選好ベースの進化ゲーム：Bester and Güth (1998) “Is Altruism Evolutionarily Stable?”のレビュー †

鵜　野　好　文

選好をベースとする進化ゲームを考察する。プレーヤーの選好を所与としたとき、そして、彼らが、合理的に相互作用するとき、異なる選好タイプを持つプレーヤーの物質的利得（あるいは、成功）を比較することで、いずれの選好を持つプレーヤーが進化的に有利となるのかを考察する。すなわち、ある戦略的相互作用において、利他主義的選好あるいは利己主義的選好のいずれが優位となるのかを検証する。そして、利他主義的選好および利己主義的選好の優位性は、プレーヤー間の戦略的相互作用が戦略的補完性、あるいは、戦略的代替性をもつかどうかに依存することを明らかにする。

JEL 分類：A13；C72；D64

キーワード：利己主義；進化的安定性；内生的選好；戦略的補完性；戦略的代替性

1．イントロダクション

個人は、必ずしも、利己的利益を追求する存在ではないことを示す多くの観察事例がある。私たちは、他の人の命を救うために自らの生命を危険にさらす人々、なんの見返りのない慈善事業に並々ならぬ熱意を持って取り組む人々のことを知っている。経済合理的・利己的に行動する人々を前提とする経済理論は、これらの観察事例をどのように説明するのであろうか。確かに、自分の厚生に加えて他人の厚生を組み込んだ効用関数を仮定することで、これらの事例は、標準的経済理論の選好の公理となんの矛盾もなく説明できる。しかし、これは、なぜ、個人はこのような行動を選択するのかという疑問を言い換えたに過ぎない。そこで、私たちは、ここで、なぜ、人々は、このような（利他的）行動を取るのかを説明する代わりに、人々は、なぜ、しばしば、利他主義的選好を選択するのかを説明することにする。

私たちは、進化的アプローチを用いて、利他主義的選好あるいは利己主義的選好が、個人間の相互作用（という自然淘汰あるいは文化的淘汰）の過程において、どのような評価を受けるのかを考察する。このとき、個人の選好は、すなわち、利他主義的選好（あるいは利己主義的選好）は所与とする。そして、利他主義の程度は、ある個人が他の個人の成功をどれほど気に掛けるか

† 日本学術振興会の学術研究助成基金助成金の資金援助（課題番号：26380462）に深く感謝いたします。この研究ノート・シリーズは、同研究プロジェクトの遂行過程でなされた関連論文のレビューを報告したものである。本研究ノートは、Helmut Bester, and Werner Güth, “Is Altruism Evolutionarily Stable.” *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 34, Issue 2, 1998, pp. 193-209に焦点を当てレビューしたものに加筆したものである。.

を示す測度として、選好パラメータにより公式的に表されるとする。ただし、このパラメータの範囲は、ある個人が、彼自身の私的成功のみしか気に掛けない純粋な利己主義を表す特殊ケースも含むものとする。さらに、各プレーヤーは、他のプレーヤーと相互作用するとき、彼の選好を最大化する戦略を合理的に選択する。このとき、均衡における各プレーヤーの成功は、当該活動に関わるすべてのプレーヤーの利他主義的選好の程度に依存することになる。このことは、私たちが、異なる選好パラメータを持つプレーヤーの成功を比較することを可能にする。そして、その結果、より高い成功期待を持つプレーヤーは、進化過程で、環境の淘汰を免れる可能性が高まるといえることになる。私たちは、このような方法で、成功と選好を関連付けることで、進化が利他的態度あるいは利己的態度に有利に働くかどうかの問題を考察することができる。そして、利他主義的選好が進化的淘汰を免れるならば、利他主義は進化的に安定しているといえることになる。

行動の進化を直接考察する代わりに、プレーヤーの選好態度とその成功期待を考察するこの方法は、進化生物学[1]、および、進化ゲーム理論では通常のアプローチである（Hammerstein and Selten, 1994）。しかも、この方法論は、所与の選好について、プレーヤーが経済合理的戦略を選択すると仮定することで、戦略に対してよりむしろ選好に対して進化的安定性の概念を適用することが可能となり（Maynard Smith, 1982）、また、同時に、選好を内生的に決定することを可能にする。私たちのアプローチは、したがって、新古典派理論が、通常、外生的とする個人の目的関数を内生的とする方法を提示することと同等である[2]。

プレーヤーの選好態度およびプレーヤー間の相互作用に関する私たちの分析は、二つの洞察をもたらす。まず第一は、利他主義者間の相互作用および利己主義者間の相互作用との比較では、利他主義者間での方が利己主義者間でよりも、より高い物質的利得を達成することである。これは、利他主義的選好が、プレーヤー間のゲームに、なんらかの正の外部性を組み込むことになるからである。第二は、利他主義者が利己主義者と相互作用するとき、利他主義者の物質的利得は利己主義者のそれよりも低くなることである。この後者の結論は、利他主義的選好は当該個人の成功を低下させ、他方、同時に、相手の成功を増加させるとする従来の結論と合致するものである。

第二の結論は、しばしば、利他主義は進化過程で淘汰されるという論拠として使用される。しかし、私たちの分析方法で得られたこの結論は、進化的問題を直接考察することで導出されたものではない。私たちは、自然淘汰の過程に関連する（進化的）問題を、利他主義者から構成された社会に出現する利己的変異体は、利他主義者の中の利他主義者よりも成功するかどうかという問題として論じるものである。すなわち、利他主義者と相互作用する利己主義者が、（利他主義者と相互作用する）利他主義者より低い物質的利得しか獲得しないならば、利他主義は進化的に安定であると考える。そして、私たちのモデルでは、この進化的安定はプレーヤー間の戦略的関係に依拠することを明らかにする。ゲームが、Bulow and Geanakoplos and Klemperer（1985）の

[1] 進化生物学では、また、同時に、しばしば、遺伝学的に決定している行動の仮定を疑わしいとみなしていることに注意しなさい（van Lawick-Goodall, 1974）。複雑なしかも確率的環境の中で生きている哺乳動物のような高等生物種が、そのような環境ですべての状況に対して、遺伝学的に事前に決定された反応行動を取ると仮定するのは、不可能であるように思える。

[2] 例外として、Becker（1976）、Frank（1987）、最近では、Güth and Yaari（1992）、Hanson and Stuart（1990）、Rabin（1993）、Rogers（1994）、および、Waldman（1994）を挙げることができる。

意味で、戦略的補完性を示す場合にだけ、利他主義は進化的に安定しているといえる。そして、ゲームが、戦略的代替性を示すならば、そのとき、唯一の進化的安定均衡は、すべての個人が利己的となる場合である。戦略的補完性を持つ文脈では、ある個人が完全に利己的であっても、彼のパートナーは、彼が意地悪より親切であるときに、より多くの利益を獲得できるであろう。したがって、利他主義者は、彼らの利己的パートナーほどには利益を達成できないが、しかし、利己主義者同士が相互作用するよりも、まだ、ましであることがわかる。戦略的補完性は、結果として、利他主義者を支援することになるといえる。私たちの研究は、プレーヤーの選好は文脈依存的であることを示唆するかもしれない。すなわち、戦略的状況要因は、個人が利他的利益あるいは利己的利益のいずれにより動機付けられるかを決定することになるであろう。

私たちの分析は、選好および情操が果たす戦略上の役割を強調するものである（Frank, 1987, 1988; Schelling, 1987）。プレーヤーの選好は、彼自身の均衡行動のみではなく、相手プレーヤーの行動にも効果を持つことになる。そして、この両効果は、プレーヤー間の戦略的相互作用のタイプに依存して、利他主義的選好を持つプレーヤーに有益となるか、あるいは、有害となるかが決まることになる。結果として、本研究ノートでは、プレーヤー間の相互作用タイプが戦略的補完性の場合、利他主義に有利に働くが、しかし、戦略的代替性の場合、そうではないことを明らかにする[3][4]。また、私たちの分析は、利他主義（の程度）と戦略的補完性（の程度）との間に明白な関係があることを明らかにしている。すなわち、進化的安定をもたらす利他主義は、効率を改善することがわかる。しかし、それは、通常、完全な効率的結果を誘発するものではない。また、戦略的代替性が背景にある場合、利他主義が効率を増加させることがあっても、進化の過程でそれが支持されることはない。

本稿の構成は次のとおりである。２節では、２人のプレーヤー間の相互作用を記述する。そして、各プレーヤーの行動がもたらす成功を定義する。３節では、利己的プレーヤー間の相互作用を考察する。そして、効率の意味を議論する。4節では、利他主義的選好を導入する。私たちは、ここでは、プレーヤーの選好が均衡結果に及ぼす影響を考察する。５節では、利他主義的選好の進化的安定性を考察する。６節では、これまでの特定の利得関数ではなく、さらに、より一般的な利得関数の場合でも、私たちの議論を説明できることを明らかにすることで、特定関数の下での結論をより一般的な枠組みにまで拡張する。最後に、７節では、要約とモデルの拡張について議論する。

---

[3] 選好が果たす戦略的役割の視点は、「血縁淘汰（kin selection）」の議論に依存して利他主義を説明するアプローチと私たちのアプローチを区別することになる。血縁淘汰の議論は、遺伝学的に繋がっている個人間の進化では、利他主義が維持されることを示している（例えば、Bergstrom and Stark（1993）を参照しなさい）。しかしながら、私たちのアプローチは、利他主義の淘汰の議論は、プレーヤー間の戦略的相互作用に依存することを明らかにする。

[4] 利他主義に関する代替的アプローチはRotemberg（1994）によって提示されている。彼は、二段階の意思決定過程を考えている。第一段階では、利己主義的な個人が、利他主義的選好を持つか否かを選択する。第二段階では、彼らは、第一段階で選択した選好を最大化するように相互作用する。Rotembergは、第二段階の戦略的補完性が、第一段階での利他主義的選好の選択につながると述べている。私たちの視点からすれば、選好が進化過程で変化するという考えは、利己的な個人が、（第二段階で）真の利他主義者になると決定するRotembergの仮定より魅力的であるように思える。

2．社会的成功と最適行動

すべてのメンバーが同質である母集団を考える。そこで、お互いがペアとなって戦略的相互作用を行うゲームを考える。したがって、ペアを組む個人の相互作用は対称ゲームとして記述される。このゲームにおいて、私たちは、一方のプレーヤーをプレーヤー1として、そして、もう一方をプレーヤー2として表し、また、プレーヤー1の行動選択を$x \geq 0$として、そして、プレーヤー2の行動選択を$y \geq 0$として表す。さらに、各プレーヤーの物質的利得（あるいは、進化的成功）は、共同行動（x, y）に依存して決定されるとする。

(1a) $$U_1(x,y) \equiv x(ky+m-x)$$
(1b) $$U_2(x,y) \equiv y(kx+m-y)$$

ただし、パラメータkおよびmは次の制約条件を満たすと仮定する。

(2) $$-1<k<1, \quad m>0$$

関数$U_i(\cdot,\cdot)$は、必ずしも、プレーヤーiの主観的効用、あるいは、選好を表すものではない。プレーヤーiは、相手プレーヤーとの相互作用において、（4節で改めて定義される）効用$V_i(x, y)$を最大化する行動をとることもあるからである[5]。

(1)式より、各プレーヤーの物質的利得（あるいは、進化的成功）は、彼自身の行動によるだけではなく、もう一方のプレーヤーの行動選択にも依存することがわかる。$k>0$であれば、プレーヤーiのより高水準の行動選択は、プレーヤーjの利得（あるいは、成功）を増大させるので、ゲームは正の外部性を示す。また、$k<0$であれば、逆に、負の外部性が生じることになる。例えば、この最も簡単な事例は、正（あるいは、負）の外部性を持つ生産ゲームである。このとき、xおよびyは各プレーヤーの投入努力あるいは投入要素を表すことになる。そして、プレーヤー1の利得（あるいは、成功：$x(ky+m-x)$）は、彼の生産量$x(ky+m)$と彼の（二次形式の）努力費用x^2との差として定義される。あるいは、費用の外部性が存在するとき、プレーヤーの生産量はmxで表され、そして、彼の費用は$x(ky-x)$であると定義される。このとき、正あるいは負の生産外部性は、技術的な相互依存性から生じることがわかる[6]。

Penrose（1952）およびWinter（1971）は、企業の市場行動を説明するのに進化的議論を適用している。私たちも、ここで、企業の成功と企業の利益を同一視することにより、進化論的議論を標準的な寡占競争モデルに適用することで、企業の市場行動を説明することにする。すなわち、プレーヤー1および2は、異質的な製品を生産し、そして、線形の需要関数を持つ対称的複占ゲームをプレーするとする。製品市場がクールノー市場であれば、行動$q_1 = x$および$q_2 = y$は企業の生産量の選択を表す。ただし、両企業の製品は、すべての$k \in (-1, 0)$について、不完全代替といえる。また、それらの価格は$p_1 = m - x + ky$、および、$p_2 = m + kx - y$である[7]。他方、製

[5] 利得パラメータを特定化することで、私たちは、プレーヤーの均衡成功を閉形式解（すなわち、初等関数の簡易形式で）で表すことが可能となる。さらに、(2)式の仮定および4節での効用関数$V_i(\cdot,\cdot)$の特定化より、2人ゲームの均衡は一意的であることが保証される。また、制約$x \geq 0$および$y \geq 0$は、決して、制約としてバインドすることはない。

[6] 正あるいは負の生産外部性は、技術的な相互依存性だけから生じるわけではない。それらは、また、個々人の生産努力から生じた結合生産物、例えば、公園および橋梁を共用するときにも生じる。また、負の費用外部性は、通常、プレーヤーが共有資源を乱用するときにも生じる。

品市場がバートランド市場であれば、両企業は、それぞれ、価格x、および、yを選択することによって、競争することになる。このとき、両企業は、それぞれ、需要関数$q_1 = m - x + ky$、および、$q_2 = m + kx - y$に遭遇することになる。さらに、企業の生産物は、すべての$k \in (0, 1)$ について、不完全代替であるとする[8]。したがって、(1)式の利得は、ゼロ生産費用を持つ対称的複占市場におけるクールノー利益あるいはバートランド利益として解釈できる。

まず、初めに、ベンチマークとして、プレーヤーの結合利得（あるいは、結合成功）を最大にする行動（$\hat{x}, \hat{y}$）により、対称ゲームの最適を定義する。

$$(3) \qquad (\hat{x}, \hat{y}) \in \underset{x,y}{\operatorname{argmax}}[U_1(x,y) + U_2(x,y)]$$

$-1 < k < 1$であるので、この最適条件は都合よく定義され、必要・十分条件を満たす一階の条件により表される[9]。

$$x = \frac{2ky + m}{2}, \quad y = \frac{2kx + m}{2}$$

最適行動および最適成功は、これらを連立方程式として解くと、次のように得られる[10][11]。

$$(4a) \qquad \hat{x} = \hat{y} = \frac{m}{2 - 2k}$$

$$(4b) \qquad U_1(\hat{x}, \hat{y}) = U_2(\hat{x}, \hat{y}) = \frac{m^2}{4(1-k)}$$

私たちは、先の議論より、ベンチマークとして、プレーヤーの結合利得（あるいは、結合成功）を最大にする行動（$\hat{x}, \hat{y}$）により、対称ゲームの最適を定義することができる。しかしなが

