

学位論文要旨

初等数学教育における
数概念形成のための学習環境に関する研究

広島大学大学院教育学研究科
教育学習科学専攻 学習開発学分野
カリキュラム開発領域

D174746 宮脇真一

論文要旨

論文目次

序章 本研究の目的と方法

- 第1節 問題の所在と本研究の目的
- 第2節 具体的な課題と研究の方法
- 第3節 論文の構成

第1章 初等数学教育の基礎的考察

- 第1節 初等数学教育に関する先行研究
- 第2節 初等数学教育における数概念形成の現状
- 第3節 研究対象としての初等数学教育
- 第4節 本章のまとめ

第2章 本研究における数概念形成

- 第1節 数概念形成に関する先行研究
- 第2節 初等数学教育における数概念形成の同定
- 第3節 数概念形成のための理論的枠組の構築
- 第4節 本章のまとめ

第3章 初等数学教育のモデルとしての『小さな数の本』

- 第1節 数学教育の研究開発プロジェクト mathe2000
- 第2節 『小さな数の本』の分析
- 第3節 学習環境開発の視点と方向性
- 第4節 本章のまとめ

第4章 実証的研究とその考察

- 第1節 実証的研究の計画
- 第2節 実証的研究の結果とその考察
- 第3節 数概念形成のための学習環境開発の方向性
- 第4節 本章のまとめ

第5章 数概念形成のための学習環境

- 第1節 本研究における学習環境の同定
- 第2節 数概念形成のための学習環境
- 第3節 数概念形成のための学習環境の実際
- 第4節 本章のまとめ

終章 本研究の総括と今後の課題

- 第1節 本研究の総括
- 第2節 本研究の成果とその意義及び今後に残された課題

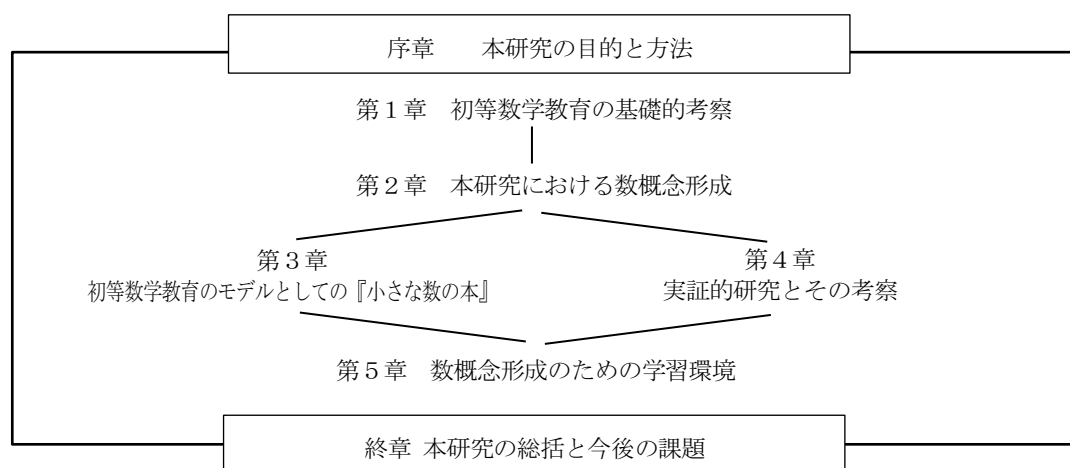
序章 本研究の目的と方法

序章「本研究の目的と方法」では、本研究の初発的な問題意識について述べるとともに、就学前教育と小学校教育の接続期に関する社会的な要請、国際的な動向、先行研究の状況について述べ、本研究の目的、方法、論文の構成について明らかにした。

