

学位論文要約

数学教師の専門的力量形成
に関する実証的研究

武庫川女子大学 文学部 教育学科

神原 一之

【論文題目】

数学教師の専門的力量形成に関する実証的研究

【論文目次】

序 章	研究の目的及び方法
第 1 節	本研究の問題意識
第 2 節	数学教師教育の主要な先行研究
1.	数学教師論に関する研究
2.	数学教師教育論に関する研究
第 3 節	本研究の具体的課題と意義
第 4 節	本研究の展開
第 1 章	前期中等教育における数学教師の専門的力量に関する課題
第 1 節	数学教育から数学教師教育への展望
1.	教師像の史的変遷と本研究における「数学教師」の定義
2.	専門家としての教師教育の課題
3.	数学教育が数学教師教育を対象とする意義
第 2 節	H 市中学校数学教師の学習指導に関する課題
1.	数学学習に関する生徒の実態
2.	学習支援に関する教師の実態
第 3 節	教員養成にみる数学教師の課題
1.	教員志望学生の算数・数学観
2.	教育実習指導における学生の意識変容
第 4 節	国際調査（TIMSS2011）にみる数学指導の課題
1.	授業参加に向けた教師の工夫
2.	生徒の授業参加の程度
3.	生徒の教師の指導に対する認識
第 5 節	第 1 章のまとめ
第 2 章	数学教育における「逆向き設計」論に基づく単元設計
第 1 節	ヴィットマンの「生命論的アプローチ」
1.	生命論的アプローチの概観
2.	「教授単元」の設計原理

3. カリキュラム設計の主体としての「教授単元」の課題

第2節 「逆向き設計」論

1. 「逆向き設計」論のプロセス
2. 狭義のパフォーマンス評価の定義
3. 「逆向き設計」論のテンプレート
4. 設計スタンダード

第3節 「逆向き設計」ME の構想

1. 「逆向き設計」ME の定義
2. 「逆向き設計」ME の意義

第4節 第2章のまとめ

第3章 「逆向き設計」ME に基づく授業実践

第1節 本質的な問いと永続的理解の考察

1. 本質的な問い
2. 永続的な理解
3. 中学3年間の年間評価計画

第2節 単元「平方根」における単元指導の実際

1. 単元「平方根」の構想
2. 単元「平方根」の展開
3. 授業の実践記録（実施時期 2009年4月14日～5月19日）

第3節 授業実践からみた「逆向き設計」ME の意義と課題

1. 生徒の変容
2. 教師の変容
3. 「逆向き設計」ME の困難性

第4節 パフォーマンス評価の結果と考察

1. 単元終了時におけるパフォーマンス評価の結果と考察
2. 真正の課題を解決する力を育成する視点

第5節 作品検討会による学習効果

1. 「算額づくり」の授業の特徴
2. 「算額づくり」を取り入れた授業実践の概要
3. 作品検討会による学習効果

第6節 第3章のまとめ

第4章 単元設計に生起する経験教師の専門的力量

第1節 「逆向き設計」ME に拠らない単元設計に生起する経験教師の専門的力量

1. SCAT 分析の方法と意義
2. 教授単元「負の余りを用いた倍数判定法」設計における SCAT 分析の結果

第2節 「逆向き設計」ME に拠る単元設計に生起する経験教師の専門的力量

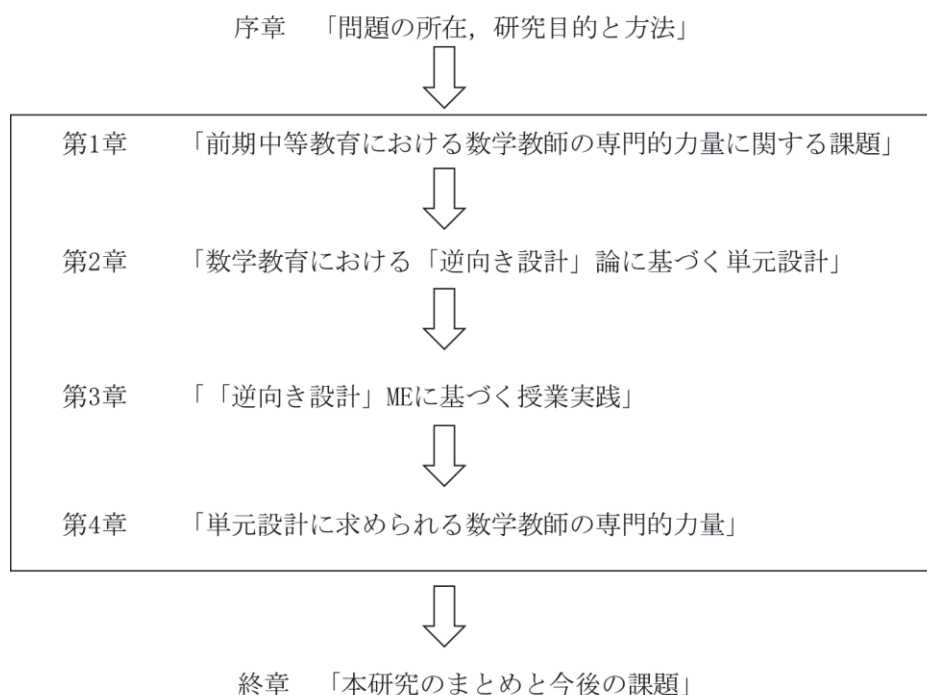
1. 単元「平方根」設計における SCAT 分析の結果
 2. 「逆向き設計」ME の有無による比較検討
- 第3節 単元設計「翻案」における経験教師の教授知識
1. 教師の教授知識に関する先行研究の概観
 2. グロスマンとボールの PCK 概念
 3. 教授単元開発過程 2次元分析表
 4. 教授単元開発過程 2次元分析表による分析
- 第4節 第4章のまとめ

終章 本研究のまとめと今後の課題

- 第1節 本研究の成果
1. 数学教師の専門的力量に関する課題の導出
 2. 生徒が主体的に参加する授業を設計するための「逆向き設計」ME の開発
 3. 「逆向き設計」ME に基づく授業実践の成果と課題
 4. 「逆向き設計」ME によって形成される教師の専門的力量の同定
 5. 本研究の意義
- 第2節 残された課題

【引用・参考文献】

【論文構成】



【論文要約】

序章 問題の所在，研究目的と方法

数学教育学は，人と数学の関係性に着目し，数学の授業を対象にして，生徒の人間形成に対する教育的役割を果たそうとするものである。人間形成を目指す数学の授業において数学教師が担う役割は極めて大きい。序章では，中学校数学教師の実情，数学学習の課題，数学教師研究の先行研究から数学教師教育の課題を指摘することで，前期中等教育を実践の場とする意義，数学教師の専門的力量形成に関する研究が求められる理由，本研究の目的と目的を達成するための研究課題を明確化した。

第1節では，本研究の問題意識について，①中学校数学教師の状況，②数学学習の課題，③数学教師教育研究の課題の3点から整理を行った。わが国の中学校教師は，「世界で一番働いているのに指導に対する自信は最も低い」と指摘される(NHK ニュース，2014年6月25日)。指導に対する自信を醸成するためには，授業研究による教員¹⁾の専門的力量形成が必要である。また，生徒の数学学習には，学びの意義が実感できない(例えば，国際数学・理科教育動向調査の2011年調査(Trends in International Mathematics and Science Study2011，以下TIMSS2011))，数学を文脈の中で活用する力が弱い(例えば，OECD生徒の2012年学習到達度調査(Programme for International Student Assessment2012))，根強い正答主義という点で課題がある(石井・神原，2009)。そして，数学教育学研究の中でも数学教師研究の蓄積は少なく(小山，2005，p.98，杉野本，2016，p.31)，進展が期待されている。このような課題に対して，実践学としての数学教育学の立場(平林，1987)から，数学教師の専門的力量形成の問題にアプローチすることは，教師を媒介としながら課題解決に向けて実質的に迫る方略であることを論じた。

第2節では，わが国の数学教師教育研究の成果と課題について整理するために，刊行されている学位論文及び日本数学教育学会誌・全国数学教育学会誌等に掲載されている研究論文を対象として調査を行った。16編の論文を研究主題に基づいて分析したところ，「数学教師論」の研究(学校現場に軸足を置きながら数学教師としての理想の姿をあぶりだすことで数学教師の成長の目標を示す研究)と，「数学教師教育論」の研究(数学教師が目指すべき本質的学習場を備えた数学授業を示し，数学教師の授業づくりの目標を定める研究)に整理された。

第3節では，第1節と第2節を踏まえて，本研究の具体的課題と意義について整理を行った。「数学教師論」の研究は教授知識に重心をおき，「数学教師教育論」の研究は教授内容に重心をおきながら，数学教師の発達を目指すものと解釈できる。また一方で，前者は数学教師という人間を要素分析的に捉え，後者は連続的な授業の限定した期間に焦点化している。いずれも

全体を構成要素に還元して理解・説明しようとする要素論的な立場であり、対象となる教師や授業の全体枠を俯瞰的に捉えるという点において課題があることを示した。さらに、先行研究の基礎理論に着目すると、ヴィットマンの「本質的学習場 (SLEs)」²⁾ を理論的背景とする研究、ショーンの「反省的実践家」³⁾ を理論的背景とする研究、シャルマンやボールらの PCK⁴⁾ や MKT⁵⁾ を理論的背景とする数学教師の教授知識に関する研究に大別できることを同定して、それらに批判的検討を加えた。具体的には、ヴィットマンらの「教授単元」は豊かな数学的活動を生産し、発展的な学習展開が期待されるだけでなく、実践と研究、教員養成をつなぐという点でも優れた方法論的概念であるが、わが国の意図したカリキュラムの位置付けを勘案すれば、これからの数学教師教育のためには、ヴィットマンの「教授単元」を包括する単元設計理論が必要である。また、ショーンの「反省的実践家」を理論的背景とする研究は、教師の省察を対象として、授業実践の改善が期待されるものであるが、今日的な「学習としての評価」という視点から学習者自身の省察を促進するという点においては研究が及んでいない。さらに、シャルマンやボールらを理論的背景とする数学教師の教授知識に関する研究では、教授知識が授業設計に与える影響について検討されているが、教授知識の関係性や形成について事例を積み重ねて明らかにすることについて課題がある。