---

7 クールノー複占市場で、各企業の製品が同質であるとき、消費者の需要は、需要量qおよび価格pとして、逆需要関数$p = F(q_1 + q_2)$で表され、また、それぞれの企業の費用関数は$c_1 = C_1(q_1)$、$c_2 = C_2(q_2)$で表される。ここでは、各企業の製品は不完全代替であるので、それぞれ、逆需要関数$p_1 = a_1 - (b_1 q_1 + dq_2)$、$p_2 = a_2 - (dq_1 + b_2 q_2)$、ただし、$a_i, b_i, d > 0$、$i = 1, 2$、で表されている（しかし、完全代替のとき、$a_1 = a_2$、および、$b_1 = b_2 = d$である）。このとき、交差価格効果が対称的であることに注意しなさい。しかも、それぞれの企業の費用関数は等しく、しかも、$c_1 = c_2 = 0$に基準化されている。

8 バートランド複占市場で、二企業が差別化されているが類似の製品を供給しているとき、それぞれの企業の消費者需要は、自社の価格p_1および他社の価格p_2として、需要関数$q_1 = Q_1(p_1, p_2)$、$q_2 = Q_2(p_1, p_2)$で表され、ただし、自社の製品価格について減少関数、他社の製品価格について増加関数であり、また、それぞれの企業の費用関数は$c_1 = C_1(q_1) = C_1(Q_1(p_1, p_2))$、$c_2 = C_2(q_2) = C_2(Q_2(p_1, p_2))$で表される。ここでも、各企業の製品は不完全代替であり、それぞれ、需要関数$q_1 = \kappa_1 - \lambda_1 p_1 + \mu p_2$、$q_2 = \kappa_2 + \mu p_1 - \lambda_2 p_2$、ただし、$\kappa_i, \lambda_i, \mu > 0$、$i = 1, 2$、で表されている。このとき、交差価格効果が対称的であることに注意しなさい。しかも、それぞれの企業の費用関数は等しく、しかも、$c_1 = c_2 = 0$に基準化されている。

9 総利得$U = U_1 + U_2$を最大化する一階の条件は、次のように表される。

$$\begin{aligned}
\max_x U &= U_1 + U_2 = x(ky + m - x) + y(kx + m - y) \\
\frac{\partial U}{\partial x} &= (ky + m - x) + x(-1) + y(k) \\
&= -2x + 2ky + m = 0 \\
x &= \frac{2ky + m}{2}
\end{aligned}$$

xおよびyは対称であるので、次のことがいえる。

$$y = \frac{2kx + m}{2}$$

ら、外部性の存在は、プレーヤー個々人の選好最大化を妨げるため、最適結果（$\hat{x}, \hat{y}$）を達成するのを困難にする。そこで、次の2つの節で、私たちは、外部性が存在する下での、利他主義的選好とその非効率の関係を考察することにする。

3．利己主義的選好と均衡行動

利己的プレーヤーは、常に、彼の私的な物質的利得（あるいは、成功）を最大化しようとする。したがって、彼は、彼のパートナーの成功に関して、全く関心を持つことはない。すなわち、プレーヤー i の主観的効用が、$V_i(x, y) = U_i(x, y)$、ただし、$i = 1, 2$、で表されるならば、彼は、利己的であるといえる。このとき、各プレーヤーは、非協力ゲームをプレーするので、それぞれのプレーヤーは、他のプレーヤーの行動を所与として、自らの最適行動を選択することになる。これらの行動は、ゲームのナッシュ均衡を構成する行動結果（$\tilde{x}, \tilde{y}$）をもたらす。

(5a) $$\tilde{x} \in \underset{x}{\operatorname{argmax}}\, U_1(x, \tilde{y})$$

(5b) $$\tilde{y} \in \underset{y}{\operatorname{argmax}}\, U_1(\tilde{x}, y)$$

このとき、各プレーヤーの最適反応関数は次のように与えられる[12]。

(6a) $$x = \frac{k\tilde{y} + m}{2}$$

---

[10] これらを連立方程式として解くと、次のことを得る。

$$\begin{cases} \hat{x} = (2k\hat{y} + m)/2 \\ \hat{y} = (2k\hat{x} + m)/2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \frac{2k\left(\frac{2k\hat{x}+m}{2}\right) + m}{2} \\ 2\hat{x} &= 2k^2\hat{x} + km + m \\ 2\hat{x}(1-k^2) &= (k+1)m \\ 2\hat{x}(1-k)(1+k) &= (k+1)m \\ \hat{x} &= \frac{m}{2(1-k)} \end{aligned}$$

$\hat{x}$ および $\hat{y}$ は対称であるので、次のことがいえる。

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \left(\frac{m}{2(1-k)}, \frac{m}{2(1-k)}\right) \quad \text{ただし、} -1 < k < 1$$

[11] 最適成功 $U_1(\hat{x}, \hat{y}) = U_2(\hat{x}, \hat{y})$、ただし、$\hat{x} = \hat{y} = m/2(1-k)$、は次のように導出できる。

$$\begin{aligned} U_1 = \hat{x}(k\hat{y} + m - \hat{x}) = \hat{y}(k\hat{x} + m - \hat{y}) = U_2 \\ &= \frac{m}{2(1-k)}\left(k\frac{m}{2(1-k)} + m - \frac{m}{2(1-k)}\right) \\ &= \frac{m}{2(1-k)}\left(\frac{km}{2(1-k)} + \frac{2m(1-k)}{2(1-k)} - \frac{m}{2(1-k)}\right) \\ &= \frac{m^2}{2(1-k)}\left(\frac{2(1-k)}{2(1-k)} - \frac{1-k}{2(1-k)}\right) \\ U_1(\hat{x}, \hat{y}) = U_2(\hat{x}, \hat{y}) &= \frac{m^2}{4(1-k)} \end{aligned}$$

（6b） $$y=\frac{k\tilde{x}+m}{2}$$

私たちは、ここで、戦略的相互作用のタイプを描写するのに、Bulow and Geanakoplos and Klemperer（1985）の用語を用いる。すなわち、$k>0$について、反応関数は右上がりとなるので、ゲームは戦略的補完性を表し、また、$k<0$であれば、反応関数が右下がりとなるので、ゲームは戦略的代替性を表すといえる。例えば、２節で議論したクールノー・ゲームは、戦略的代替性をもたらし、そして、また、ベルトラン・ゲームは戦略的補完性をもつといえる。

そして、このとき、利己主義的プレーヤーの反応関数は、次の均衡行動と均衡利得を生じさせることになる[13]。

（7a） $$\tilde{x}=\tilde{y}=\frac{m}{2-k}$$

[12] 最適反応関数は、次のように導出できる。

$$\begin{aligned}\max_x\ U_1&=x(k\tilde{y}+m-x)\\ \frac{\partial U_1}{\partial x}&=(k\tilde{y}+m-x)+x(-1)=0\\ 2x&=k\tilde{y}+m\\ x&=\frac{k\tilde{y}+m}{2}\end{aligned}$$

xとyは対称であるので、次のことがいえる。

$$y=\frac{k\tilde{x}+m}{2}$$

[13] ２人のプレーヤーの反応関数を連立方程式として解くと、次のことを得る。

$$\begin{cases}\tilde{x}=\frac{k\tilde{y}+m}{2}\\ \tilde{y}=\frac{k\tilde{x}+m}{2}\end{cases}$$

$$\begin{aligned}\tilde{x}&=\frac{k\left(\frac{k\tilde{x}+m}{2}\right)+m}{2}\\ 4\tilde{x}&=k(k\tilde{x}+m)+2m\\ (4-k^2)\tilde{x}&=(k+2)m\\ (2+k)(2-k)\tilde{x}&=(k+2)m\\ \tilde{x}&=\frac{m}{2-k}\end{aligned}$$

$\tilde{x}$と$\tilde{y}$は対称であるので、次のことがいえる。

$$\tilde{x}=\tilde{y}=\frac{m}{2-k}$$

利己主義的個人の最適利得は、したがって、次のように与えられる。

$$\begin{aligned}U_1&=\tilde{x}(k\tilde{y}+m-\tilde{x})\\ U_1&=\frac{m}{2-k}\left(k\frac{m}{2-k}+m-\frac{m}{2-k}\right)\\ U_1&=\frac{m}{2-k}\left(\frac{km}{2-k}+\frac{m(2-k)}{2-k}-\frac{m}{2-k}\right)\\ U_1&=\frac{m^2}{(2-k)^2}\end{aligned}$$

$\tilde{x}$と$\tilde{y}$は対称であるので、次のことがいえる。

$$U_1(\tilde{x},\tilde{y})=U_2(\tilde{x},\tilde{y})=\frac{m^2}{(2-k)^2}$$

(7b) $$U_1(\tilde{x},\tilde{y}) = U_2(\tilde{x},\tilde{y}) = \frac{m^2}{(2-k)^2}$$

結果として、$k \neq 0$ならば、$U_i(\tilde{x}, \tilde{y}) < U_i(\hat{x}, \hat{y})$、ただし、$i=1, 2$、である[14]。その理由は、もちろん、各プレーヤーが利己的であるならば、彼は自らの行動が他のプレーヤーの成功に及ぼす効果になんの関心も示さないからである。しかも、このとき、なんらかの外部性があるならば、すなわち、$k>0$ならば、$\tilde{x}=\tilde{y}<\hat{x}=\hat{y}$となり、また、$k<0$ならば、$\tilde{x}=\tilde{y}>\hat{x}=\hat{y}$となる根拠を説明することになる[15]。

通常、選好よりむしろ戦略的行動の視点から、進化的安定性を定義する。このアプローチに従えば、進化的安定性を持つ戦略的行動は、直接、この行動が対称的ナッシュ均衡を構成することになる。事実、対称的ナッシュ均衡がプレーヤーの最適反応が一意的であるという意味で「厳密」であるならば、この均衡（戦略的）行動は、また、進化的に安定性を持つといえる。(6)式より、均衡（$\tilde{x}, \tilde{y}$）は、厳密である（一意的である)。そして、$\tilde{x}=\tilde{y}$であるので、この均衡は対称的である。したがって、このとき、戦略的行動$\tilde{x}$だけが進化的に安定性を持つといえる。すなわち、利己主義的行動$\tilde{x}=\tilde{y}$のみが、戦略の進化的淘汰過程を最も有効的に生き残ることになる[16]。

戦略の視点から進化的安定性を論じるならば、利己主義者が進化的淘汰の過程で選抜されることになる。私たちが、利他主義者の進化を説明したいのであれば、別のアプローチをとらなければならないことがわかる。それは、「間接的な」進化的アプローチを用いて達成される。すなわち、戦略の進化的淘汰のアイディアを適用する代わりに、選好の進化的淘汰のアイディアを適用することである。次の節で、このことについて、議論することにする。

4．利他主義的選好と均衡行動

あるプレーヤーの選好が、他のプレーヤーの成功に対する関心を反映するとき、通常、当該プレーヤーは利他的であるといえる。私たちは、ここで、そのような選好を、次のように記述することにする。

(8a) $$V_1(x,y) = \alpha U_1(x,y) + (1-\alpha) U_2(x,y)$$

(8b) $$V_2(x,y) = \beta U_2(x,y) + (1-\beta) U_1(x,y)$$

---

14 最適均衡利得（4)式および利己主義者の均衡利得（7)式を比較する。$4(1-k)=4-4k<4-4k+k^2=(2-k)^2$、ただし、$k \neq 0$、であるので、次のことがいえる。

$$U_i(\hat{x},\hat{y}) = \frac{m^2}{4(1-k)} > \frac{m^2}{(2-k)^2} = U_i(\tilde{x},\tilde{y})$$

15 最適均衡行動（4)式および利己主義的均衡行動（7)式を比較することで、次のことがいえる。

$$\begin{cases} \hat{x}=\hat{y}=\frac{m}{2-2k} > \frac{m}{2-k} = \tilde{x}=\tilde{y} & \text{if} \quad k>0 \\ \hat{x}=\hat{y}=\frac{m}{2-2k} < \frac{m}{2-k} = \tilde{x}=\tilde{y} & \text{if} \quad k<0 \end{cases}$$

16 戦略x^sは、次の条件を満たすとき、進化的安定性を持つといえる。すなわち、（ｉ）すべてのyについて、$U_1(x^s, x^s) \geq U_1(y, x^s)$であり、しかも、（ii）$U_1(x^s, x^s) = U_1(y, x^s)$のとき、常に、$U_1(x^s, y) > U_1(y, y)$のときである。これは、利己主義者の人々から成る社会に、他の異性体タイプの個体が侵入したとき、戦略x^sをとり続けることで、他の異性体より、より高い物質的利得（あるいは、成功）を獲得できるため、他の異性体からの侵食を阻むことができることを示唆している。

ただし、$1-\alpha$および$1-\beta$は、それぞれ、プレーヤー1および2が他のプレーヤーの成功に対して持つ関心の度合いを示している。$\alpha, \beta < 1$ならば、当該プレーヤーは利他主義的選好を持つことになる。利他主義のこの定式化は、既に、Edgeworth（1881, p. 53）により用いられている。彼は、$(1-\alpha)/\alpha$および$(1-\beta)/\beta$を「有効共感係数」として定義している。そして、また、彼は、αおよびβの区間に次の制約をおくことで、この係数の区間を単位区間 $(1-\alpha)/\alpha$，$(1-\beta)/\beta \in [0, 1]$ に限定しようとしている[17]。

(9) $$1/2 \leq \alpha \leq 1, \quad 1/2 \leq \beta \leq 1$$

ただし、αおよびβの定義区間より、各プレーヤーは、少なくとも、相手プレーヤーの成功以上に、自分の成功に重きを置くことがわかる。私たちは、また、プレーヤー1および2が相互作用するゲームでは、物質的利得の情報だけでなく、選好パラメータαおよびβの情報が、すべてのプレーヤーに既知であると仮定する。私たちは、本節の終わりで、また、7節の結論で、この仮定の重要性について改めて論じる。

(8)式で公式化された利他主義は、(1)式で定義されたプレーヤーの成功に直接影響を及ぼさないとしても、プレーヤー間の戦略的相互作用に影響を及ぼすことになる。すなわち、利他的プレーヤーは、次に示すように、パラメータαおよびβの関数である主観的選好 V_i、ただし、$i=1, 2$、を最大化しようとするため、相手プレーヤーの成功 U_i、ただし、$i=1, 2$、に間接的効果を及ぼすことになる。

(10a) $$x^* \in \underset{x}{\operatorname{argmax}} V_1(x, y^*)$$

(10b) $$y^* \in \underset{y}{\operatorname{argmax}} V_2(x^*, y)$$

利他主義的選好の最大化の一階の条件から、私たちは、プレーヤーの最適反応関数を次のように導出できる[18]。

(11a) $$x = \frac{ky^* + \alpha m}{2\alpha}$$

(11b) $$y = \frac{kx^* + \beta m}{2\beta}$$

したがって、2人のプレーヤーの最適反応関数は、$k > 0$であれば、正の傾きを持ち、そして、ま

---

17 $1/2 \leq \alpha \leq 1, 1/2 \leq \beta \leq 1$であるので、$0 \leq K_a = (1-\alpha)/\alpha, K_b = (1-\beta)/\beta \leq 1$がいえる。

$$\begin{aligned}
K_a &= \frac{1-\alpha}{\alpha} \\
\alpha K_a &= 1-\alpha \\
\alpha &= 1-\alpha K_a \\
\frac{1}{2} &\leq \alpha = 1-\alpha K_a \leq 1 \\
-\frac{1}{2} &\leq -\alpha K_a \leq 0 \\
\frac{1}{2} &\geq \alpha K_a \geq 0 \\
\frac{1}{2\alpha} &\geq K_a \geq 0 \quad \text{ただし、} \quad 1/2 \leq \alpha \leq 1 \\
1 &\geq K_a = \frac{1-\alpha}{\alpha} \geq 0
\end{aligned}$$

