

図的中間表現としての部分全体図を用いた和差の算数文章題 演習環境の設計・開発とその試験的評価

岩井 健吾^{†a)} 合田 将治[†] 林 雄介[†] 平嶋 宗[†]

Design and Development of Interactive Environment of Addition/Subtraction
Arithmetic Word Problem Using Part-Whole Relationship as Intermediate
Representation of Figure

Kengo IWAI^{†a)}, Masaharu GODA[†], Yusuke HAYASHI[†], and Tsukasa HIRASHIMA[†]

あらまし 本研究では、1回の和差で答えを求めることができる算数文章題を対象として、そのような文章題が含んでいる一つの和と二つの差の関係を顕在化するためにしばしば用いられる部分全体図を、文章題と連動させて操作する活動を考案し、この活動を可能にするソフトウェアシステムを設計・開発した。この活動では、三文構成モデルに基づき三つの文で文章題を表し、それぞれを部分全体図の一つの全体と二つの部分に対応付けている。更に、このソフトウェアシステムを授業で実践的に利用し、学習効果を示唆する結果を得た。

キーワード 関係の理解、算数文章題、逆思考、部分全体図、三文構成モデル

1. ま え が き

教育現場においてしばしば図を活用する様々な実践授業が行われ、その有効性が確認されている。その一方で現状の図を活用した実践授業には、大きく二つの問題点があると考えられる。一つ目の問題点としては、教授者が全ての学習者に対して個別対応を行うのが困難なことがある。通常の授業では、教授者と学習者の関係は一对多数となっており、授業時間内に全ての学習者に個別対応することは現実的には困難であるといえる。二つ目の問題点としては、教授者が全ての学習者に対して即時対応を行うのが困難なことがある。先ほどの問題点のときと同様に、教授者と学習者は一对多数の関係なため、教授者が一度に対応できる学習者には限界があり、したがって、全ての学習者に即時対応を行うことは困難であるといえる。これらの問題点に対して本研究では、情報工学の技術を活用し、学習

者の個々の試行に対して個別かつ即時の診断・フィードバック可能なインタラクティブな学習支援システムの設計・開発を実現することで問題点の解消を目指している。本論文では、図的中間表現としての部分全体図を用いた和若しくは差の算数文章題演習環境であるソフトウェアを開発した。このソフトウェアを小学校4年生2クラスの算数の授業内で試験的に利用し、学習効果を示唆する結果を得たので報告する。

算数文章題の解決は、言語表現を数式表現に変換する活動と捉えることができる [1]。この言語表現から数式表現に変換する活動においては、問題文中の数量間の関係を表した数式と、答えを求めるために必要となる計算を表している数式が異なっている場合の問題は、逆思考問題と呼ばれ [2], [3]、多くの児童にとって困難な問題となっていることが知られている [4], [5]。例えば、「リンゴが幾つありました。リンゴを3個食べました。リンゴが2個あります」といった問題の場合、最初の量、減った量、残った量の三つの量が取り扱われており、その量間の関係は、「 $? - 3 = 2$ 」であり、数式としては減算となる。これに対して答えを求めるための数式は、「 $3 + 2 = ?$ 」であり、加算となる。つまり、量間の関係を表す数式と、答えを求めるための数式が

[†] 広島大学大学院工学研究科, 東広島市
Graduate School of Engineering, Hiroshima University, 1-4-
1 Kagamiyama, Higashihiroshima-shi, 739-8527 Japan

a) E-mail: iwai@lel.hiroshima-u.ac.jp

DOI:10.14923/transinfj.2017LEP0017

異なっている場合が逆思考問題となる。

また、単に解くことが難しいだけではなく、この逆思考問題を解ける児童においても、それを作問することが難しい場合が多いことも分かっている [6]~[8]。これらの作問の事例では、問題の構成要素となりえる文があらかじめ与えられており、必要な文を取捨選択して並べることによる作問であるため、対象を自分で思いついたり、文を作ったりすることの負荷はなく、適切な組み合わせを見つけることだけが求められる課題となっており、問題に含まれている和と差の関係に関する理解が十分であれば、困難とはいえない課題となっている。したがって、この作問の結果は、問題を解けるようになっただけでは、その構造に関する理解は十分とはいえないことを示唆している。前述の問題例を容易に解くことができる児童であっても、「「リングを3個食べました」を使って足し算で解く問題を作る」ということが非常に難しい課題となることが分かっている。

問題解決及び作問における逆思考問題の困難さは、学習者が演算を「手続き」としては理解しているものの、「関係」としての理解が不十分であることを示唆している。加減算を関係として理解した場合、加減算は三つの量間の関係として理解されることになる。したがって、ある三つの量間に加算が存在することは、それらの三つの量間に二つの減算が存在することを意味する。同時に、一つの減算の存在は、他の一つの減算と一つの加算の存在を意味することになる。前述の例であれば、「最初の量 - 減った量 = 残った量」は、「最初の量 - 残った量 = 減った量」と「残った量 + 減った量 = 最初の量」の存在を意味している。本研究では、この関係を1和2差関係と呼んでいる [9], [10]。本研究は、文章題が表す量間の演算を手続きとしてではなく、関係として理解することを関係的理解と呼び、和差の単位文章題（1回の四則演算で解ける問題）の1和2差関係の理解をより深める学習活動の実現を目指したものとなっている。関係的理解は、理解対象を手続きとして捉える道具的理解よりも深い理解となることが知られている [11]。したがって、道具的理解から関係的理解に変えることは重要であるといえる。

この1和2差に相当する和差の文章題がもつ数量関係の理解の重要性はこれまでも知られており、その促進する方法としてしばしば用いられているのが、和演算の結果数を全体とし、和演算の二つの演算数を部分とする部分全体図である。言語表現から数式表現