このような数学教師教育研究に係る課題に示唆を与えるものとして、ウィギンズらのパフォーマンス評価論（通称「逆向き設計」論、以下「逆向き設計」論）を挙げることができる。日本において、西岡（2009）など単元設計に関する開発研究が進められているが、数学教育において「逆向き設計」論に基づく授業実践の成果と課題に関する研究は数少ない。しかも1時間から数時間程度の授業実践報告であり、その成果を検討するためには、年間を通じた長期にわたる実証的な研究が求められている。それは、理論的に向きつけられた学習目標の設計・実施・評価の主体（岩崎ら、2012）としての数学教師の研究であり、カリキュラムの主体としての数学教師を育成する視点からの実証的な研究と換言できる。そこで、本研究の目的を、前期中等教育における単元設計を実践的な場として、中等教育における数学教師の専門的力量形成に資する方法的枠組みを開発することとした。また、この目的を達成するために次の4点を課題として設定した。

- | | |
|--------|---|
| 研究課題 1 | 数学教師の専門的力量に関する課題について実態調査を通して考察する。 |
| 研究課題 2 | 数学教師の専門的力量に関する課題のうち、単元開発に焦点をあて、「教授単元」と「逆向き設計」論に基づく枠組みを開発する。 |
| 研究課題 3 | 開発した枠組みを用いて単元を計画し、その成果と課題について、教授と学習の両面から実践的検討を行う。 |
| 研究課題 4 | 単元開発時における経験教師の専門的力量について実証的に示し、数学教師の専門的知識を可視化する枠組みを開発する。 |

本研究の意義は、カリキュラムの主体的な作成者として課題がある（例えば、岩崎，2012，重松，1995 等）といわれるわが国の教員養成において、数学授業の単元構想に関する効果的な道筋を示す研究であり、数学教師の自信の醸成に寄与するばかりでなく、生徒に学びの意義を実感させ、正答主義を乗り越えることを期待できるものである。そして、本研究は数学教師の専門的力量形成に資する研究であり、前期中等教育を実践的な場としながらも、初等教育から後期中等教育までを覆う単元設計に関する今日的数学教育研究であり、評価論から数学教師教育を検討する研究として数学教師教育の学際性を示す点で意義がある。

第1章 前期中等教育における数学教師の専門的力量に関する課題

本章は、研究課題1「数学教師の専門的力量に関する課題について実態調査を通して考察する」に対応する章であり、本研究の準備的考察として、数学教育から数学教師教育を考える意義について考察するとともに、数学教師教育の課題について分析した。そのために、「専門家としての教師」が今日問われる背景と数学教育の立場から数学教師教育を考察する意義について整理した上で、わが国の教員養成に関する史的変遷を概観し、教師教育における数学教師教育の位置づけについて考察した。次に、学校現場における数学教師の学習指導の状況についてアンケート調査を行い、さらに、教員志望学生の数学観や授業観、教育実習による意識調査を行い、数学教師教育の課題について分析した。

第1節では、数学教育から数学教師教育を考える意義について考察した。数学教師教育を「数学+教師教育」と捉える立場であれば、前者は小学校から高校までの数学教育の一貫性が担保されない。一方、「数学教師+教育」と捉える立場は、数学教育を実践する教師の独自性を見だし、その教師または教師志望者の教育を如何に展開するかという立場、言い換えれば数学教育の対象領域に数学教師教育を位置づけるものであり、筆者の立場である。数学教育学を教育学や心理学、数学と異なる実践学と位置づける平林（1987）や数学教育学を「職業科学」と位置づけるヴィットマン（1974）の考えに立脚することで、数学教師の専門性に寄与することが数学教育学の目的となり、数学教育学はその独自性として、「開発性」と「学際性」をもつことを含意することを論じた。

第2節では、中学校数学科における学習指導の実情を把握するために、H市において中学校数学教師（84名）と生徒（669名）を対象に瀬尾（2006）を援用して、自信や情意、支援の内容等7項目からなる質問紙調査（2007年）を4件法で行い、分析・考察を行った。その結果、①授業における学習支援が十分に行われていないこと（ほぼ毎時間授業中に数学教師の支援を受けていると感じている生徒は全体の14%）、②量をこなす数学学習に対して数学教師は肯定的であること（過半数以上の教師がよく指導する、またはとても有効であると回答）、③

正答主義の数学観をもっている数学教師が少なくないこと（過半数以上の教師がよく指導する、またはとても有効であると回答）がわかった。

第3節では、教員志望学生の数学観、授業観と教育実習における自己効力感や満足感について把握するために調査・分析を行った。まず、教員志望学生の「数学観・授業観」の実情を把握するために、質問紙調査（算数数学に関する教科観に関する設問、算数数学に関する指導観に関する設問、算数数学に関する授業の経験に関する設問、将来の志望校種に関する設問の計31問、4件法、2015年；兵庫県大学生173名、鹿児島県大学生59名、東京83名）を行った。因子分析の結果、3因子（「算数・数学学習好意」、「算数・数学授業教師主導型進行」、「算数・数学学習目的」）が抽出され、3地区の各因子の平均値の差の検定を行ったところ有意差はなかった（** $p<.01$ ）。数学学習における人間形成的目的には、どちらかといえば否定的である学生が多く、数学の社会貢献についての理解が十分なされてはいないこと、数学を理解できる可能性を感じていないこと、数学の授業は分かる人だけで進められるという経験をもっていることなどが明らかになり、数学の有用性や楽しさを実感させ、豊かな数学観、授業観をもつよう指導することが課題であることがわかった。次に、教育実習における自己効力感や満足度の変容について明らかにすることを目的に調査（2012年；H大学114名対象、教師として必要な資質・能力であり、実習で高めることが必要と考えた22項目、5件法）を行った。その結果、事後で自信がついたことでは、「着実な勤務」が突出して高く、次いで「授業の反省・評価をどう活かすか」と「指導案をどう書くか」「授業の構想づくり」で高く、実習を通し授業を作っていくことへ自信が高まったことが明らかになった。附属学校の教員の教科指導における専門性が高いと推察されることから、よいメンターとなりうる教師の育成が望まれていることがわかった。

第4節では、日本の中学校数学教師の授業づくりに関する一般的な傾向を把握するために、TIMSS2011の中から、授業づくりに関する三つの質問項目に着目して、課題を確認した。第1に、「授業に参加させようと教師が工夫する程度」について、まとめをすること、日常生活と結びつけること、発問すること、励ますこと、ほめること、興味をもたせることは、極めて常識的な教授活動にも関わらず、ほとんどの授業で行うと応えた教師の割合は半数程度と国際平均よりもかなり低い実態である。第2に、「数学の授業に参加する程度」について、国際平均と比較すると、「授業に参加している」に分類された生徒の割合は低い結果である。先の「授業に参加させようと教師が工夫する程度」と比較すると、本設問に対する児童・生徒の授業参加への意識は低く、教師の意識と生徒の実態に開きがある。第3に、「私の先生は分かりやすい」について、肯定的に回答した割合は国際平均と比較すると低い。以上のことから、特に学習改善につながる形成的な評価のあり方や学びの意義が感じられる教材研究について課題があることを同定した。

第5節では、第1章のまとめを行い、第2節から第4節までの調査結果をもとに、教師教育の課題として、数学に対する有用感や自己効力感を高められること、生徒が主体的に参加する授業を計画・実践できること、マスタリー目標⁶⁾を重視する学級風土をつくること、学校現場によいメンターを多数育成することに整理した(表1)。これらは、どれも重要な教師教育における課題であるが、本研究では、特に「生徒が主体的に参加する授業を計画・実践できる数学教師を育成すること」に焦点をあてることにする。なぜなら、このような教師が行う授業では、数学のよさや面白さを生徒は実感するであろうし、学習の結果よりも過程に関心が向けられ、評価の基準は他者ではなく、絶対的基準や進歩となるであろう。延いては、この教師は職場におけるよいメンターになることが期待できるからである。

表1 数学教師教育の課題

観点	課題
数学観・ 授業観	<ul style="list-style-type: none"> ●数学の有用感や自己効力感を高められる教師を育成すること ・算数や数学が好きであることや数学の問題を解くのは面白いと感じている学生ほど、数学の有用感が高いことから、数学学習に対する興味や関心を高める授業をつくる ・より高度な数学の理解に自信がある学生ほど、数学学習の目的に関する認識が深いことから、わかったと生徒が実感する授業をつくる
授業設計・実 践	<ul style="list-style-type: none"> ●生徒が主体的に参加する授業を計画・実践できる教師を育成すること ・「まとめる、発問する、励ます、ほめる」など授業における形成的評価のあり方を工夫した授業を行う ・数学と日常生活や社会生活との結びつけた指導を行うなど数学を学ぶ意義がわかる授業をつくる ・授業時間をマネジメントし、効果的な学習支援を実施する
教育環境	<ul style="list-style-type: none"> ●マスタリー目標を重視した学級風土をつくる教師を育成すること ・学習の結果ばかりに注目せず、学習の過程を重視した学級風土をつくる ●よいメンターを育成する教師 ・教科指導における指導法や指導内容に関する高い専門性、教科指導を包含する生徒理解、生徒指導に関する高い専門性を有したメンターを育成する

第2章 数学教育における「逆向き設計」論に基づく単元設計の意義

本章は、研究課題2「数学教師の専門的力量に関する課題のうち、単元開発に焦点をあて、「教授単元」と「逆向き設計」論に基づく枠組みを開発する」に対応する章であり、生徒が主

体的に参加できる授業設計・単元設計の方法的枠組みについて検討した。そのために、数学授業の単元開発に寄与することが期待されるヴィットマンの「生命論的アプローチ」を検討し、その効果と課題について考察した。次に、カリキュラム設計に有用であると考えられるウィギンズらの「逆向き設計」論を検討した。その上で、数学教師教育の課題へのアプローチの方法として、「逆向き設計」MEを提案した。

第1節では、外在的な数学観や結果重視の正答主義の数学観を転換させ、数学授業の単元開発に示唆を与えるヴィットマンの「教授単元」を核とする「生命論的アプローチ」について、湊（2000）、國本・山本（2005）、國本（2006a, 2006b）、山本（2009）などを参考に概観した。生命論的アプローチは、「全体は部分の総和として認識できず、全体としての原理的把握が必要である」という全体論の認識に立ち、方法論としては「部分相互や部分と全体とを常に関連づけること」を目指すものである。知識や技能は、感動を伴った場合に習得され、長期に保存されるという、情意と認知との結びつきを重視する。生命論に立脚すれば、「子どもが環境（他の子どもも含まれる）に能動的に働きかけ、その相互作用を通して、知識が獲得される。この立場の練習は機械的練習ではなく、創造的（生産的）練習が行われる」（國本，2005，p.25）ため、問題解決能力の育成と技能の習得・習熟が区別されない。従来からある基礎的・基本的な知識技能を蓄積して、その上で問題解決にあたるような指導では、学習の定着に時間がかかる生徒は問題解決に辿り着かなかったり、問題に出会うことさえなかつたりするような指導上の課題を克服できる可能性があり、生徒が主体的に参加する授業を設計できる可能性があることを整理した。さらに、ヴィットマンは、生命論的に立脚して、数学教育学の研究の構成的性格と学際的性格を統合し、同時に教員養成の改善の方法論的概念として「教授単元」を提起している。すなわち、「教授単元」は数学的活動を基底にした教材であり、しかも養成と研究を結ぶ優れた方法的概念である。ただし、「教授単元」の設計原理は、思想的には単元全体のデザインに通底すべきものであり、数学的活動を組織し設計する卓越した手法であるが、教授方法論として単元全体や普通の授業をデザインすることについては課題があることを論じた。