また、同様にして、$1 \geq K_b = (1-\beta)/\beta \geq 0$がいえる。

た、$k<0$であれば、負の傾きを持つことがわかる。図1および2に、特定のパラメータ値$\alpha=\beta=1$および$\alpha, \beta<1$について、それぞれ、$k>0$および$k<0$の下でのプレーヤー1および2の最適反応を示している[19]。最適反応関数からみた利他的効果の直観的理解は、利他的プレーヤーは、すくなくとも、部分的に、自らの行動が他のプレーヤーの成功に影響を及ぼす外部性を内面化しているということである。そして、このことは、彼が、正の外部性を持つとき（$k>0$)、相手プレーヤーにより高い行動を選択するよう、および、負の外部性を持つとき（$k<0$)、より低い行動を選択するよう仕向けることになるということである。

選好パラメータαおよびβをそれぞれ持つ2人のプレーヤーの最適反応関数は、次のような均衡行動を生じさせることになる[20]。

(12a) $$x^*(\alpha,\beta)=\frac{\beta m(2\alpha+k)}{4\alpha\beta-k^2}$$

(12b) $$y^*(\alpha,\beta)=\frac{\alpha m(2\beta+k)}{4\alpha\beta-k^2}$$

図に示したように、均衡は2人のプレーヤーの最適反応関数の交点として決定される。2人のプレーヤーが、純粋に、利己主義者であるゲームでは、選好パラメータは$\alpha=\beta=1$であるので、(12)式は（7)式と同等となり、均衡は、$(\tilde{x}, \tilde{y})$ で表されることになる。他方、2人のプレーヤーとも利他主義者であるゲームでは、$\alpha, \beta<1$であるので、(x^*, y^*) が実現する。図から明らかな

---

[18] 利他主義者の最適反応関数は次のように導出される。

$$\begin{aligned}
\max_x V_1(x,y^*) &= \alpha U_1(x,y^*)+(1-\alpha)U_2(x,y^*)\\
&= \alpha[x(ky^*+m-x)]+(1-\alpha)[y^*(kx+m-y^*)]\\
\frac{\partial V_1}{\partial x} &= \alpha[(ky^*+m-x)+x(-1)]+(1-\alpha)(ky^*)=0\\
2\alpha x &= \alpha ky^*+\alpha m+ky^*-\alpha ky^*\\
x &= \frac{ky^*+\alpha m}{2\alpha}
\end{aligned}$$

V_1およびV_2は対称であるので、次のことがいえる。

$$y=\frac{kx^*+\beta m}{2\beta}$$

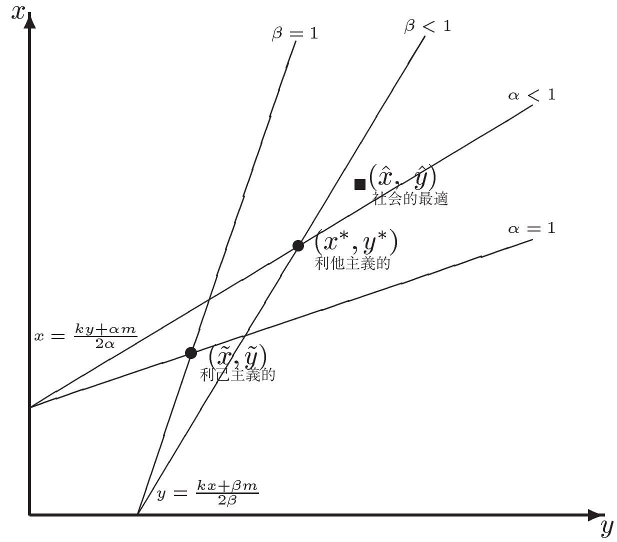
[19] 通常、横軸にx、縦軸にyをとるのが普通である。しかし、Bester and Güth（1998）では、逆に描かれている。図1はオリジナルのままである。図2は図1に合わせて描いている。

[20] 2人のプレーヤーの最適反応関数を連立方程式として解くと、次のことを得る。

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} x^*=\frac{ky^*+\alpha m}{2\alpha}\\ y^*=\frac{kx^*+\beta m}{2\beta}\end{cases}\\
x^* &= \frac{k\left(\frac{kx^*+\beta m}{2\beta}\right)+\alpha m}{2\alpha}\\
4\alpha\beta x^* &= k^2x^*+k\beta m+2\alpha\beta m\\
(4\alpha\beta-k^2)x^* &= \beta m(2\alpha+k)\\
x^* &= \frac{\beta m(2\alpha+k)}{4\alpha\beta-k^2}
\end{aligned}$$

x^*およびy^*は対称であるので、次のことがいえる。

$$y^*=\frac{\alpha m(2\beta+k)}{4\alpha\beta-k^2}$$



Bester and Güth（1998, p. 198）

図１．利他主義的選好と均衡行動（k＞0の場合）

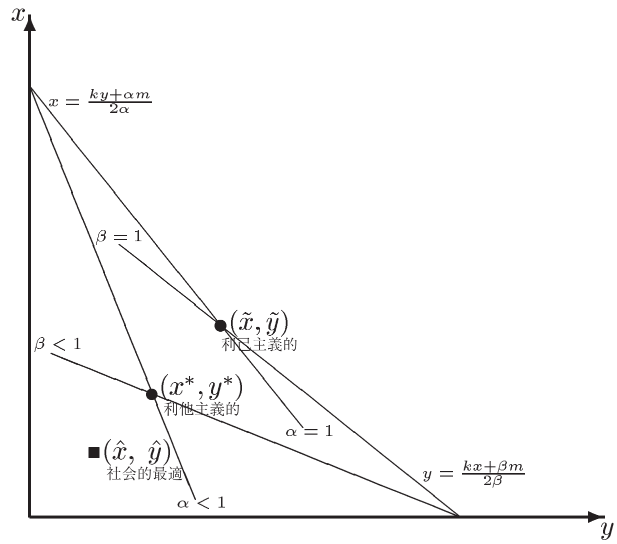


図２．利他主義的選好と均衡行動（k＜0の場合）

ように、利他的行動の結果（x^*, y^*）は、利己的均衡（$\tilde{x}$, $\tilde{y}$）より、最適行動（$\hat{x}$, $\hat{y}$）により近接することがわかる[21]。ただし、これらの利他的行動結果が進化的安定性をもつかどうかは次節で論じる。

ここで、各プレーヤーの選好パラメータα、βは、彼自身の均衡行動に影響するだけでなく、相手のプレーヤーの行動選択に影響を及ぼすことを指摘しておくのは重要である。各プレーヤーは、非協力ゲームにおいて相互作用しているので、他のプレーヤーの選好属性に関する情報を基に意思決定を行うことになる。私たちは、ここで、「当該プレーヤーの性向が相手プレーヤーの期待予測に影響することで、彼らに影響を及ぼすならば、これらの性向 $\cdots$ を戦略的と定義する」(Schelling, 1987, p. 229)。そして、当該プレーヤーの行動が、相手プレーヤーの選好パラメー

タに影響を受けることを、すなわち、x^*がβ、そして、y^*がαに依存することを利他主義的選好の「戦略的」効果（戦略的補完性および戦略的代替性）として言及する。ここでみられる戦略効果は、ある個人が、他の個人に対し、一様に、同様の対応行動をとるということではなく、むしろ、彼自身の行動を、相手プレーヤーの態度に条件付けるという心理学的実証結果と一致するものである[22]。

私たちは、ここで、当初の疑問、すなわち、利他的プレーヤーは、利己的プレーヤーより、より高い成功に到達することができるのかという疑問に立ち返ることにする。この疑問に答えるため、私たちは、同質的選好パラメータを持つ２人のプレーヤーが相互作用するときの行動結果を比較することにする。これまでの議論より、利己的最適行動と利他的最適行動との比較は、すべての$1/2 < \alpha < 1$について、次のようであることがわかっている。

$$\text{(13a)} \qquad \tilde{x} = \tilde{y} < x^*(\alpha,\alpha) = y^*(\alpha,\alpha) < \hat{x} = \hat{y} \quad \text{if} \quad k > 0$$

$$\text{(13b)} \qquad \tilde{x} = \tilde{y} > x^*(\alpha,\alpha) = y^*(\alpha,\alpha) > \hat{x} = \hat{y} \quad \text{if} \quad k < 0$$

すなわち、利他的行動は、$k \neq 0$について、均衡結果を最適行動により近接させるようにシフトさせることがわかる。これは、プレーヤーの成功について、次のような意味を持つ。

命題１． $k \neq 0$であるとする。このとき、利他的プレーヤー間の相互作用は、利己的プレーヤー間の相互作用より、高い成功に到達する。すなわち、$\alpha < 1$ならば、$U_i(\tilde{x}, \tilde{y}) < U_i(x^*(\alpha, \alpha), y^*(\alpha, \alpha))$、ただし、$i = 1, 2$、である。

---

21 社会的最適行動（$\hat{x}, \hat{y}$）、利己的最適行動（$\tilde{x}(\alpha,\alpha), \tilde{y}(\alpha,\alpha)$）、および、利他的最適行動（$x^*(\alpha,\alpha), y^*(\alpha,\alpha)$）を比較する。

$$\begin{cases} \hat{x} = \hat{y} & = \frac{m}{2-2k} \quad \text{if} \quad \text{社会的最適行動} \\ x^* = y^* = \frac{\beta m(2\alpha+k)}{4\alpha\beta - k^2} = \frac{\alpha m(2\alpha+k)}{4\alpha^2-k^2} = \frac{\alpha m(2\alpha+k)}{(2\alpha+k)(2\alpha-k)} & = \frac{\alpha m}{2\alpha-k} \quad \text{if} \quad \text{利他的最適行動} \ (\alpha = \beta < 1) \\ \tilde{x} = \tilde{y} = \frac{\beta m(2\alpha+k)}{4\alpha\beta-k^2} = \frac{m(2+k)}{4-k^2} = \frac{m(2+k)}{(2+k)(2-k)} & = \frac{m}{2-k} \quad \text{if} \quad \text{利己的最適行動} \ (\alpha = \beta = 1) \end{cases}$$

$\frac{1}{2} < \alpha < 1$を満たす任意の値α_0を定義する。このとき、次のことがいえる。

$$\begin{cases} \frac{m}{2-2k} = \frac{\alpha_0 m}{2\alpha_0 - 2\alpha_0 k} > \frac{\alpha_0 m}{2\alpha_0 - k} > \frac{\alpha_0 m}{2\alpha_0 - \alpha_0 k} = \frac{m}{2-k} \quad \text{if} \quad k > 0 \\ \frac{m}{2-2k} = \frac{\alpha_0 m}{2\alpha_0 - 2\alpha_0 k} < \frac{\alpha_0 m}{2\alpha_0 - k} < \frac{\alpha_0 m}{2\alpha_0 - \alpha_0 k} = \frac{m}{2-k} \quad \text{if} \quad k < 0 \end{cases}$$

したがって、利他主義的行動（$x^*(\alpha,\alpha), y^*(\alpha,\alpha)$）は、利己的行動（$\tilde{x}(\alpha,\alpha), \tilde{y}(\alpha,\alpha)$）より、最適行動（$\hat{x}, \hat{y}$）により近接することがわかる

$$\begin{cases} \hat{x} = \hat{y} > x^* = y^* > \tilde{x} = \tilde{y} \quad \text{if} \quad k > 0 \\ \hat{x} = \hat{y} < x^* = y^* < \tilde{x} = \tilde{y} \quad \text{if} \quad k < 0 \end{cases}$$

22 実証結果の簡潔な説明に関しては、Rabin（1993）を参照しなさい。彼は、これらの事実を組み込むことで、「心理ゲーム」を導出している。もちろん、これは、各プレーヤーが彼らの相手プレーヤーの属性を予測することを前提としている。すくなくとも、ある程度以上、当該プレーヤー選好が他のプレーヤーに伝えられるときにのみ、選好は戦略的効果を発揮することになる。私たちの分析は、この意味で、プレーヤーが自分の行動を選択する前に、まず、お互いの選好を学習する状況に向けられる必要がある。これについては、Frank（1987），（1988）が主張するように、私たちは、「多くの人は、見知らぬ人とのすれ違いのようなちょっとした遭遇でさえ、相手の行動をうまく予測すると考える」（Frank, 1988, Ch. 7）。すなわち、多くの観察可能な身体的兆候は、人の感情状態のある兆候を伝達するかもしれない。これらの兆候は、態度、すなわち、呼吸、声のピッチと音色、および、顔の筋肉の緊張と表情等を含むものである。私たちも、彼が示した幾つかの実験結果に依存し、そのことが可能であることを前提とすることにする。

証明. (4)式より、$U_1(\hat{x}, \hat{y}) = U_2(\hat{x}, \hat{y}) = m^2/4\ (1-k)$である。また、(7)式より、$U_1(\tilde{x}, \tilde{y}) = U_2(\tilde{x}, \tilde{y}) = m^2/(2-k)^2$である。さらに、$U_i(x^*(\alpha, \alpha), y^*(\alpha, \alpha)) = \alpha m^2[\alpha-(1-\alpha)k]/(2\alpha-k)^2$、ただし、$i=1, 2$、である。しかも、$\alpha=1/2$のとき、$U_i(\hat{x}, \hat{y}) = U_i(x^*(\alpha, \alpha), y^*(\alpha, \alpha))$ であり、また、$\alpha=1$のとき、$U_i(\tilde{x}, \tilde{y}) = U_i(x^*(\alpha, \alpha), y^*(\alpha, \alpha))$ である。そして、また、$\partial U_i(x^*(\alpha, \alpha), y^*(\alpha, \alpha))/\partial\alpha<0$である[23]。すなわち、$U_i(x^*, y^*)$ は、αに関して減少関数である。したがって、プレーヤーがより利他的になると、プレーヤーの成功はより上昇していくことになる。かくして、$(1/2<)\alpha<1$ならば、$U_i(\tilde{x}, \tilde{y})<U_i(x^*(\alpha, \alpha), y^*(\alpha, \alpha))$、ただし、$i=1, 2$、が明らかである。 □

命題１は、利他主義が、より効率的結果を作り出すことを示唆している[24]。しかし、これは、利他主義的選好を持つプレーヤーは、利己主義的選好を持つプレーヤーよりも、より高い成功をおさめることを意味するものではない。実際、従来の視点では、利他的行動は、当該行為者の成功を減少させ、そして、他の行為者の成功を高めることになる。以下の結果は、この直観を確認することになる。

