

学位論文要旨

Study of tensor renormalization group algorithm toward application to field theory (場の理論への応用へ向けたテンソルくりこみ群アルゴリズムの研究)

氏名 上野 峻一郎

私は本研究において、テンソルくりこみ群 (TRG) と呼ばれる計算アルゴリズムにおける、切断による近似精度を改善する方法を提案し、そのテストを行った。

TRG は統計力学分野での臨界現象を調べるための有用な方法として着目され、特に近年盛んに研究されている。臨界現象を調べる従来の手法としてはくりこみ群の方法が広く用いられていたが、例えばブロックスピン変換を一般の系に数学的に厳密に拡張をすることが困難であるように、その応用には限界があった。TRG はこのような問題を解決しうる手法として期待されている。また、TRG は複素数のハミルトニアンを持つ系を扱う際にしばしば用いられるモンテ・カルロ法とは独立な計算手法であり、それゆえに負符号問題とは無縁であるという利点もある。素粒子論においては、格子量子色力学 (LQCD) に基づく第一原理計算からハドロンの高密度物質の性質を調べる試みが長年続けられているが、有限の化学ポテンシャルでの LQCD では負符号問題によりシミュレーションによる第一原理に基づいた定量評価ができないという問題が生じており、長年これを解決する方法が探索されていた。TRG は負符号問題と原理的に無縁であることから、LQCD に適用して高密度物質の性質を探る強力な道具となることが期待されている。しかしながら、TRG を LQCD に適用するためには解決すべきいくつかの困難があることも知られている。本論文では、TRG で使われる切断アルゴリズムに改良を加えることに焦点を当てた。

TRG ではテンソル積の形に書き換えた分配関数を、テンソルに対して特異値分解を繰り返し行って最終的に得られたテンソルの縮約を再帰的にとることで評価する。計算コストの削減のために、テンソルの次元は毎特異値分解において導入する切断によって制限される。この切断がアルゴリズムの鍵となり TRG は比較的容易に精度よく物理量を計算できるのだが、一方で得られた計算結果に望ましくない振る舞いを生じさせてしまうことがある。切断のために導入するカットオフの値が小さいと、温度などの系のパラメータの変化に伴い得られた物理量の値に不連続な飛びが生じてしまう。この飛びの原因はこれまでよく知られていなかった。私は本研究においてそれが、物理量に飛びが生じる系のパラメータ付近で切断カットオフを導入して求めた特異値の値が交差することに起因することを確認した。さらに言えば、本論文では値の交差する特異値に対応する特異ベクトルの性質こそが飛びの原因の本質であることを示している。また、飛びの性

質が分かったことから私は本研究で、TRG アルゴリズムの切断を行う際にスムーズカットオフを導入して前述のイレギュラーなふるまいを緩和する手法を提案した。本論文では2種類のスムーズカットオフの手続きを導入して2次元イジング模型に対して用いることで、この手法の有用性について議論している。具体的には、実際に TRG を使ってヘルムホルツの自由エネルギーを計算し、それを数値微分することで系の内部エネルギーを求めた。スムーズカットオフを導入する以前の従来の切断を用いた方法では、前述の飛びにより数値微分の精度が非常に悪くなっていて、未知の問題（モデル）を研究する際の相転移点などの誤認識を引き起こしかねなかった。スムーズカットを導入した結果計算結果の飛びが抑えられ、より安全に数値微分を計算することができるようになることが確認できた。