集団での意思決定場面を取り入れた真正な数学的問題解決の事例

－対数概念の応用の場合－

上ヶ谷 友佑

近年，学校教育における学習の真正性が重視される中で，単純にとにかく高い真正性に無条件に価値があるというよりは，むしろ教育的配慮に基づいて真正性の高さを調整する必要性が示唆され始めている。本稿は，そうした真正性の高さのバランスを検討する際の基礎資料を提供することを目的とし，集団での意思決定場面を取り入れた数学の授業実践の事例を報告するものである。本実践では，高校 2 年生に対数概念の応用を指導する一環として，適切に問題を解決するためにはどの情報カードを選ぶべきかという課題を生徒達に与え，選んだ結果によっては問題が解けないかもしれないというリスクを伴う，集団での意思決定場面を設定した。授業実践の反省から，生徒達にとっての真正性を第一に考えながら，他の観点からの真正性を徐々に高めていくという学習過程の可能性が示唆された。

１．序論

近年，社会のグローバル化に伴って，数学教育，統計教育，情報教育など，科学教育の幅広い領域において，意思決定能力の重要性が指摘され，多様な校種で多数の実践や研究が積み重ねられている。例えば，山口（2014）では，数理科学的意思決定力に関する枠組が構築され，小学校（山口・西村, 2015），中学校（櫻井, 2015），高校（後藤・西村, 2016）と実践が分析されている。また，こうした研究は,教科横断的な観点からも実施されており，西村・松原・上野（2015）は，教科固有のアプローチに基づいた「選択肢」の創出が，意思決定能力を育む上での教科横断的アプローチの価値である点を指摘する。

山口（2014）においても議論されているように，こうした研究においては，一般に「真正の学習」，すなわち，「学校外や将来の生活で遭遇する本物の活動」(石井, 2012, p. 146) が重視され，国際的にも，与える課題の真正性をいかに高めるかが重要な論点とされてきた（例えば, English, 2010; Sethole, 2005)。しかしながら, Weiss, Herbst, & Chen (2009) も指摘するように，真正性に関する先行研究においては，真正性の高さが無条件に良いものと見なされがちである。

これまでのところ，意思決定能力に関する諸研究に対して，「真正性が高過ぎるのではないか」という反省は,暗黙的なままである。例えば，親しみやすいキャラクターをつくるために児童達が数量化の考えを発揮していく過程の分析を反省して，西村（2016）では「条件をオープンにしすぎると，数理的な力以外の要素（画力・センス）が必要になるため，オープンさを調整する必要がある」(p. 151) と指摘されている。このことは，数学が十分に身に付く前の段階で真正性の高過ぎる問題に直面すると，学習者は数学以外の方略で問題を解決しようとし得ることを示唆している。換言すれば，真正性が高過ぎる状況においては，西村・松原・上野（2015）が重視したような「選択肢」が創出されるとは限らず，かえって深い学びに繋がらない場合があり得るのである。

一般的には，教育実践においては，真正性を高めることそれ自体が難しい。そのため，我々はともすれば，真正性は高ければ高いほどよいと考えがちである。しかしながら，上で取り上げた諸研究の成果を総合して言えることは,意思決定能力に関する我々の知識水準は,既に,真正性の高さに関してバランスを検討する段階に到達していると言ってよいであろう。

そこで本稿は，真正性の高さのバランスについて検討する際の基礎資料を提供することを目的とし，集団での意思決定場面を取り入れた数学の授業実践の事例を報告するものである。特にこの授業実践では，選択の結果によっては問題が解けないかもしれないというリスクを伴う意思決定の場面を設定することによって，生徒達が熟慮の上に意思決定するという機会の創出を図る。生徒達が授業中における意思決定に真摯に向き合いやすい状況は，特定の観点からは真正性の高い状態である一方，別の観点からはいつでも真正性の高い状態であるとは言えない。本稿は，授業設計時の意図と授業実施後の反省を踏まえながら，どのような設計がどのような状況の創出に貢献したかを報告するとともに,その状況下において,どのような観点での真正性の高さがどの程度見出されたかについて報告する。

２．真正性の種類

本章では，実施した授業について述べる前に，数学教育研究における「真正性」という語の多義性について確認しよう。Weiss, Herbst, & Chen (2009) によれば，数学教育研究における「真正性」の意味は，少なくとも 4 つある。すなわち，[AM_W] 現実世界の文脈に対して真正か，[AM_D] 学問数学に対して真正か，[AM_P] 専門家の実践に対して真正か，[AM_S] 学習者の思考に対して真正か，の 4 つである(1)。これは，石井 (2012) が述べる真正性よりも細かい分類であり，本稿ではこちらを基準に議論を進めていこう。