の変換過程において図的表現（部分全体図）を媒介させることで文章題の説明を行っている。この部分全体図を用いた文章題の説明は、教科書においても採用されており、また、様々な実践授業の実施とその有効性が報告されている [12]~[14]。しかしながら、部分全体図を児童が取り扱う過程において、数多くの間違いが発生すること、また、個々の活動に手間がかかるため、活動自体を数多くこなすことができないことが問題点として挙げられる [15]~[17]。また、関係的理解を促進する上で、学習者自身による試行錯誤的な対象の操作が大きな役割を果たすとされているが [18]~[20]、現状ではこのような活動を実施することは簡単ではなかったといえる。なぜならば、試行錯誤が行えるのは、「試行」が「間違っている」と認識できるからであるが、多くの学習者にとって自身の振る舞いの間違いに気づくことは簡単ではないからである。一般的な教育の場において、学習者の個々の試行を個別に診断・フィードバックすることは、実現不可能とあってよい。ソフトウェアを用いた学習支援の最も重要な意義の一つは、このような学習者の試行を診断し、フィードバックを返すことで試行錯誤を促すことである。これまでのところそのような実現例は報告されておらず、したがって、学習者の間違いに対する個別対応も実現できていなかったといえる。

本研究では、筆者らがこれまでに研究してきた単位算数文章題に関する三文構成モデル [9] に基づき、学習者が和差の算数文章題に含まれる1和2差関係を部分全体図として直接的に操作することにより言語表現から数式表現への変換過程を図的表現で媒介させ、その正誤に関するフィードバックを即時的に受けることができるソフトウェアを設計開発し、タブレット上で運用した。具体的な活動としては、(1) 三つの単文で和差の文章題を作成する、(2) 文章題を構成する三つの文を部分全体図に割り当てる、(3) 部分全体図に割り当てられた三つの文に基づいて、その部分全体関係において成立している三つの演算関係（1和2差関係）を答える、(4) 文章題から直接三つの演算関係を答える、の四つを設計・開発した。(1)は既に有用性が確認されている作問学習支援システムを利用したものであり [6]~[8]、(2)~(4)が新しく開発した演習となる。(1)に該当する先行研究であるモンサクンにおいては、学習者の活動は言語表現と数式表現を直接的に対応付ける活動であったのに対して、本研究では言語表現と数式表現の間に部分全体図としての図的表現を介在させ

ているところが先行研究に対する新規性となる。また、学習者の図的表現の操作活動を診断・フィードバックする機能を実現したこと、及びその有効性を事例的ではあるものの検証したことが学習・教育的観点からの新規性となる。なお、先行研究である作問学習支援において、学習者の行った作問に対する診断・フィードバックが、学習者の試行錯誤的な作問を促すこと、及びその試行錯誤がランダムなものではなく、意味的に解釈可能なものであることは、学習者の作問プロセスのデータ分析を通して検証されている [21], [22]。

以下、本論文では、2.において、本研究の基礎となる三文構成モデルと部分全体関係について述べる。3.において本研究において実現した演習とそれを可能にするソフトウェアについて説明する。4.において、小学校における試験的な利用とその結果について報告する。先行研究において、同様な演習活動を個別に対する即時フィードバックを伴った形で実現した例は見当たらなかった。この事例の実現を妨げる理由として、学習者の活動に対する診断・フィードバックを行う上でそれらの活動をどのような単位で学習者に提供し、システムで記録し、診断処理を行うかを設計するという課題が困難であったからと考えられる。また、その実現可能性は自明とはいえないことから、本研究の新規性とその新規性についての信頼性は担保されていると考えている。また、(I) 授業内で支障なく利用可能であったこと、(II) 教諭がソフトウェアの授業利用に関して有効であったと判断していること、(III) プライミングテストをプレ・ポストテストとして用い、得点と回答時間の比較から1和2差関係に対する関係的理解の向上を示唆する結果が得られていること、から本研究の有用性とその信頼性についても担保できていると判断している。なお、本論文では文章題として和差の文章題（1回の和若しくは差で表現される演算関係を含んだ問題）を扱い、特に断りなく文章題とした場合は、この和差の単位文章題のことを指すこととする。

2. 三文構成モデルと部分全体図

本研究では、和差の算数文章題が含む1和2差関係に対する関係的理解の促進を目指して、算数文章題（言語表現）、部分全体図（図的表現）、及びそこに含まれる演算関係（数式表現）、の三つの表現の変換を具体的な操作として行うことのできるソフトウェアを設計・開発している。この演習の実現においては、(1) 三文構成モデルに基づく文章題の二つの部分と一つの

全体への部品化、(2) それらの部品に基づく部分全体図の構成、及び(3) 部分全体図における三つの演算関係の可視化、が基礎となっている。本章では、まず和差の文章題の構造について定式化したうえで、その構造と部分全体関係の対応付けについて説明する。

2.1 三文構成モデル

筆者らは、学習対象の構造化とそれに基づく対象構造の操作としての学習活動の設計・開発を行う情報構造指向アプローチに基づいて学習支援システムに関する研究を行っている [20], [23]。算数文章題に関しては、様々な算数の文章題を対象として情報構造化 [24] や、その構造化に基づく構成要素の組み立てとしての作問活動の定式化をこれまでに行ってきた [25], [26]。以下、本節では、まず単位算数文章題を構造化したモデルの一つである三文構成モデル [9] の説明を行う。更に、三文構成モデルに基づいて設計された学習活動としての作問学習についても説明する。

一回の四則演算で解ける算数の文章題（単位文章題）は、二つの演算数と一つの結果数で構成される。三文構成モデルは、これら三つの数をそれぞれ表す三つの文（以下、単文と呼ぶ）で単位文章題を表現するものである。この単文には関係文と存在文の2種類があり、一つの単位文章題は、二つの存在文と一つの関係文によって構成される。そして、存在文は四則で共通に利用可能となるが、関係文は問題の種類に特有のものとなる。