ここでは、まず、就学前教育と小学校教育の接続に関する無藤（2006）やClements（2001）らの指摘をもとに、実情に応じた子ども観や数学観の必要性を指摘した。そして全米数学教師協議会の取組やドイツの幼児教育改革などの就学前教育と小学校教育の接続に関する海外の状況や、我が国の学校制度の変遷、丸山（1999）、河原（2016）、船越（2010）、松尾（2011, 2012, 2013, 2014）、中和（2014, 2016, 2017）らの就学前教育と小学校教育の接続に関する先行研究について触れ、実証的研究を通じた学習環境の開発という視座からの可能性を指摘した。その上で、社会的な要請、国際的な見地、さらに自身の授業者としての経験から就学前教育における数量や図形の学習と小学校における算数の学習の接続を図るための学習環境の開発の必要性を主張した。そして初等数学教育¹⁾における数概念形成のための学習環境²⁾の理念および条件を明らかにすることを本研究の目的とし、本研究の目的を遂行するために次の3点を課題とした。

- 1 就学前教育と小学校教育の接続についての先行研究と昨今の教育現場の現状から、本研究の課題を整理し、初等数学教育における数概念形成に焦点を当てる必要性を明らかにする。
- 2 数概念形成という数学的な視座と、子どもの「気づき」という視座から、初等数学教育における数概念形成のための理論的枠組を構築する。
- 3 実証的研究を通して初等数学教育における数概念形成のための学習環境の理念と条件を提案する。

本論文の構成は、以下の通りである。上記課題1は第1章、課題2は第2章、課題3は第3～5章にそれぞれ対応する。



1) 本研究では、「就学前教育と小学校教育の接続期における数や図形の学習」を「初等数学教育」とする。この「初等数学教育」という用語について、山本（2016）は「数学を「パターン科学」として捉える数学観を前提とし、就学前から小学校における数や図形に関する学習指導全般」を指す用語として使用している。本研究では、この理念に依拠しながら、対象とする時期を「就学前教育と小学校教育の接続期」としてこの用語を使用する。

2) 本研究における学習環境とは学習活動としての授業、単元、年間計画をも指すものであるが、就学前教育においては授業という概念はそぐわないことから、本研究では子どもたちが経験する一つ一つの学習活動を取りまとめたものとして位置付ける。また、具体的な学習環境の開発にあたっては、小学校入学後の時期に焦点を当てる。

第1章 初等数学教育の基礎的考察

第1章では、序章で述べた研究の方法に沿って、まずは、就学前教育と小学校教育の接続期に関する先行研究や、この時期の数概念形成の現状を整理することを通して、初等数学教育における数概念形成に焦点を当てる必要性を明らかにした。まず第1節では就学前教育と小学校教育の接続期に関する先行研究を整理した。ここでは、学びの連続性に関する無藤(2006)及び中沢(1982)の指摘、数学教育学研究に関する山本(2012)の研究、就学前教育に関する浜野(2008, 2010)及び水原(2016)の史的考察、幼稚園の「数量・形」と小学校「算数」の接続に関する船越(2010)の研究を分析した。そして我が国の就学前教育と小学校教育の接続の問題点として、管理機関の違いからくる指導方針の不整合、研究分野としての数学教育学そのものの不安定さが接続に段差をもたらす要因であることを指摘した。また、海外の先行研究として、全米数学教師協議会のStandard(2000)や、D. H. Clements(2007)による就学前の数学教育のカリキュラム開発例、数概念形成のための数学的活動についての分析を行ったKinnear(2017)の研究などについて検討した。これらの研究から、接続期そのものに焦点を当てたカリキュラムが構想され、数概念形成のための効果的な活動の必要性が国の内外を問わず高まっていることを述べた。

