した生徒

$(10a+b)^3=1000a^3+300a^2b+30ab^2+b^3$ を利用する

例 65^3の計算　$6^3=216$、$5^3=125$、$3\times6^2\times5=540$、$3\times6\times5^2=450$

```
 216125
  540
   450
 ------
 274625
```

⑤ 2桁の整数の n 乗を計算しようとして失敗した生徒

(4) 平面図形と式

① $A(x_1、y_1)$ $B(x_2、y_2)$ $C(x_3、y_3)$がある。△ABCの重心Gの座標は

$$x=\frac{x_1+x_2+x_3}{3} \qquad y=\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$$

これをふまえて、次に何をすればよいか考えよ。･･･観察する

＊四角形について考えた生徒や、六角形について考えた生徒がいた。

② 平面上に長方形ＡＢＣＤがある。点Ｐをこの平面上のどこにとっても

$PA^2+PC^2=PB^2+PD^2$ が成立することを証明せよ。

またこの問題を発展させよ。･･･観察する

＊平行四辺形にした生徒

＊直方体にした生徒

(5) 式の展開

$$(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)=\{(x-1)(x+6)\}\{(x+2)(x+3)\}$$
$$=(x^2+5x-6)(x^2+5x+6)$$
$$=(x^2+5x)^2-6^2$$
$$=\cdots\cdots$$

このような問題を作ってレポート提出せよ。

Ⅳ.レポートの評価について

生徒が書いたレポートの内容を検討して、生徒の情意的な面を評価することは以外に難しい。どのような状況でのレポートなのか、例えば分析を要求されるものなのか、あるいはアイディアを出せばよいのか、などで判断する。数学的な見方や考え方については、「課題の内容を深めたり発展させたりしているか」などで評価できるが、関心･意欲については難しい。個人的には、レポートを提出した生徒は全員「関心や意欲がある」と判断してよいと思っている（特に全員が提出するわけではないレポート)。また内容が正しいかどうかにあまりこだわってはならない。

さて、全員が必ず提出するレポートについては、その取り組みの様子を細かく見た評価も可能である。そのような例として「問題作り」について述べる。

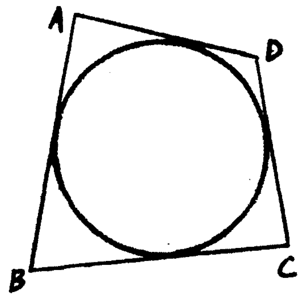
問題作り（what-if-not）による評価

(1) 元になる問題

図のように、円Oが四角形ＡＢＣＤの各辺に点Ｅ、Ｆ、Ｇ、Ｈで接している。このとき

$$AB+CD=AD+BC$$

であることを証明せよ。



(2) 生徒が上げた要素

＊証明問題である

＊四角形を扱っている

＊結果は文字式である

＊数値が現れない

＊接する問題である

＊円を扱っている

＊図に書ける

＊等式を扱っている

＊図形の問題である

＊2次元の問題である

＊内接を扱っている
＊円の数が1つである
＊辺の長さは決まっていない
＊和についての問題である
＊接点は4個ある
＊辺の長さは等しくない
＊図形が2つである
＊辺の長さについての問題である
＊円の直径は決まっていない
＊四角形の数は1個である
＊四角形の中に円がある
＊角の大きさは等しくない

(3) これらの要素を変えることによって、できるだけ多くの問題を作れ
レポートを提出させて評価する。

(4) 評価
さまざまな評価の方法がある。

① 例えば、次の観点で3段階評価（A、B、C）

＊創造性･･･質の異なる問題を作る力
3つ以上の要素を変えて新しい問題を作れたらAの評価
＊深め、発展させる力･･･1つの要素を変えて、複数個の問題を作れたらAの評価
＊表現する力･･･問題の形できちんと表現できていればAの評価

それぞれの生徒に対し、この3つの観点で評価する。

② 作った問題に点をつける

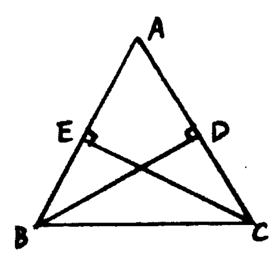
＊きちんと表現できた1つの問題･･･５点
＊質の同じ問題は2問目から３点
＊表現の不完全な問題･･･３点