和差の単位文章題は、(1) 関係文が演算数を表す場合と、(2) 関係文が結果数を表す場合、に分けられ、前者の場合は更に、(1-1) 増える関係文の場合、(1-2) 減る関係文の場合に分けられ、後者の場合は、(2-1) 合わせる関係文の場合、(2-2) 比べる（大きい/小さい）関係文の場合に分けられる。図1は一つの存在文（「リンゴが6個あります」）がこれら四つの関係文と組み合わせ

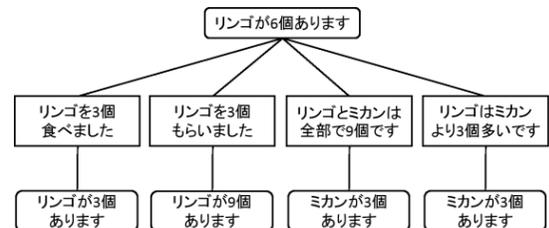


図1 一つの存在文から作ることのできる問題事例
Fig. 1 Generation of several problems from an existence sentence.

表 1 三文構成モデルにおける存在文と関係文の組み合わせ

Table 1 Combination of existence and relation sentences in triple structure model.

	存在文 1	存在文 2	関係文
増加問題	増加前 存在文	増加後 存在文	増加 関係文
減少問題	減少前 存在文	減少後 存在文	減少 関係文
合併問題	合併 存在文 1	合併 存在文 2	合併 関係文
比較問題	比較 存在文 1	比較 存在文 2	比較 関係文

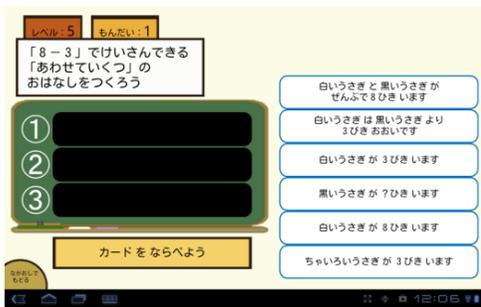


図 2 モンサクンの作問インターフェース

Fig.2 Problem-posing interface of MONSAKUN.

さることで問題において様々な役割を果たすことをなることを事例的に示したものである。この図では、角丸長方形は存在文であり、長方形は関係文であり、上から順に文が並べられているとする。存在文の形式は1種類であるが、その役割は関係文との組み合わせによって変わってくる。この存在文と関係文の役割を整理したものが表1である。4種類の問題は、従来の分類法に沿っている[5]。増加問題及び減少問題においては、存在文1、関係文、存在文2の順序が意味をもち、合併問題と比較問題においては、順序は可変である。

この三文構成モデルによる作問学習支援ソフトウェアとして開発されたモンサクン[6]~[8]では、学習者に(1)単文集、(2)作る問題の種類、(3)その問題が含むべき数式、を作問の条件として与え、その条件を満たす作問を行わせている。図2はモンサクンのインターフェースであり、この例では、「8-3」で計算して答えを求める合併問題をインターフェースの右に提供された単文集から必要な単文を選択し、適切に並べることで作成することが学習者に求められている。これ



図 3 部分全体図

Fig.3 Part-whole relationship.

は、逆思考問題の作問に相当し、逆思考問題を解ける学習者にとっても困難な課題となっている。

なお、積商の問題も同様に二つの存在文と一つの関係文により表現される。例えば、(I)「りんごが6個あります」、(II)「りんご1個80円です」、(III)「代金は480円です」、といった場合、(I)及び(III)はそれぞれりんごの個数とお金の金額を表現しており、存在文となる。したがって、これらの存在文を和差の文章題の存在文として用いることもできる。(II)は、りんごと代金の関係を表す文となっており、関係文となっている。積商においても1積2商の関係が存在し、その理解も重要な課題となっているが、積商の場合は前述の例のように種類の異なる量を取り扱うことになるため積商に特有の図式化を行う必要があり、本研究の範囲外としている。

2.2 部分全体図

1回の加算または減算で表現できる文章題を構成する三つの数量概念は、二つの部分量とその二つの部分量を合わせた一つの全体量として図3のように部分全体図(部分全体スキーマとも呼ばれる)として表現することができる[12]~[14]。この部分全体図は、二つの部分量の和が全体量となり、全体量と一つの部分量の差がもう一つの部分量の差になることを、直感的に分かる形で可視化しており、1和2差関係及びその関係の把握が求められる逆思考問題に関する学習にしばしば用いられている。

しかしながら、この部分全体図を用いて説明するだけでは不十分であることも指摘されており、部分全体図を教えてその図を描けるようになったとしても、実は、(1)文章題と部分全体図を対応付けることがしばしば困難である、(2)部分全体図を読み取って数式にすることがしばしば困難である、といったことがあるとされている[15]~[17]。部分全体図はそもそも文章題との対応、数式の対応において理解されるべきものであるが、実際の学習活動において学習者がその対応付けを直接的に行う機会に乏しく、またそれを行ったとしても、その妥当性についてのフィードバックを受

表 2 問題文と部分全体図の対応
Table 2 Correspondence between problem sentences and part-whole relationship.

	増加 問題	減少 問題	合併 問題	比較 問題
全体	増加後 存在文	減少前 存在文	合併 関係文	比較 存在文 (大)
部分	増加前 存在文	減少後 存在文	合併 存在文	比較 存在文 (小)
	増加 関係文	減少 関係文	合併 存在文	比較 関係文

けることは困難であったということが出来る。

2.3 三文構成モデルと部分全体図の対応付け

三文構成モデルでは、算数の文章題をそれぞれ一つの数値概念によって表現する三つの単文によって表現される(以下、この表現を三文表現と呼ぶ)。この単文は、部分全体図を構成する二つの部分と一つの全体に対応づけることができる。三文構成モデルに基づいて設計された作問学習支援ソフトウェア「モンサクン」では、三つの単文を組み合わせることによって一つの問題を作成する。この枠組みを用いれば、一つの問題を構成している三つの単文を、部分全体図の三つの構成要素に当てはめる活動を設計することができる。更に、問題と数式、及び部分全体図と数式、を結び付ける活動も行わせることが可能である。しかもこれらの活動の正誤を判定・フィードバックすることも可能となる。