この 4 観点を区別するとき，すべての真正性を同時に充足することは困難である。また，すべてを同時に充足することが望ましいとも限らない。本稿の冒頭でも述べたように，真正性を調節するというアイディアに基づくならば，どの真正性をどのようなバランスで実現するかが問題とされなければならないであろう。

このとき，すべての基礎となる真正性は，AM_Sである (上ヶ谷, 2017)。なぜなら，教育が学習者に何らかの肯定的な影響を与えようとする営みである以上，どんなに現実世界に根ざした内容 (AM_W) であっても，どんなに学問数学に根ざした内容 (AM_D) であっても，あるいは，どんなに専門家の実践に根ざした活動 (AM_P) であっても，学習者が考察に値する内容，従事するに値する活動として受け止めていないことには，それらの真正性の価値が十分に発揮され得ないと考えられるからである。

３．実際の授業の構成

本章では，計画した授業の構成について述べる。なお，本授業は，「指数関数と対数関数」の単元をすべて学習し終えた後に，対数関数の応用場面として位置付けた授業である。

1. 問題提示

本授業においては，「5^{1000} は何桁の数か？ また，最高位の数は何か？」という問題を提示する。本授業では，この問題に 3～4 名のグループで挑戦する。ただし，集団での意思決定を明示的に行う場面を作り出すため，問題解決にあたって次のルールを設定した。

- 問題解決の見通しの立ったグループは，以下の 7 つのアイテムの中から，任意に 2 つ入手することができる(2)。
  - 情報カード「$\log_{10} 3$」(8 桁)
  - 情報カード「$\log_{10} 5$」(5 桁)
  - 情報カード「$\log_2 5$」(8 桁)
  - 情報カード「$\log_5 25000$」(8 桁)
  - 情報カード「$\sqrt[100]{10^3}$」(6 桁)
  - 情報カード「$\sqrt[100]{10^2}$」(6 桁)
  - 電卓
- 情報カードには，所定の数が所定の桁数の小数として示されている。ただし，実際に選択するまで，具体的にどんな数値が示されているかは伏せられている。また，この場合の桁数とは，一の位を含めた桁数のこと (すなわち，有効数字ではない) であり，端数を切り捨てで丸めた数値が記載されている。
- 情報カードのアイテムには，数に限りがあり，全グループが同じ情報カードを選択することができない。
- 教科書は自由に用いてよい。
- アイテムの選択を決めかねる場合は，取り急ぎ 1 つだけ選んだり，しばらく選択を保留したりしてもよい。

このようなルールの存在により，各グループは，どのアイテムを得るかについて明示的な意思決定を迫られることになる。常用対数を用いて自然数を 10^x で近似し，その桁数を求めるという手法は，教科書でも例題として提示されているようなありふれた問題である。しかし，本問では，対数関数の深い理解に基づいた意思決定が必要である。なぜなら，教科書の常用対数表に基づいて 5^{1000} を 10^x で近似しようとすると，常用対数表に掲載されている数値の精度 (5 桁) が足りず，はっきりとしたことがわからないからである。

そこで，グループ内での議論の焦点は，提示された情報カードの中から，問題解決に寄与し得るものを選択する，ということになると予想される。精度のよい対数の情報カードは，常用対数ではないため，対数関数の諸性質を用いることで常用対数をつくるという発想に至ることができるかどうかが重要である。適切なアイテムのいずれかを入手しなければ問題解決が進まないという意味で，これらのアイテムは，集団の意思決定の促進効果を有するものと考えられる。つまり，対数関数の知識を利用して決断しなければ先に進めない場面が存在することで，対数関数の知識を活用することや対数関数の性質について議論することが (AM_S の意味で) 真正であるような状況を構築することができていると見込まれる。

もちろん，例えば，2 次方程式を解くにあたっても，因数分解で解くか解の公式で解くか等，方法の意思決定は必要である。しかし，そうした意思決定は，意思決定に何らリスクが存在せず，集団での議論を経ず，個人的に好きな方を採用して計算すれば，それで十分である。その点，今回の場合は，選択したアイテムによっては問題が解けないかもしれないというリスクがつきまとう。