それぞれの生徒について、この基準で合計点をつけたところ3点～30点であった。平均は約15点。通常のテストで高得点を取る生徒が、問題作成の評価が高いとは限らない。

V.テスト問題による評価

定期試験などのペーパーテストにより、数学的な考え方などを評価する動きがある。もちろん人間の情意的な面をペーパーテストでのみ評価することは不可能である。しかし知識や技能に偏らない問題を通じて、生徒の数学に対するイメージを変えることもできる。以下にこのような問題をいくつか紹介する。

(1) 鋭角三角形ＡＢＣで、Ｂ、Ｃからその対辺ＡＣ、ＡＢにそれぞれ垂線ＢＤ、ＣＥをひく。このとき、ＢＤ＝ＣＥならば△ＡＢＣはどんな形か。
また鈍角三角形ＡＢＣについて考えると、問題はどのようになるか。それを作り、その問いに答えよ。



(2) 直線 $y=4$ を、2つの放物線 $y=x^2$、$y=ax^2$ と y 軸とで切り取ったときにできる4つの線分が等

しくなった。

① aの値を求めよ。

② 直線を$y=k$にしたときのaの値を求めよ。

③ 放物線を$y=ax^2$と$y=bx^2$にしたとき4つの線分を等しくできるか

(3) 正三角形ＡＢＣの辺ＡＢの（Ａの方への）延長上に点Ｄをとる。また、三角形ＣＤＥが正三角形になるような点Ｅをとる。ただし点Ｅは△ＡＢＣと△ＣＤＥが重ならないようにとる。このとき（　　）であることを証明せよ。

① 図を書け。

② （　　）の中に結論を入れて証明問題を作れ。いくつ作ってもよい。

③ それを証明せよ。

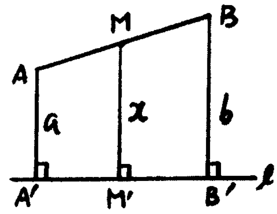
(4) 直線lと、lについて同じ側に2点Ａ、Ｂをとり、Ａ、Ｂからlに引いた垂線の長さをそれぞれa、bとする。また,線分ＡＢの中点Ｍからlに引いた垂線の長さをxとする。

①xをa、bで表せ。

②lと反対側にＡ、Ｂをとるとどうなるか。

③lに垂直ではない直線をひくとどうなるか。

④ Ｍが中点でなければどうなるか。



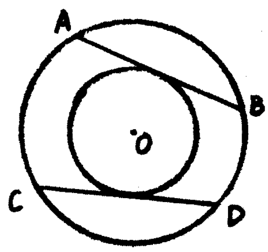
(5) 次の表は食品Ａ、Ｂ 100g当たりの熱量、タンパク質、価格を示している。Ａ、Ｂの熱量の合計が360cal、タンパク質の合計が15gでしかもＡ、Ｂの代金が等しくなるようにできるか。理由をつけて説明せよ。

食品	熱量（cal）	タンパク質（g）	価格（円）
A	200	20	150
B	400	10	90

(6) Ｏを中心とする2つの同心円がある。ＡＢ、ＣＤは大きな円の弦でしかも小さな円の接線である。

右の図で何が言えると思うか答えよ。

またそれを証明せよ。



Ⅵ.おわりに

ペーパーテストの点は必ず生徒に返る。関心･意欲などの評価をいかに返して行くかは大きな問題である。生徒が提出したレポートについては、内容に誤りがあってもよいところがあれば、授業でほめながら返していきたい。

また、関心･意欲･態度などに本当に価値があるのならば、その具体的な評価が必要である。客観性に多少問題があっても、まずやってみる。何もしないよりはるかにましであろう。

◆参考文献◆

(1) 東京学芸大学教育評価研究会;「評価から始めよう」、ぎょうせい、平成6年

(2) 水越敏行、北尾倫彦;「学習評価の改善」、国立教育会館、平成7年

(3) 竹内芳男;「問題を生かす授業」、東洋館、昭和63年

(4) S.I.ブラウン/M.I.ワルター;「いかにして問題を作るか 問題設定の技術」、東洋館、1990年

(5) 梶田叡一;「形成的な評価のために」、明治図書、1987年

(6) 後藤俊秀;「設定のみ与えた図形の授業-中2-」、広島大学附属福山中・高等学校教育研究会資料

(7) 広島大学附属福山中学校

「中学1年生数学問題集[解くのはオイラー]」

「中学2年生数学問題集[ユークリッド考えよう]」

「中学3年生数学問題集[問題でガウス]」