

# 割合分数を具象化する分数ブロックの提案と学習支援システムの設計・開発及び試験的利用

城谷 昭充<sup>†a)</sup>      前田 一誠<sup>††</sup>      平嶋 宗<sup>†</sup>

Proposal of Fraction Block as Reification of Ratio Fraction, Development of Learning Environment and Practical Use in an Elementary School

Akimitsu JOYA<sup>†a)</sup>, Kazushige MAEDA<sup>††</sup>, and Tsukasa HIRASHIMA<sup>†</sup>

あらまし 本論文では割合を意味する分数を具象化するものとして分数ブロックモデルを提案する。分数ブロックは分子ブロックと分母ブロックの組で表され、その比率を保ったまま伸縮させることができる。量の具象物であるテープに分数ブロックを合わせることで関係する長さの別のテープを取り出すことができる。これは分数の乗除算であり、割合分数の演算を具体的な操作として行うことができる。また、本研究では分数ブロックを実際に操作することのできる学習支援システムを小学校教諭と共同で設計・開発しており、割合を意味する分数としての妥当性を小学校での実践的利用により検証したのでそのことについても報告する。

キーワード 分数ブロック, 可操作モデル, 割合分数, 割合の可視化, 分数の乗除算

## 1. ま え が き

ある程度複雑な対象を理解しようとしたときに、その対象の特徴を具体的に捉えることのできるモデル化を行うことは学習者の直感的かつ構成的な学習を促進する有効な手段であるとされている [1]。ババートが開発した LOGO は学習者が操作可能なコンピュータ言語であり、コンピュータ上で学習者が数学の演算を直接行い、その結果を視覚的に確認でき、試行錯誤することのできる学習環境を構築したものであり、このような手段の具体化の最も初期の一例とされている。著者らも同様の考えに基づき、学習対象のモデル化・構造化、その構造の可視化、そしてその構造の操作可能化・インタラクティブ化、を試みた研究をこれまでにやってきている [2], [3]。本研究は同様のアプローチに基づいて、分数の理解を目的とした分数のモデル化と

そのモデルに基づいたインタラクティブな操作環境の設計・開発に関するものである [4], [5]。

分数教育の難しさは世界共通のものであるとされており、例えば、アメリカの 8 年生を対象として行われた三つの分数を小さい順または大きい順に並び替える問題の正答率は 50%であったと報告されている [6]。日本でも同様に分数は算数教育における最も理解が困難なものの一つとされており、分数概念を理解することは算数教育上の課題の一つとなっている。分数の計算を形式的に行うことができてもなぜそのような計算をするのか説明できない児童が少なからずいることが指摘されている [7], [8]。6 年生を対象とした平成 22 年度全国学力・学習状況調査においても意味の理解に関する問題「2ℓのジュースを 3 等分すると、一つ分の量は何ℓですか。答えを分数で書きましょう。」の正答率は 40.6%と過半数の児童が正しく解けていない。

分数の正しい理解がどうあるべきかについては様々な議論・研究がいまだに行われており、決着を見てはいないが [9]~[12]、割合と量の混同が分数の理解が困難な原因となっていることはしばしば指摘されている [7], [9], [11], [13], [14]。このような混同が起こる大きな要因の一つが、教科書等における具体的な説明においては、分割操作の説明が量を伴ったものとなって

<sup>†</sup> 広島大学大学院工学研究科, 東広島市  
Department of Information Engineering, Hiroshima University, 1-4-1 Kagamiyama, Higashihiroshima-shi, 789-8527 Japan

<sup>††</sup> 広島大学附属小学校, 広島市  
Attached Elementary School of Hiroshima University, 1-1-1 Midori, Naka-ku, Hiroshima-shi, 724-0005 Japan

a) E-mail: joya@lel.hiroshima-u.ac.jp

しまっていることがあげられる。この混同を解消するためには分数を割合として量から分離して操作可能な対象とすることが一つの有効な手段となるのではないかと、本研究の着想である。本論文の範囲においては、(1) 割合を意味する分数を量から分離して具象化するものとして分数ブロックモデルを提案し、(2) このモデルを用いて割合の分数を直接操作しフィードバックを受けることができる学習環境を小学校算数専科教諭（共著者の一人、利用クラスの算数担当教諭）と共同で設計・開発し、更に、(3) 授業における実践的な利用を通して分数ブロックが児童にとって利用可能なものであることの確認をしたことについて報告する。