命題２. $k\neq 0$であるとする。このとき、２人のプレーヤーの相互作用において、より利他主義的に動機付けられたプレーヤーは、そうではない相手プレーヤーより、高い成功に到達することはない。すなわち、すべての$\alpha<\beta$について、$U_1(x^*(\alpha, \beta), y^*(\alpha, \beta))<U_2(x^*(\alpha, \beta), y^*(\alpha, \beta))$ である。

---

[23] $\partial U_i(x^*(\alpha, \alpha), y^*(\alpha, \alpha))/\partial\alpha<0$を検証する。(14)式より、$x^*(\alpha, \beta)=\beta m(2\alpha+k)/(4\alpha\beta-k^2)$である。さらに、$x^*(\alpha, \alpha)=y^*(\alpha, \alpha)=\alpha m(2\alpha+k)/(4\alpha^2-k^2)=\alpha m(2\alpha+k)/(2\alpha+k)(2\alpha-k)=\alpha m/(2\alpha-\mathrm{k})$である。したがって、次のことがいえる。

$$
\begin{aligned}
U_i(x^*(\alpha,\alpha),y^*(\alpha,\alpha)) &= x(ky+m-x) \quad \text{ただし、}\quad x^*(\alpha,\alpha)=y^*(\alpha,\alpha)=\frac{\alpha m}{2\alpha-k}\\
&= \frac{\alpha m}{2\alpha-k}\left(k\frac{\alpha m}{2\alpha-k}+m-\frac{\alpha m}{2\alpha-k}\right)\\
&= \frac{\alpha m^2}{(2\alpha-k)^2}\Big(k\alpha+(2\alpha-k)-\alpha\Big)\\
&= \frac{\alpha m^2}{(2\alpha-k)^2}\Big(\alpha-(1-\alpha)k\Big)\\
\frac{\partial U_i(x^*,y^*)}{\partial\alpha} &= \frac{\Big(m^2[\alpha-(1-\alpha)k]+\alpha m^2(1+k)\Big)(2\alpha-k)^2-4\alpha m^2(2\alpha-k)[\alpha-(1-\alpha)k]}{(2\alpha-k)^4}\\
&= \frac{\Big(m^2[\alpha-(1-\alpha)k]+\alpha m^2(1+k)\Big)(2\alpha-k)-4\alpha m^2[\alpha-(1-\alpha)k]}{(2\alpha-k)^3}\\
&= \frac{m^2\Big([\alpha-(1-\alpha)k](2\alpha-k-4\alpha)+\alpha(1+k)(2\alpha-k)\Big)}{(2\alpha-k)^3}\\
&= \frac{m^2\Big([\alpha-(1-\alpha)k](-2\alpha-k)+\alpha(2\alpha-k+2\alpha k-k^2)\Big)}{(2\alpha-k)^3}\\
&= \frac{m^2\Big([-2\alpha^2+2(1-\alpha)\alpha k-k\alpha+(1-\alpha)k^2]+(2\alpha^2-k\alpha+2\alpha^2k-k^2\alpha)\Big)}{(2\alpha-k)^3}\\
&= \frac{m^2\Big((-2\alpha^2+2\alpha k-2\alpha^2k-k\alpha+k^2-\alpha k^2)+(2\alpha^2-k\alpha+2\alpha^2k-k^2\alpha)\Big)}{(2\alpha-k)^3}\\
&= \frac{m^2k^2(1-2\alpha)}{(2\alpha-k)^3}<0 \quad \text{ただし、}1/2\leq\alpha\leq 1\text{、}-1<k<1
\end{aligned}
$$

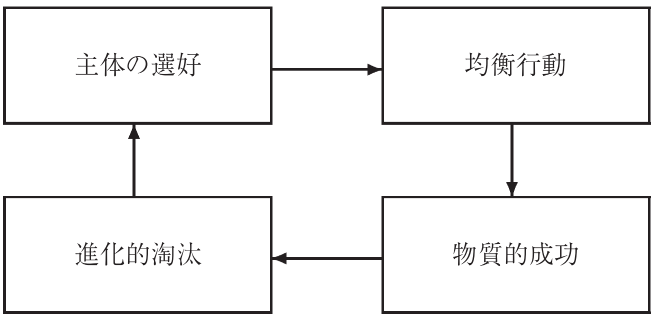
[24] 利他主義が非効率な行動を誘発するという設定は、Bernheim and Stark（1988）、Lindbeck and Weibull（1988）で考察されている。また、利他主義の効率的側面の議論に関しては、Friedman（1988）を参照しなさい。

証明. アペンディクスの補題 7 を参照しなさい。 □

命題 2 に示したように、利他主義者は、他の人の成功を増加させるため、彼自身の成功を低下させても構わないと思っている。したがって、利己主義は利他主義より、高い生存価値を持つと結論付けられるかもしれない。しかし、命題 2 は、進化的淘汰に関して、一つの重要な考えを提示したにすぎない。命題 1 が示すように、大部分が利他主義者から構成されている社会では、利他主義者は、利己主義者より、より高い利得を獲得できるであろう。そして、他方、利己主義者は、比較的低い成功しか期待できないかもしれない。なぜなら、利他主義者が多数の社会では、利他主義者は、利他主義者と相互作用する利己主義者より、より高い成功を達成することができるからである。そして、また、利己主義者と相互作用している利他主義者は、利己主義者同士と相互作用する利己主義者より、より高い成功を達成するからである。このことを、さらに、明らかにするため、私たちは、次の節で、進化的安定性の概念を用いることで、利他主義的選好の進化的な選好淘汰の問題を記述することにする。

5．利他主義的選好の進化的安定性

利他主義的選好は、最も成功しているプレーヤーだけが生き残る進化過程で、生存者として現れることができるのであろうか。命題 1 より、利他主義者は、利己主義者より、高い成功を達成しているといえる。しかし、このことは、必ずしも、利他主義が進化的に安定していることを示すものではない。利己主義者が、利他主義者から成る社会に侵入し、彼の相手プレーヤーより高い利得を獲得するとき、進化的淘汰過程で、利己主義がより増殖し、そして、他方、利他主義がより駆逐されることになるであろう。逆に、利他主義者が、利己主義者から成る社会に侵入し、利己主義者同士が相互作用するよりも、高い利得を獲得をできるならば、利己主義者から成る社会で増殖していくことができるかもしれない。



Bester and Güth（1998, p. 201）

図 3．選好の進化的淘汰の枠組み

利他主義的選好の進化的安定性を考察するため、私たちは、ここで、「間接的」な進化的アプローチを適用する。このアプローチの枠組みは、図 3 に説明されているとおりである。すなわち、先の節でみたように、各経済主体は、各自の選好パラメータαおよびβを持ち、そして、ま

た、各経済主体は、この選好パラメータに対応する均衡行動をとる。さらに、この均衡は、各プレーヤーの成功水準を決定する。最後に、より高い成功が進化的淘汰に有利である環境においては、より高い物質的利得を獲得するプレーヤーが増殖し、そして、より低い物質的利得しか獲得できないプレーヤーは駆逐される。このようにして、物質的利得を獲得する能力により、プレーヤーの選好は進化的淘汰を受けることになる。

利他主義的選好は、最も成功しているプレーヤーだけが生き残る進化的淘汰過程で、現れることができるのか。この分析を完成させるため、私たちは、パラメータα^*を持つ単一タイプのプレーヤーから成る社会が、異なる選好パラメータを持つ変異体プレーヤーの侵入に対し免疫があるのかどうかを考察する。そこで、まず、プレーヤーが利他的パラメータαを持ち、また、相手プレーヤーがパラメータβを持つとき、そして、両プレーヤー間の相互作用が均衡（$x^*(\alpha, \beta)$, $y^*(\alpha, \beta)$）をもたらすとき、私たちは、当該プレーヤーのこの均衡行動での成功を、$R(\alpha, \beta)$で表すとする。

(14) $$R(\alpha,\beta) \equiv U_1(x^*(\alpha,\beta), y^*(\alpha,\beta))$$

変異体空間$M = [1/2, 1]$は、パラメータαおよびβの取り得るすべての可能な値の集合を表すとする。したがって、関数$R(\cdot, \cdot)$は、この空間集合Mについて、対称的進化ゲームを表すことになる。そして、私たちは、このゲームに、進化的安定戦略の概念を適用することで、選好パラメータの進化的安定性ESSを考察することが可能になる[25]。

定義１． 選好パラメータ$\alpha^* \in [1/2, 1]$は、次の条件が成り立つならば、進化的安定性を持つといえる。

(15) $$R(\alpha^*, \alpha^*) \geq R(\alpha, \alpha^*) \quad \text{for all} \quad \alpha \in [1/2, 1]$$

しかも、次のようである。

(16) $$R(\alpha^*, \alpha) > R(\alpha, \alpha) \quad \text{whenever} \quad R(\alpha^*, \alpha^*) = R(\alpha, \alpha^*)$$

これらの条件は、選好パラメータα^*を持つ人の社会は、逸脱パラメータαの少数派の人々により侵食されないことを示している。最初の条件（15)式に従うと、進化的安定性パラメータα^*は、パラメータα^*を持つプレーヤーと相互作用するとき、最適反応であることを示している。したがって、α^*プレーヤーの社会に侵入するいかなるα変異体も、当該社会メンバー以上に成功することはない。そして、また、(α^*以外の）いくつかのパラメータが等しく成功したとしても、第２条件（16)式は、そのような代替的最適反応$\alpha \neq \alpha^*$が社会の中に拡散するのを阻止するものである。すなわち、α^*プレーヤーは、αプレーヤーがαプレーヤーに対処するより、αプレーヤーにより良く対処するため、αプレーヤーは、α^*プレーヤーの社会では、増殖する前に、すぐに、駆逐されてしまうことになる。

ESSの概念は、生物学を起源としている。そして、それは、より高い成功は再生産の優位性を反映するというアイディアを基礎としている。もちろん、経済的文脈においては、成功は金銭的利得とほぼ同一視されている。金銭的利得が繁殖成功のための重要な決定因子であるとき、進化的安定性のアイディアを、この文脈にまで、直接に拡張することができる[26][27]。

[25] 進化的安定性ESSについては、Maynard Smith（1982）を参照しなさい。

私たちは、まず、最初に、ESS概念を、ケース$k>0$について適用する。そこでは、プレーヤー間の相互作用は戦略的補完性を示している。

命題３．$k>0$であるとする。このとき、$\alpha^* = (2-k)/2$は一意的な進化的安定選好パラメータである。

証明．この証明については、アペンディクスの補題4-6を参照しなさい。 □

$\alpha^*<1$のとき、この進化的安定選好は、ある水準での利他主義を示すことになる。そして、また、この利他主義の水準は、戦略パラメータkと正の関係にある。しかも、プレーヤー間の戦略的相互依存性が相対的に高いとき、利他主義はより重要になる。事実、$k\to 1$は$\alpha^*\to 1/2$であることを意味する[28]。

このとき、なぜ、$\alpha>\alpha^*$を持つ利己的変異体は、α^*の個人属性を持つ人々の集団で増殖することができないのかを考える。確かに、命題２より、利己的変異体は、彼が相互作用する利他的な集団メンバーより高い成功をおさめることができる。しかしながら、利己的変異体と相互作用するα^*プレーヤーの利得が低いことは、進化的問題の考察にはそれほど重要なことではない。なぜなら、α^*の個人属性を持つ集団メンバーにとって、利己的変異体と相互作用する可能性は極めて低いからである。多くの場合、利他主義者同士が相互作用する。そして、このとき、命題１より、彼らの成功の期待水準は、他の属性の個人より相対的に高いといえる。すなわち、α^*プレーヤー間で相互作用する利他主義者は、α^*プレーヤーと相互作用する利己主義者より、高い物質的利得を得ることができる。したがって、選好パラメータ$\alpha^*<1$は進化的に安定であるといえる。

命題３のα^*の一意性は、また、利己主義者から成る社会が利他主義的エージェントによる侵入に対して、より脆弱であることに依拠する。これは、利己的プレーヤー間の相互作用が低い利得しか生じないことによる脆弱性を意味する。利他主義者が利己主義者から構成された集団に侵

---

26 実際、ある実証結果が示すように、人間の歴史をみると、個人所得は子孫の生存数と正の関係を持つことが明らかである。例えば、Chagnon and Irons（1979）あるいはBoyer（1989）を参照しなさい。

27 しかしながら、エコノミストにとって、学習と模倣の社会的メカニズムは、おそらく、遺伝的メカニズムより重要である。すなわち、成功している行動属性は、模倣される傾向にあり、したがって、低い利得しか獲得できない個人属性は、より成功している個人属性により排除され、進化的淘汰が生じることになる。模倣は、このような方法で、自然淘汰、あるいは、「適者生存」に類似したプロセスを引き起こすかもしれない。例えば、ひとつの議論として、Mailath（1992）、Selten（1991）を参照しなさい。Bjornerstedt and Weibull（1994）は、模倣に基づく人口動学が生物学的力学と密接に関連していることを明らかにしている。

28 プレーヤーの間の戦略的相互依存が相対的に高いとき、すなわち、$k\to 1$のとき、$\alpha^*\to 1/2$であることがわかる。

$$\lim_{k\to 1}\alpha^* = \frac{2-k}{2}$$
$$\alpha^* = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

すなわち、このとき、α^*とkは負の関係を持つことになる（利他主義と戦略的相互作用は正の関係を持つ）。

入するとき、利他主義者の利得は彼のパートナーの利得よりも低い。それにもかかわらず、このとき、パートナーとして利他主義者を持つ利己主義者は、パートナーとして利己主義者を持つすべての利己主義者よりも、まだ、より成功しているといえる。すなわち、これは、先の節で示したように、利他的プレーヤーが、相手プレーヤーの行動水準を増加させるように誘導する戦略的補完効果によるものである。しかも、正の外部性がある場合（$k>0$)、この戦略的効果は、相手（利己的）プレーヤーの成功に正の効果を持つことになる。したがって、利他主義者は、利己主義者から成る社会に侵入することに成功するであろう。

この最後の議論は、$k>0$の符号は、戦略的補完性と相まって、利他主義の進化にとり重要であることを示すものである。実際、次の結果は、利己主義的選好が、$k<0$の符号および戦略的代替性の下で、一意的な進化的結果につながることを明らかにしている。そこで、次に、私たちは、ESS概念を、ケース$k<0$について適用する。そこでは、プレーヤー間の相互作用は戦略的代替性を示している。

命題４．$k<0$であるとする。このとき、$\alpha^*=1$は、一意的な進化的安定選好パラメータとなる。

証明．この命題の証明は、アペンディクスの補題4-6から直ちに明らかである。 □

命題３と４は、利他主義者の進化的生存が、環境依存的であることを明らかにしている。すなわち、個人は、ある状況で、利他的に行動し、別のある状況で、利己的に行動することが、進化的安定性と一致するというものである。例えば、命題４についていえば、$k<0$のとき、利己主義者は、概して、侵入してくる変異体より、より成功するであろう。事実、（利他的）変異体は、次の２つの理由で侵入を阻止されることになるであろう。まず第一に、利他的プレーヤーの行動選択は、彼の私的な成功を最大化することにはならないことである（利他主義者は、相手プレーヤーの成功に配慮した行動を選択することで、彼自身の成功を低下させる)。第二に、$k<0$のとき、彼の属性に由来する戦略的効果は有害となることである。利己的プレーヤーが、利他主義者に出会うとき、より高い行動水準を選択することになる。ところが、負の外部性が存在するとき、この戦略的効果は、利己的プレーヤーの物質的利得の獲得に負の効果をもたらすことになる。すなわち、これは利己的プレーヤーの成功を低下させることになる。