表 2 に、表 1 で分類した各文が、部分全体図の部分に対応するか、全体に対応するかをまとめた。なお、二つの部分の区別(左右の部分の区別)については、それらを区別する規則を定め、学習者と合意することが困難であるので、区別しないこととしている。また、比較問題においては、問題文中の比較存在文の配置に順序は求められないが、部分全体図においては、二つの大小関係を判断する必要がある。

3. 演習支援ソフトウェアの設計開発

部分全体図を導入することで、図 4 に示したように、(A) 三文表現(言語表現)、(B) 部分全体図(図的表現)、(C) 数式表現、の三つを対応付けることができる。この図では、部分全体図の全体量に三文表現の「ラケットとテニスボールがあわせて5こあります」と

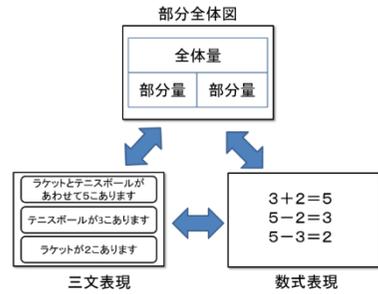


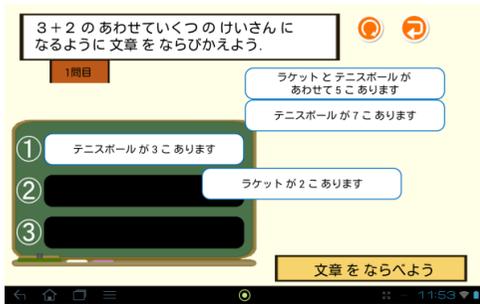
図 4 三つの表現間の対応

Fig. 4 Correspondence between the three representations.

数式表現の「5」が対応し、部分量に三文表現中の残りの2文と数式表現中の「3」と「2」が対応する。また、数式表現中の最初の式は、「部分量」+「部分量」=「全体量」、残りの二つの式は、「全体量」-「部分量」=「部分量」を表していることになる。

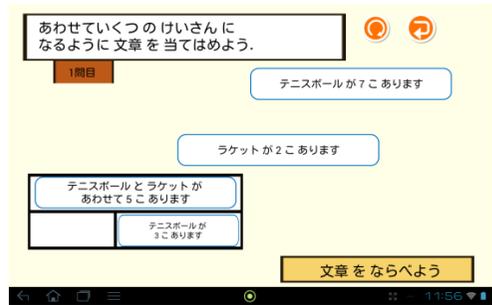
本研究では、(演習 1) まず単文を組み合わせる三文で構成される問題を作成し、作成した問題を構成する三文を部分全体図の一つの全体及び二つの部分の箇所に割り当てる、(演習 2) まず与えられた単文を部分全体図に割り当て、その部分全体図が含む 1 と 2 差の三つの数式表現を導く、(演習 3) 三文表現から 1 と 2 差の三つの数式表現を導く、の三つの演習活動を設計し、タブレット上での操作として実施できるように実装した。これら三つの演習は、演習 1 により、文章題を構成する量の部分全体関係を把握し、演習 2 で部分全体関係が含む 1 と 2 差関係の数式表現を導けるようにし、更に演習 3 で、部分全体図を経由しなくても、文章題に含まれる 1 と 2 差関係の数式表現を導けるようにすることを意図している。なお、これらの演習においては、計算して答えを求めるのが目的ではなく、一つの文章題に一つの和と二つの差が含まれていることを把握することが目的となる。このため、特定の値を未知としてその計算の仕方を意識させることは適当ではないとの考えから、未知数を含まない文章題を扱っている。

演習 1 では、図 5 (a) のように、三文で問題を作成する作問課題をまず行う(演習 1 前半課題)。次に、三文で作成した問題を、図 5 (b) のように部分全体図に割り当てる(演習 1 後半課題)。図 5 (b) では、既に二つの単文が部分全体図に割り当てられている状態である。これらの操作は、単文カードをドラッグして所定の位置に移動させることで行うことができる。三文で



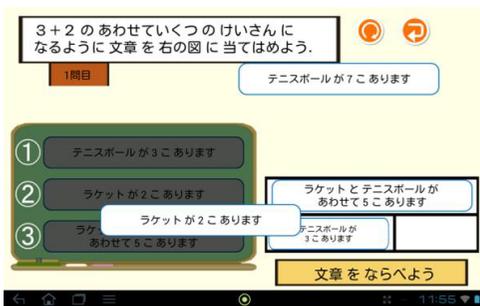
(a) 演習1の前半課題

(a) Former assignment in Exercise 1.



(a) 演習2の前半課題

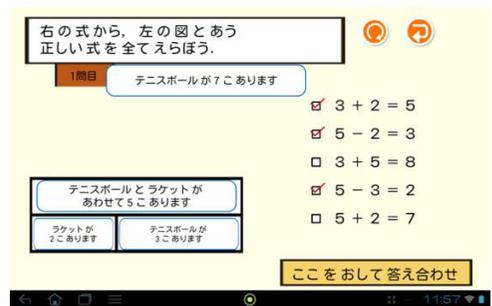
(a) Former assignment in Exercise 2.



(b) 演習1の後半課題

(b) Latter assignment in Exercise 1.

図5 演習1のインターフェース
Fig.5 Interface of Exercise 1.



(b) 演習2の後半課題

(b) Latter assignment in Exercise 2.

図6 演習2のインターフェース
Fig.6 Interface of Exercise 2.