実践的利用にあたっては、まず、担当教諭による確認を行い、そのうえで、分数が既習である6年生に利用してもらった。分数ブロックは新規なものであるため、分数の初学者に導入的に利用することはリスクが高いが、(i) 既にある程度分数についての理解が進んでいる6年生であれば問題ないであろう、(ii) 既習事項の確認・理解を深めることに効果が見込めるであろう、との担当教諭の判断とともに、(iii) 分数理解がある程度進んでいる児童が特に支障なく使うことができたとすれば、児童の分数の理解に沿ったモデルになっていることが確認できたことになる、と考えたからである。分数ブロックモデルの学習効果の検証、そして、分数学習の導入のための利用とその効果の検証、といったことは、今後の課題であり、本論文の範囲を超えるものと位置付けている。

## 2. 分数の教授法とその問題点

分数は多様な意味をもっているとされており、その区別をする必要があることを多くの研究者が指摘しているが、その意味整理については十分な合意が得られているとは言えない。例えば、石田は分数には六つの意味、分割分数、操作分数、割合分数、量分数、商分数、数としての分数があると述べている [9]。また、岡本は分数の意味は量と比（倍）があり、分割分数と商分数は量の意味として、割合分数と操作分数は比の意味として考えることができると述べている [10]。このように分数の意味についての合意は未だ得られていないとは言えないものの、量としての意味と割合としての意味が重要であることと、この二つの意味が混同しやすく、これが分数理解の妨げになっていることは広く認識されていることである。その典型的な誤りとして「2m のテープの  $\frac{1}{3}$  は何 m か？」という問題に

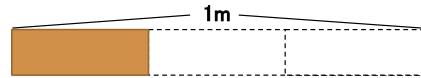


図1 テープ図  
Fig. 1 Tape diagram.

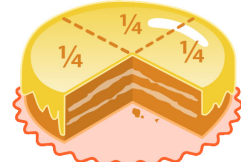


図2 ケーキの分割図 [18]  
Fig. 2 Cake quarters [18].

「 $\frac{1}{3}m$ 」と答える事例がある。この問題では量を問われているにもかかわらず、量としての  $\frac{2}{3}m$  ではなく、割合としての1本のテープの  $\frac{1}{3}$  を答えているものと解釈されており、割合と量が混同されている典型例とされている。この誤答は、テープ図（図1）などを用いて  $1m$  の  $\frac{1}{3}$  と  $2m$  の  $\frac{1}{3}$  の長さが一致しないことを直接的に示しても容易には解消されることが報告されており [7], [11], [13], [15], この解決が分数教育の重要課題とされている。

著者らは、このような混同が発生するのは、分数の導入時の説明が割合と量が混在した形で行われることが大きな原因ではないかと考えている。例えば、図2（ケーキの分割図）は  $\frac{1}{4}$  を説明するために用いられる典型的な図的表現となる。このような表現は児童が分数を学ぶ以前にもっている分割操作を伴う割合の概念と近いため [16], [17], 受け入れられやすいとされているが、この図においては割合としての意味と量としての意味が両方とも含まれてしまっており、分離は困難である。この図的表現を用いて割合としての意味を表そうとすると、大きさの違うケーキを並べて同様に  $\frac{1}{4}$  に分割することが考えられるが、この場合においてもそれぞれの  $\frac{1}{4}$  は量を伴ったものとなっている。また、この割合は本来量から量を取り出すために用いられるものであるが、このような図的表現において割合を量から量を取り出すために用いてみるという具体的な活動を児童が行うことはできない。

そこで本研究では、分数の割合としての意味のみを表し、かつ、割合として量から量を導く操作を可能とするツールを作ることができれば有用性を期待できると考え、次章で述べる分数ブロック（図3）を提案している。分数ブロックは、分子ブロックと分母ブロック

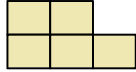


図3 分数ブロック (2/3)  
Fig. 3 Fraction block (2/3).