利得関数を特定化した下での分析結果は、利他主義的選好は、正の生産外部性が存在するとき、ベルトラン市場において進化的安定性を持つことを示している。他方、利己主義的選好は、負の生産外部性が存在するとき、クールノー市場において進化的安定性を持つことを示している。選好の戦略的補完効果は、$k>0$について、利他主義がなぜ進化的安定性を持つのかを説明し、これに対し、選好の戦略的代替効果は、$k<0$について、利己主義がなぜ進化的安定性を持つのかを説明している。利他主義が、相手プレーヤーの有害な反応を誘発する可能性があるため、利他主義は、選好の戦略的効果が有益である場合にだけ現れる現象であるといえるかもしれない。そして、進化的安定パラメータα^*がそのような状況を満たすかは、次の両効果のトレードオフ関係により決定される。一方で、利他主義者は、相手プレーヤーの成功に配慮した行動を選択することで、彼自身の成功を低下させる。また、他方で、彼のこのような行動は、相手プレーヤーによる好ましい反応を引き起こす。後者の戦略的効果は、より大きなkの正の値のとき、より重要となる。したがって、概して、α^*とkは負の関係を持つといえるであろう。

６．一般化

前節で、私たちは、利他主義の進化的安定性を考察するため、(1)式で、物質的利得の表記パラメータを特定化することで、(10)式で定義された均衡が一意的に決定されることを示した。したがって、(14)式で示された関数$R(\cdot,\cdot)$が明確に定義されることになる。さらに、進化的安定性の要件（15)式および（16)式を満たす一意的選好パラメータα^*が存在することを示すことができた。これは、あくまで、特定の成功関数の下での展開であり、しかしながら、一般的な成功関数を前提とするとき、このことは、もはや、真ではないかもしれない。先の節で示した進化ゲームが一般的関数として都合よく定義されたとしても、パラメータα^*は一意的ではなくなるかもしれない。あるいは、進化的安定パラメータが存在しなくなるかもしれない。それにもかかわらず、私たちの主要な結論は、より一般的枠組みへ拡張することができる。

本節で、私たちは物質的利得を定義する関数を一般化する。従前と同様、ここでも、単一タイプのプレーヤーから成る集団において、プレーヤーがペアとなって相互作用するケースを考える。いかなるプレーヤーのペア、すなわち、プレーヤー１とプレーヤー２の間のゲームでも、進化的成功が決定され、それは、関数$U_1(x, y)$と$U_2(x, y)$によって表されるとする。ただし、xとyは、プレーヤー１と２のそれぞれにより選択される行動である。また、このゲームは、$U_1(x, y) = U_2(y, x)$であるという意味で対称ゲームである。ゲームの対称性より、戦略的利得は、プレーヤーが、プレーヤー１、あるいは、プレーヤー２の役割で行動するかどうかとは無関係になる。私たちは、$U_1(\cdot,\cdot)$が厳密に凹であり、そして、二階微分可能であると仮定する。

私たちは、ここで、プレーヤー間の相互作用を特徴付けるのに用いた前節の用語を、より一般的なケースへ拡張する。$\partial U_1(x, y)/\partial y$および$\partial^2 U_1(x, y)/\partial x \partial y$の正負の符号は、すべての$(x, y) \geq 0$について、一定であるとする。そして、また、$\partial U_1(x, y)/\partial y > 0$ならば、このゲームは正の外部性、そして、$\partial U_1(x, y)/\partial y < 0$ならば、負の外部性を持つといえる。さらに、$\partial^2 U_1(x, y)/\partial x \partial y > 0$ならば、プレーヤー間の相互作用は戦略的補完性、また、$\partial^2 U_1(x, y)/\partial x \partial y < 0$ならば、戦略的代替性を持つといえる。私たちは、すべての$(x, y) \geq 0$について、$\partial U_1(x, y)/\partial y \neq 0$および$\partial^2 U_1(x, y)/\partial x \partial y \neq 0$を満たす状況に焦点を当てる。

２人のプレーヤーが相互作用するとき、各プレーヤーiは、常に、(8)式に示した主観的な効用$V_i(x, y)$を最大化しようとする。したがって、均衡は、条件（10)式を満たす一組の行動（$x^*(\alpha, \beta), y^*(\alpha, \beta)$）として表される。次の一階の条件から導出される均衡行動は、$\partial U_1(0, y^*)/\partial x$が十分に大きい限り、$x^* > 0$および$y^* > 0$を満たすことになる。

$$(17) \qquad \frac{\partial V_1(x^*(\alpha,\beta), y^*(\alpha,\beta))}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial V_2(x^*(\alpha,\beta), y^*(\alpha,\beta))}{\partial y} = 0$$

(14)式$R(\alpha, \beta)$を明確に定義するため、(17)式は一意的解（$x^*(\alpha, \beta), y^*(\alpha, \beta)$）を持つと仮定する[29]。

選好の進化的成功は、選好が均衡行動へ及ぼす効果に依存する。私たちは、$\alpha \approx \beta$について、(17)式を微分することにより、次のことを得る[30]。

[29] Friedman（1986, p. 42.）は、一意的均衡を保証する条件を提示している。

(18)
$$\mathrm{sign}\Big[\frac{dx^*(\alpha,\beta)}{d\alpha}\Big]=\mathrm{sign}\Big[-\frac{\partial U_1(x^*,y^*)}{\partial y}\Big]$$

しかも、次のようである。

(19)
$$\mathrm{sign}\Big[\frac{dy^*(\alpha,\beta)}{d\alpha}\Big]=\mathrm{sign}\Big[-\frac{\partial U_1(x^*,y^*)}{\partial y}\frac{\partial^2 U_1(x^*,y^*)}{\partial x\partial y}\Big]$$

(18)式によって説明された効果は、先の特定関数の場合の直観的理解と同様の効果を持つ。プレーヤー1がより利他的であるとき、すなわち、α^*がより小さいとき、彼は彼の行動が他のプレーヤーの効用に及ぼす外部性効果を内生化する傾向にある。したがって、α^*およびx^*は、正の外部性を持つゲームでは、負の相関関係を持つことになる。そして、負の外部性を持つゲームでは、正の相関関係を持つことになる。(19)式も、また、先の節で議論した戦略的効果を一般化したものである。すなわち、正の外部性とプレーヤー間の戦略的相互作用の効果の両方が、同じ符号であるとき、利他主義は、相手プレーヤーがより高い行動を選択することを誘発する[31]。そして、利己主義は逆の行動を生じさせる。さらに、また、負の外部性とプレーヤー間の戦略的相互作用の効果の両方が、同じ符号であるとき、利己主義は、相手プレーヤーがより低い行動を選択することを誘発する[32]。そして、利他主義は逆の行動を生じさせる。

それでは、戦略的効果はどのようにプレーヤーの成功に影響を及ぼすのであろうか。まず、戦略的補完性（$\partial^2 U_1/\partial x\partial y>0$）を持つゲームを考える。ゲームが正の外部性を持つならば、そのとき、利他主義は、相手プレーヤーが、より高い行動水準を選択するよう誘発させる。明らかに、この効果は利他主義者の成功に有益である。なぜなら、正の外部性があるとき、相手プレーヤーが行動水準を上げることは、彼自身の成功を増大させるからである（$\partial y^*/\partial\alpha<0$）。他方、戦略的補完性および正の外部性を持つ持つゲームでは、利己主義は、相手プレーヤーの行動水準を低下させる（$\partial y^*/\partial\alpha<0$）。このことは有害である。なぜなら、正の外部性があるとき、相手プレーヤーが行動水準を下げることは、彼自身の成功を低下させることになるからである。

他方、戦略的代替性（$\partial^2 U_1/\partial x\partial y<0$）を持つゲームでは、この結論は逆である。例えば、戦略的代替性および負の外部性を持つゲームでは、利他主義は、他のプレーヤーの行動を増大させる（$\partial y^*/\partial\alpha<0$）。このことは有害である。なぜなら、それは、負の外部性を増大させてしまうことになるからである。他方、戦略的代替性および負の外部性を持つゲームでは、利己主義は、他のプレーヤーの行動を低下させる（$\partial y^*/\partial\alpha<0$）。このことは有益である。なぜなら、それは、負の外部性を緩和させることになるからである。ここにおいて、外部性および戦略的効果の両効果が及ぼす影響を要約すると、利他主義が他のプレーヤーの行動に及ぼす戦略的効果は、戦略的補完性を持つゲームでは、有益であるが、戦略的代替性を持つゲームでは有害であるということである。

30 (18)式および(19)式を導出する際、私たちは、ゲームの対称性および$V_i(\cdot)$が厳密に凹である事実を使用する。(18)式は各プレーヤーの選好の変化が自らの均衡行動に及ぼす効果を表し、その効果方向は、正および負の外部性より決まる。他方、(19)式は、各プレーヤーが選好を変化させたとき、相手プレーヤーの均衡行動に及ぼす効果を表し、その効果方向は外部性と戦略的効果（補完性あるいは代替性）より決まる。

31 正の外部性および戦略的補完性を持つゲームは、両効果が同じ符号である。

32 負の外部性および戦略的代替性を持つゲームは、両効果が同じ符号である。

私たちの先の分析では、利他主義は、利他主義的選好が有効な戦略的効果と関連しているときにのみ、進化的淘汰の過程において有利であることを示している。以下の結論は、この結論をより一般的な状況にまで拡張している。

命題５．選好パラメータ$\alpha^*=1$は、プレーヤー間の相互作用が戦略的代替性をともなうときにだけ、進化的安定性を持つといえる。そして、選好パラメータ$\alpha^*<1$は、プレーヤー間の相互作用が戦略的補完性をともなうときにだけ、進化論安定性を持つといえる。

証明．(14)式をαについて偏微分すると次のことを得る。

$$\frac{dR(\alpha,\beta)}{d\alpha}=\frac{\partial U_1(x^*,y^*)}{\partial x}\frac{dx^*(\alpha,\beta)}{d\alpha}+\frac{\partial U_1(x^*,y^*)}{\partial y}\frac{dy^*(\alpha,\beta)}{d\alpha} \tag{20}$$

ゲームは、戦略的補完性を持ち、そして、$\alpha^*=1$（利己主義）であると仮定する。$\alpha^*=1$であるので、(8)式および（17)式より、$\partial V_1(x^*,y^*)/\partial x=\partial U_1(x^*,y^*)/\partial x=0$といえる[33]。このことは、戦略的補完性$\partial^2 U_1(x,y)/\partial x\partial y>0$および（19)式より、$dR(\alpha^*,\alpha^*)/d\alpha<0$を意味する[34]。したがって、$\alpha^*=1$の近傍にある$\alpha<1$について、$R(\alpha^*,\alpha^*)<R(\alpha,\alpha^*)$を得る。これは、進化的安定性の要件(17)式と矛盾する。このことより、$\alpha^*=1$は、戦略的代替性を持つゲームのときにだけ成り立つことが明らかである。

次に、ゲームが戦略的代替性を持ち、そして、$\alpha^*<1$であると仮定する。そのとき、(8)式および（17)式は、$\partial U_1(x^*,y^*)/\partial x=-(1-\alpha^*)/\alpha^*\cdot\partial U_2(x^*,y^*)/\partial x$であることを意味する[35]。(18)式および$U_i(\cdot,\cdot)$、ただし、$i=1,2$、の対称性より、(20)式の第一項、$\partial U_1(x^*,y^*)/\partial x\cdot dx^*/d\alpha>0$を生じさせる。同様に、戦略的代替性$\partial^2 U_1(x,y)/\partial x\partial y<0$および（19)式は、(20)式の第二項、∂

---

[33] (8)式および（17)式より、次のようである。しかも、このとき、$\alpha^*=1$であるならば、次のようである。

$$\begin{aligned}V_1(x,y)&=\alpha U_1(x,y)+(1-\alpha)U_2(x,y)\quad \text{ただし、}\quad \alpha^*=1\\&=U_1(x,y)\\\frac{\partial V_1(x^*,y^*)}{\partial x}&=\frac{\partial U_1(x^*,y^*)}{\partial x}=0\end{aligned}$$

[34] $dR(\alpha,\beta)/d\alpha$の符号は次のようである。

$$\frac{dR(\alpha,\beta)}{d\alpha}=\frac{\partial U_1(x^*,y^*)}{\partial x}\frac{dx^*(\alpha,\beta)}{d\alpha}+\frac{\partial U_1(x^*,y^*)}{\partial y}\frac{dy^*(\alpha,\beta)}{d\alpha}$$

$\partial U_1(x^*,y^*)/\partial x=0$であるので、

$$\frac{dR(\alpha,\beta)}{d\alpha}=\frac{\partial U_1(x^*,y^*)}{\partial y}\frac{dy^*(\alpha,\beta)}{d\alpha}$$

$\mathrm{sign}\left[dy^*(\alpha,\beta)/d\alpha\right]=\mathrm{sign}\left[-\partial U_1(x^*,y^*)/\partial y\cdot\partial^2 U_1(x^*,y^*)/\partial x\partial y\right]$であるので、

$$\begin{aligned}\mathrm{sign}\frac{dR(\alpha,\beta)}{d\alpha}&=\mathrm{sign}\left[-\frac{\partial U_1(x^*,y^*)}{\partial y}\frac{\partial U_1(x^*,y^*)}{\partial y}\frac{\partial^2 U_1(x^*,y^*)}{\partial x\partial y}\right]\\&=\mathrm{sign}\left[-\frac{\partial^2 U_1(x^*,y^*)}{\partial x\partial y}\right]\end{aligned}$$

戦略的補完性の仮定より、$\partial^2 U_1(x^*,y^*)/\partial x\partial y>0$であるので、次のことがいえる。

$$\frac{dR(\alpha,\beta)}{d\alpha}<0$$

$U_1(x^*, y^*)/\partial y^* \cdot dy/d\alpha > 0$を意味する。したがって、(20)式は、$dR(\alpha^*, \alpha^*)/d\alpha > 0$である[36]。かくして、$\alpha^*$の近傍のある$\alpha > \alpha^*$について、$R(\alpha^*, \alpha^*) < R(\alpha, \alpha^*)$ を得る。これは、進化的安定の最初の要件（15)式と矛盾する。このことより、$\alpha^* < 1$は、戦略的補完性を持つゲームのときにだけ成り立つことが明らかである。 □

この結論は、進化的安定パラメータα^*の存在および一意性を明確にしていないので、命題3および4より弱い結論である。それにもかかわらず、純粋な利己主義者は、戦略的補完性を持つ社会環境で進化的淘汰を受けることを明らかにしている。そのような社会環境では、なんらかの利他主義的選好を持つプレーヤーのみが、進化的淘汰を生き残る可能性があることがわかる。逆に、プレーヤー間の相互作用が戦略的代替性の特質をもつとき、利他主義は、利己的変異体の侵

---

[35] (8)式および（17)式より、次のことがいえる。

$$V_1(x^*, y^*) = \alpha U_1(x^*, y^*) + (1-\alpha) U_2(x^*, y^*)$$
$$\frac{V_1(x^*, y^*)}{\partial x} = \alpha \frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial x} + (1-\alpha) \frac{\partial U_2(x^*, y^*)}{\partial x} = 0$$
$$\frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial x} = -\frac{1-\alpha^*}{\alpha^*} \frac{\partial U_2(x^*, y^*)}{\partial x}$$