第2節では、『理解をもたらすカリキュラム設計 Understanding by Design』（G・ウィギンズ/J・マクタイ著、西岡訳，2016）、『現代アメリカにおける学力形成論の展開』（石井，2011）を参考に「逆向き設計」論のプロセスについて整理した。「逆向き設計」論とは、「知識やスキルの習得以上の能力、すなわち、それらを柔軟に活用する力（「理解（understanding）」）を、計画的に（by design）育むための、カリキュラム設計の枠組み」（石井，2011，p.224）である。「逆向き設計」論は、授業設計のマニュアルではなく、学習者の理解をもたらす可能性を高めるようなカリキュラムを設計したり、再設計したりする仕方を示したものである。そして、学習者の理解を育むために、「真正の評価論」に基づき「逆向き設計」と呼ばれるプロセスをたどるものである。「真正の評価」とは、「大人が仕事場、市

民生活、私生活の場で「試されている」、その文脈を模写したりシミュレーションしたりする課題に取り組みさせる中で、知識・技能を現実世界で総合的に活用する力を評価する考え方》(石井, 2011, p.68) である。「逆向き設計」論は、三つの段階(第1段「求められている結果を明確にする」、第2段階「承認できる証拠を決定する」、第3段階「学習経験と指導を計画する」)で計画するアプローチであり、そのための設計テンプレートと設計スタンダードが提示されている。「逆向き設計」論が、通教科的な優れた単元設計の方法論であることの可能性について論じた。

第3節では、ヴィットマンによる「教授単元」の構想の視点から「逆向き設計」論を考察し、数学教育における「逆向き設計」を提案し、その意義を検討した。ヴィットマンらの「教授単元」では、教授すべき課題についての設計原理が規定されているが、カリキュラム設計という時間経過を伴う視点が欠けており、教授を設計する点は教師に委ねられている。さらにそれは、教材の水準や意義、意味を示す原理であって、単元設計の構成原理ではない。それに対して「逆向き設計」論の設計スタンダードは、単元設計や教授の原理を示すことはもちろん、「本質的な問い」と「永続的な理解」に対応する課題の構成原理も示されているが、通教科的なものである。「逆向き設計」論から「教授単元」の構成原理の四つの原理⁷⁾を検討すれば、「逆向き設計」論の設計スタンダードがそのうちの三つをカバーしうるが、「④それは数学教授の数学的・心理学的・教授学的側面を統合し、実証のための豊かなフィールドを提供する。」については、担保しきれないことを同定した。そこで、「逆向き設計」論を基本として、授業過程において学習者の理解を育むために「生命論的アプローチ」による「教授単元」を取り入れ、「逆向き設計」と呼ばれるプロセスをたどる単元設計の考え方である「逆向き設計」ME(Math Education)を提案した。二つの理論が統合可能であると考えられるのは、第1に「逆向き設計」論は通教科的かつ単元設計の方法論であるのに対し、「生命論的アプローチ」は、数学科における1～数時間単位の授業を基本とした教材設計のための方法論を示していることから、設計フレームに競合がないからである。第2に、ウィギンズらの「逆向き設計」論の理解を重視した単元設計の手法は、全体論の認識に立ち、方法論としては「部分相互や部分と全体とを常に関連づけること」というヴィットマンらの「生命論的アプローチ」の設計理念と同様であるからである。第3に、ともに「教授学」と「授業実践」をつなぎ、子どもたちと教師の成長を目指している思想を有しているものだからである。わが国の数学授業において、目標を明確にして逆向きに学習過程を構想し、学習過程の中に「数学的活動」を適切に位置づけ、「数学的な考え方」と「メタ認知」能力の育成を図ることがこれまでも重要視されてきたことは周知の通りである。「逆向き設計」ME(表2)は、これを実現可能にする一つの方法論と考える。なぜなら、この枠組みは、数学教師のロードマップであり、教師に計画することを促し、指導の目標、戦略、評価の手法を一体化したものとして矛盾なく計画することができるようになるからである。そして、「生命論的アプローチ」が示す学習内容と方法は、数学の内容だけでなく、生徒に数学

の学び方を学ぶことを導くフレームワークであり、「何を知って欲しいか、何ができるようになって欲しいのか」をパフォーマンス課題とルーブリックを用いて、より具体的に示すことができるからである。しかもこの枠組みは、単元の重点化、焦点化を教師に促し、教師の自律性を奪うことなく、自由にカリキュラムを創造する教材研究を推進することから、カリキュラムの主体となる教師の育成に寄与する可能性があることを示唆した。

第4節では、第2章のまとめを行い、「逆向き設計」MEの枠組みは、数学教師に対して、単元全体の数学的活動を組織し、単元の重点化・焦点化することを促し、さらに、教師の自律性を奪うことなくカリキュラム設計を助け、自由にカリキュラムを創造する教材研究を推進することから、カリキュラムの主体となる教師の育成に寄与する可能性があることを示唆した。

表2 「逆向き設計」ME

<p>「逆向き設計」MEの定義</p> <p>「逆向き設計」論を基本として、授業過程において学習者の理解を育むために「生命論的アプローチ」を取り入れ、「逆向き設計」と呼ばれるプロセスをたどる単元設計の考え方である。</p> <p>「逆向き設計」MEの方法論</p> <p>1) 学習の展開：「逆向き設計」論の設計スタンダードを参考にして、学習全体を俯瞰し、最初にゴールを生徒と共有し、常にゴールと学習内容を関連づけ、最後に「パフォーマンス評価」を含めた多様な評価により学習過程を振り返る。</p> <p>2) 学習内容のネット化；ネット化には大きく三つの方法がある。</p> <p>① 大局的ネット化：数学内容だけでなく応用も含めて、他の教科の内容や数学の文化的側面と関連づける。</p> <p>② 局所的ネット化：数学内のネット化である。例えば、代数と幾何を関連づける。</p> <p>③ 豊かな学習場面：授業がオープンであること、例えば、ある状況が与えられていて、そこから多くの問題を作ったり、いくつかの問題が同時に与えられ、それらの共通性や差異性が考察されたり、解法の共通性や一般性が考察され、様々な場面から問題が発展的に扱われる。</p> <p>3) 漸進的シマ化（数学化）</p> <p>これは同じ内容を、表現水準が違う場面で、多様なコースで学習する方法である。</p> <p>4) 学習の評価</p> <p>パフォーマンス課題とルーブリックを用いた学習としての評価である。</p>
--

第3章 「逆向き設計」MEに基づく授業実践

本章は、研究課題3「開発した枠組みを用いて単元を計画し、その成果と課題について、教授と学習の両面から実践的検討を行う」に対応する章であり、第2章において、提案した「逆

向き設計」MEによる単元設計の実践可能性や実践による生徒や教師への効果について実証的に検討を行った。具体的には、中学校第3学年の全単元において「逆向き設計」MEによる授業実践を行った中から、単元「平方根」の実践を取り上げて、単元構想のあり方、単元における教授の工夫と生徒の反応を克明に記述することを通して、「逆向き設計」MEによる学習効果について実証的に検討を行った。

第1節では、「逆向き設計」論の設計スタンダードに従って、中学校数学科における包括的な「本質的な問い」と、単元ごとの「本質的な問い」を示すとともに、それに対応した永続的な理解を提案した。そして、パフォーマンス評価を学期に数回取り入れることを長期的に実践することにより、高次の学力形成が可能になると仮定して、「本質的な問い」と「永続的な理解」に対応した中学校3年間の学力評価計画、中学校第3学年の年間指導計画を提案した。

第2節では、前節で示した中学校3年間の指導計画のもとで、「逆向き設計」MEに依拠して設計した中学校第3学年「平方根」の単元の具体的な実践について記述した。逆向き設計論のスタンダードに従って考案した「本質的な問い」、「永続的な理解」、「パフォーマンス課題」、「ループリック」は表3の通りである。そして、学習内容のネット化として、導入場面において、正方形の面積と一辺の関係から平方根の値を逐次近似的に求める活動を通して、新しい数について豊かな感覚をもたせるよう計画し、指導を行った。その際に、タレスとピタゴラス学派の歴史的考察を講話し、数学の文化的側面と関連づけるなどの大局的ネット化を図った。そして、大小関係を面積図や数直線と関連させたり、四則演算の場面で図と関連させたり、計算機で近似値を求めさせたりする活動を通して、量を意識させ、自ら新しい数の必要性が生じるように指導するなどの局所的ネット化を図った。さらに、対話的な授業が成立するように常に配慮しつつ、数の石垣を用いた平方根の四則計算を取り入れるなど、計算技能の習熟と思考力の育成を目指した豊かな学習場面が生じるように工夫した。そして、混合を用いた数が分数では表すことができないことについて、図を用いたり、計算機を用いたりして直観的に把握させたり、背理法を用いた説明により表現したり、生徒の理解に応じた多様なコースで学ぶ機会を設けるなど漸進的シマ化(数学化)を意図して計画した。そして、授業の最後には、「学習としての評価」を目指した作品検討会を位置づけた。以上のように「逆向き設計」MEを計画し、指導内容を精選して行った単元の詳細について記述し、「逆向き設計」MEが実践可能であることを示した。

第3節では、「逆向き設計」MEの意義と課題について、生徒の変容、教師の変容から考察を行った。「数学の学習で身につけた知識や技能は、数学という閉じた世界の中でのみ働く力である」と「逆向き設計」MEに依拠した授業を実施する前に考えていた生徒たちの多くが、学年末には「数学は社会や日常生活へも貢献する部分がある」という見方をするように変わっていった。また、単元内の知識と知識、単元をまたがる知識と知識、教科を越えた知識、日常と数学、自分と数学、様々な「つながり」を意識するようになっていった。このことから、「逆