問題を作成する活動は、小学校1年生においても演習として行えることが確認されている [8]。なお、二つの部分の比率は、空欄の場合と同じ大きさとなっているが、正しく単文を割り当てると、正しい数値の比率に合わせた大きさになる。単文カードを不適切な箇所に割当を行おうとした場合には、カードの配置が拒否され、その位置から弾かれる振る舞いを提示することで、学習者に再考を促すフィードバックとしている。演習1では、課題が3問用意されている。なお、今回は部分全体図に関しては、正しい量関係のみしか可視化しないという方針を取ったため、誤った単文カードの配置を許さないことにしている。誤った配置を行った場合に、その量に合わせたおかしな部分全体図を表示する、あるいは、配置は許すが単に誤りであることを指摘する、といった方法も考えられるが、部分全体図の意味付けに関して誤った示唆を児童に与える可能性があると考えたため、今回の方法を取った。誤った単文カードの配置に対する対応に関しては、更に検討の余

地があると考えている。

演習2は、演習1を行った後に実施するものとして設計されており、まず、幾つかの単文カードが提供され、それらを部分全体図に割り当てる活動を行わせる(図6(a)、演習2前半課題)。この活動に対するフィードバックは、演習1におけるカードの部分全体図への割当時のものと同様である。次に、その部分全体図において成り立つ数式を選ばせる(図6(b)、演習2後半課題)。この際には、1と2差の数式に加えて、ダミーの数式を与えて、それらの中から選ばせている。選択が間違っていた場合は、間違いであることのみ学習者に知らせ、再度の選択を行わせ、正解になるまで回答を繰り返させる。演習2では、課題が3問用意されている。

演習3では、図5(a)と同様の作問を行った後、図7のように問題に対して三つの数式を選ばせる課題となっている。選択が間違っていた場合は、間違いであることのみを学習者に知らせ、再度の選択を行わせ、

正解になるまで回答を繰り返させる。この演習においても課題が3問用意されている。

4. 試験的利用とその結果の分析

4.1 試験的利用の概要

小学4年生45名(2クラス)に対してシステムを用いた1時限の演習を正規授業内で行った。全ての学習者は、三文構成モデルに基づいて設計された作問学習をカリキュラムに体系的に組み込んだ授業[8],[27],[28]を経験しており、文章題が三文で構成されていることと理解し、タブレット上での単文カードの操作に関しては問題ないといえる。なお、本利用は授業時間を利用して行っているが、1時限のみの利用であり、カリキュラムに体系的に組み込まれているとはいえないため、試験的利用と呼んでいる。

本試験的利用では、本システムの利用約25分の前後において、約5分のプライミングテスト[10]を実施し、その結果分析により本システム利用の効果を評価した。プライミングテストについては次節において述べる。部分全体図と文章題の関係については、既に既習事項であるため、授業は実施しておらず、システムの使い方のみ2分程度説明した。これは、授業責任者である算数専科の教諭の判断に沿ったものである。

4.2 プライミングテスト

今回用いたプライミングテストはタブレット上で個々の学習者に提示され、実施されるテストであり、三文で構成される算数文章題(未知数なし)が、1文ずつ若干の間隔をあけて提示される(0.3秒間隔)。三文を提示し文章題が完成した後で、言葉の式の形式で提示された数量関係を二つ提示し、どちらが提示された文章題に合致するかを判定させる。具体例を図7に示す。図8では、「プリンが4こあります」、「ケーキ

が9こあります」、「プリンはケーキより5こ少ないです」、の三つの文が順次提示されていく。三文揃った後で、「ケーキの数からプリンの数をひいた数がプリンとケーキのちがいの数です」と「ケーキの数とプリンの数をたした数がプリンとケーキのちがいの数です」の二つの選択肢が提示されている。このどちらかを選ぶことが求められる。図7の選択肢の場合、比較問題に対する差の数量関係を正解としており、順思考を求める課題となっている。これに対して、「プリンとケーキのちがいの数とプリンの数をたした数がケーキの数です」を正解として設定すると、逆思考を求める課題となる。本プライミングテストでは、増加、減少、合併、比較(多い)、比較(少ない)の5種類の問題に対して、それぞれ順思考課題を2課題、逆思考課題を2課題用意した。順序効果を避けるために、これらの課題をランダムに提示するようにしている。選択肢の選択までの時間制限を設けていないが、正解数と回答時間が記録されることを事前に説明し、素早く正確に回答することへの動機づけを与えている。

プライミングテストは、スキーマ・プライミングテストとも呼ばれ、問題スキーマを活性化しうる情報をプライム(先行的に提示される情報)として提示し、その後で活性化された問題スキーマが適用可能な判断課題を与えるものであり、問題スキーマの活性化合いを、テストのスコアや反応時間で評価できるとされている[29]~[31]。問題スキーマの利用能力が高い場合には、高いスコアや短い反応時間が期待できるからである。本演習の目的は、文章題(言語表現)、部分全体図(図的表現)及び演算関係(数式表現)の相互の関係づけによる、1と2差関係の理解の促進である。これは問題スキーマ及びその利用能力の強化に対応するものであると考え、このプライミングテスト

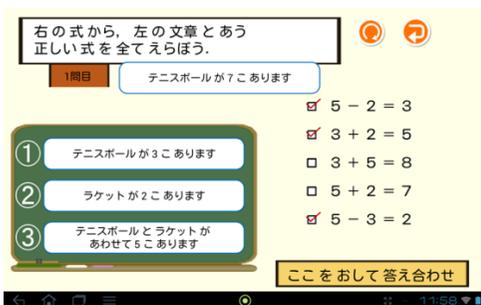


図7 演習3の課題
Fig.7 Assignment in Exercise 3.

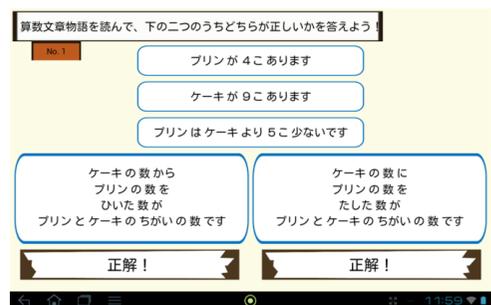


図8 プライミングテスト
Fig.8 Priming test.