そのため，このことが，対数関数の性質に関する思考や活動を自然と発生することに寄与すると考えられる。その状況において，学習者にとってある種の思考や活動の発生が自然であればあるほど，その状況は（AM_Sの意味で）真正であると評価することができよう。

2.　展開１

グループで議論をさせる時間を取る。教師は，アイテムを持ちながら机間支援を行い，アイテム入手の要望のあったグループに対して順次渡していく。

机間支援としては，次の 4 点に留意する。第一に，常用対数表の存在を適宜示唆する。精度のよい常用対数の必要性を実感させるために，まずは教科書の常用対数表の限界に直面する経験が重要である。また，第四の留意点とも関連するが，常用対数表は後で最高位の数を求めるために必要となるため，早い段階でその存在を確認しておくことが重要である。第二に，$5^{1000} \fallingdotseq 10^{699}$ で手が止まるグループに対しては，この表記では何桁になるかが曖昧であることを示唆する。実際，10^{699} 自身は 700 桁であるが，$10^{699}-1$ は 699 桁であるため，曖昧である。

第三に，$\log_{10} 5$ の精度で悩むグループに対しては，どうすれば精度よい $\log_{10} 5$ が得られるかを考えさせる。模範的には，$\log_2 5$ または $\log_5 25000$ の情報カードから，対数関数の諸性質を駆使して精度よい $\log_{10} 5$ を構成することが解決の鍵となる。ただし，情報カードには $\log_{10} 5$ 自身も含まれていることに注意されたい。精度の高い近似値があれば，「≒」で簡便に処理できるが，精度の低い近似値しかない場合は，不等式を用いてそれが正確にどの程度近い値であるのかを評価しながら議論を進めるべきである。情報カードで示された $\log_{10} 5$ は，丸められ方が切り捨てであるため，常用対数表の数値よりも不等式で挟んで使用しやすいというメリットがある。

第四に，$\log_{10} 5^{1000}$，すなわち，698.9700 が教科書の常用対数表に載っていないと訴える生徒には，何であれば載っているかを問う。常用対数が 698.9700 となるような真数がどんな値であるかがわかれば，5^{1000} がどんな値であるかもまたわかる。しかし，実際にはそのような大きな値は常用対数表から得られ得ない。ここでは，$\log_{10} X = 0.9700$ となるおおよその X であれば，常用対数表から求め得るという気付きが重要となる。

3.　展開２

ある程度解答が出揃ったら，3 グループほど指名し，黒板に解答を板書させる。できるだけ多様な解答が共有できるように指名することで，クラス全体で対数関数の性質をどのようにして意思決定に反映させたかについての多様な数学的な見方・考え方を共有する。主流となる解答は，1 つ目のアイテムとして電卓を選び，2 つ目のアイテムとして $\log_2 5$ または $\log_5 25000$ の情報カードを選ぶことで，精度よい $\log_{10} 5$ を構成するものになると見込まれる。

例えば，$\log_2 5$ の場合だと，以下の要領で求められる。$\log_2 5$ の情報カードより，$\log_2 5 \fallingdotseq 2.3219280$ なので，情報カードの数値の丸め方に注意すると，

$$2.3219280 \leqq \log_2 5 < 2.3219281$$

であり，

$$\log_{10} 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 10} = \frac{\log_2 5}{1 + \log_2 5} = 1 - \frac{1}{1 + \log_2 5}$$

であるから，

$$1 - 1 \div 3.3219280 \leqq \log_{10} 5 < 1 - 1 \div 3.3219281$$

$$0.69896999 < \log_{10} 5 < 0.69897001$$

となることがわかる。したがって，

$$698.96999 < \log_{10} 5^{1000} < 698.97001$$

となり，常用対数表より，

$$\log_{10} 9.32 < 0.96999 < 0.97001 < \log_{10} 9.34$$

だから，

$$9.32 < 10^{0.96999} < 10^{0.97001} < 9.34$$

$$9.32 \times 10^{698} < 10^{698.96999} < 10^{698.97001} < 9.34 \times 10^{698}$$

$$9.32 \times 10^{698} < 5^{1000} < 9.34 \times 10^{698}$$

である。すなわち，最高位の数は 9 である。

なお，電卓をあえて選ばず，$\sqrt[100]{10^3}$ の情報カードを選んだグループがあれば，不等式による評価はできないものの，最高位の数を求める際に常用対数表の代わりになり得るため，その使用法に注意しておく。具体的には，情報カードより，$\sqrt[100]{10^3} \fallingdotseq 1.07151$ であることがわかるので，

$$10^{0.97} = 10 \div 10^{0.03} \fallingdotseq 9.33262$$

と考えることができる。

４．実際の授業

高校 2 年生を対象に実際に授業を実施した。この授業は，2016 年 11 月 25 日(金)の広島大学附属福山中・高等学校 2016 年度公開研究会において，筆者自身によって実践されたものである。