第2節では、初等数学教育の現状として、1948年以降の保育要領、幼稚園教育要領及び小学校学習指導要領における数に関する指導の変遷と接続に関する内容を確認した。幼稚園における数に関する指導については、1989年以降具体的な内容が一切示されておらず、「遊びを通しての指導」が前面に押し出される反面、遊びの中で目指す方向が明示されなくなっている現状を確認した。小学校においては、「ものともとの対応」「個数と順序を数で表す」「数の大小」「他の数との関連」が一貫して取り扱われていることを確認した。また、接続に関しては、幼稚園では1989年を除く全ての幼稚園教育要領で小学校の接続に関して記述されているのに対し、小学校では1958年を最後に一切触れられず、2017年の改訂で配慮事項として述べられるようになったことを確認した。

次に、我が国の第1学年の教科書を数の指導に関する内容に焦点を当てて分析した。基数と序数の関係については、学習指導要領上では常に指導すべき内容として示されているにもかかわらず、教科書での序数の取り扱いは基数の概ね4分の1程度であった。また、数学的活動が重視されている今日状況の中で、物を並べる活動は物を数える活動の5分の1以下であることも確認できた。

最後に数概念形成に関する実態として、全国学力・学習状況調査における基数と序数の関連が取り扱われた問題、松尾(2013, 2014)における幼稚園と小学校の教員への調査、本研究で教授実験を行う小学校の子どもの実態を分析した。全国学力・学習状況調査においては、基数と序数の関係を直接問うたわけではないが、子どもの典型的な誤答の分析から、「何番目」をどのように処理するかという点で誤解が生じたことで正答が導けない状況があり、基数と序数の関係についての課題の存在が確認された。また、松尾の研究からは、子どもたちは幼稚園等の活動の中で、基数と序数の関係に触れる活動を経験しているものの、教師の側にその意識がない場合があることへの指摘を確認した。また、筆者が2018年5月に行った基数と序数の捉え方及びその統合についての調査では、基数をもとに序数を考えること、また、序数をもとに基数を考えることについて正確に答えられた子どもは約半数程度であった。

第3節では、初等数学教育という用語について、山本(2016)が数学を「パターンの科学」として捉える数学観を前提とし、就学前から小学校における数や図形に関する学習指導全般を初等数学教育としていることに依拠し、就学前教育と小学校教育の接続期における数や図形の学習を本研究における初等数学教育とした。その上で、数概念形成に焦点を当てる必要性を確認した。

第2章 本研究における数概念形成

第2章では、本研究における数概念形成について同定するとともに、数概念形成のための理論的枠組を構築した。まず第1節では、数概念形成に関する先行研究を整理した。我が国最初の数学教育学の学位論文を著した平林は、J. Dewey が1895年に発表した『数の心理学とその算術教授法への応用』の中から、「数の基数的側面と序数的側面が統合されることにより、子どもの数概念が形成される」という考えを導出した。また、中澤(1982)は、ピアジェが「数とは子どもが物について(内省的抽象によって)作り出した2種類の関係を統合したもの」としていること、その2種類の関係とは「順序づけ」と「階層的包摂」であることをカミィの論を元に指摘している。一方平林(1961)は、子どもが数を唱えていく様相を例にしながら、対象の「同一性」と「差異性」に同時に着目できることを数概念が形成された状況であると見做し、このことをピアジェの「くりこみ」と呼ばれる状況を援用して説明している。そして、「子どもの心の中に数概念を形成しようと思えば、ものを数えさせるよりも、ものを並べたり、集めたりする活動を行わせるべき」(平林, 1982, p.65)と主張している。これらのことから、第2節において、子どもの数概念形成について本研究では子どもの「基数と序数が統合された」状況を「数概念が形成された状況」と捉えることを述べた。

第3節では、数概念形成という視座と、子どもの「気付き」の発達という視座からの理論的枠組の構築を試みた。ここでは、朝倉(2008)と中山(2014a, 2014b)の考えを参考にした。朝倉は子どもの「気付き」の変化を「気付きの拡大」と「気付きの深化」の2つの軸で捉えようとしている。また中山は、生活科の授業実践を支える理論的枠組として、「気付き、論理の質の高まりを捉える基準・指標」を作成し、3つのレベルを提示している。これらの基準・指標は、子どもの学びという視座から「気付き」を捉えたものであり、生活科の学びを超えて初等数学教育にも援用できる考え方であると判断し、数概念形成のための理論的枠組を表1の通り構築した。