向き設計」MEを通して、生徒の数学観が豊かに変容したことを明らかにした。一方、単元末に行われたパフォーマンス評価を受けて、生徒の実態を把握し直し、より洗練された単元指導計画の作成と、課題そのものの修正が行われる。この単元実践の継続によって、教師の授業設計力が向上した。ここでいう授業設計力とは、目標と評価を一体かつ具体的にイメージさせ、数学的活動を中心に置いた連続体として授業を構想する力であり、単元の重点化・焦点化を図る力である。「逆向き設計」MEに拠らない場合には、単元と切り離された課題学習としての「教授単元」が、「逆向き設計」MEに拠ることで単元の目標と連動して位置づけられるようになる。このように、「逆向き設計」MEを用いることで、単元設計における教師の専門的力量的形成が期待できることを示唆した。

第4節では、第2節で記述した実践をもとに、パフォーマンス課題のような、様々な知識を関連づけて考えることが必要な十分に構造化されていない課題を解決するための高次の学力（概念理解や思考プロセスの表現）を伸長するための指導の視点について考察した。まず、パフォーマンス評価の得点結果が事前調査は同じ得点だが、事後調査において向上した生徒（Upper群24名）とそうではない生徒（Under群28名）に分けて、単元終了後に行った従来型のテストの合計点についてt検定を行った。その結果、Upper群の方が有意に高いことが分かったが（ $t=2.19$, $df=75$, $*p<.05$ ）、従来型のテストにおける観点「数学的な見方や考え方」の得点については有意差がなく、この観点が両群を分ける大きな要因とはなっていないことを明らかにした。また、両群の性向について調査しMann-Whitney U検定（自由度52）を行った。8項目の性向の内、7項目については両群に有意差はなかった。唯一、「納得追求志向」についてのみ、Upper群がUnder群に比べて有意に高い値（Z値2.22, $*p<.05$ ）を示したことから、パフォーマンス評価の得点向上に「納得追求志向」が関わる可能性を示唆した。

第5節では、第2節の年間計画で示した授業実践中から特に生徒の省察に焦点をあて、「逆向き設計」MEの作品検討会の授業実践記録に注目して、中学校第3学年「三平方の定理」の作品検討会として位置づけた「算額づくり」の成果と課題を分析した。その結果、作品検討会は、ルーブリックの妥当性と信頼性を高めていくだけではなく、よりよい問題解決の方法を学ぶ場面であること、生徒にとっては自己評価力を高める機会となり、教師にとっては、評価結果を振り返り指導の改善に活かすことにつながることを明らかにした。また、パフォーマンス課題の解決過程において、知識・技能を活用して解決すべき課題であると同時に単元における学習の目標として位置づけられるため、課題の追究において、学習の意義を喚起しつつ、日常生活や社会の事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題解決する活動が現れる。このような真正の活動によって、生徒の「主体性」の育成が期待され、豊かな数学的活動が生起することについて論じた。そして、ルーブリックを提示し生徒と共有することで、到達すべき目標が質的に明確になり、ルーブリックをもとに自己評価し総合評価を行う活動は、問題解決過程を振り返り、その妥当性を判断したり、より洗練された解決を吟味したりする探究的な「学

習としての評価」活動を形成する。さらに、他者の優れた作品（答案）を見ることや評価の妥当性を検討する討論を通じて、自分自身の問題解決過程を振り返り、作品の問題点が一層明確になる。繰り返しパフォーマンス評価を行うことで、生徒は自らの学習を省察し、数学学習の方法を獲得していくこと等を考察した。

第6節では、第3章のまとめを行った。「逆向き設計」MEが実現可能であること、その実施によって、生徒の数学観に変容が期待されること、教師の授業設計力の向上が期待されること、パフォーマンス評価は、従来の定形型のテストでは測定できないような学力を測定できる可能性があること、パフォーマンス評価の向上には、生徒の性向が関係している可能性があること、作品検討会は「学習の評価」の実現につながることなど等についてまとめた。

表3 単元「平方根」のゴール

【本質的な問い】平方根のよさは何か		
【永続的な理解】①平方根(根号を含む数)を用いることで、2乗に比例する関数関係の事象を数学的に考察することが可能になる。②数を無理数まで拡張することで、実数解をもつ2次方程式を解くことができるようになる。		
【パフォーマンス課題】		
あなたは伝説のインテリアデザイナーです。1636年6月28日、フィレンチェの教会の神父から、設立496年を記念して教会の壁にステンドグラスを作ってほしいという依頼を受けた。その教会の壁は、面積が60m ² で、正方形である。神父は「この壁に面積が3m ² の直角二等辺三角形の形をしたステンドグラスをしき、すきまをできるだけ少なくしたい」とあなたに伝えた。あなたはデザイナーとしてこの設計図を描かなくてはなりません。なお、設計図には必要な長さとその長さの根拠となった正確な計算が必要です。		
【ルーブリック】		
	数学的推論	数学化（モデル化）
よい 3	隙間の大きさを求め、19枚目を入れることができないことを説明できる。	解法のイメージをもつために大きさを見積もり、求める解の範囲を絞り込むことができる。 ・最大20枚 ・1列に最大3枚
合格 2	最大枚数が18枚になることを計算できる。 $\sqrt{60} \div \sqrt{6} = \sqrt{10}$ $\sqrt{10} \div 3$ $3 \times 2 \times 3 = 18$	解法のイメージをもつために、大きさを見積もることができる。 $60 \div 3 = 20$ $\sqrt{10} \div 3$
もう少し1	最大枚数が18枚になることを計算できない。	大きさを見積もることをしない。

第4章 単元開発に求められる数学教師の専門的力量

本章は、研究課題4「単元開発時における経験教師の専門的力量について実証的に示し、数学教師の専門的知識を可視化する枠組みを開発する」に対応する章であり、第3章でのべた「逆向き設計」MEを実践する教師の専門的力量とは何か、専門的力量の教授知識がどのように働いているのかを明らかにすることを目的とした。そのために、Steps for Coding and Theorization（以下、SCAT分析）を用いて、単元開発時に生起する経験教師としての「私」⁸⁾（以下「私」）の専門的力量を可視化し、「逆向き設計」MEに依拠するか否かによって教師の専門的力量の生起に関して相違があるか分析・考察した。また、教授知識について、シャルマン（1987）とグロスマン（1990）を参考に単元開発時における教授知識を分析する方法的枠組みについて考察し、実際に「私」の単元開発時に働く教授知識を分析した。

第1節では、SCAT分析を用いて、単元開発時に生起する「私」の専門的力量を明らかにした。SCATは《マトリックスの中にセグメント化したデータを記述し、そのそれぞれに、<1>データの中の注目すべき語句、<2>それを言い換えるためのデータ外の語句、<3>それを説明するための語句、<4>そこから浮き上がるテーマ・構成概念の順にコードを考えていく4ステップのコーディングと<4>のテーマ・構成概念を紡いでストーリーラインを記述し、そこから理論を記述する手続きとからなる分析手法）である（大谷，2011，p.155）。そのために、開発した教授単元「負の余りのある倍数判定法」における自己エスノグラフィーを記述し、SCAT分析を行った。なお、この教授単元は、「逆向き設計」MEに拠らないものである。単元開発時の自己エスノグラフィー⁹⁾としてのストーリーラインを断片化した理論記述の結果から、「『私』の教授単元開発においては、カリキュラムや教科書を尊重しつつも、目の前の生徒にとって適時的な数学的な見方・考え方を育成し、数学のよさを感じさせるために改善・開発するという信念をもっている。また、数学教育を通して育てたい明確な生徒像を描いている。別のいい方をすれば、『私』は目標を見定めている。そして、生徒の学びの履歴（数学の内容、知識・技能）と、数学のよさの交差において教授単元の開発に望み、フィードフォワード的視野で教材を分析している。さらに、実際の授業をイメージしながら教材と授業を往還しつつ、実現可能性を高めている」ことを指摘した。そして、「翻案」に生起する「私」の専門的力量として、表4の①、④、⑤、⑥が顕在化していたことを明らかにした。

第2節では、SCAT分析を用いて、「逆向き設計」MEに基づく単元設計時に生起する「私」の専門的力量について明らかにした上で、第1節で明らかにした「逆向き設計」MEによらない単元開発時の専門的力量を比較し、「逆向き設計」MEが教師の専門的力量形成に寄与する可能性について考察を行った。その結果、「私」の単元開発時における専門的力量を明らかにした。表4の①から⑧すべてが顕在化していたことがわかった。また、⑤教材開発の姿勢にお

いて、協同的な学びが実現するように課題設定や学習環境を整えることや数学を発展させることを生徒自身が体験できるように数学的活動を位置づけるなど「逆向き設計」MEによる質的な深まりがあることを確認することができた。このように「逆向き設計」MEによる単元設計では、従来の単元設計において潜在化していた専門的力量、もしくは形成しにくいと思われる専門的力量が形成される可能性を示唆した。なお、第1節、第2節で実施したSCAT分析の妥当性については、筆者以外の数学教育研究者による分析結果と比較検討することによって確認した。

表4 経験教師としての「私」の単元開発時における専門的力量

- | |
|--|
| <p>①<u>生徒理解</u>：育てたい生徒像を明確にもち、そのための数学に関する教授内容と生徒に関する理解に努めようとすることができる。個人差に応じて指導の手立てや発展的な内容を準備することができる。</p> <p>②<u>教師と生徒の目標共有</u>：単元構想において目標を教師と生徒が共有できるように計画、実施できる。</p> <p>③<u>教授に関する知識</u>：学力モデルや認知心理学の知見を生かして単元構想ができる。学習指導においては対話的・協働的で深い学びとなるような教授方法をもっている。</p> <p>④<u>目標とする生徒像</u>：明確な育てたい生徒像をもっている。それは、単に知識や技能を習得した生徒像ではなく、それを包含する自立した学び手としての生徒像である。</p> <p>⑤<u>教材開発の姿勢</u>：外在的な数学観ではなく、内在的な数学観をもち、数学的な考え方を中核に据えて、豊かな数学的活動が展開されるような教材開発を重視している。</p> <p>⑥<u>単元開発の信念</u>：生徒の実態や将来を見据え、カリキュラムや教科書を絶対的なものとは捉えず、目の前の生徒の状況に応じて教材を創るという信念をもっている。</p> <p>⑦<u>学習としての評価の重視</u>：評価は教師のためだけでなく、生徒が評価の主体者として育つように「逆向き設計」論を活用することができる。</p> <p>⑧<u>教師の同僚性と協働性</u>：単元を構想し、単元をよりよいものにしていくために教師の同僚性を発揮することが必要であることを理解している。</p> |
|--|