1.　問題提示

実際の問題提示においては，5^{1000} がどれくらいの大きさの数になるだろうか，という問いで問題を導入した。その上で，桁数と最高位の数がわかればおおよそどれくらいの数であるかがイメージできるであろうと述べた上で，桁数と最高位の数を求めようと指示した。なお，生徒達の間で「最高位」という言葉の意味に齟齬があってはいけないので，$2^{10} = 1024$ の場合，最高位の数が 1 であることを合わせて確認した。この確認を終えたのは，

授業開始から 5 分経ったところであった。

2. 展開１

アイテム選択を行うまでに 10 分間，グループ内で議論する時間を取った。授業者は，教科書の情報は自由に閲覧して良いことを適宜示唆した。

10 分経過後から，意思決定のできたグループからアイテムを選択させた。アイテム選択後も，アイテムの情報を用いながら，さらに議論を続けさせた。アイテム選択が可能になってからも，しばらくは電卓以外のアイテムを選ぶグループは現れなかった。議論の途中で，教科書の常用対数表を用いて，$5^{1000} \fallingdotseq 10^{699}$ であると主張するグループが複数現れたので，授業者は，「10^{699} は 700 桁だが，5^{1000} は 700 桁だろうか？」や「5^{1000} は 10^{699} より大きいか？ 小さいか？」といった発問で，グループ内の議論を促進した。これらの発問によって，「違うの使って $\log_{10} 5$ 出せばいいんじゃない？」といった発言が，出るグループが現れ始めた。こうした発問が，情報カードに書かれた $\log_{10} 5$ ではない対数を用いるという気付きの契機となったようであり，意思決定に関する授業設計時の期待が，いくつかのグループにおいて達成された。

ただし，その後も継続して問題解決の時間を取ったにもかかわらず，情報カードの対数から $\log_{10} 5$ を導出するだけで時間的に精一杯という様子で，授業全体で最高位の桁の求め方を共有する時間を取ることは困難であるように思われた。

3. 展開２

3 グループを指名し，代表に解答を板書させた。ただし，このとき，授業開始から 38 分が経過していたが，最高位の数の導出に到達したグループがいなかったため，桁数を正確に求めるところまでを板書するよう求めた。3 つの班をそれぞれ A～C 班とすると，各班の板書した内容は，図 1，図 2，図 3 の通りである。このうち，A 班と C 班は，$\log_{10} 5$ の情報カードを用いて，不等式を用いた評価を行った解答を板書した。

B 班は，事前に想定できなかった解答であったが，1 つの解法として興味深い解法であったため，取り上げた。底の変換公式を用いて，$\log_{10} 5 = \log_2 5 \times \log_{10} 2$ を導き，$\log_2 5$ の情報カードと，$\log_{10} 2 = 0.3010$（B 班曰く「覚えていた」）を用いて長い桁数の $\log_{10} 5$ を得ていた。

５．授業に対する反省

本節では，授業に対する反省を通じて，今後の実践および研究への示唆を示す。まず，アイテム選択の場面をつくることが，対数関数の性質に関する思考や活動が自然と発生することに寄与していたと考えられ，与えた問題や取り組ませた活動の構造が，(AM_Sの意味での）真正性を創出していたと考えることができる。その点においては，ねらい通りであった。

もちろん，理想的には，社会的観点や数学的観点から問題になり得ることを自ら積極的に提起し，解決へ向けて活動していく主体の育成が重視されるべきかもしれない。今回の実践は，意思決定をカードの選択というレベルまで単純化してしまっているため，西村・松原・上野 (2015) が示したような，教科固有のアプローチに基づいた「選択肢」の創出には程遠い。しかし，序論でも引用した先行研究を踏まえると，自ら「選択肢」を創出する段階に到達するのは，高校生であっても容易ではないと推察される。特に教室における通常の数学的問題解決においては，現実世界における問題解決とは異なり，何らかの意思決定を行うことによって後戻りができなくなるという状況はほとんど発生しないため，熟慮の上に意思決定する機会自体が，そう多くはない。場合によっては，解決方法を思いつく順番に手当たり次第試してみて，上手くいった方法で解決を図るということが合理的な場合