表3 演習実施状況
Table 3 Results of exercises.

	要回答数(回) (標準偏差)
演習1 (3課題)	1.36 (0.70)
演習2 (3課題)	3.40 (3.84)
演習3 (3課題)	1.90 (1.20)

を用いている。なお、作問学習の効果をプライミングテストで評価する試みは、これまでも同様な考えに基づいて行ってきたが[10],[32], それらは三つの単文を段階的に見せて、その三つの単文で問題が成立するかどうかを判断するものであった。これに対して今回用いた課題では、提示された問題が含んでいる数量関係を判定するものであり、部分全体関係に焦点を当てたものとなっている。

4.3 結果の分析

本節では、(1) 演習の実施状況、(2) プライミングテストスコア、について分析する。

4.3.1 演習実施状況

表3に各演習における要回答数の平均を示した。ここの要回答数とは、正解に至るまでに必要となった回答の数としている。本演習では、単文カードの部分全体図への対応付け時には誤った回答を許していない。このため、要回答数は、演習1においては演習1前半課題(作問)、演習2後半課題(数式選択)、及び演習3(数式選択)に対するものとなっている。演習2の要回答数が高いことは、部分全体図を示したうえでも、1和2差関係を数式に結び付けることが必ずしも簡単ではないことを示唆している。また、演習3では、部分全体図を経由せずに問題文に対する数式を選択させており、演習2よりも難易度が上がっているといえるが、要回答数が有意に減少し、効果量も中となっていることから($p = 0.0013 < 0.01$, Cohen's $d = 0.52$), 演習2を行った効果が伺われる。なお、ランダムな操作で正解するときの要回答数はダミーカードの数などが関係するため課題によって異なるが、3.で例示した課題に関して計算すると、図5の演習1の課題で12.5回、図6の演習2と図7の演習3の課題で約33回となる。今回の演習結果はそれに対して十分に低い要回答数となっており、考えながら行われたことが示唆される。

全課題終了までの平均時間は19分46秒(標準偏差3分47秒)であり、72名(96%)が全課題を終了し、

表4 教師に対するアンケート結果
Table 4 Results of questionnaire for teachers.

	強く同意	同意	不同意	強く同意
児童は熱心に取り組んでいた	2	0	0	0
算数に有用だ	2	0	0	0
演習はスムーズに行っていた	1	1	0	0
課題が簡単すぎることはない	2	0	0	0

表5 プライミングテストの結果

Table 5 Results of priming test.

	正解数(満点:20)		回答時間(秒)	
	事前	事後	事前	事後
全体群 (75名)	16.7 (SD=3.3)	17.9 (SD=2.8)	198.2 (SD=81.9)	186.2 (SD=89.4)
上位群 (47名)	18.8 (SD=1.1)	18.9 (SD=2.1)	219.5 (SD=70.0)	188.4 (SD=87.2)
下位群 (28名)	13.0 (SD=2.6)	16.3 (SD=3.6)	162.7 (SD=86.3)	182.5 (SD=91.3)

3名のみ未達成であった。なお、この3名も最後まで課題に取り組んでいたことはログから確認できている。

本試験利用を実施した教師及び見学した教師(算数専科)の本利用に対するアンケートと結果を表4に示す。また、利用可能学年について質問したところ、1名は3年生、もう1名は2年生から利用可能ではないかとの回答があった。

4.3.2 学習効果の分析

次にプライミングテストの結果を用いた学習効果の分析を行う。分析には、正解数と回答時間を用いた。そのまとめが表5である。児童全体において事前事後の差を調べたところ、正解数において有意差があったが($p = 0.01 < 0.05$), 回答時間においては有意差が見られなかった($p = 0.39 > 0.05$)。正解数上位と正解数下位においての事前事後の変化に違いが見られたので、事前テストにおいて平均正解数以上の児童を上位群、以下の児童を下位群とし、更に分析を行った。それぞれのデータを表5及び図9と図10に示す。正解数について2要因分散分析(上位群-下位群, 事前テスト-事後テスト)を行ったところ、交互作用が見られたので($p = 0.000 < 0.001$), 単純主効果を検定したところ、

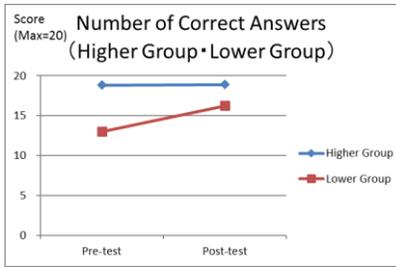


図9 正答数
Fig. 9 Number of correct answers.

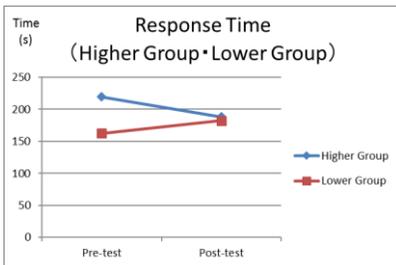


図10 回答時間
Fig. 10 Response time.

事前テスト及び事後テストにおける上位群と下位群、及び下位群における事前テストと事後テストにおいて有意な差が見られ(いずれも $p = 0.000 < 0.001$), 上位群における事前テストと事後テストにおいては有意な差は見られなかった ($p = 0.92 > 0.05$). 下位群での正解数上昇に関しては、効果量大であった ($d = 1.05$). 回答時間について2要因分散分析(上位群-下位群, 事前テスト-事後テスト)を行ったところ、交互作用が見られたので ($p = 0.008 < 0.01$), 単純主効果を検定したところ、事前テストにおいて上位群と下位群に有意差があり ($p = 0.005 < 0.01$), 事後テストにおいて両群に差がなかった ($p = 0.77 > 0.1$). また、上位群において事前テストと事後テストにおいて有意差があり ($p = 0.02 < 0.05$), 下位群において差がなかった ($p = 0.14 > 0.1$). 上位群の回答時間の減少に関しては、効果量小であった ($d = 0.39$).