表1 数概念形成のための理論的枠組

	基数(Cardinal)	序数(Ordinal)	統合(Integrate)
1	C_1 : 対象を基数としてとらえている	O_1 : 対象を序数としてとらえている	
2	C_2 : 複数の基数の大小関係をとらえている	O_2 : 複数の序数の順序の関係をとらえている	I_2 : 基数を見て序数を、または序数を見て基数をとらえている
3	C_3 : 全体と部分の基数の関係をとらえている	O_3 : 全体と部分の序数の関係をとらえている	I_3 : I_2 の双方の見方で関係をとらえている

第3章 初等数学教育のモデルとしての『小さな数の本』

第3章では、本研究で学習環境開発のモデルとした mathe2000 の概要、背景にある理念、理念を実現するための方法論について明らかにし、成果物の一つである『小さな数の本』の編集の意図を分析し、学習環境開発のための視点とその方向性を導出した。

第1節では、mathe2000 設立の理念や、背景となる数学観について、サイモン(2003)、Wittmann(1981)、國本・山本(2004)及び國本(2003)をもとに整理した。そして、mathe2000 の指導方針は、「子どもが自ら教材に働きかけ、他者と関わり合うことを通して、自らの数学的な知識及び技能、数学的な考え方などを高めていくこと」という教育観に基づくものであることを指摘した。また、ヴィットマンが「研究」と「開発」を課題とする科学的研究を数学教育学と規定し、

その根底に「デザイン科学」という科学観を理念的枠組として置いていることや、デザインの対象とした人工物である「本質的学習環境」(Substantial Learning Environments)の要件は、「目的」「環境」「構造」であることを、山本(2012)をもとに明らかにした。

第2節では、松浦(2015)が、確率概念の形成を意図した学習材を開発する際の条件整理の方法を参考にし、「学習内容・素材」「学習方法・学習過程」「学習活動の配置」という3つの視点を整理した。その上で、『小さな数の本』の位置付けについて中和の先行研究をもとに分析するとともに、掲載された一つ一つの活動の内容や配列などを解説書とともに整理し、『小さな数の本』が開発された背景にある理念や編集方針について、数概念形成という視座からの分析を試みた。その結果、『小さな数の本』に掲載された15の活動のうち、その4割にあたる6つの活動において基数的側面と序数的側面の両面から学習活動が構成されていることがわかった。日本の第1学年の算数教科書では基数的側面と序数的側面の両面から学習活動が構成されている割合は2割程度であり、顕著な違いが指摘できる。また15の活動それぞれの紙面と解説書の分析から想定される編集の意図として、「同じ活動が場面を変えて繰り返されている」「パターンを探究する活動が設定されている」「おはじきを置く、並べる活動が重視されている」「数の合成・分解が意図されている」「序数と基数が同時に取り扱われている」「子どもが自分からはたらきかける仕組みがある」「教師の指示が極力抑えられている」ことなどを指摘することができた。

これらの分析を受け、第3節ではそれぞれの視点について、解説書に書かれた内容のキーワードを洗い出し、実際の活動と照らし合わせながら表2の学習環境開発の方向性を導出した。

表2 学習環境開発の視点と方向性

視点	方向性
学習内容	<ul style="list-style-type: none"> • できるだけ基数と序数の双方が含まれる内容であること • パターンの探究を促す内容であること
素材	<ul style="list-style-type: none"> • 様々な数え方ができる配列、数や形の変化がある内容であること • 身の回りにあるものを素材とすること • ルールがわかりやすいゲームを素材とすること • サイコロやおはじき、場合によっては実物などを素材とすること
学習方法	<ul style="list-style-type: none"> • 生命論的アプローチを基本とすること • 並べる、置く、観察する、話し合う活動を友達とともにやること • 自ら対象に働きかけ、学習内容をより広げること
学習過程	<ul style="list-style-type: none"> • パターンの探究、発見、表現、理由づけという学習の流れを意識すること • 易から難へという流れと、全体から部分へという流れを、状況によって使い分けること
学習活動の配置	<ul style="list-style-type: none"> • 活動と活動の関連性やスパイラルの原理に配慮し活動を意図的に配置すること