第3節では、教授単元「翻案」における「私」の教授知識の機能を顕在化する枠組みを提案し、分析を行った。まず、シャルマンの過程的構成要素の「翻案」の過程（①教材の準備（preparation）→②表現（representation）→③選択（selection）→④適合（adaptation）→⑤仕立て（tailoring））を縦軸にとり、シャルマン（1987）の教授知識（Pedagogical Content Knowledge：以下PCK）、ボールの「数学教師に必要な数学能力（Mathematical Knowledge for Teaching：以下MKT）」とグロスマンの「各学年で教科を指導する目的についての知識と信念（knowledge content and regarding the purposes：以下KCP）」を組み合わせた教授単元2元分析表を開発した。そして、この教授単元2元分析表を用いて、第1節で明らかにした「負の余りのある倍数判定法」のストーリーラインの各文（表5、1～23）を分析対象として、

ストーリーラインで見いだされた「私」の専門的力量に関わる教授知識が、教授単元 2 元分析表のどこに位置づけられるのか検討した（表 6）。そのことを通して、未だ明らかになっていない PCK と過程的要素の連関、ボールらの MKT の連関について考察を行った。その結果、この教授単元開発において「私」は、「まず教育目標及びカリキュラムと内容に関する知識が働き、その単元固有の詳細な数学的知識が加わり働く。さらに数学と生徒に関する知識が働き始め、数学と教授に関する知識が加わり働く。そして、再度教育目標やカリキュラムに関する知識を働かせている」ことを明らかにした。

第 4 節では、第 4 章のまとめを行った。SCAT 分析により、単元設計「翻案」における「私」の専門的力量を顕在化させたこと、その専門的力量は、「目標を見定めて、生徒の学びの履歴（数学の内容、知識・技能）と数学のよさの交差において、教授単元の開発に望み、フィードフォワード的視野で教材を分析している。さらに、実際の授業をイメージしながら教材と授業を往還しつつ、実現可能性を高めることができる」ことを論じた。また、「逆向き設計」ME は、通常の単元開発「翻案」よりも多くの、また質の高い専門的力量が形成される可能性があること、教授単元開発過程 2 元分析表の活用によって、教師の教授知識が可視化できること等についてまとめた。

表 5 「負の余りのある倍数判定法」のストーリーライン

「私」は、学習する単元に関わる既習事項を想起して、生徒の知識・技能・学習意欲などについての到達状況について思い起こしている¹⁾。その中で、計算のアルゴリズムなど基本的な知識・技能の習得とそれを活用して問題を解決するような活用力にも注目しながら、生徒の到達状況を振り返り、支援の必要な子どもの姿を思い描いている²⁾。このとき観点別学習状況に基づく生徒理解力や習得-活用の今日的な教育課題へ注目する力、学習の遅れた生徒に対する支援内容を明示する力が「私」には働いているのだ³⁾。「私」の数学を通して育てたい子ども像は、「自立的な学びができる子ども」であり、この子ども像に近づけるように自学自習できる学習材の開発に取り組んでいるのだ⁴⁾。その際に、単に教科書の内容を振り返りフィードバックするだけでなく、課題を検討し、フィードフォワード的に学習内容を検討して「負の数のよさ」を感得させることや文字式を使った説明ができるようになるという目標を念頭に置きながら学習材の開発に努めているのだ⁵⁾。数学を学ぶよさを自ら学ぼうとする生徒を育てたいという「私」の信念が、授業展開の角度を生み出し、自立的な学びを促進する学習材の開発力を支えている⁶⁾。この度、「私」たちプロジェクトが具体的に考えた学習材は「不足することを「負の余り」と呼ぶことで、倍数判定が画期的に容易にできるものである⁷⁾。すなわち、発想転換により負の数の有用性が出現したのである⁸⁾。そして、「私」たちプロジェクトは生徒の状況を想定しながら易から難への課題配列で学習材を構想している（ただし、実際の授業では 13^{13} を 14 で割った余りを考える問題で導入して、生徒の課題意識と単元の目標を示すようにしている）⁹⁾。このような構想ができる背景には、既習学習の内容理解を含めた「私」の教師としての学習内容の系統的な理解が挙げられる¹⁰⁾。学習単元目標・内容理解、次学年学習見通

し教師理解，将来学習見通し教師理解など「私」の教師としての資質能力が教授単元開発において問われている¹¹⁾。「私」たちプロジェクトには，系統性を意識しながら，学習内容の課題を見出すために学習内容俯瞰に基づく教材の課題発見力が働いていたのである¹²⁾。

教授単元開発の背景には，既存のカリキュラムは絶対的・静的なものではなく，変化しうる動的なものであるという「私」の教師としてのカリキュラムに対する信念がある¹³⁾。また，整数の見方を豊かにできるようにすることが重要であり，その目標に迫るために教科書を活用するという教科書教材に対する「私」の信念がある¹⁴⁾。換言すれば，目標に迫るために必要であれば，教科書にこだわらず教材を開発して指導すべきであるという考え方をもっている¹⁵⁾。教科書は方法であり目的ではないという教科書教材に対する「私」の信念である¹⁶⁾。これらの信念に支えられ，「私」は学習内容に関する知識と生徒理解に関する知識を融合した知識をベースに，「私」が経験した指導法や文献研究の結果得た指導法を盛り込みながら，プロジェクトのメンバーと共に学習材の開発にあたっている¹⁷⁾。まず，カリキュラムの目標・内容を分析して，教授単元を一旦構想している¹⁸⁾。ここでは，数学の内容とカリキュラムに関する知識が働いているのだ¹⁹⁾。次に，目の前の生徒実態（長所や課題）に可能な限り応じて構想した内容を微調整する²⁰⁾。その上で，数学のよさ，数学的な見方・考え方のような数学教育の本質に関わるPCKを働かせ精緻化していくのだ²¹⁾。また，生徒の学習意欲を高めるための教材工夫力と学習を進めていく見通しをもつための学習内容と生徒の学習を予想する力を働かせ緊張感のある具体的指導場面を思い起こしながら学習材を見直していくのだ²²⁾。そうする中で，開発した単元を授業の中で有効に展開していくための教材と生徒に適した指導法の選択力も働いている²³⁾。

表6 ストーリーラインの分析

過程的 要素	SMK			PCK				その他
	HCK	CCK	SCK	KCP	KCS	KCT	KCC	
①教材の準備		4		1, 2, 3, 4, 18	1, 2, 3	3, 4, 23	18	
②表現	7, 8, 19	7, 8, 19					19	7, 8
③選択					20	23		
④適合		5		5	20			5, 21
⑤仕立て	9	9		22	9, 22	22		
⑥その他	11, 12, 17	11, 12, 17		6, 11, 13, 14, 15, 16, 17	17	17	10, 11, 12, 13	

終章 本研究のまとめと今後の課題

終章では、本研究の総括として、本研究の研究課題に対応する考察結果を相互に関連づけて整理することを通して、本研究の全体を俯瞰するとともに、本研究の成果と意義、課題をまとめた。

本研究の成果は、次の4点に集約される。

- [成果 1] 数学教師の専門的力量に関する課題を実証的に導出したこと
- [成果 2] 生徒が主体的に参加する授業を計画・実践するための「逆向き設計」MEを開発したこと
- [成果 3] 「逆向き設計」MEに基づく授業実践の成果と課題を実証し、その意義を同定したこと
- [成果 4] 教師の専門的力量を可視化する枠組みを開発し、経験教師の専門的力量を同定したこと

本研究の課題としては以下の3点に整理できる。

- [課題 1] 調査対象を広げ、特に初心者教師が「逆向き設計」MEによって形成される専門的力量を同定し、より効果的に運用できるように実現可能性を高めるよう「逆向き設計」MEを洗練させていくことである。
- [課題 2] 「逆向き設計」論による単元設計テンプレートや「理解の6側面」など「深い理解」と「生命論的アプローチ」との関連について、特に「本質的な問い」と「永続的理解」に対して「教授単元」はどのように位置づけられるのか、さらに精緻化していくことである。
- [課題 3] 数学の単元設計における教師の課題を個人レベル、学校組織レベル、カリキュラムレベルで再検討することにより、大学教育で担う教師の専門性基準を明確にしておくことである。

註

- 1) 本研究では、行政用語として文脈上必要とする場合には「教員」を用いるが、その他の場合には「専門性と教職の誇りを有する存在」として尊敬の念を込めて「教師」を使用する。教師の職務上の任務の性格、反省的実践家としての教師の視点から、教師の能力を「職能」

と呼ぶことが適切ではなく「力量」を使う（藤澤，2008）。本研究では、「職人性」と「専門職性」を有する専門家（佐藤，2015）としての教師の能力を「専門的力量」とする。

- 2) SLEs (Substantial Learning Environments) は、本質的学習場もしくは本質的学習環境と和訳され、國本（2006）によれば、次の条件を満たす学習環境をいう。①算数・数学指導の主要な目標，内容，原理がある水準において示されていること，②この水準を越えた重要な数学的内容，過程，方法と結びついており，数学的活動の豊かな源泉であること，③柔軟性を持ち，個々の学級の特事情に合わせることができること，④算数・数学指導に関する数学的，心理学的，教授学的観点を統合し，実験的研究の豊かな場を形作ること，本質的学習場が構成されれば，それに適した学習過程を設定することが重要になる。
- 3) 「反省的实践家 (reflective practitioner)」は，ショーンの提示する専門家像を示す概念である。「反省的思考」を専門家の実践の中核に定位することによって，この概念は提起される（佐藤，2015）。
- 4) シャルマン（1987）が提起した「教育学的推論と活動モデル(pedagogical Reasoning and Action model)」は，論理過程的要素 (rational component) と過程的構成要素 (process component) から成る。論理過程的要素は，教師が保有している「知識基礎」を七つにカテゴリー化したものであり，特にこの中で重要な知識は，PCK であり，シャルマンは PCK を先の七つの知識の中核に位置づけている。PCK の定義は，「教育内容と教授法 (pedagogy) が結合したもので，教師に独特のもの。教師の専門的理解に見られる独特の形態」である。
- 5) バスはポールと共に「数学教師に必要な数学能力 (Mathematical Knowledge for Teaching : MKT)」を提案した。ポールら(2008)によれば，MKT について以下のように説明されている。CCK：教えること以外に設定されている数学の知識と技能であり，教授法に関する特性ではない。SCK：教授法とその準備に必要とされる数学的内容に関する知識の特性であり，生徒の問題解決を評価するような教師の知識。HCK：目の前にいる学習者の経験と鍵となる数学的な練習の両方と数学的水平に横たわる専攻科目の知識と構成の間にある関連の認識。KCS：生徒が数学を理解するようになる方法に関する教師の融合された知識。KCT：生徒の数学的理解を発展させるための教授デザインを実行する方法に関する知識。KCC：特別な教科の教授と与えられたある水準の話題に関わるデザインされた全体プログラムの知識。
- 6) 達成目標理論では，有能さに関連する活動の目的を，マスタリー目標とパフォーマンス目標の二つに大別して考える。マスタリー目標とは，活動の目的が「自分の能力を発達させること」である場合を指す。物事を理解する，技能を向上させるなど，自分の能力を高めるために学習するという目的意識を反映しているため，課題自体に当人の注意の焦点が向けられる心理状態，すなわち，物事への熟達に自分の関心が向く課題関与へと導く（鹿毛，2014，p.55）。