4.4 考察

演習の実施状況としては、4.3.1で述べたように、(1)ほとんどの学習者が全課題を達成し、残りの学習者もログから時間の最後まで演習に取り組んでいることが確認できたこと、(2)本演習は選択及び組み合わせによる回答形式を採用しているため、ランダムに行っても正解する可能性はあるが、その要回答数より

も十分に低い要回答数を示していること、(3)実施担当及び見学の教師が今回の演習が授業として意義があると評価していることが確認できた。これらのことから授業として本演習が成立することが実証できたと判断している。

事前事後テストの結果分析より、本演習は、上位群については回答時間の減少効果、下位群に関しては、正解数の上昇効果、をもたらしたことがいえた。したがって、本演習は授業として成立しただけでなく、学習効果を上げることができたということができ、有用性が検証できたと判断している。

今回の結果を部分全体関係の理解という観点から更に考察すると、上位群は、事前テストの段階での高い正解数から既に部分全体関係の理解が進んでいたため、演習による正解数の変化は見られなかったが、演習を通してその使い方が向上したことから、回答時間の減少につながったと推測できる。下位群に関しては、事前テストの段階では部分全体関係の理解が十分でなかったため正解数が少なかったが、演習を通してその理解が進んだため、正解数が大きく(効果量大)向上したと推測できる。また、回答時間に注目すると、事前テストで下位群が上位群より有意に短い時間 ($d = 0.72$, 効果量中) で回答しており、事後テストで回答時間の差がなくなったことから、下位群は事前においては問題構造を用いた判断ができていなかったため正解数は少なく、また、回答にも時間をかけていなかったが、事後においては問題構造を用いた判断ができるようになったため正解数は増えたが、構造を用いる手間が増えたため、回答時間については減少しなかったと推測できる。これらのことはより詳細な実験計画と分析を行って確認を試みる価値のある結果であると判断している。

5. むすび

本論文では、和差の算数文章題の1と2差関係における関係的理解の促進を指向し、文章題及び数式と連動して部分全体図を操作する活動を可能にするソフトウェアを設計・開発し、小学校4年生の授業で利用した。児童の利用ログの分析及び教師のアンケートから、ソフトウェアを用いた活動が問題なく遂行できたことが確認できた。学習効果としても、問題に対する関係的理解を評価する際に用いられるスキーマ・プライミングテストにおいて事前に対する事後での成績の向上が確認できた。これらのことから、本ソフトウェアの

有用性が確認できたといえる。

今後の課題としては、(1) 学習者群、(2) 利用期間、の拡大・分析が必要と考えている。今回の学習者群は、(i) 三文構成モデルに慣れている、(ii) 比較的高い学力が担保されている（国立大学附属小学校での実施のため）、という点で特殊性があった。したがって、より幅広い範囲の児童における利用可能性及び学習効果を検証することが必要と考えられる。部分全体図は一般的に用いられているものであり、三文構成モデルについても、既に様々な小学校での利用実績が存在する[33]。また、今回は初めての利用ということで4年生を対象として用いたが、立ち会った二名の教員はともにより低学年での利用可能性を指摘しており、本活動自体、問題の構造をより分かりやすいものにするための活動を目指しているものであり、より幅広い児童を対象とした利用は可能であると考えている。また、今回は短時間の利用で学習効果がみられたが、前述のような学習者群の特殊性によるところが大きいと推測できる。したがって、利用学習者群を拡大するとともに、より長期的な利用、特に、三文構成モデルに基づく算数文章題の表現の学習との組み合わせとしての利用を検討していく必要があると考えている。