図4 テープ  
Fig. 4 Tape.

から構成され、分子ブロック及び分母ブロックは同じ大きさの単位ブロックの分子数及び分母数の組として表される。単位ブロックは水平方向に伸縮することができ、分数ブロックとしても分子ブロックと分母ブロックの水平方向の長さの比率を保ったまま伸縮することができ、この比率を保った伸縮によって、この分数が量ではなく割合であることを表現することができる。そして、量を表すテープ表現 (図4) と合わせることで、新しい量を取り出す操作を行うことができる。これにより、割合としての可視性と量から量を取り出す操作可能性をもつといえ、分数の割合としての意味の具象化としての要件を満たしていると考えられている。分数ブロックの詳細については次章で述べる。

割合と量の混同を解消する試みとしては、割合と量を区別しないと不都合が起こる場面を用意し、その解決方法について考えさせる方法が長谷川によって提案されている。具体的には、長さの違うテープを児童に配って  $1/2m$  の長さを作らせ、回収したテープの長さが異なることを議論させている。つまり、多くの児童が配られたテープを  $1/2$  (等分) にすることで  $1/2m$  を作ろうとするが、作ったものが一致しないことから、割合と量の意味の違いを理解させようとしたものである。この方法は三つのクラスで実践された結果、二つのクラスではテープをまず  $1m$  にすることが必要であることに合意できたと報告されているが [13]、割合と量を分離した理解が形成されたかについては詳しい分析は報告されていない。また、分数の表現自体は割合と量を分離できたものになっておらず、また、児童が行える割合としての操作も2分割に限られており、十分であったとはいえない。遠山らは互除法を用いることでそもそも割合としての意味を排除して量のみの意味で分数を導入することができると主張しており [19]、分数の理解に効果的であったとする実践事例もあるが [7]、測る物と測られる物を交換するという互除法の発想は児童にとって難しく、実際に小学校で用いるのは難しいとされている [9], [20]。割合としての意味を

排除して分数を教えようという互除法以外の試みとしては、長谷川が数直線を用いた導入を提案している。数直線を用いて抽象的に示した方が割合としての意味を想起しにくく数値として捉えやすくなるため、量としての分数の理解を促すという主張である。この方法での実践事例では数直線を用いた問題では正答率が増加したが、テープや液量の図を用いた問題では割合としての意味に基づいた解答が多く、量として分数を理解させるという目的に対しては不十分な結果であったとされている [15]。

本研究で提案している分数ブロックは、割合と量の分離、及び割合としての操作可能性、という意味で従来の試みと違っているといえるが、その効果については、現時点では必ずしも他の方法と比較した優位性が示されているわけではない。しかしながら、割合としての操作可能性により、児童が様々な割合を用いた操作を試すことができるとともに、分数を用いた演算操作に一貫した説明が可能になる点で、発展を期待できると著者らは考えている。

### 3. 分数ブロックモデル

分数ブロック (図3) は割合の分数を具象化するものであり、本章では分数ブロックが割合の分数としての性質をもっていることを具体例を用いて説明する。また、本モデルでは量はテープ (図4) を用いて表す。

#### 3.1 分数の表記

分数は分母と分子の2数を縦に並べた形で表記される。分数ブロックも同様の形で表現され、二つの横並びのブロックの集合を縦に並べた形で構成される。下の横並びのブロックの数は分母数を表しており、分母ブロックと呼ぶ。上の横並びのブロックの数は分子数を表しており、分子ブロックと呼ぶ。図3では上の二つのブロックが分子数2を表す分子ブロックであり、下の三つのブロックが分母数3を表す分母ブロックである。