第4章 実証的研究とその考察

第4章では、『小さな数の本』の学習活動をモデルとし、第2章で構築した数概念形成のための理論的枠組及び第3章で導出した学習環境開発のための視点と方向性をもとに検討を加えた2つの教材について、熊本県内の幼稚園(1校, 58名)と小学校(3校, 160名)において実証的研究を行った。そして、実証的研究を通して得られた結果を分析し、数概念形成のための学習環境開発の方向性を導出した。

第1節では、実証的研究の意図とその計画について明らかにした。本研究では「数学教育学はデザイン科学である」という立場から、デザインの対象である学習環境が、子どもや教師、学校において価値があるかどうかを求めることは当然のことであるとするヴィットマン(2004)の考えに立

ち、「前提としての知識を決める調査」と「教授実験」という2つの実証的研究を行った。

「前提としての知識を決める調査」を行うにあたっては、第2章で述べた数概念形成のための理論的枠組に沿って、「対象を基数としてとらえている」、「対象を序数としてとらえている」、「基数と序数を統合している」という点を見るための調査問題（表3）を開発した。小学校における教授実験では、その前後に表3の調査問題を使った聞き取りを個別に行い、その変容を比較することとした。また、教授実験を行うにあたっては、第2章で構築した数概念形成のための理論的枠組と、第3章で導出した学習環境開発の視点と方向性をもとに「The race to 10」（図1）と、「かずのつなひき」（図2）を開発した。

第2節では、実証的研究の結果とその考察について述べた。

今回実施した2つの教授実験の結果に限って言えば、就学前の子どもであっても、ゲームを構成しているパターンを発見するとともに、発見したパターンを生かして先の展開を予測し、理由を説明する姿を確認した。

また、小学校における教授実験の前後には、表3の調査問題を使って、子どもの個別の変容を把握した。





まずは、活動1、2の前後で達成度の差が統計的に有意か確かめるために、有意水準5%で両側検定のt検定を行ったところ、活動前後の平均点の差は有意であることがわかった。

また、調査(1)については、活動前の段階で、160人中157人が正答という状況であったことから、変容は見られなかったが、調査(2)、(3)、(4)のそれぞれについてはマックネマー検定を行ったところ、有意な変容が見られた。

このことから、少なくとも今回実施した2つの活動に限った状況ではあるが、子どもの数概念形成において、基数と序数を統合した見方へと変容していることがわかり、開発した学習活動の有効性を示すことができた。また、人数は少ないが、事前に正答できていたことが、事後に誤答となった子どもの内容を分析すると、1人をのぞいてすべての子どもが「数の数え方」に関する誤答であった。このことは、具体的な活動を通して必ずしも数の捉え方が定着しない子どもがいることを示しており、このような子どもがいることへの配慮が必要であることが示唆された。

これらの結果を受け第3節では、数概念形成のための学習環境開発の方向性を、「学習内容・素材」「学習方法・学習過程」「学習活動の配置」という3つの視点から導出した。

表3 調査問題

調査問題	
調査(1) 	くまモンが並んで歩いています。くまモンはなんびきいますか。 : C_1
調査(2) 	うさぎが並んで走っています。帽子をかぶったうさぎは、前から何番目ですか。 : O_1
調査(3) 	うさぎが並んで走っています。一番後ろのうさぎは帽子をかぶっています。うさぎは全部で7ひきいます（スライドを隠す）帽子をかぶったうさぎは、前から何番目ですか。 : L_2
調査(4) 	くまモンが並んで歩いています。一番後ろのくまモンは帽子をかぶっています。帽子をかぶったくまモンは、前から8番目です。（スライドを隠す）くまモンは全部でなんびきいますか。 : L_2