文 献

- [1] R.E. Mayer, Thinking, problem solving, cognition. Second ed., pp.455-489, W.H. Freeman, New York, 1992.
- [2] 山田篤史, 逆思考問題の問題解決に関する調査とその分析, イブシロン, vol.26, pp.21-30, 2004.
- [3] 黒崎東洋郎, 数と計算の指導, 小学校算数科の指導 (志水廣編), pp.49-104, 建帛社, 2009.
- [4] J.W. Stigler, K.C. Fuson, M. Ham, and M.S. Kim, "An analysis of addition and subtraction word problems in American and Soviet elementary mathematics textbooks," *Cognition and Instruction*, vol.3, no.3, pp.153-171, 1986.
- [5] M.S. Riely and J.G. Greeno, "Development analysis of understanding language about quantities and of solving problems," *Cognition and Instruction*, vol.5, no.1, pp.49-101, 1988.
- [6] T. Hirashima and M. Kurayama, "Learning by problem posing for reverse-thinking problems," *Artificial Intelligence in Education*, pp.123-130, 2011.
- [7] 倉山めぐみ, 平嶋 宗, "逆思考型を対象とした算数文章題の作問学習支援システム設計開発と実践的利用," *人工知能学会論文誌*, vol.27, no.2, pp.82-91, 2012.
- [8] 山元 翔, 神戸健寛, 吉田祐太, 前田一誠, 平嶋 宗, "教室授業との融合を目的とした単文統合型作問学習支援システムモンサクン Touch の開発と実践利用," *信学論 (D)*, vol.J96-D, no.10, pp.2440-2451, Oct. 2013.
- [9] T. Hirashima, Y. Hayashi, and S. Yamamoto, "Triplet structure, model of arithmetical word problems for learning by problem-posing," *Proc. HCI2014 (LNCS 8522)*, pp.42-50, 2014.
- [10] 神戸健寛, 山元 翔, 吉田祐太, 林 雄介, 平嶋 宗, "単文統合型作問学習支援システムの利用効果の問題構造把握の観点からの評価," *信学論 (D)*, vol.J98-D, no.1, pp.153-162, Jan. 2015.
- [11] R. Skemp, 新しい学習理論にもとづく算数教育—小学校の数学, 平林一榮 (監訳), 新曜社, 1992.
- [12] 栗山和広, "子どもの数理解における部分-全体スキーマの発達: 整数について," *九州保健福祉大学研究紀要*, vol.5, pp.35-40, 2004.
- [13] 川間健之介, "算数文章題に困難を示す児童の指導: 基礎的加減算文章題の類型に基づいて," *障害科学研究*, vol.33, pp.237-248, 2009.
- [14] 小林美穂, 船橋篤彦, "広汎性発達障害児における算数文章題の指導に関する一考察," *愛知教育大学研究報告. 教育科学編*, vol.62, pp.29-37, 2013.
- [15] 平井安久, "加法・減法の逆思考問題についての一考察: テープ図からの演算決定のむずかしさ," *岡山大学教師養育開発センター紀要*, vol.2, pp.102-111, 2012.
- [16] 石田淳一, 土田圭子, 岡本彩希, "2 学年の逆思考文章題単元におけるテープ図指導に関する研究," *日本数学教育学会誌*, vol.89, no.6, pp.2-11, 2007.
- [17] 石田淳一, 村上希久子, "3 学年の逆思考文章題解決における線分図指導に関する研究," *日本数学教育学会誌*, vol.92, no.2, pp.2-9, 2010.
- [18] 新井邦二郎, "知的行為の多段階形成理論," *教育心理学研究*, vol.21, no.3, pp.56-61, 1973.
- [19] S. Papert, *Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas*, Basic Books (奥村喜世子 (訳), マインドストーム—子供, コンピューター, そして強力なアイデア, 未来社, 1982.
- [20] 平嶋 宗, "学習課題の内容分析とそれに基づく学習支援システムの設計・開発: 算数を事例として," *教育システム情報学会誌*, vol.30, no.1, pp.8-19, 2013.
- [21] A.A. Supianto, Y. Hayashi, and T. Hirashima, "Visualizations of problem-posing activity sequences toward modeling the thinking process," *Research and Practice in Technology Enhanced Learning*, vol.11, no.1, p.14, 2016.
- [22] A.A. Supianto, Y. Hayashi, and T. Hirashima, "Model-based analysis of thinking in problem posing as sentence integration focused on violation of the constraints," *Research and Practice in Technology Enhanced Learning*, vol.12, no.1, p.12, 2017.
- [23] 平嶋 宗, "「学習課題」中心の学習研究: 情報構造としての学習課題の再定義と構造操作としての学習活動の設計," *人工知能学会論文誌*, vol.30, no.3, pp.277-280, 2015.
- [24] 平嶋 宗, 中村祐一, 池田 満, 溝口理一郎, 豊田順一, "ITS を指向した問題解決モデル MIPS," *人工知能学会誌*, vol.7, no.3, pp.475-486, 1991.
- [25] 中野 明, 平嶋 宗, 竹内 章, "「問題を作ることによる学習」の知的支援環境," *信学論 (D-I)*, vol.J83-D-I,

no.6, pp.539-549, June 2000.

- [26] 平嶋 宗, “「問題を作ることによる学習」の分類と知的支援の方法,” 教育システム情報学会研究報告, vol.20, no.3, pp.3-10, 2005.
- [27] 山元 翔, 赤尾優希, 室津光貴, 前田一誠, 林 雄介, 平嶋宗, “算数文章題の構造的理解を指向した作問学習支援システムの乗除算への拡張とその実践利用,” 信学論 (D), vol.J100-D, no.1, pp.232-235, Jan. 2016.
- [28] 山元 翔, 赤尾優希, 室津光貴, 前田一誠, 林 雄介, 平嶋宗, “算数文章題の構造的理解を指向した作問学習支援システムの乗除算への拡張とその実践利用,” 信学論 (D), vol.J100-D, no.1, pp.60-69, Jan. 2017.
- [29] C.S. Robinson and J.R. Hayes, Making inferences about relevance in understanding problems, in R. Revlin, R.E. Mayer (eds.), Human Reasoning, pp.195-206, 1978.
- [30] 岡本真彦, 算数文章題の解決によるメタ認知の研究, 風間書房, 1999.
- [31] 瀬田和久, 鳥添 彰, 森 兼隆, 岡本真彦, “スキーマブライミングテストを用いたスキーマの形成と縦断的評価—小学校算数文章題を題材として,” 信学論 (D), vol.J98-D, no.1, pp.94-103, Jan. 2015.
- [32] 横山琢郎, 平嶋 宗, 岡本真彦, 竹内 章, “単文統合による作問を対象とした学習支援システムの長期的利用とその効果,” 日本教育工学会論文誌, vol.30, no.4, pp.333-341, 2007.
- [33] 山元 翔, 平嶋 宗, “特別支援学級でのモンサクンを用いた作問学習実践事例,” 教育システム情報学会誌, vol.30, no.4, pp.243-247, 2013.

(平成 29 年 9 月 28 日受付, 30 年 1 月 13 日再受付,
3 月 6 日早期公開)



林 雄介 (正員)

1998 阪大・基工・システム工学卒. 2003 同大大学院博士後期課程了. 北陸先端大助手, 大阪大学特任助教, 名古屋大学准教授を経て, 2012 年より広島大学大学院工学研究科准教授. 知識モデリング, 知的教育システムの研究に従事. 工学博士.



平嶋 宗 (正員)

1986 阪大・工・応物卒. 1991 同大大学院博士課程了. 同年同大産業科学研究所助手. 同講師, 九工大・情工助教を経て, 2004 年より広島大学大学院工学研究科教授. 学習工学に関する研究に従事. 工学博士.



岩井 健吾

2016 広島工業大学情報学部卒. 同年より, 広島大学大学院工学研究科博士前期課程在学.



合田 将治

2012 広島大学第二類情報工学課程卒業, 2014 広島大学大学院工学研究科情報工学専攻修了. 現在, 株式会社オージス総研に勤務. 在学中, 知的学習支援システムに関する研究に従事.