[36] $dR(\alpha, \beta)/d\alpha$の符号は次のようである。

$$\frac{dR(\alpha, \beta)}{d\alpha} = \frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial x} \frac{dx^*(\alpha, \beta)}{d\alpha} + \frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial y} \frac{dy^*(\alpha, \beta)}{d\alpha}$$

右辺の第一項は、$\partial U_1(x^*, y^*)/\partial x = -(1-\alpha^*)/\alpha^* \cdot \partial U_2(x^*, y^*)/\partial x$より、次のようである。

$$\frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial x} \frac{dx^*(\alpha, \beta)}{d\alpha} = -\frac{1-\alpha^*}{\alpha^*} \frac{\partial U_2(x^*, y^*)}{\partial x} \frac{dx^*(\alpha, \beta)}{d\alpha}$$

$U_1(x^*, y^*)$および$U_2(x^*, y^*)$の対称性より、

$$\frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial x} \frac{dx^*(\alpha, \beta)}{d\alpha} = -\frac{1-\alpha^*}{\alpha^*} \frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial y} \frac{dx^*(\alpha, \beta)}{d\alpha}$$

$\mathrm{sign}\left[dx^*(\alpha, \beta)/d\alpha\right] = \mathrm{sign}\left[-\partial U_1(x^*, y^*)/\partial y\right]$であるので、次のことがいえる。

$$\mathrm{sign}\Big[\frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial x} \frac{dx^*(\alpha, \beta)}{d\alpha}\Big] = \mathrm{sign}\Big[\frac{1-\alpha^*}{\alpha^*} \frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial y} \frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial y}\Big]$$
$$\frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial x} \frac{dx^*(\alpha, \beta)}{d\alpha} > 0$$

右辺の第二項は、$\mathrm{sign}\left[dy^*(\alpha, \beta)/d\alpha\right] = \mathrm{sign}\left[-\partial U_1(x^*, y^*)/\partial y \cdot \partial^2 U_1(x^*, y^*)/\partial x \partial y\right]$であるので、次のようである。

$$\mathrm{sign}\Big[\frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial y} \frac{dy^*(\alpha, \beta)}{d\alpha}\Big] = \mathrm{sign}\Big[-\frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial y} \frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial y} \frac{\partial^2 U_1(x^*, y^*)}{\partial x \partial y}\Big]$$
$$= \mathrm{sign}\Big[-\frac{\partial^2 U_1(x^*, y^*)}{\partial x \partial y}\Big]$$

戦略的代替性の仮定より、$\partial^2 U_1(x^*, y^*)/\partial x \partial y < 0$であるので、次のことがいえる。

$$\frac{\partial U_1(x^*, y^*)}{\partial y} \frac{dy^*(\alpha, \beta)}{d\alpha}\Big] > 0$$

したがって、最終的に、次のことがいえる。

$$\frac{dR(\alpha, \beta)}{d\alpha} > 0$$

入を阻止することができないであろう。利他主義が、進化的淘汰を生き残るには、戦略的補完性を持つ社会的背景が存在する必要があることがわかる。したがって、私たちがここでいえることは、個人は、常に、純粋に利己的利益を追求すべきか、あるいは、他の個人の幸福に関心を払うべきかといった二者択一の進化を期待すべきではないということである。進化論の議論は、あるいは、社会の進化的方向は、個人間の戦略的相互依存に大いに依拠することが認識されるべきである。

７．結論

私たちが、ここで適用した間接的進化的アプローチは、戦略的相互作用の中で利他的行動を直接分析する進化的アプローチとは異なり、経済主体の合理的意思決定を否定しない。ここに示した分析は、どのような刺激がどのように行動に影響するのかを特定化するいかなる仮定も許容するものである。そして、自然淘汰、あるいは、文化的淘汰のプロセスにおいて、どのような刺激が、最終的に、進化の過程で現れるかを決定することになる。新古典派理論は、通常、選好（刺激）を外生的として扱っているが、私たちの研究は、選好（刺激）を内生化するため、ゲーム理論の通常の合理性仮定を適用可能とする。この意味で、間接的な進化的アプローチは、新古典派理論を一般化したものといえる。

私たちの研究の最も重要な結論は、進化的に安定した利他主義は、物質的利得 $U_i(x, y)$ の微分係数の正負の符号によって表される戦略的相互作用のタイプに依存するということである。私たちの文脈では、利他主義は、相互作用するパートナーが好意的に反応することを誘発する場合のみ、進化的な安定性をもたらす。選好の安定的進化はこの戦略的効果に依存するとき、そして、相互作用が戦略的補完性として特徴付けることができるときだけ、利他主義者が非効率を緩和することを期待できるかもしれない。

利他主義の安定的進化のための別の要件は、選好に関する個人情報である。私たちの分析は、選好パラメータαおよびβは共通の情報であることを前提としている。しかしながら、もし、不完備情報を前提とするならば、次のような状況が考えられる。例えば、選好パラメータ$\alpha<1$を持つ単一タイプの利他主義者集団があるとする。そして、そこに、利己的変異体が現れるならば、各利他主義者は、変異体との相互作用の取るに足らない確率を考えるかもしれない。そして、このとき、利己主義者は、利他主義者として扱われるだろう。そして、彼は、利他的な相手プレーヤーよりも、より高い利得を得ることになるであろう。その結果、利他主義者は利己的変異体に対して脆弱になりやすくなる。

したがって、私たちの分析では、利他主義は、個人が匿名でない社会でより現れやすいことを示唆している。例えば、利他主義は親類および密接な友人に制限されるかもしれない。血縁的淘汰理論とは対照的に、私たちの分析枠組みでは、このことは、親族が遺伝学的につながりがあるからではなく、彼らが相互に情報をよく共有しているからである。選好のタイプが直接知られないときさえ、それにもかかわらず、個人属性を示すシグナルがあるならば、利他主義は安定的進化をたどるかもしれない。

アペンディクス

補題１．$\partial R(\alpha^*, \alpha^*)/\partial\alpha = 0$であるとする。したがって、このとき、$\alpha^* = -k/2$、あるいは、$\alpha^* = (2-k)/2$である。

証明.

$$R(\alpha,\beta) \equiv U_1(x^*, y^*) \equiv x^*(ky^* + m - x^*) \quad \text{ただし、} x^*(\alpha,\beta) = \frac{\beta m(2\alpha+k)}{4\alpha\beta - k^2}\text{、} y^*(\alpha,\beta) = \frac{\alpha m(2\beta+k)}{4\alpha\beta - k^2}$$

$$\begin{aligned}
R(\alpha,\beta) &= \frac{\beta m(2\alpha+k)}{4\alpha\beta-k^2}\Big(k\frac{\alpha m(2\beta+k)}{4\alpha\beta-k^2} + m - \frac{\beta m(2\alpha+k)}{4\alpha\beta-k^2}\Big) \\
&= \frac{\beta m(2\alpha+k)}{4\alpha\beta-k^2}\Big(\frac{m(2k\alpha\beta+k^2\alpha)}{4\alpha\beta-k^2} + \frac{m(4\alpha\beta-k^2)}{4\alpha\beta-k^2} - \frac{m(2\alpha\beta+k\beta)}{4\alpha\beta-k^2}\Big) \\
&= \frac{\beta m^2(2\alpha+k)[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta]}{(4\alpha\beta-k^2)^2}
\end{aligned}$$

(A1)
$$R(\alpha,\beta) = \frac{\beta m^2(2\alpha+k)[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta]}{(4\alpha\beta-k^2)^2}$$

$R(\alpha, \beta) = U_1(x^*(\alpha, \beta), y^*(\alpha, \beta))$ であるので、包絡線定理より、最適パラメータα^*を導出する。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial R(\alpha,\beta)}{\partial\alpha} = \frac{(k^2-4\alpha\beta)^2}{(k^2-4\alpha\beta)^4}&\Big[2\beta m^2[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta] + \beta m^2(k+2\alpha)(k^2+2\beta k+2\beta)\Big] \\
&- \frac{2(k^2-4\alpha\beta)(-4\beta)}{(k^2-4\alpha\beta)^4}\Big[\beta m^2(k+2\alpha)[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta]\Big] = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(k^2-4\alpha\beta)\Big[2\beta m^2[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta] + \beta m^2(k+2\alpha)(k^2+2\beta k+2\beta)\Big] &= -8\beta\Big[\beta m^2(k+2\alpha)[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta]\Big] \\
(k^2-4\alpha\beta)\Big[2[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta] + (k+2\alpha)(k^2+2\beta k+2\beta)\Big] &= -\Big[8\beta(k+2\alpha)[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta]\Big] \\
[2(k^2-4\alpha\beta)+8\beta(k+2\alpha)]\Big[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta\Big] &= -(k^2-4\alpha\beta)(k+2\alpha)(k^2+2\beta k+2\beta) \\
(2k^2+8\beta k+8\alpha\beta)\Big[\alpha k^2 - k^2 + 2\alpha\beta k - \beta k + 2\alpha\beta\Big] &= -(k^3+2\alpha k^2-4\alpha\beta k-8\alpha^2\beta)(k^2+2\beta k+2\beta) \\
2\alpha k^4 - 2k^4 + 4\alpha\beta k^3 - 2\beta k^3 + 4\alpha\beta k^2 + 8\alpha\beta k^3 & \\
-8\beta k^3 + 16\alpha\beta^2k^2 - 8\beta^2k^2 + 16\alpha\beta^2k + 8\alpha^2\beta k^2 & \\
-8\alpha\beta k^2 + 16\alpha^2\beta^2k - 8\alpha\beta^2k + 16\alpha^2\beta^2 &= -k^5 - 2\alpha k^4 + 4\alpha\beta k^3 + 8\alpha^2\beta k^2 \\
&\quad - 2\beta k^4 - 4\alpha\beta k^3 + 8\alpha\beta^2k^2 + 16\alpha^2\beta^2k \\
&\quad - 2\beta k^3 - 4\alpha\beta k^2 + 8\alpha\beta^2k + 16\alpha^2\beta^2 \\
2\alpha k^4 + 2\alpha k^4 + 4\alpha\beta k^3 - 4\alpha\beta k^3 + 8\alpha\beta k^3 & \\
+4\alpha\beta k^3 + 4\alpha\beta k^2 + 4\alpha\beta k^2 - 8\alpha\beta k^2 + 8\alpha^2\beta k^2 & \\
-8\alpha^2\beta k^2 + 16\alpha\beta^2k^2 - 8\alpha\beta^2k^2 + 16\alpha^2\beta^2k - 16\alpha^2\beta^2k & \\
-8\alpha\beta^2k - 8\alpha\beta^2k + 16\alpha\beta^2k + 16\alpha^2\beta^2 - 16\alpha^2\beta^2 &= -k^5 + 2k^4 - 2\beta k^4 + 2\beta k^3 - 2\beta k^3 + 8\beta k^3 + 8\beta^2k^2 \\
4\alpha k^4 + 12\alpha\beta k^3 + 8\alpha\beta^2k^2 &= -k^5 + 2k^4 - 2\beta k^4 + 8\beta k^3 + 8\beta^2k^2 \\
4\alpha k^2(k^2+3\beta k+2\beta^2) &= k^2(-k^3+2k^2-2\beta k^2+8\beta k+8\beta^2) \\
4\alpha k^2(k+2\beta)(k+\beta) &= k^2(k+2\beta)(-k^2+2k+4\beta) \\
\alpha^* &= \frac{4\beta+k(2-k)}{4(\beta+k)}
\end{aligned}$$

したがって、$\partial R(\alpha, \beta)/\partial\alpha = 0$は、次のことと同等である。

(A2)
$$\alpha = \frac{4\beta+k(2-k)}{4(\beta+k)}$$

$\alpha=\beta=\alpha^*$を設定し、そして、その結果生じる二次方程式をα^*について解くと、補題に述べられた２つの解$\alpha^*=-k/2, (2-k)/2$を得ることになる。

$$
\begin{aligned}
\alpha &= \frac{4\beta+k(2-k)}{4(\beta+k)} \qquad \text{ただし、}\alpha=\beta=\alpha^* \\
\alpha^* &= \frac{4\alpha^*+k(2-k)}{4(\alpha^*+k)} \\
4\alpha^*(\alpha^*+k) &= 4\alpha^*+k(2-k) \\
(2\alpha^*)^2+2\alpha^*[k-(2-k)]-k(2-k) &= 0 \\
(2\alpha^*+k)[2\alpha^*-(2-k)] &= 0 \\
\alpha^* &= -\frac{k}{2}, \quad \frac{2-k}{2}
\end{aligned}
$$

□

補題２. 選好パラメータ$\bar{\alpha}=-k/2$は進化的安定ではない。

証明. $R(\alpha, -k/2)=m^2/4$である。

$$
\begin{aligned}
R(\alpha,\beta) &= \frac{\beta m^2(k+2\alpha)[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta]}{(k^2-4\alpha\beta)^2} \\
R\left(\alpha,-\frac{k}{2}\right) &= \frac{\left(-\frac{k}{2}\right)m^2(k+2\alpha)\left[k^2(\alpha-1)+\left(-\frac{k}{2}\right)k(2\alpha-1)+2\alpha\left(-\frac{k}{2}\right)\right]}{\left[k^2-4\alpha\left(-\frac{k}{2}\right)\right]^2} \\
&= \frac{-m^2k^2(k+2\alpha)[k(\alpha-1)-\frac{k}{2}(2\alpha-1)-\alpha]}{2(k^2+2\alpha k)^2} \\
&= \frac{-m^2k^2(k+2\alpha)[k(\alpha-1-\alpha+\frac{1}{2})-\alpha]}{2k^2(k+2\alpha)^2} \\
&= \frac{-m^2k^2(k+2\alpha)[(-\frac{1}{2})(k+2\alpha)]}{2k^2(k+2\alpha)^2} \\
&= \frac{m^2}{4}
\end{aligned}
$$

$\bar{\alpha}=-k/2$は、進化的安定性の最初の要件（15)式を満たす。すなわち、$R(\alpha, -k/2)=m^2/4$であるので、$\beta=-k/2$を所与としたとき、$R(\cdot, -k/2)$ は、すべての$1/2\leq\alpha\leq 1$について、$R(\alpha, -k/2)=m^2/4$となる。したがって、$R(\alpha^*, \alpha^*)=R(\alpha, \alpha^*)=m^2/4$が満たされる。