- 7) 「教授単元」の四つの構成原理とは、《①それは数学における学習指導の中心的な目的・内容・原理をある水準において明示している。②それは上記の水準を越える意味ある数学的な内容やプロセスや方法と結びついており、豊かな数学的活動の源である。③それは柔軟な取り扱いが可能であり、個々のクラスの特異な条件に対応できる。④それは数学教授の数学的・心理学的・教授学的側面を統合し、実証のための豊かなフィールドを提供する。》(ヴィットマン, 2001, p.2)である。
- 8) 自分自身が自分自身を研究する質的研究手法として自己エスノグラフィーがある。筆者は、2013年当時、国立大学附属中学校に10年以上勤務しながら毎年研究発表を行い、全国数学教育学会誌『数学教育学研究』に3編、日本数学教育学会誌『数学教育』に1編発表し、その他明治図書『数学教育』を初め、数学教育関連雑誌に多くの開発した単元を紹介してきた。このような理由から、生徒にとって有用性な単元開発の事実が確かに認められ、しかも複数の単元を開発している経験教師として筆者である「私」を分析対象とした。なお、筆者以外の数学研究者2名が本研究におけるSCAT分析の結果について検討を加え、妥当であると判断している。
- 9) 《自己エスノグラフィーは、自叙伝的な記述とそれをとおした研究に属し、個人と文化を結びつける重層的な意識のあり様を開示するもの》(キャロリン・エリス, アーサー・ボクナー, 2006, p.135)である。本研究は、研究主体としての自己と教師としての自己という二重のアイデンティティをもちながら、教授単元開発時における経験教師としての位相についてSCAT分析を用いて記述し、考察を行う自己エスノグラフィーである。

【主要引用・参考文献】

- 青山庸 (2010), 「大学における「算数」の講義に関する実践的研究」, 仁愛大学『研究紀要 人間生活学部編 2』, pp.65-80.
- 青山陽一・神直人・曾布川卓也・中馬悟朗 (2011), 「教科専門科目の内容を活用する教材研究の指導法(Ⅱ): Team2 プロジェクト(数学教師に必要な数学能力に関する研究)」. 京都大学『数理解析研究所講究録(2011)』, p.132.
- 秋田喜代美 (1996), 「教師教育における「省察」概念の展開—反省的实践家を育てる教師教育をめぐる—」, 『教育学年報』, 第5巻, 世織書房, pp.451-46
- 秋田美代 (2010), 「算数・数学科担当教員を目指す教員養成大学学生の授業実践力向上に関する研究 —教材分析力, 学習指導案作成力, 模擬授業実践力の関係を中心として—」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第16巻(2), pp.47-56.
- 浅田匡・生田孝至・藤岡完治編 (1998), 『成長する教師 教師学への誘い』, 金子書房, p.11, p.28, p.42, p.43.

- 浅田匡 (2016), 「人工知能時代に教師に求められること」, 『月刊日本教育』, 平成 28 年 10 月号, NO.460 特集日本の教師, 公益社団法人日本教育会, pp.10-13.
- 阿部好貴 (2010), 「数学教育におけるリテラシーの育成に関する研究」, 広島大学大学院 学位論文, p.147.
- 新井美津江 (2016), 「翻案過程における教師のカリキュラム知識に関する考察」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第 22 卷 (2), pp.213-221.
- R・J・バーンスタイン, 丸山高司他訳 (1990), 『科学・解釈学・実践—客観主義と相対主義を越えて』 (I・II), 岩波書店.
- 栗村真之 (1998), 「算数・数学教育における教師の専門性に関する研究」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第 4 卷, pp.219-229.
- 石井英真 (2009), アメリカの思考教授研究における情意目標論の展開—「性向」概念に焦点を当てて—, 日本教育方法学会紀要, 『教育法学研究』, 第 34 卷.
- 石井英真・神原一之 (2009), 「活用する力」を育てる数学授業の創造—パフォーマンス評価を生かした「標本調査」の単元設計を通して—, 日本数学教育学会, 『第 42 回論文発表会論文集』, pp.25-31.
- 石井英真 (2011), 『現代アメリカにおける学力形成論の展開』, 東信堂, pp.60-81, pp.166-191, p.224, p.224, p.225, p.228, p.229, p.231, p.236, p.264.
- 石井洋 (2015), 「数学教師における評価リテラシーに関する基礎的考察」, 日本数学教育学会 『第 48 回秋期研究大会発表集録』, 第 48 卷, pp.445-448.
- 石倉一郎 (1975), 『教職聖職論批判』, 三一書房, pp.24-36.
- 市川伸一 (2000), 「概念, 図式, 手続きの言語的記述を促す学習指導—認知カウンセリングの事例を通しての提案と考察—」, 『教育心理学研究』, 第 48 卷, pp.361-371.
- 一松信他 (2005), 「中学校数学 3」, 学校図書, p.164.
- 伊藤洋美 (2000), 「東京・埼玉の算額」, 『教育科学 数学教育』, NO.516, 明治図書, pp.26-27.
- 今井敏博 (2004), 「小学校教員志望学生の算数・数学に対する態度に関する一考察」, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 第 85 卷 (4), pp.21-26.
- 今井敏博 (2013), 「女子大学生の学校数学に対する態度についての一考察」, 『学術年報』, 第 64 卷, pp.83-89.
- 岩内亮一・本吉修二・明石要一編集代表 (2006), 『教育学用語辞典 (第 4 版)』, 学文社, p.25.
- 岩崎秀樹 (2007), 『数学教育学の成立と展望』, ミネルヴァ書房, p.26, p.41, p.42.
- 岩崎秀樹 (2009), 「リテラシーからみえる数学教育の課題—中等教育段階における背景的理念—」, 日本数学教育学会 『第 42 回数学教育論文発表会「課題別分科会」発表集録』, pp.32-37.
- 岩崎秀樹研究代表 (2010), 「生涯学習社会における数学的リテラシー構築のための開発研究」, 平成 18 年度～平成 21 年度科学研究費補助金基盤研究 (B) 課題番号 18330192, pp.13-24.

- 岩崎秀樹・大滝孝治・新居広平（2012），「数学教育における目的・目標論再考(<特集>私の考える数学教育の意義)」，日本数学教育学会誌『数学教育』，第 96 卷（11），pp.26-29.
- 岩崎浩（2009），「教師の多様な相互作用の型と社会的・相互作用的活動の数学学習：教室における多様な‘まとめ’の型の同定」，日本数学教育学会『第 42 回数学教育論文発表会論文集』，第 42 卷，pp.493-498.
- 岩田至康（1967），「和算の数学的研究」，日本数学教育学会誌『数学教育』，pp.164-167.
- 岩本俊郎・浪本勝年編著（2008），『現代日本の教師を考える』，北樹出版，pp.60-71.
- 植田敦三編（2002），『新訂 算数教育の理論と実際』，聖文新社，p.6.
- 上野健爾（2005），「和算書を読む」，『教育科学 数学教育』，NO.516，明治図書，pp.26-27.
- ヴィットマン，エイリッヒ ch，湊三郎訳（2000），「算数・数学教育を生命論的過程として発展させる」，日本数学教育学会誌『数学教育』，第 82 卷（12），pp.30-42.
- 大杉昭英研究代表(2015)，「平成 25～26 年度プロジェクト研究 教員養成等の改善に関する調査研究（全体版）報告書」.
- 太田直樹（2016），「教員養成課程における算数・数学教育館の変容」，福山市立大学『教育学部研究紀要』，第 4 卷，pp.11-20.
- 大谷尚（2008a），「4 ステップコーディングによる質的データ分析手法 SCAT の提案 — 着手しやすく小規模データにも適用可能な理論化の手続き —」，『名古屋大学大学院教育発達科学研究科紀要（教育科学）』，第 54 卷（2），p.32.
- 大谷尚（2008b），「質的研究とは何か：教育テクノロジー研究のいつそうの拡張をめざして」，『教育システム情報学会誌』，第 25 卷（3），p.347.
- 大谷尚(2011)，「SCAT: Steps for Coding and Theorization - 明示的手続きで着手しやすく小規模データに適用可能な質的データ分析手法 -」，『感性工学』，第 10 卷（3），p.155, p.159.
- OECD（国立教育政策所監訳）（2004），PISA2003 年調査・評価の枠組み，p.29.
- 大矢真一（1987），『和算入門』，日本評論社.
- 大山誠（1998），「桐生市天満宮の算額題について— 関流・最上流論争の桐生版算額題を教材にして —」，日本数学教育学会誌『数学教育』，第 80 卷（7），pp.130-133.
- 岡崎正和（2005），「教授単元の考え方を普通の授業に実現する一つの試み— 教授学的工学に着目して —」，日本数学教育学会『第 33 回数学教育論文発表会論文集』，pp.31-36.
- 小倉金之助（1924），『数学教育の根本問題 小倉金之助著作集 4』，勁草書房.
- 鹿毛雅治（2014），『学習意欲の理論 動機づけの教育心理学』，金子書房，p.178, p.248.
- 風間寛司（2002），「中学校数学教師の授業認知と成長の様相：反省的実践家としての教師の力量形成（1）」，日本数学教育学会『第 35 回数学教育論文発表会論文集』，pp.529-534.
- 風間寛司（2003），「中学校数学教師の授業認知と成長の様相：反省的実践家としての教師の力量形成（2）」，日本数学教育学会『第 36 回数学教育論文発表会論文集』，pp.379-384.