#### 3.2 割合の性質

分数ブロックは基準を変える操作を分子ブロックと分母ブロックの比率を保ったまま水平に伸縮することで表している (図5)。基準を任意に決めることができることは割合の最も重要な性質の一つであり、割合と量を明確に区別する要素である。量は割合と同様に基準との比によって大きさを表しているが、基準とする量は単位として定義されている。

分数の直感的な理解では、分母は「何個に分けた」

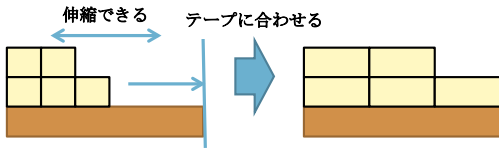


図 5 伸縮させて基準を変える  
Fig. 5 Expandable to fit a tape.

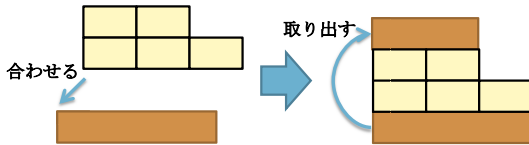


図 6 量から量を取り出す  
Fig. 6 Related tape is derived from fraction block.

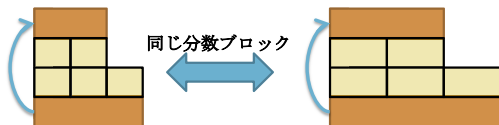


図 7 かけ算 ( $\times 2/3$ )  
Fig. 7 Multiplication ( $\times 2/3$ ).

の意味であり、分子は「その何個分」の意味である。分母ブロックを伸縮させてテープに合わせることで、何個に分けた何個分の長さのテープを取り出すことができる (図 6)。これは「量から量を取り出す」、あるいは「量と量の関係を表す」という割合の性質である。また、量を意味するテープと割合を意味する分数ブロックは視覚的・操作的に区別されており、同じ  $1/2$  の分数ブロックを用いてもテープの長さが異なると取り出したテープの長さが異なることを体験的に確認することができる。

### 3.3 乗除算

割合を用いて量から量を取り出す演算はかけ算とわり算の 2 種類が存在する。これらを分数ブロックを用いることで具体的な操作として行うことができる。かけ算はある量を基準量と考え、それを分母数で分けて分子数の大きさを取り出す操作である。分母数で分けるのでテープに合わせるのは分母ブロックであり、その長さを伸縮させてテープの長さに合わせ、分子ブロックの長さのテープを取り出す操作となる (図 7)。

一方、わり算は取り出したい量を基準量と考える演算であり、かけ算の逆となっている。分数ブロックを合わせる対象のテープは基準量を分母数で分けた分子数の長さとなっている。したがって、分子ブロックをテープに合わせて分母ブロックの長さのテープを取り



図 8 わり算 ( $\div 3/2$ )  
Fig. 8 Division ( $\div 3/2$ ).

出すことで、分母数で分けて分子数個集められたものと長さのテープを取り出すことができる (図 8)。

## 4. 学習支援システム

本研究では分数ブロックモデルに基づいた学習支援システムを共著者の小学校教諭と共同で設計し、タブレット上に実装した。このシステムでは、分数ブロックを実際に用いて量から量を取り出す操作を行い、この操作を通して分数の割合としての意味を把握させようとするものである。具体的な課題としては、(1) 分数ブロックを用いて量から量を取り出す一連の作業をシステムから児童に提示し、児童がその作業に合致する計算式を選ぶ、及び (1) の逆の課題として、(2) 提示された計算式に対応する量から量を取り出し作業を分数ブロックを用いて行う、の二つである。これらの課題では、割合としての分数を用いて量から量を導く作業を「計算式」及び「分数ブロック」で表現し、相互に変換することになるので、本論文では表現変換演習と呼んでいる。システムはこれらの課題に対する解答の正誤を判定できる能力をもっており、間違いが検出された場合にはその指摘を行う。

以下本章では、まず分数ブロックの操作環境について説明し、その操作環境において学習者が遂行する課題について述べる。更に、システムが行える診断とフィードバック、及びシステム構成についても述べる。