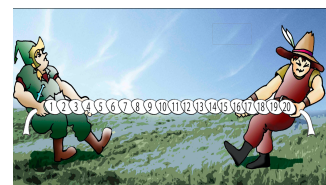


図1 The race to 10 図2 かずのつなひき

第5章 数概念形成のための学習環境

本章では、これまで述べてきた内容から、初等数学教育における数概念形成のための学習環境の理念や条件を整理し、条件に沿った学習活動を明らかにした。

第1節では、本研究における学習環境という概念について、本研究がモデルとしているヴィットマンの理念に基づきながら改めて確認した。ヴィットマンは、教室で学ぶ子ども、指導する教師を生命体であるとし、生命体そのものの自己組織化を促す生命論的アプローチに立って数学教育を進めていくにあたり、数学教育学の研究対象となる人工物としての「本質的学習環境」が満たすべき要件を指摘した。本研究においては、基本的にこの要件を参考にし、『小さな数の本』をモデルとした実証的研究を通して、数概念形成のための学習環境の理念として下記の4点を導出した。

表4 初等数学教育における数概念形成のための学習環境の理念

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">1 算数・数学指導の学習指導上の主要な目的・内容・原理が、初等数学教育という視座から示されている。2 本学習環境の内容は、小学校高学年から先の学年、学校種における数学的な内容、過程、方法と結びついており、初期の数学的活動の豊かな源である。3 対象となる子ども、指導する教師の、個々の状況に対応できる柔軟性を持つものである。4 算数・数学の学習指導に関する数学的、心理学的、教授学的観点を統合し、実証的研究の豊かな環境をつくる。 |
|--|

次に第2節では、これまで述べてきたことをもとに、初等数学教育における数概念形成のための学習環境の条件を導出した。(表5)

表5 初等数学教育における数概念形成のための学習環境の条件

- | |
|--|
| <p>I 数概念形成のねらい</p> <p>条件① 基数と序数の統合という視座から、数概念形成を図る</p> <p>条件② 物を数える活動からではなく、物を並べる活動から基数と序数の概念を導き出す</p> <p>II 学習内容・素材</p> <p>条件③ 数に関する数学的なパターンの追究が可能な活動を教材化する</p> <p>条件④ 数の基数的側面と序数的側面の両面が含まれる素材を教材化する。</p> <p>条件⑤ 児童の生活経験を活かし、発達段階に応じた身近な遊びの素材を教材化する</p> <p>条件⑥ 偶然に支配されず、自分の意思決定が一部分でも反映される遊びを学習活動に取り入れる。</p> <p>条件⑦ 条件を変更することで、後の学習との関連させることができる教材を提示する</p> <p>条件⑧ 「何番目」と「いくつ」という言語の関連づけを図る</p> <p>条件⑨ 知覚数(概ね6以下)と概念数(6以上)を意図的に組み合わせる</p> <p>III 学習方法・学習過程及び学習活動の配置</p> <p>条件⑩ 「並べる」「数える」「予測する」「理由づける」活動を位置付ける</p> <p>条件⑪ 遊びやゲームの途中で、活動や操作の意図を問い返す場を位置付ける</p> <p>条件⑫ 同じ目的の活動が、扱う場や素材を変えて繰り返されるよう配置する</p> <p>条件⑬ 「易から難へ」、「全体から個へ」の双方の文脈のバランスに配慮する</p> <p>条件⑭ 1つの活動を15分以内で終わらせることができるよう配慮する</p> |
|--|