- 金児正史 (2005), 「和算の問題を活用した授業」, 『教育科学 数学教育』, NO.573, 明治図書, pp.46-50.
- 加藤平左エ衛門 (1957), 『和算の研究』, 日本学術振興会.
- 木根主税 (2016), 「数学教師志望学生による授業実践についての省察に関する研究(1)教育実習における教職大学院生 A の省察を事例として」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第 22 卷(1), pp.23-39.
- キャサリン・エリス, アーサーボクナー, 藤原顕訳 (2008), 「自己エスノグラフィー・個人的語り・再帰性: 研究対象としての研究者」, ノーマン・K・デンジン, イヴォンナ・S・リンカン編者, 平山満義監訳, 大谷尚・伊藤勇編者, 『質的研究ハンドブック 3 巻 質的研究資料の収集と解釈』, 北大路書房, pp.135.
- G.ウィギンズ/J.マクタイ著 西岡加名恵訳 (2016), 『理解をもたらすカリキュラム設計 UNDERSTANDING by DESIGN - 「逆向き設計」の理論と方法』, 日本標準, p.9, pp.21-23, p.26, p.27, p.32, p.33, p.35, p.47, pp.57-58, p.81, p.83, pp.131-132, p.155, pp.184-186, p.187, p.191, p.208, p.211, pp.234-266, p.311.
- 國宗進 (1994), 「算数・数学科」; 静岡授業研究会『観点別評価と新しい学習観・学力観』, 明治図書, pp.70-83.
- 國本景亀 (2003), 「E.Ch.Wittmann の数学教育論 (II) - 問題解決能力の育成と技能の習得・習熟を結びつける -」, 日本数学教育学会, 『第 36 回数学教育論文発表会論文集』, pp.13-18.
- 國本景亀 (2004), 「行動主義から生命論(全体論)へ」, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 第 86 卷 (4), p.1.
- 國本景亀 (2005), 「行動主義から生命論に立つ算数・数学教育へ」, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 87 卷 (12), pp.25.
- 國本景亀・山本信也訳 (2005), 『PISA を乗り越えて: 生命論的観点からの教育プログラム 算数・数学授業改善から教育改革へ』, 東洋館出版, p.27, p.28, p.135.
- 國本景亀 (2006a), 「機械論から生命論へ (練習に焦点をあてて) - 機械的練習から生産的 (創造的) 練習へ -」, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 第 88 卷 (2), pp.12-19.
- 國本景亀 (2006b), 「教師養成事始め」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第 12 卷, pp.1-11.
- 久保良宏 (2010), 「中学校数学科における授業タイプ選択の要因に関する調査研究」, 日本数学教育学会『第 43 回数学教育論文発表会論文集 (1)』, pp.343-348.
- 久保良宏 (2013), 「中学校数学科における授業タイプに関する研究」, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 第 95 卷 (1), pp.2-10.
- 小山正孝 (2005), 「教科教育学の研究動向と展望-日本の数学教育学における近年の研究動向と展望」, 『日本教科教育学会誌』, 第 16 卷 (3・4), pp.9-15.
- 国立教育施策研究所 (2004), 『PISA2003 年度調査 評価の枠組み』, ぎょうせい, p.29.
- 国立教育施策研究所教育課程研究センター (2006), 「特定の課題に関する調査 (算数・数学) 調査結果 (小学校・中学校)」, pp.37-42.

- 国立教育政策研究所編（2013），『算数・数学教育の国際比較 OECD 国際数学・理科教育動向調査の2011年調査結果報告書』，明石書店。
- 国立教育政策研究所編（2014），『教員環境の国際比較 OECD 国際教員指導環境調査（TALIS）2013年調査結果報告書』，明石書店。
- 公益社団法人 日本教育会（2013），『提言 教員の資質能力の向上—「教員」から「教師」へ—』，日本教育会調査研究資料 26。
- 斉藤喜博（1969），『教育学のすすめ』，筑摩書房，p.62。
- サイモン，H.A.（2003），稲葉元吉・吉原英樹共訳，『システムの科学』，パーソナルメディア，（1987第2版），p.133。
- 佐伯卓也（1982），「学習者の認知構造変容の測定と分析」，日本数学教育学会，『第37回数学教育論文発表会論文集』，第37巻，pp.1-8。
- 崎野三太郎（2013），「女子大学生の算数と数学に対する印象の調査」，『東北女子大学・東北女子短期大学紀要』，NO.52，pp.116-121。
- 佐藤英二（2006），『近代日本の数学教育』，東京大学出版。
- 佐藤健一（2004），『先生のための算額をつくろうゼミナール』，和算研究所，p.1。
- 佐藤学・秋田喜代美・岩川直樹・吉村敏之（1991），「教師の実践的思考様式に関する研究（2）—思考過程の質的検討を中心に」『東京大学教育学部紀要』，第31巻，pp.183-200。
- 佐藤学（1997），「Ⅲ アメリカの教師教育改革」，『教師というアポリア』，世織書房，pp.243-298。
- 佐藤学（2010），「教師教育をデザインする—高度化と専門職化の展望—」，『教育デザイン研究』，第2号，pp.13-21。
- 佐藤学（2013），『教育方法学』，岩波書店，p.194。
- 佐藤学（2015），『専門家として教師を育てる 教育改革のグランドデザイン』，岩波書店，p.21，pp.23-24，p.26。
- 里見朋香（2015），「女子大学における教員養成を考える～生涯にわたるキャリア形成の視点から～」，武庫川女子大学学校教育センター開設記念シンポジウム発表資料。
- 佐貫浩（2012），「私立大学の教員養成に焦点をあてて」，法政大学教職課程開設シンポジウム，pp.29-33。
- 重松敬一・日野圭子・牧野浩（1999），「中学校数学教科書に見る「よい問題」の研究」，『奈良教育大学紀要』，第48巻（1）（人文・社会），pp.21-35。
- 篠原真子・篠原康正・巖岩晶訳，OECD 教育研究確信センター（2017），『メタ認知の教育 生きる力を育む創造的数学力』，明石書店，p.258。
- 清水美憲（2007），「OECD/PISAにおける数学的リテラシー評価問題の特徴」，『教育テスト研究センター第6回研究会報告書』，p.3，p.5。
- G.ポリア（1954），垣内賢信訳（2012），『いかにして問題を解くか』，丸善出版，p.62，p.64。
- G.ポリア（1975），柴垣和三雄・金山靖夫訳，『数学の問題の発見的解き方』，みすず書房。

- ジョン・ブランスフォード・アン・ブラウン・ロドニー・クッキング，米国学術研究推進会議編著，森敏昭・秋田喜代美監訳，21世紀の認知心理学を創る会訳，（2006），『授業を変える 認知心理学のさらなる挑戦』，北王路書房。
- J・デューイ，市村尚久訳（2004），『経験と教育』，講談社。
- 杉野本勇氣（2015），「数学教師教育のためのレッスンスタディの基礎的研究」，広島大学大学院学位論文。
- 杉山吉茂（2008），「教科書を越えた年間指導計画を年間指導計画の作成と留意点」，数学教育 NO.605，明治図書，pp.4-8。
- 鈴木寛（2017），「第2回大学改革カンファレンス」講評。
- 鈴木重信・池田進（1968），『現代の教師』（教育学叢書 22），第一法規，p.21。
- 瀬尾美紀子（2005），「数学の問題解決における質問生成と援助要請の促進—つまずき明確化方略の教授効果—」，『教育心理学研究』，第53巻，pp.441-455。
- 関口靖広（2004），「数学科における授業間の連携に関する考察：熟練教師の事例」，日本数学教育学会『第37回数学教育論文発表会論文集』，第37巻，pp.619-624。
- 瀬山士郎（2007），「新しい数としての『平方根』」，『数学教育』，NO.591，明治図書，pp.4-7。
- 相馬一彦・國宗進・二宮裕之編著（2016），『理論×実践で追求する！数学の「よい授業」』，明治図書，p.18，p.59-66。
- 高遠節夫（1998），「和算に現れる三角形問題の数式処理による解法について」，日本数学教育学会誌『数学教育』，第80巻(11)，pp.225-230。
- 武田英明（2015），「人工知能の（過去・現在・）未来と倫理」，
<https://www.slideshare.net/takeda/past-presentfuture-and-ethics-of-artificial-intelligence>，2017年12月28日最終閲覧。
- 太刀川祥平（2015），「数学科教師に必要な教科内容知（SMK）の考察と教員養成からみたその具体例」，日本数学教育学会誌，『数学教育学論究』（臨時増刊），pp.121-128。
- 田中耕治編著（2011），『パフォーマンス評価 思考力・判断力・表現力を育む授業づくり』，ぎょうせい，p.1，p.16。
- 東京大学基礎学力研究開発センター（2007），「COMPASS 数学の勉強についてのアンケート」。
- 中央教育審議会（2010），「児童生徒の学習評価の在り方に関するワーキンググループにおける審議の中間まとめ」。
- 徳岡慶一（1995），「Pedagogical content knowledge の特質と意義」，日本教育方法学会紀要『教育方法学研究』，第21巻，p.70，p.71。
- ドナルド・A・ショーン（2007），柳澤昌一・三輪建二監訳，『省察的实践とは何か プロフェッショナルの行為と思考』，鳳書房。
- ドナルド・ショーン（2001），佐藤学・秋田喜代美訳，『専門家の知恵—反省的实践家は行為しながら考える』，ゆるみ出版。

- 中原忠男 (1995), 「算数・数学教育の目標」, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 第 82 卷 (7・8), pp.48-51.
- 中原忠男 (1995), 『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』, 聖文社.
- 仲田紀夫 (1997), 「これからの数学教育の目的・目標論—現場からの試案—」, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 第 92 卷 (9), pp.174-178.
- 長崎栄三・国宗進・太田信也・長尾篤志他 15 名 (2006), 「社会から見た算数・数学科の指導内容の重要性」, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 第 88 卷 (2), pp.29-40.
- 長崎栄三・滝井章 (2007), 『シリーズ算数の力を育てる① 何のための算数教育か』, 東洋館出版.
- 長野東 (2003), 『CD-ROM 版中学校数学科教育実践講座理論編学ぶ楽しさを実(体)感じ、力をつける数学指導』, ニチブン, 2003, pp.44-45.
- 夏目漱石 (2003 改訂), 『吾輩は猫である』, 新潮文庫, p.3.
- 二宮裕之・岩崎秀樹・岡崎正和・山口武志・馬場卓也・植田敦三 (2005), 「数学教育における記号的連鎖に関する考察: Wittmann の教授単元の分析を通して」, 『愛媛大学教育学部紀要』, 第 52 卷 (1), p.149.
- 二宮裕之 (2014), 「「よい数学の授業」に関する研究 (1) —授業を「よい授業」と認識する視点について—」, 日本数学教育学会『第 47 回秋期研究大会発表収録集』, pp.483-486.
- 日本教育方法学会編 (2013), 『教師の専門的力量と教育実践の課題』, 図書文化 pp.10-24.
- 西岡加名恵編著 (2008), 『「逆向き設計」で確かな学力を保障する』, 明治図書, pp.9-32.
- 西岡加名恵・田中耕治編著 (2009), 『「活用する力」を育てる授業と評価 中学校 パフォーマンス課題とルーブリックの提案』, 学事出版, pp.11-12, pp.48-54.
- 西岡加名恵 (2013), 「育成すべき資質・能力を踏まえた教育目標・内容と評価の在り方に関する検討会 (第 8 回) 平成 25 年 8 月 30 日」, 配付資料.
- 根本博 (2000), 「中学校数学科『学習指導要領』改訂作業から—因数分解の学習はなぜ必要か, という問いの本質—」, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 第 82 卷 (3), p.18-20.
- 根本博 (2004), 『数学的な洞察と目標準拠評価 数学教育の挑戦』, 東洋館出版, p.43.
- 野崎昭弘・伊藤洋美 (2003), 『手づくり選択数学 おもしろ和算 和算を取り入れた授業で活気づく』, 明治図書, pp.2-3.
- 橋本吉彦・坂井裕 (1983), 「数学の問題の発展的な扱いによる指導についての研究」, 『日本数学教育学会誌 数学教育』, 第 65 卷 (11), pp.9-16.
- 八田幸恵 (2008), 「リー・シュルマンの PCK 概念に関する一考察—『教育学的推論と活動モデル』に依拠した改革プロジェクトの展開を通して—」, 『京都大学大学院教育学研究科紀要』, 54, p.347.
- 早勢裕明 (2017), 「子どもの「だって」を引き出す算数科の授業について」, 『釧路論集—北海道教育大学釧路港研究紀要—第 45 号—」, pp.49-58.
- 林鶴一 (1937), 『和算研究集録』, 林鶴一・博士遺著刊行会. pp.152-153.
- 林竹二 (1983), 『教えるということ』, 国土社.