### 4.1 分数ブロックの操作環境で用いる道具

分数ブロックの操作環境を図 9 に沿って説明する。この操作環境はタブレット上に構築されており、この操作環境を構成する各道具は画面に表示されているものを直接的にタッチ&ドラッグで操作可能となっており、キーボードによる入力には必要としない。

#### 4.1.1 分数ブロック (図 9 の①)

分数の割合を具象化したものであり、ドラッグして移動させることができる。分数ブロックをテープの左端に揃えることでテープにセットすることができ、伸縮させて右端を合わせることで関係する長さのテープを取り出すことができる。



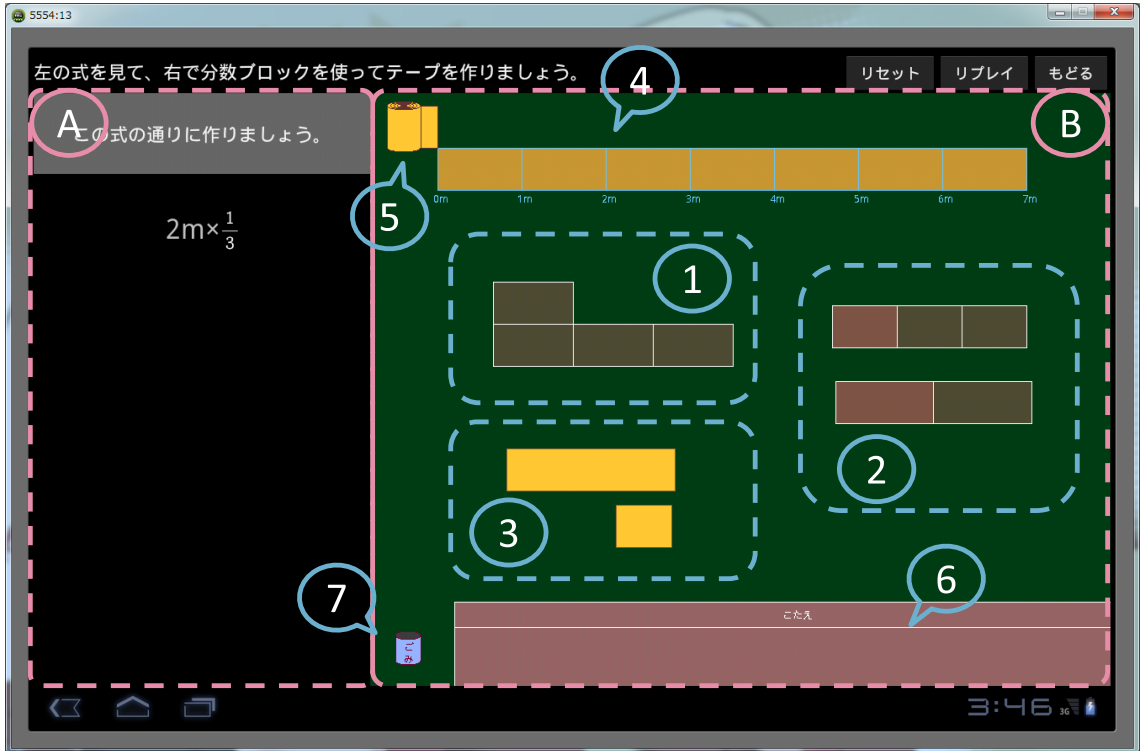


図9 システムの画面  
Fig.9 An example of screen.