最後に第3節では、先の条件をもとに、小学校第1学年の4月から7月の学習活動を開発した。数概念形成のための学習活動を開発するにあたっては、数概念形成のために必要な「おはじきを並べる活動」と、「数直線上での位置を問題にする活動」を必ず位置付けるようにした。また、既存の算数の授業への位置付けを念頭に置きながらも、まずは、短時間学習の時間等で活用できる15分間で完結する活動を開発した。

終章 本研究の総括と今後の課題

本研究の成果は次の3点に集約される。

- (1) 就学前教育と小学校教育の接続についての先行研究の分析，教育制度上の歴史的変遷，子どもや指導者の実情などから，初等数学教育における数概念形成に焦点を当てる必要性を明らかにしたこと。
- (2) 数概念形成という数学的な視座と，子どもの「気付き」という視座から，初等数学教育における数概念形成のための理論的枠組を構築できたこと
- (3) 実証的研究を通して初等数学教育における数概念形成のための学習環境の理念と条件を導出したこと

本研究の課題の主なものは次の通りであり，今後の研究の発展につなげていきたい。

- (1) 新たな学習環境について，該当する時期の教授実験に取り組むこと
- (2) 学習活動の配置という視点からのアプローチについて整理すること
- (3) 実態調査や教授実験における子どもの活動分析の方法を精緻化すること

【 本要旨の引用・参考文献 】

- 朝倉淳(2008). 『子どもの気付きを拡大・深化させる生活科の授業原理』. 風間書房.
- 伊藤一郎・片桐重男・沢田和佐・中島健三・平林一栄編(1978). 『新・算数指導講座 第2巻 数と計算(低学年)』. 金子書房.
- コンスタンス・カミィ, 中沢和子訳(1982). 『幼児の数の指導—ピアジェ理論に基づく—』, チャイルド本社.
- 國本景亀(2003). 「E. Ch. Wittmannの数学教育論(Ⅱ)—問題解決能力の育成と技能の習得・習熟を結びつける」, 日本数学教育学会『第36回数学教育論文発表会論文集』. pp. 13-18.
- Simon, H. A. 著, 稲葉元吉・吉原秀樹訳(2003). 『システムの科学 第3版』. パーソナルメディア株式会社.
- 中山玄三(2014a). 「生活科での学びの構造—知的な気付き・論理の質的高まり」. 熊本大学教育学部紀要, 第63号, pp. 331-340.
- 中山玄三(2014b). 「授業実践開発研究—生活科の学習環境デザイン論を中心に—」, 2013年度 教育学部・附属小学校 共同研究成果報告書, pp. 1-21.
- 中和渚(2014). 「ドイツの就学前教育における『小さな数の本(Das Kleine Zahlenbuch)』の特徴(1)」. 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第20巻, 第1号, pp. 1-9.
- 中和渚(2016). 「ドイツの「数の本」シリーズの変化に注目した早期数学教育と修学後の関連性と差別化に関する考察」. 全国数学教育学会第44回研究発表会発表資料.
- 中和渚(2017). 「日本の就学前算数教育のあり方の検討—ドイツの『数の本』シリーズの関連性が示唆するもの—」. 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第23巻, 第2号, pp. 61-72.
- 浜野兼一(2008). 「幼稚園の保育内容に関する史的考察—明治10年代から20年代における幼稚園の保育内容について—」, 上田女子短期大学紀要 31, pp. 113-121.
- 浜野兼一(2010). 「幼稚園の制度に関する史的考察—明治期における小学校教育との接続をめぐる検討—」, 上田女子短期大学紀要 33, pp. 13-20.
- 平林一栄(1961). 「J. Dewey 著『数の心理学』の算術教育史的位置—J. Piagte に連なるもの—」, 日本数学教育学会誌『数学教育学論究』第43巻, 臨時増刊, pp. 57-67.
- 平林一栄(1982). 低学年の数と計算に関する諸外国の研究, 『新・算数指導講座 数と計算(低学