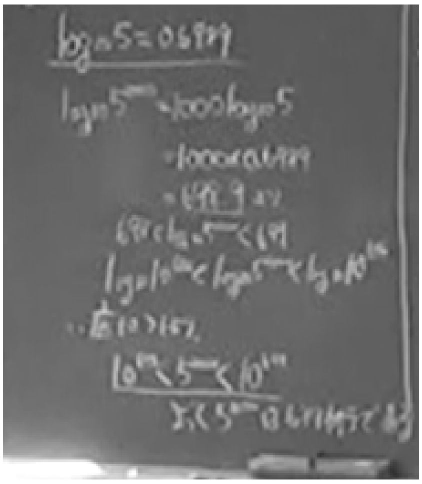

図 1: A 班の解答

図 2: B 班の解答

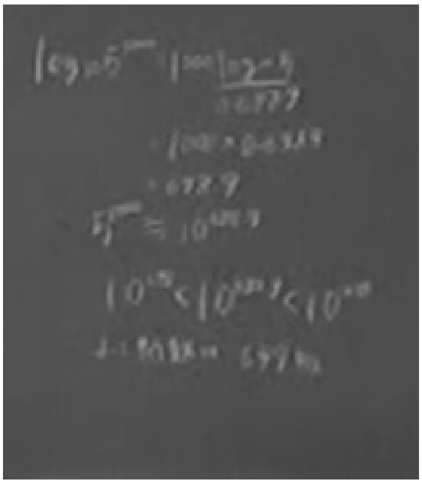

図 3: C 班の解答

さえある。その意味で，選択の結果によっては問題解決ができないかもしれないような状況をつくったことと，その際の選択肢をカードの形で具現化したことは，この意思決定に関して(AM_S の意味で) 真正な状況を生み出すことに寄与していた。

特に今回，真正な意思決定の場面をアイテムの選択という授業設計の方法として比較的簡単な方法で実現できたことは，構成主義的な授業設計論に対して示唆的である。例えば, Simon & Tzur (2004) や Harel (2013) は，教えたい数学的知識が解決の鍵となるような問題を与えることによって，新しい数学的知識を主体的に構成する場面を実現し得ることを指摘しているが，本授業の映像記録からも，このことを裏付けることができる。

例えば,「違うの使って $\log_{10} 5$ 出せばいいんじゃない？」といった発言に代表されるように，教科書の常用対数表の $\log_{10} 5$ の近似値を使おうとして限界に直面したことで，情報カードと対数関数の諸性質を用いてみようという発想に至った学習者達が存在した。今回のこの場面に直面することで，近似値には精度があり，目的に合わせた精度の近似値が必要であるということや，目的に合わせて対数関数の諸性質を柔軟に使いこなすことが必要であるということを，学習者達が自ら発見するに至ることができた。このことは，学習者が新しい知識を自ら発見するに至るためには，その知識の活用が解決の鍵となるような適切な数学的問題が必要であるということを裏付けている。

一方，期待通りに授業が展開しなかった部分も少なからずあった。それは，最近まで構成主義的な授業設計論が見過ごしてきた点とも関連する。Simon (2017) は，問題解決過程を通じた数学的知識の発見は，その問題を自力で解決することができるような強い問題解決者を想定してしまっていると指摘しているが，このことは，今回の授業においても，まさにその通りであった。実際，授業設計の段階においては最高位の数まで求める過程を想定していたが，今回の学習者達は自力ではその段階には到達することができなかった。また，斬新な方法で桁数を求めた B 班に関しては，その方法に着眼したこと自体は評価に値する発見であると言えるものの，有効数字の考え方に無頓着であり, $\log_{10} 2 = 0.3010$ という精度の低い値を途中の計算で用いることの是非については十分な議論が及んでいない。

そういう意味で，これらの記録は，AM_Sの意味での真正性を重視するあまり, AM_Dの意味での真正性が犠牲になっている記録として解釈できる。構成主義的な授業設計論は，問題を解くために必要な知識が数学的活動から自然発生することを期待するが，今回の記録は，学習者達の現在の能力を見誤った状態で実践してしまっては，期待通りには行かないということを示している。適切な生徒の実態把握と適切な内容の精選が重要であることは，授業設計においては当然であるが，複数の真正性を同時に充足する授業を設計するためには，それらが今まで以上に重要性を増していると言うことができよう。ただし，この問題は，指導技術の改善によって解決できる可能性もあるため，より詳細な要因を引き続き継続した実践データの収集が必要でもある。