定義より、$R(\alpha, \beta)=\beta m^2(k+2\alpha)[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta]/(k^2-4\alpha\beta)^2$である。さらに、$R(\alpha, \alpha)$は次のようである。

$$
\begin{aligned}
R(\alpha,\alpha) &= \frac{\alpha m^2(k+2\alpha)[k^2(\alpha-1)+\alpha k(2\alpha-1)+2\alpha\alpha]}{(k^2-4\alpha\alpha)^2} \\
&= \frac{\alpha m^2(k+2\alpha)(k+2\alpha)[k(\alpha-1)+\alpha]}{(k+2\alpha)^2(k-2\alpha)^2} \\
&= \frac{\alpha m^2[k(\alpha-1)+\alpha]}{(k-2\alpha)^2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R(\bar{\alpha},\alpha) &> R(\alpha,\alpha) \qquad \text{ただし、}\bar{\alpha}=-k/2 \\
R(-k/2,\alpha) &> R(\alpha,\alpha) \\
\alpha m^2 \frac{\left[k+2\left(-\frac{k}{2}\right)\right]\left[k^2\left(\left(-\frac{k}{2}\right)-1\right)+\alpha k\left(2\left(-\frac{k}{2}\right)-1\right)+2\left(-\frac{k}{2}\right)\alpha\right]}{\left[k^2-4\left(-\frac{k}{2}\right)\alpha\right]^2} &> \frac{\alpha m^2[k(\alpha-1)+\alpha]}{(k-2\alpha)^2} \\
\frac{\alpha m^2[k(\alpha-1)+\alpha]}{(k-2\alpha)^2} &< 0 \\
k(\alpha-1)+\alpha &< 0 \\
\alpha(k+1) &< k
\end{aligned}
$$

第二の要件$R(\bar{\alpha}, \alpha)>R(\alpha, \alpha)$は、条件$\alpha(k+1)<k$と同等である。$0<\alpha(k+1)$であるので、こ

れは$0<k$を意味する。しかし、$\bar{\alpha}=-k/2<0$、ただし、$0<k<1$、であるとき、これは矛盾する。したがって、選好パラメータ$\bar{\alpha}=-k/2$は進化的安定ではない。 □

補題３. 選好パラメータ$\bar{\alpha}=1/2$は進化的安定ではない。

証明. 進化的安定性の要件$R(\bar{\alpha},\bar{\alpha})\geq R(\alpha,\bar{\alpha})$は、$\alpha>\bar{\alpha}=1/2$について、次のようである。すなわち、まず、定義より、$R(\alpha,\beta)=\beta m^2(k+2\alpha)[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta]/(k^2-4\alpha\beta)^2$である。さらに、$R(\alpha,\alpha)=\alpha m^2[k(\alpha-1)+\alpha]/(k-2\alpha)^2$である。簡単な計算より、次のことがいえる。

$$R(\alpha^*,\alpha^*)\geq R(\alpha,\alpha^*)\quad \text{ただし、}\alpha^*=1/2$$

$$R(\alpha^*,\alpha^*)=\frac{\alpha^* m^2[k(\alpha^*-1)+\alpha^*]}{(k-2\alpha^*)^2}\geq\frac{\alpha^* m^2(k+2\alpha)\left[k^2(\alpha-1)+\alpha^* k(2\alpha-1)+2\alpha\alpha^*\right]}{(k^2-4\alpha\,\alpha^*)^2}=R(\alpha,\alpha^*)$$

$$R\left(\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\right)\geq R\left(\alpha,\tfrac{1}{2}\right)$$

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)m^2\left[k\left(\left(\frac{1}{2}\right)-1\right)+\left(\frac{1}{2}\right)\right]}{\left[k-2\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2}\geq\frac{\left(\frac{1}{2}\right)m^2(k+2\alpha)\left[k^2(\alpha-1)+\left(\frac{1}{2}\right)k(2\alpha-1)+2\alpha\left(\frac{1}{2}\right)\right]}{\left[k^2-4\alpha\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2}$$

$$\frac{-\left(\frac{1}{2}\right)\left(k-1\right)}{(k-1)^2}\geq\frac{(k+2\alpha)\left[k^2(\alpha-1)+\left(\frac{k}{2}\right)(2\alpha-1)+\alpha\right]}{(k^2-2\alpha)^2}$$

$$-\frac{1}{2(k-1)}\geq\frac{(k+2\alpha)\left[k^2(\alpha-1)+\left(\frac{k}{2}\right)(2\alpha-1)+\alpha\right]}{(k^2-2\alpha)^2}$$

$$-\frac{(k^2-2\alpha)^2}{(k-1)(k^2-2\alpha)^2}\geq\frac{2(k-1)(k+2\alpha)\left[k^2(\alpha-1)+\left(\frac{k}{2}\right)(2\alpha-1)+\alpha\right]}{(k-1)(k^2-2\alpha)^2}$$

$$-\frac{k^4-4\alpha k^2+4\alpha^2}{(k-1)(k^2-2\alpha)^2}\geq\frac{\left[2k^2+2(2\alpha-1)k-4\alpha\right]\left[k^2(\alpha-1)+\left(\frac{k}{2}\right)(2\alpha-1)+\alpha\right]}{(k-1)(k^2-2\alpha)^2}$$

$$\frac{1}{k-1}\Big[\left(k^4-4\alpha k^2+4\alpha^2\right)+2k^2\left(k^2(\alpha-1)+\left(\frac{k}{2}\right)(2\alpha-1)+\alpha\right)$$
$$+2(2\alpha-1)k\left(k^2(\alpha-1)+\left(\frac{k}{2}\right)(2\alpha-1)+\alpha\right)-4\alpha\left(k^2(\alpha-1)+\left(\frac{k}{2}\right)(2\alpha-1)+\alpha\right)\Big]\leq 0$$

$$\frac{1}{k-1}\Big[\left(k^4-4\alpha k^2+4\alpha^2\right)+\left(2k^4(\alpha-1)+k^3(2\alpha-1)+2k^2\alpha\right)$$
$$+\left(2(2\alpha-1)k^3(\alpha-1)+k^2(2\alpha-1)^2+2(2\alpha-1)k\alpha\right)+\left(-4\alpha k^2(\alpha-1)-2\alpha k(2\alpha-1)-4\alpha^2\right)\Big]\leq 0$$

$$\frac{1}{k-1}\left[\left(1+2(\alpha-1)\right)k^4+\left((2\alpha-1)+2(\alpha-1)(2\alpha-1)\right)k^3+\left((2\alpha-1)^2-4\alpha(\alpha-1)-2\alpha\right)k^2\right]\leq 0$$

$$\frac{1}{k-1}\left[(2\alpha-1)k^4+(2\alpha-1)^2k^3+\left((2\alpha-1)^2-4\alpha^2+2\alpha\right)k^2\right]\leq 0$$

$$\frac{1}{k-1}\left[(2\alpha-1)k^4+(2\alpha-1)^2k^3+\left((2\alpha-1)^2-2\alpha(2\alpha-1\right)k^2\right]\leq 0$$

$$\frac{1}{k-1}\left[(2\alpha-1)k^4+(2\alpha-1)^2k^3-(2\alpha-1)k^2\right]\leq 0$$

$$\frac{(2\alpha-1)k^2}{k-1}\left[k^2+(2\alpha-1)k-1\right]\leq 0$$

$$\frac{k^2+(2\alpha-1)k-1}{k-1}\leq 0$$

したがって、$\alpha>\alpha=1/2$について、進化的安定性の要件$R(\bar{\alpha},\bar{\alpha})\geq R(\alpha,\bar{\alpha})$は、次のことと同等である。

$$\frac{k^2+(2\alpha-1)k-1}{k-1}\leq 0 \tag{A3}$$

(2)式の仮定より、$-1<k<1$であるので、$k-1<0$である。したがって、$k^2+k(2\alpha-1)-1\geq 0$でなければならない。これは、$k^2+k(2\alpha-1)\geq 1$と同等である。$k>0$であれば、この条件はαが1/2

に近接するとき、保証されない。$k<0$であれば、そのとき、(A3)式は、$\alpha=1$について（相手が利己主義者のとき）、$k^2+k\geq 1$となる場合にだけ、保証される。しかし、$-1<k<0$であるので、$k^2+k\geq 1$は満たされない。したがって、$\bar{\alpha}=1/2$は、進化的安定性の最初の要件を満たさないことになる。かくして、選好パラメータ$\bar{\alpha}=1/2$は進化的安定ではない。 □

補題４．α^*を進化的安定パラメータであるとする。そのとき、α^*は、$\alpha^*=1$、あるいは、$\alpha^*=(2-k)/2$のいずれかである。

証明．この補助定理は、単純に、次の事実から明らかである。すなわち、進化的安定性の最初の要件により、$1/2<\alpha^*<1$のときは、常に、$\partial R(\alpha^*,\alpha^*)/\partial\alpha=0$でなければならない。これは、(A2)式$\alpha=[4\beta+k(2-k)]/[4(\beta+k)]$と同等である。この等式を、$\alpha=\beta=\alpha^*$で評価すると、先に見たように、２つの解、$\alpha=-k/2$, $(2-k)/2$を持つ。補助定理２と３は、$\alpha=-k/2$、あるいは、$\alpha=1/2$が進化的安定を持つ可能性を排除している。これは、２つの値$\alpha^*=1$、$\alpha^*=(2-k)/2$のみを、進化的安定性の候補として残すことを意味する。 □

補題５．$k>0$ならば、また、そのときにだけ、パラメータ$\alpha^*=(2-k)/2$は進化的安定性をもつといえる。

証明．(2)式の仮定より、$-1<k<1$である。すなわち、$\alpha^*=(2-k)/2$はkの単調減少関数であるので、$0\leq k\leq 1$の区間の最大値および最小値は次のようである。

$$\alpha^*=\frac{2-k}{2}=\begin{cases}\frac{1}{2} & \text{k=1}\\ 1 & \text{k=0}\end{cases}$$

したがって、このとき、$(1>)k\geq 0$ならば、また、そのときにだけ、$\alpha^*\in[1/2,1]$であることに注意しなさい。まず、定義より、$R(\alpha,\beta)=\beta m^2(k+2\alpha)[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta]/(k^2-4\alpha\beta)^2$、さらに、$R(\alpha,\alpha)=\alpha m^2[k(\alpha-1)+\alpha]/(k-2\alpha)^2$である。したがって、$R(\alpha^*,\alpha^*)\geq R(\alpha,\alpha^*)$、ただし、$\alpha^*=(2-k)/2$、は$[k^2-4][k-2(1-\alpha)]^2/[k-1]\geq 0$と同等である。このことは、次の簡単な計算から明らかである。

$$R(\alpha^*,\alpha^*)\geq R(\alpha,\alpha^*),\quad \text{ただし、}\alpha^*=(2-k)/2$$

$$R(\alpha^*,\alpha^*)=\frac{\alpha^*m^2[k(\alpha^*-1)+\alpha^*]}{(k-2\alpha^*)^2}\geq\frac{\alpha^*m^2(k+2\alpha)\left[k^2(\alpha-1)+\alpha^*k(2\alpha-1)+2\alpha\alpha^*\right]}{(k^2-4\alpha\alpha^*)^2}=R(\alpha,\alpha^*)$$

$$R\left(\tfrac{2-k}{2},\tfrac{2-k}{2}\right)\geq R\left(\alpha,\tfrac{2-k}{2}\right)$$

$$\frac{\left(\frac{2-k}{2}\right)m^2\left[k\left(\left(\frac{2-k}{2}\right)-1\right)+\left(\frac{2-k}{2}\right)\right]}{\left[k-2\left(\frac{2-k}{2}\right)\right]^2}\geq\frac{\left(\frac{2-k}{2}\right)m^2(k+2\alpha)\left[k^2(\alpha-1)+\left(\frac{2-k}{2}\right)k(2\alpha-1)+2\alpha\left(\frac{2-k}{2}\right)\right]}{\left[k^2-4\alpha\left(\frac{2-k}{2}\right)\right]^2}$$

$$\frac{(2-k)\left[\left(\frac{1}{2}\right)\left(-k^2-k+2\right)\right]}{[2(k-1)]^2}\geq\frac{(2-k)(k+2\alpha)\left[\left(\frac{1}{2}\right)[2k^2(\alpha-1)+(2-k)(2\alpha k-k)-2\alpha k+4\alpha]\right]}{[k^2-2\alpha(2-k)]^2}$$

$$\frac{-(2-k)(k+2)(k-1)}{4(k-1)^2}\geq\frac{(2-k)(k+2\alpha)(2\alpha k^2-2k^2+4\alpha k-2k-2\alpha k^2+k^2-2\alpha k+4\alpha)}{[k^2-2\alpha(2-k)]^2}$$

$$\frac{(k^2-4)}{4(k-1)}\geq\frac{(2-k)(k+2\alpha)[-k^2+2(\alpha-1)k+4\alpha]}{[k^2-2\alpha(2-k)]^2}$$

$$\frac{(k^2-4)}{4(k-1)}\geq\frac{-(k-2)(k+2\alpha)[-(k-2\alpha)(k+2)]}{[k^2-2\alpha(2-k)]^2}$$

$$\frac{(k^2-4)}{4(k-1)}\geq\frac{(k^2-4)(k^2-4\alpha^2)}{[k^2-2\alpha(2-k)]^2}$$

$$\frac{(k^2-4)[k^2-2\alpha(2-k)]^2}{4(k-1)[k^2-2\alpha(2-k)]^2} \geq \frac{4(k-1)(k^2-4)(k^2-4\alpha^2)}{4(k-1)[k^2-2\alpha(2-k)]^2}$$
$$\frac{(k^2-4)[k^4-4\alpha(2-k)k^2+4\alpha^2(2-k)^2]}{(k-1)} \geq \frac{(k^2-4)[4(k^3-4\alpha^2k-k^2+4\alpha^2)]}{(k-1)}$$
$$\frac{(k^2-4)}{(k-1)}\Big[[k^4-8\alpha k^2+4\alpha k^3+4\alpha^2(4-4k+k^2)]-[4k^3-16\alpha^2k-4k^2+16\alpha^2]\Big] \geq 0$$
$$\frac{(k^2-4)}{(k-1)}\Big[[k^4-8\alpha k^2+4\alpha k^3+16\alpha^2-16\alpha^2k+4\alpha^2k^2]-[4k^3-16\alpha^2k-4k^2+16\alpha^2]\Big] \geq 0$$
$$\frac{(k^2-4)}{(k-1)}\Big[k^4+4\alpha k^3-4k^3+4\alpha^2k^2-8\alpha k^2+4k^2\Big] \geq 0$$
$$\frac{(k^2-4)}{(k-1)}\Big[k^2+4\alpha k-4k+4\alpha^2-8\alpha+4\Big] \geq 0$$
$$\frac{(k^2-4)}{(k-1)}\Big[k^2+4(\alpha-1)k+[2(\alpha-1)]^2\Big] \geq 0$$
$$\frac{(k^2-4)[k+2(\alpha-1)]^2}{(k-1)} \geq 0$$
$$\frac{(k^2-4)[k-2(1-\alpha)]^2}{(k-1)} \geq 0$$

したがって、$\alpha^*=(2-k)/2$について、不等式$R(\alpha^*, \alpha^*) \geq R(\alpha, \alpha^*)$は次の式と同等である。

(A4)
$$\frac{(k^2-4)[k-2(1-\alpha)]^2}{k-1} \geq 0$$

(2)式の仮定より（$-1<k<1$、$m>0$)、この不等式は常に満たされている。したがって、この不等式は、$\alpha \neq \alpha^*$について、$R(\alpha^*, \alpha^*) > R(\alpha, \alpha^*)$である。したがって、これは、進化的安定性の第二の要件（18)式を満たすことになる。 □