- 林武広・神原一之・秋山哲・奥野正二・樽谷秀幸・松前良昌・川口浩（2011），「教育実習指導の効果に関する研究（Ⅰ）—附属東雲小学校および同東雲中学校における実習生の意識変容に基づく検討—」，『広島大学 学部・附属学校共同研究機構研究紀要』，第 39 号，pp.81-86.
- 久富善之（2008），「「改革」時代における教師の専門性とアイデンティティー—それらが置かれている今日的な文脈と，民主的文脈への模索—」，久富善之編著『教師の専門性とアイデンティティー—教育改革時代の国際比較調査と国際シンポジウムから』，勁草書房，pp.1-29.
- 平岡賢治・野本純一（2015），「Shulman の「翻案」を取り入れた数学科の授業づくりに関する考察：授業におけるインフォーマルな活動に視点をあてて」，日本数学教育学会『第 48 回秋期研究大会発表集録』，pp.459-462.
- 平林一榮（1987），『数学教育の活動主義的展開』，東洋館出版，p.27, p.28, p.33, p.83, p.307, p.244, pp.313-314.
- 平林一榮（2001），「算数・数学教育における教員養成の問題」，上越教育大学数学教室『上越数学教育研究』，第 16 号，pp.1-9.
- 平山諦（1961），『和算の歴史』，創文社.
- 広島大学教育学部・同附属小学校・同附属東雲小学校・同附属三原小学校（2011），『小学校教育実習の手引き（平成 23 年度版）』.
- 広島大学教育学部・同附属中・高等学校・同附属東雲中学校・同附属三原中学校・同附属福山中・高等学校（2011），『中・高等学校教育実習の手引き（平成 23 年度版）』.
- 廣松渉他編集（2015），『岩波 哲学・思想辞典』，岩波書店.
- 船寄俊雄（1998），「大学における教員養成原則の歴史的研究」，『近代日本中等教員用意性論争史論』，学文社.
- 別惣淳二・渡邊隆信編，兵庫教育大学教員養成スタンダード研究開発チーム著（2012），『教育養成スタンダードに基づく教員の質保証—学生の自己成長を促す全学的学習支援体制の構築』，ジヤース教育新書.
- 藤澤伸介（2008），『「反省的実践家」としての教師の学習指導力の形成過程』，風間書房，pp.5-6.
- 本田由紀（2003），「「学習レリバンズ」の構造・背景・帰結(第 3 章 変化・授業タイプ・学習レリバンズ)」，『学校臨床研究 第 2 卷(2)』，pp.65-75.
- 牧下英世（2004），「数学史を取り入れた授業実践—算額の教材化と総合的な学習—」，『先生のための算額をつくろうゼミナール』，和算研究所，pp.9-33.
- 松岡学（2015），「女子大学小学校教員養成における算数科教育の取り組み」，『大阪樟蔭女子大学研究紀要』，第 5 卷，pp.163-173.
- 松下佳代（2007），『パフォーマンス評価—子どもの思考と表現を評価する—』，日本標準ブックレット NO.7，pp.16-17.
- 松野学（2014），「小学校教員養成における興味・関心を育てる算数教育の取り組み」，『大阪樟蔭女子大学研究紀要』，第 4 卷，pp.147-157.

- 三浦和尚 (2003), 「教育実習を核とした教科教育指導プログラムの開発に関する実証的, 比較教育学的研究」, 『(課題番号, 12680277) 平成 12 年度～平成 14 年度科学研究費補助金基板研究 (C) (1) 研究成果報告書』.
- 湊三郎 (1983), 「算数・数学に対する態度を測定するために開発された SD について」, 日本数学教育学会臨時増刊『数学教育学論究』, 第 39・40 卷, pp.1-25.
- 湊三郎訳, ヴィットマン, エリッヒ ch. (2000), 「算数・数学教育を生命論的過程として発展させる」, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 第 82 卷 (12), pp.30-42.
- 湊三郎 (2002), 「授業三型論に基づく教師の数学的資質」, 上越教育大学数学教室『上越数学研究』, 第 17 号, pp.1-20.
- 右島洋介・鈴木慎一編著 (1984), 『教師教育 課題と展望』, 勁草書房.
- 守屋誠司 (2008), 「算数・数学の授業力を持つ教員を育成する試み」, 『京都教育大学教育実践研究紀要』, 第 8 号, pp.1-10.
- 文部科学省 (2006), 中央教育審議会答申「今後の教員養成・免許制度の在り方について」.
- 文部科学省 (2008), 『中学校学習指導要領解説 数学編』, 教育出版株式会社.
- 文部科学省 (2008), 「子どもの学校外での学習活動に関する実態調査報告」,
http://www.mext.go.jp/b_menu/houdou/20/08/_icsFiles/afieldfile/2009/03/23/1196664.pdf, 2017 年 12 月 28 日, 最終閲覧.
- 文部科学省 (2017), 「学制 100 年史」, (http://www.mext.go.jp/b_menu/hakusho/html/others/detail/1317552.htm, 2017 年 12 月 28 日, 最終閲覧) .
- 山崎準二(2008), 「教員養成カリキュラム改革の課題」, 『日本の教師改革』日本教師教育学会編, 学事出版, pp.117-124, p.129.
- 山本信也 (2009), 『生命論的デザイン科学としての数学教育学の課題と展望』, 有限会社米田印刷, p.30, p.43, p.44, p.51, p.79.
- 吉本均 (1988), 『続授業成立入門』, 明治図書.
- Ball, D. L., Thams, M.H. & Phelps, G. (2008), “Content Knowledge for Teaching What Makes It Special?” *Journal of Teacher Education*, Vol.59(5), pp.389-407.
- Bloom, B. S. (Ed.), (1956), *Taxonomy of educational objectives: Science, hermeneutics, and praxis*. Philadelphia: University of Pennsylvania Press.
- Bransford, J., Brown, A., & Cocking, R. (Eds.), (2000), *How people learn: Brain, mind, experiences, and school*. Washington, DC: National Research Council.
- Dewey, J. (1938), *Experience and education*, New York: Macmillan/Collire.
- Dienes, Z. P. (1960), *Building Up Mathematics*, Hutchinson Education Ltd.
- Hyman Bass (2005), “Mathematics, Mathematicians, and mathematics Education”, *Bulletin (New Series) of the American Mathematics Society*, Vol. 42, pp.417-430.
- Iwasaki, H. & Ueda, A (1999), "Development of Mathematics Education in Japan from Meiji Era to Present Time: Focusing on the Change of Realism and Academism", *International Journal of Curriculum Development and Practise*, Vol.1(1), pp.103-112.

- Jan H. van Driel, Nico Verlop. Wobbe de Vos (1998) ,“ Developing Science Teachers' Pedagogical Content Knowledge” *Journal of Research in Science Teaching*,Vol.35(6),p.676.
- L.S.Shulman (1987), “Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform”, *Harvard Education Review*,Vol.57(1), pp.1-23.
- O.R.G.Gonzalez (2014) , Examining Venezuelan Secondary School Mathematics Teachers' Statistical Knowledge for Teaching: Focusing on the Instruction of Variability-Related Concepts, Hiroshima University Doctoral Dissertation.
- P.L.Grossman (1990) , *The making of Teacher:Teacher Knowledge &Teacher Education*, Teachers College Press, pp.3-18.
- Sawyer, R. K. (2006), Chapter 1: *The New Science of Learning*. K. R. Sawyer (Ed.) The Cambridge Handbook of the Learning Sciences, Cambridge : NY, Cambridge University Press, pp.1-16.
- Wiggins, G. (1996), “Practicing what we preach in designing authentic assessment”.*Educational Leadership*, Vol.54(4), pp.18-25.
- Wiggins, G. (1997), Work standards: “Why we need standards for instructional and assessment design”, *NASSP Bulletin*, Vol.81(590), pp.56-64.
- Wiggins, G. (1998), *Educative Assessment*, Jossey-Bass, pp.23 -24, p.27, p.104.
- Wiggins, G. &Mctighe, J. (1999/2005) , *Understanding by Design.*, ASCD, p.15.
- Wittmann,E.ch.(1974), “Didaktik der Mathematik als Ingenieurwissenschaft”, *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, Vol.6(3), pp.119-122.
- Wittmann, E.ch. (1974), *Grundfragen des Mathematikunterrichts*, Vieweg & ShonFrieder (6. , Aufgabe : 1981).
- Wittmann, E.ch. (1981), “The Complementary Roles of Intuitive and Reflective Thinking in Mathematics Teaching”, *Educational studies in Mathematics*, Vol.12, pp.389-397.
- Wittmann, E.ch. (1984), “Teaching Units as the Integrating Core of Mathematics Education”, *Educational Studies in Mathematics education*, Vol.15(1), pp.25-36.
- Wittmann, E.ch. (1995), “ Mathematics Education as a ‘Design Science’”, *Educational Studies in Mathematics education*, Vol.29(4), pp.358-359.
- Wittmann, E. ch. (2001), “ Developing Mathematics Education in aSystemic Process”, *Educational studies in Mathematics*,Vol.4(48) ,p2.