

論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)	氏名	上野 峻一郎
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 ①・② 項該当		
論文題目			
<p>Study of tensor renormalization group algorithm toward application to field theory</p> <p>(場の理論への応用へ向けたテンソルくりこみ群アルゴリズムの研究)</p>			
論文審査担当者			
主 査	准教授	石川 健一	
審査委員	教 授	稲垣 知宏 (情報メディア教育研究センター)	
審査委員	教 授	小 嶋 康史	
審査委員	教 授	深澤 泰司	
〔論文審査の要旨〕			
<p>本論文は場の量子論や統計場の理論の分野で近年注目を集めている計算手法であるテンソルくりこみ群を利用した計算手法の改良についての論文である。場の量子論や統計場の理論では、任意に与えられたモデルの厳密解が得られることは稀である。定量的に物理量を評価するにはモンテカルロ法に基づく数値計算が長年用いられてきた。これは場の量子論や統計場の理論における分配関数がいわゆる非常に次元の大きな多重積分であり、このような多重積分はモンテカルロ法による計算が可能であることがあるからである。</p> <p>本論文では、このモンテカルロ法に換わる計算手法の一つであるテンソルくりこみ群という手法の改良を提案しそれを検証している。このような新たな計算手法が必要となる物理学的な背景として筆者は、陽子や中性子をより根源的な素粒子であるクォークとグルーオンの多体系として第一原理的に計算する格子量子色力学での符号問題を念頭に置いている。宇宙天体の中性子星の内部における高温高密度状態での中性子物質やビッグバン後のクォーク・グルーオンプラズマ状態での高温物質などの物性を第一原理から理解するには格子量子色力学という場の量子論の手法が有望であるが、物質が高密度である場合に理論の分配関数の被積分関数が複素数となり、通常用いられるモンテカルロ法に基づく計算手法を用いることができない。筆者には、場の量子論に現れる符号問題の回避のために符号問題が原理的に無いテンソルくりこみ群の手法を利用したいとの動機がある。</p> <p>テンソルくりこみ群の手法は統計物理学の文脈において 2007 年に Levin と Nave らにより 2 次元のイジング模型の相転移構造を高精度で計算できる手法として提案された。これには、分配関数のスピン状態に関する多重和を変数変換によりボンド変数を添え字に持つ多数の 4 つ足テンソルのテンソル縮約の多重和の形に変換したテンソルネットワーク形式が用いられる。テンソル縮約の計算量は非常に大きいですが、テンソルを特異値分解した後部分的に縮約をとると新たな 4 つ足テンソルができるという繰り込み群的な操作と、新たな 4 つ足テンソルの次元が大きくなるように特異値分解において特異値によるカットオフを導入しテンソルを近似する操作を組み合わせると、全てのテンソルの縮約を逐次的に近似評価していく事ができる。これがテンソルくりこみ群の方法である。</p>			

筆者は、テンソルくりこみ群の手法でしばしばみられる、物理量の物理パラメータ依存性が不連続性となる現象について解析を行い、その不連続性の起源がカットオフの導入に起因することを明らかにし、その不連続性を抑えるカットオフの導入法を新たに提案し実証している。テンソルくりこみ群での計算量はカットオフ次元が低いほうが計算量が少ないが近似は悪くなる。特にカットオフ次元が低い場合、不連続性が出やすい。4次元の場の量子論へのテンソルくりこみ群の応用を考える際には、カットオフ次元が低いままで良い近似で計算できることが望ましい。そのとき起こる不連続性は系の相構造を間違えて同定してしまう恐れがある。そのため、不連続性の起源の解明とその解消は将来への応用を考えると重要な研究であると言える。

本論文の構成は以下の通りである。第1章では格子場の量子論と量子色力学の素粒子論的な観点からの導入から始まり、有限密度の系におけるモンテカルロ法と符号問題について言及し、テンソルくりこみ群の歴史的背景について導入している。また、テンソルくりこみ群の計算の困難さと系の次元の関係や計算結果に現れる不自然な不連続性についての困難を説明し、本論文の目的が不自然な不連続性の緩和を主題とする旨を述べている。第2章では格子量子力学の枠組みである格子ゲージ理論の説明と定式化を教科書的に行った後、量子色力学の有限温度有限密度の物理とその相図、そして符号問題を説明している。第3章で2次元イジング模型のテンソルくりこみ群による評価手法を説明し、その手法に基づく数値計算の結果を自由エネルギー、比熱、相転移温度について示している。第4章では、テンソルくりこみ群に現れる不連続性について詳細に解析している。具体的には自由エネルギーや内部エネルギーの温度依存性に不連続性が現れる温度付近で特異値分解とカットオフ導入による近似でカットオフ付近の特異値及び特異ベクトルが入れ替わることで近似テンソルが不連続に変化していることを数値計算により示している。その後、2種類のスムーズカットオフ法を提案し、それぞれのスムーズカットオフ法での不連続性や近似の精度を自由エネルギーと内部エネルギーについて評価している。第5章で全体をまとめ、著者の提案したスムーズカットオフ法の有効性を述べている。また、スムーズカットオフによる不連続性の緩和と良い近似を得る両者を満たす手法の開発が今後の課題であるとも述べている。

著者は本論文でテンソルくりこみ群の将来への応用を考え、低いカットオフ次元でしばしば物理量に現れる不連続性の起源を解明し、その不連続性を緩和する手法としてスムーズカットオフ法を提案しその性能を評価している。2次元のイジング模型での具体的な数値計算による評価であり、評価方法は妥当である。より一般の次元や模型に対しても不連続性の起源が同様なものであるかどうかはまだ未検証であるが、特異値分解とカットオフの導入による近似では一般にこのようなことが起こりうると考えられ、ある程度の汎用性が見込まれる。この研究をもとに更に発展した研究が引き続きなされることが十分期待される。したがって、この研究は該当分野の発展に寄与するものであると判断する。また、本論文で用いた数値計算のプログラムは筆者の自作プログラムであり筆者は技術的な基盤をしっかりと持っていると言える。

以上、審査の結果、本論文の著者は博士（理学）の学位を授与される十分な資格があるものと認める。

公表論文

“Irregular parameter dependence of numerical results in tensor renormalization group analysis”,

Daisuke Kadoh, Yoshinobu Kuramashi, Ryoichiro Ueno,

Progress of Theoretical and Experimental Physics,

Volume 2019, Issue 6, June 2019, 061B01, <https://doi.org/10.1093/ptep/ptz056>

(2019年4月23日受理, 2019年6月29日出版)

参考論文

- (1) “Numerical determination of the Λ parameter in SU(3) gauge theory from the twisted gradient flow coupling”,
Ken-Ichi Ishikawa, Issaku Kanamori, Yuko Murakami, Ayaka Nakamura,
Masanori Okawa, Ryoichiro Ueno,
PoS LATTICE2016 (2016) 185.
- (2) “Non perturbative determination of the Λ parameter in the pure SU(3) gauge theory from the twisted gradient flow coupling”,
Ken-Ichi Ishikawa, Issaku Kanamori, Yuko Murakami, Ayaka Nakamura,
Masanori Okawa, Ryoichiro Ueno,
J. High Energ. Phys. (2017) 2017: 67.