補題６．$k<0$であるならば、また、そのときにだけ、パラメータ$\alpha^*=1$は進化的安定性をもつといえる。

証明．定義より、$R(\alpha, \beta)=\beta m^2(k+2\alpha)[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta]/(k^2-4\alpha\beta)^2$である。さらに、$R(\alpha, \alpha)=\alpha m^2[k(\alpha-1)+\alpha]/(k-2\alpha)^2$である。したがって、$R(\alpha^*, \alpha^*) \geq R(\alpha, \alpha^*)$、ただし、$\alpha^*=1$、は$k^3-2k^2(1-\alpha)-4\alpha k+4(1-\alpha) \geq 0$と同等である。このことは、次の簡単な計算から明らかである。

$$\begin{aligned}
R(\alpha^*, \alpha^*) &= \frac{\alpha^* m^2[k(\alpha^*-1)+\alpha^*]}{(k-2\alpha^*)^2} \\
&\geq \frac{\alpha^* m^2(k+2\alpha)\Big[k^2(\alpha-1)+\alpha^* k(2\alpha-1)+2\alpha\alpha^*\Big]}{(k^2-4\alpha\,\alpha^*)^2} = R(\alpha, \alpha^*) \\
R(1,1) &= \frac{\Big(1\Big)m^2\Big[k\Big(\Big(1\Big)-1\Big)+\Big(1\Big)\Big]}{\Big[k-2\Big(1\Big)\Big]^2} \\
&\geq \frac{\Big(1\Big)m^2(k+2\alpha)\Big[k^2(\alpha-1)+\Big(1\Big)k(2\alpha-1)+2\alpha\Big(1\Big)\Big]}{\Big[k^2-4\alpha\Big(1\Big)\Big]^2} = R(\alpha, (1) \\
\frac{1}{(k-2)^2} &\geq \frac{(k+2\alpha)\Big[k^2(\alpha-1)+2\alpha k-k+2\alpha\Big]}{(k^2-4\alpha)^2} \\
\frac{(k^2-4\alpha)^2}{(k-2)^2(k^2-4\alpha)^2} &\geq \frac{(k-2)^2(k+2\alpha)[k^2(\alpha-1)+2\alpha k-k+2\alpha]}{(k-2)^2(k^2-4\alpha)^2}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
(k^2-4\alpha)^2-(k-2)^2(k+2\alpha)[k^2(\alpha-1)+2\alpha k-k+2\alpha] &\geq 0\\
(k^4-8\alpha k^2+16\alpha^2)-(k^2-4k+4)(k+2\alpha)[k^2(\alpha-1)+2\alpha k-k+2\alpha] &\geq 0\\
(k^4-8\alpha k^2+16\alpha^2)-[(k^3-4k^2+4k)+(2\alpha k^2-8\alpha k+8\alpha)][k^2(\alpha-1)+2\alpha k-k+2\alpha] &\geq 0\\
(k^4-8\alpha k^2+16\alpha^2)-(k^3+2\alpha k^2-4k^2-8\alpha k+4k+8\alpha)[k^2(\alpha-1)+2\alpha k-k+2\alpha] &\geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(k^4-8\alpha k^2+16\alpha^2)\\
&-\Big[[(\alpha-1)k^5+2\alpha(\alpha-1)k^4-4(\alpha-1)k^4-8\alpha(\alpha-1)k^3+4(\alpha-1)k^3+8\alpha(\alpha-1)k^2]\\
&\qquad+(2\alpha k^4+4\alpha^2k^3-8\alpha k^3-16\alpha^2k^2+8\alpha k^2+16\alpha^2k)\\
&\qquad+(-k^4-2\alpha k^3+4k^3+8\alpha k^2-4k^2-8\alpha k)\\
&\qquad+(2\alpha k^3+4\alpha^2k^2-8\alpha k^2-16\alpha^2k+8\alpha k+16\alpha^2)\Big] \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&-\Big[(\alpha-1)k^5+(-1+2\alpha^2-2\alpha+2\alpha-1)k^4-(4\alpha-4)k^4\\
&\qquad-(8\alpha^2-8\alpha)k^3+(4\alpha-4+4\alpha^2-8\alpha-2\alpha+4+2\alpha)k^3\\
&\qquad+(8\alpha+8\alpha^2-8\alpha-16\alpha^2+8\alpha+8\alpha-4+4\alpha^2-8\alpha)k^2\\
&\qquad+(16\alpha^2-8\alpha-16\alpha^2+8\alpha)k+(16\alpha^2-16\alpha^2)\Big] \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
-\Big[(\alpha-1)k^5+2(\alpha^2-2\alpha+1)k^4-4(\alpha^2-\alpha)k^3-4(\alpha^2-2\alpha+1)k^2\Big] &\geq 0\\
\Big[(1-\alpha)k^5-2(1-\alpha)^2k^4-4\alpha(1-\alpha)k^3+4(1-\alpha)^2k^2\Big] &\geq 0\\
(1-\alpha)k^2\Big[k^3-2(1-\alpha)k^2-4\alpha k+4(1-\alpha)\Big] &\geq 0\\
k^3-2(1-\alpha)k^2-4\alpha k+4(1-\alpha) &\geq 0
\end{aligned}
$$

したがって、$\alpha<\alpha^*=1$について、進化的安定の要件（15）式$R(\alpha^*,\alpha^*)\geq R(\alpha,\alpha^*)$は次のことと同等である。

（A5）
$$k^3-2k^2(1-\alpha)-4\alpha k+4(1-\alpha)\geq 0$$

$k\in(0,1)$に関しては、この条件は、αが１に十分に接近するとき、（$k^3-4k<0$となるので）保証されない。しかし、$k\in(-1,0)$ について、すべての$\alpha\in[1/2,1]$について（$k(k^2-4\alpha)-2(k^2-2)(1-\alpha)\geq 0$となるので）、この条件は保証される。したがって、進化的安定性の最初の要件は満たされる。また、実際、(A5)式は、$\alpha<1$について、厳密な不等式$R(\alpha^*,\alpha^*)>R(\alpha,\alpha^*)$が保証されるので、進化的安定性の第二の要件は満たされている。 □

補題７.

（A6）
$$U_1(x^*(\alpha,\beta),y^*(\alpha,\beta))<U_2(x^*(\alpha,\beta),y^*(\alpha,\beta)),\quad \text{for all}\quad \alpha<\beta,\quad k\neq 0$$

証明. 関数$U_1(\cdot,\cdot)$および$U_2(\cdot,\cdot)$の対称性により、また、$R(\alpha,\beta)$の定義より、この補題の記述は、$R(\alpha,\beta)<R(\beta,\alpha)$、ただし、$\alpha<\beta$、と同等である。そこで、補題１の$R(\cdot,\cdot)$を表す（A1）式を用い、簡単な計算を行う。まず、定義より、$R(\alpha,\beta)\equiv U_1(x^*(\alpha,\beta),y^*(\alpha,\beta))=x^*(ky^*+m-x^*)$および$R(\beta,\alpha)\equiv U_2(x^*(\alpha,\beta),y^*(\alpha,\beta))=y^*(kx^*+m-y^*)$、ただし、$x^*(\alpha,\beta)=\beta m(2\alpha+k)/(4\alpha\beta-k^2)$、$y^*(\alpha,\beta)=\alpha m(2\beta+k)/(4\alpha\beta-k^2)$、である。したがって、次のことがいえる。

$$U_1(x^*(\alpha,\beta),y^*(\alpha,\beta)) < U_2(x^*(\alpha,\beta),y^*(\alpha,\beta)), \quad \text{for all} \quad \alpha<\beta, \quad k\neq 0$$

$$R(\alpha,\beta) < R(\beta,\alpha) \quad ただし、\alpha<\beta$$

$$R(\alpha,\beta) = \frac{\beta m^2(k+2\alpha)[k^2(\alpha-1)+\beta k(2\alpha-1)+2\alpha\beta]}{(k^2-4\alpha\beta)^2} < \frac{\alpha m^2(k+2\beta)[k^2(\beta-1)+\alpha k(2\beta-1)+2\alpha\beta]}{(k^2-4\alpha\beta)^2} = R(\beta,\alpha)$$

$$(\beta k+2\alpha\beta)[k^2(\alpha-1)+k(2\alpha\beta-\beta)+2\alpha\beta] < (\alpha k+2\alpha\beta)[k^2(\beta-1)+k(2\alpha\beta-\alpha)+2\alpha\beta]$$

$$\begin{aligned}&\beta k[k^2(\alpha-1)+k(2\alpha\beta-\beta)+2\alpha\beta]\\ &+2\alpha\beta[k^2(\alpha-1)+k(2\alpha\beta-\beta)+2\alpha\beta] < \alpha k[k^2(\beta-1)+k(2\alpha\beta-\alpha)+2\alpha\beta]\\ &\qquad +2\alpha\beta[k^2(\beta-1)+k(2\alpha\beta-\alpha)+2\alpha\beta]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&[k^3(\alpha\beta-\beta)+k^2(2\alpha\beta^2-\beta^2)+2\alpha\beta^2k]\\ &+[k^2(2\alpha^2\beta-2\alpha\beta)+k(4\alpha^2\beta^2-2\alpha\beta^2)+4\alpha^2\beta^2] < [k^3(\alpha\beta-\alpha)+k^2(2\alpha^2\beta-\alpha^2)+2\alpha^2\beta k]\\ &\qquad +[k^2(2\alpha\beta^2-2\alpha\beta)+k(4\alpha^2\beta^2-2\alpha^2\beta)+4\alpha^2\beta^2]\end{aligned}$$

$$[k^3(-\beta)+k^2(-\beta^2)] < [k^3(-\alpha)+k^2(-\alpha^2)]$$

$$k^3(\beta-\alpha)+k^2(\beta-\alpha)(\beta+\alpha) > 0$$

$$(\beta-\alpha)k^2(k+\alpha+\beta) > 0 \quad ただし、\alpha<\beta$$

$$k^2(k+\alpha+\beta) > 0$$

$U_1(x^*(\alpha,\beta), y^*(\alpha,\beta)) < U_2(x^*(\alpha,\beta), y^*(\alpha,\beta))$、ただし、$\alpha<\beta$、$k\neq 0$、は$k^2(k+\alpha+\beta)>0$と同等である。(2)式（$-1<k<1$および$m>0$）、および、(9)式（$1/2\leq\alpha,\beta\leq 1$）より、この不等式は、$k\neq 0$ならば、常に、満たされる。 □

参考文献

［1］Becker, Gary S., "Altruism Egoism and Genetic Fitness: Economics and Sociobiology," *Journal of Economic Literature*, Vol. 14, No. 3, 1976, pp. 817-826.

［2］Bergstrom, Theodore C., and Stark, Oded, "How Altruism Can Prevail in an Evolutionary Environment," *American Economic Review* (Papers and Proceedings), Vol. 83, No. 2, 1993, pp. 149-155.

［3］Bernheim, Douglas, and Stark, Oded, "Altruism within the Family Reconsidered: Do Nice Guys Finish Last." *American Economic Review*, Vol. 78, No. 5, 1988, pp. 1034-1045.

［4］Björnerstedt, Jonas, and Weibull, Jorgen W., "Nash Equilibrium and Evolution by Imitation," mimeo, Department of Economics, Stockholm University, January 1994.

［5］Bester, Helmut and Güth, Werner, "Is Altruism Evolutionarily Stable." *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 34, Issue 2, 1998, pp. 193-209.

［6］Boyer, George, "Malthus Was Right After All: Poor Relief and Birth Rates in Southeastern England," *Journal of Political Economy*, Vol. 97, No. 1, 1989, pp. 93-114.

［7］Bulow, Jermey, I., Geanakoplos, John, D., and Klemperer, Paul, D., "Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements," *Journal of Political Economy*, Vol. 93, No. 3, 1985, pp. 488-511.

［8］Chagnon, Napoleon A., and Irons, William (Eds.), *Evolutionary Biology and Human Social Behavior*, North Scituate, MA: Duxbury Press, 1979.

［9］Edgeworth, Francis Y., *Mathematical Physics*, London: Kegan Paul, 1881.

［10］Frank, Robert H., "If Homo Economicus Could Choose His Own Utility Function, Would He Want

One with a Conscience." *American Economic Review*, Vol. 77, No. 4, 1987, pp. 593-604.

[11] Frank, Robert H., *Passions within Reason*, New York: W. W. Norton & Co. Inc, 1988.

[12] Friedman, David D., "Does Altruism Produce Effcient Outcomes. Marshall versus Kaldor," *Journal of Legal Studies*, Vol. 17, No. 1, 1988, pp. 1-13.

[13] Friedman, JamesW., *Game Theory with Applications to Economics*, New York, Oxford: Oxford University Press, 1986.

[14] Güth, Werner, and Yaari, Menahem, "An Evolutionary Approach to Explain Reciprocal Behavior in a Simple Strategic Game," In: Ulrich Witt ed., *Explaining Process and Change Approaches to Evolutionary Economics*, Ann Arbor, MI: The University of Michigan Press, 1992, pp. 23-34.

[15] Hammerstein, Peter, and Selten, Reinhard, "Game Theory and Evolutionary Biology," In: Robert J. Aumann, and Sergiu, Hart, eds., *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, Vol. 2, Ch. 28, Amsterdam: Elsevier, 1994, pp. 929-993.

[16] Hanson, I., and Stuart, C., "Malthusian Selection of Preferences," *American Economic Review*, Vol. 80, No. 3, 1990, pp. 529-544.

[17] Lindbeck, Assai, and Weibull, Jörgen, "Altruism and Time Consistency: The Economics of Fait Accompli," *Journal of Political Economy*, Vol. 96, No. 6, 1988, pp. 1165-1182.

[18] Mailath, George J., "Introduction: Symposium on Evolutionary Game Theory," *Journal of Economic Theory*, Vol. 57, No. 2, 1992, pp. 259-277.

[19] Maynard Smith, John, *Evolution and the Theory of Games*, Cambridge: Cambridge University Press, 1982.

[20] Penrose, Edith, "Biological Analogies in the Theory of the Firm," *American Economic Review*, Vol. 42, No. 5, 1952, pp. 804-819.

[21] Rabin, Matthew, "Incorporating Fairness into Game Theory and Economics," *American Economic Review*, Vol. 83, No. 5, 1993, pp. 1281-1302.

[22] Rogers, Alan R., "Evolution of Time Preference by Natural Selection," *American Economic Review*, Vol. 84, No. 3, 1994, pp. 460-481.

[23] Rotemberg, Julio J., Human Relations in the Workplace, *Journal of Political Economy*, Vol. 102, No. 4, 1994. pp. 684-717.

[24] Selten, Reinhard, "Evolution, Learning, and Rconomic Behavior," *Games and Economic Behavior*, Vol. 3, Issue 1, 1991, pp. 3-24.

[25] Schelling, Thomas C., Altruism, Meanness, and Other Potentially Strategic Behaviors, *American Economic Review* (Papers and Proceedings), Vol. 68, No. 2, 1978, pp. 229-230.

[26] van Lawick-Goodall, Jane, *In the Shadow of Man*, London: Fontana, 1974.

[27] Waldman, Michael, "Systematic Errors and the Theory of Natural Selection," *American Economic Review*, Vol. 84, No. 3, 1994, pp. 482-497.

[28] Winter, Sidney G., "Satisficing, Selection, and the Innovating Remnant," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 85, No. 2, 1971, pp. 237-261.