６．結論

本稿は，グローバル化された社会において必要な意思決定能力の育成に関わって，真正性の高さのバランスについて検討するための基礎資料の提供を試みた。AM_Wの意味で真正な社会問題にいきなり向き合わせたとしても，そうした問題に対して，生徒達が AM_Sの意味で真正な形で数学を応用できるとは限らないし，そもそも，教室における数学学習で，社会問題に取り組む際に起こりがちな「リスクを伴う意思決定場面」というのはそう多くない。その点，本稿で報告した実践は，リスクを伴う意思決定場面を教室における数学学習において実現するとともに，そうした意思決定をアイテムの選択という形で単純化してやることで，AM_Sの意味での真正性を高めることに成功したものと考える。これは，学校教育修了後に AM_W の意味で真正性の高い問題場面に直面するときに備えて，AM_S 以外の真正性が低い課題から始めて，徐々に他の観点での真正性を高めていくという学習過程の実現可能性が示唆されたと見て取ることができよう。

しかしながら，そうした学習過程の実現は，まだその可能性が潜在的に示されたのみである。特に，今回の実践からは，AM_Dの意味で真正性の確保には，適切な生徒の実態把握を踏まえたより慎重な授業設計が，今まで以上に重要であると示唆された。また，カード選択という単純化された意思決定場面から，より複雑な意思決定場面へと移行していく学習過程については，まだ何も明らかになっていない。これらの点を今後の課題としながら，より一層, 授業実践を重ねていく必要があると言えよう。

註

(1) AM_Xの略記号は, Weiss, Herbst, & Chen (2009) に基づく。AM は，Authentic Mathematics の頭文字であり, 下付き文字は, それぞれ World, Discipline, Practice, Student の頭文字である。

(2) 電卓がほしいグループは, 情報カードが 1 枚しか得られない。

引用・参考文献

English, L. D. (2010): Promoting student understanding through complex learning. In P. Brosnan, D. B. Erchick, & L. Flevares (Eds.), *Proceedings of the 32nd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 33–42. Ohio.

後藤貴裕・西村圭一. (2016): 高等学校情報科において乱数シミュレーションによるモデル化を通した数理科学的意思決定能力の育成を図る授業実践の事例研究. 科学教育研究, *40*(2), 198–208.

Harel, G. (2013): Intellectual Need. In K. R. Leatham (Ed.), *Vital Directions for Mathematics Education Research,* 119–151. Springer New York.

石井英真. (2012): 学力向上.篠原清昭 編, 学校改善マネジメント: 課題解決への実践的アプローチ, 136–150. ミネルヴァ書房.

西村圭一・松原憲治・上野耕史. (2015): 科学技術的意思決定能力の育成をめざす教科横断的アプローチに関する研究―Compass 教材の分析を通して―. 科学教育研究, *39*(2), 77–85.

西村圭一 (研究代表). (2016): 数理的意思決定力の育成に関するホリスティック・アプローチ研究. 平成 25-27 年度科研費研究報告書.

櫻井順矢. (2015): 数理科学的意思決定の過程を重視した授業に関する研究：「バスケットボールの選手を選ぼう」を例にして. 日本数学教育学会誌, *97*(5), 2–10.

Sethole, G. (2005): From the everyday, through the inauthentic, to mathematics: Reflection on the process of teaching from contexts. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29 th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, ol. 4, 169–175. Melbourne.

Simon, M. A. (1995): Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, *26*(2), 114–145.

Simon, M. A. (2017): Learning through activity: a developing integrated theory of mathematics learning and teaching. Presented at the the 10th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Dublin, Ireland.

Simon, M. A., & Tzur, R. (2004): Explicating the Role of Mathematical Tasks in Conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, *6*(2), 91–104.

上ヶ谷友佑. (2017). 真正な数学的活動を実現するための哲学に関する研究 (未公刊，学位論文). 広島大学.

Weiss, M., Herbst, P., & Chen, C. (2009): Teachers' perspectives on "authentic mathematics" and the two-column proof form. *Educational Studies in Mathematics*, *70*(3), 275–293.

山口武志. (2014): 数理科学的意思決定におけるプロセス能力と数学的 - 社会的価値認識力. 日本数学教育学会 第 2 回春期研究大会論文集, 65–72.

山口武志・西村圭一. (2015). 授業実践による数理科学的意思決定力に関する水準表の記述性および規範性の検証. 日本数学教育学会 第 3 回春期研究大会論文集, 27-34.