- 年)』, 金子書房, pp. 60-77.
- 船越俊介(2010). 「幼稚園における「数量・形」と小学校での「算数」の学びをつなげる幼小連携カリキュラムの開発に関する予備的研究」, 甲南女子大学研究紀要 46 号, pp. 83-94.
- 松浦武人(2015). 「初等教育における児童の確率概念の発達を促す学習材の開発研究」, 広島大学大学院教育学研究科学位論文要約.
- 松尾七重(2011). 「就学前から小学校低学年の子どもの図形指導プログラム構築のための枠組み」. 千葉大学教育学部紀要, 第 59 号, pp. 175-181.
- 松尾七重(2012). 「幼稚園年長児に対する形構成・形置き換え活動の効果: 図形の disembedding の改善のために」, 千葉大学教育学部研究紀要 第 60 卷, pp. 287-294.
- 松尾七重(2013). 「小学校低学年の算数科における学習指導内容に関する問題点—その改善可能性について—」, 千葉大学教育学部研究紀要 第 61 卷, pp. 245-254.
- 松尾七重(2014). 「就学前教育と小学校教育の連続性を考慮した算数教育プログラム案—数と計算, 量と測定領域を中心に—」, 千葉大学教育学部研究紀要 第 52 卷, pp. 183-190.
- 水原克敏(2016). 「1989 年以降の幼稚園教育課程の基準とモデル・カリキュラム」, 早稲田大学教育・総合科学学術院学術研究 (人文科学・社会科学編) 第 64 号, pp. 359-386.
- 無藤隆(2006). 「就学前教育と小学校教育との連携」初等教育資料 2006 2 月号, 文部科学省 HP, http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/004/siryo/attach/1396503.htm
(2018, 8, 17 確認)
- 文部科学省(2017). 「『小学校学習指導要領(平成 29 年告示) 解説算数編』, 日本文教出版. 2017.
- 山本信也(2012). 『生命論的デザイン科学としての数学教育学の課題と展望 E. Ch. ヴィットマンの数学教育学の基本的視角』. 熊日出版.
- 山本信也(2016). 「数学教育における「パターンの科学の数学」・デザイン科学としての数学教育学」の意義」. 日本教科教育学会誌, 第 38 卷 第 4 号, pp. 103-109.
- Clements, D. H. (2001). Mathematics in the preschool. *Teaching Children Mathematics*, 7, (4), pp. 270-275.
- Clements, D. H. Sarama, J. (2007). Effects of a Preschool Mathematics Curriculum : ummative Research on the *Building Blocks* Project, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 38, No. 2, pp. 136-163.
- Wittmann, E. Ch. (1981). *Grundfragen des Mathematikunterrichts(6., neubearbeitete Auflage)*, Vieweg & Sohn Frieder.
- Wittmann, E. Ch. (1995). Mathematics education as a 'design science', *Educational Studies in Mathematics*, 29(4), pp. 355-374.
- Wittmann, E. Ch. / Muller, G. N. (2002). *Das Kline Zahlenbuch Teil 1 : Spielen und Zählen*, Kallmeyer bei Friedrich in Velber.
- Wittmann, E. Ch. /Steinbring, H. /Muller, G. N, 國本景亀・山本信也共訳 (2004). 『PISA を乗り越えて: 生命論的視点からの改革プログラム』. 東洋館出版社.
- Wittmann, E. Ch. 馬場卓也訳 (2004). 本質的学習環境を中心とする実証的研究, 日本数学教育学会第 37 回数学教育論文発表会全体講演会原稿.
- Dewey, J. Mclellan, A. (1895). *The Psychology of Number and its Applications to Method s of Teaching Arithmetic*, D. Appleton and Company.
- National Council of Teachers of Mathematics(2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Kinnear, V. et al(2017). Early Mathematics Education: A Plea for Mathematically Founded Conceptions, *Forging Connections in Early Mathematics Teaching and Learning*, pp. 17-35.