#### 4.1.2 整数ブロック (図9の②)

整数の割合を具象化したものであり、1段の横並びのブロックの形をしている。分数ブロックと同様に伸縮の操作ができるようになっている。整数ブロックでは、左端のブロック一つが分母ブロックの役割をしており、全体が分子ブロックの役割をしている。このため、左端のブロック一つに合わせるとかけ算として、整数ブロック全体の長さのテープが取り出せる。一方、全部に合わせるとわり算の操作を行うことができ、ブロック一つ分の長さを取り出せることになる。

この整数ブロックは、整数のかけ算、わり算もこの環境で行わせることで、分数のかけ算、わり算との違いを認識させることが必要との担当教諭の要望に沿って導入されたものとなっている（なお、整数ブロックも本システムの重要な構成要素であり、分数ブロックの操作環境と不可分であるため、システムにおいて分数ブロックを操作すると述べる場合には、整数ブロックの操作が含まれている場合がある）。

#### 4.1.3 テープ (図9の③)

量（長さ）を具象化したものであり、ドラッグする

ことで移動させることができる。分数ブロック、整数ブロック及びロールテープから取り出すことができ、長さは分数ものさしで測ることができる。

#### 4.1.4 分数ものさし (図9の④)

画面上部に配置されており、1m 間隔の目盛りがついている。テープを左端に合わせるとその長さを分数で表示する機能を備えており、テープの長さを分数で確認することができる。

#### 4.1.5 ロールテープ (図9の⑤)

分数ものさしの左に配置されており、右端をドラッグして右方向にスライドさせ、分数ものさしの目盛りに合わせて整数の長さのテープを取り出すことができる。

#### 4.1.6 答えエリア (図9の⑥)

画面下方に配置されており、作り出したテープをそのエリアに入れることで一連の作業が終了したことになり、診断・フィードバックが行われる。

#### 4.1.7 ゴミ箱 (図9の⑦)

答えエリアの左に配置されており、不必要だと思つたテープを上に乗せることで消去することができる。

$$\left\{ \begin{array}{ll} \spadesuit 2m \times \frac{1}{3} & \clubsuit 1m \times \frac{1}{3} \times 2 \\ \heartsuit 2m \div 3 & \diamondsuit 1m \div 3 \times 2 \end{array} \right\}$$

図 10 四つの計算式の例 (2/3m)  
Fig. 10 A set of four formulas (2/3m).

学習者は試行錯誤的に分数ブロック、整数ブロックを使って種々の長さのテープを作ることができるため、この機能が必要となる。

## 4.2 表現変換演習

本操作環境で児童が行う表現変換演習について具体的に述べる。この演習で扱う計算式表現は、図 9 左側の A と記された領域に表示される。分数ブロックを操作する領域が、図 9 右の B の領域である。

今回の演習においては、4 種類の計算式表現とそれらに応じた 4 種類の分数ブロック若しくは整数ブロックの操作が用意されており、それらの相互変換が児童の行う課題となる。4 種類の計算式表現の例を図 10 に示した。四つの計算式は全て同じ長さであるが、分数ブロックまたは整数ブロックを用いた操作手続きが異なっている。(♠) に対する操作は、まず  $2m$  のテープを取り出し、そのテープから分数ブロックを用いて  $1/3$  を掛ける操作を行って答えとなるテープを取り出す。(♡) の場合、 $2m$  のテープを取り出した後、整数ブロックを用いて割り算の操作を行う。(♣) の場合、 $1m$  のテープに分数ブロックのかけ算を行って取り出したテープに、更に整数ブロックでかけ算を行う操作が対応する。(◇) では、 $1m$  のテープに整数ブロックのわり算を行って取り出したテープに、更に整数ブロックを用いたかけ算を行うことになる。この計算式表現と分数ブロック (及び整数ブロック) を用いた操作の対応づけが本演習で行う課題となる。

一つ目の演習は分数ブロック表現から計算式表現への変換を行うものである。まずシステムは分数ブロックまたは整数ブロックを用いてテープを作るアニメーションを見せる。このアニメーションは四つの計算式の内の一つと同じ演算手続きで作られている。学習者には四つの計算式が提示され、その内の一つを選択して答える。二つ目の演習ではシステムは一つの計算式を提示する。学習者は提示された計算式と同じ手続きで分数ブロックまたは整数ブロックを操作してテープを作ることが求められる。

これらの演習では、ある一つの課題における全ての

計算式表現に対する結果となるテープの長さは同じとなっている。これは、計算及び操作のプロセスに焦点を当てるためのものである。このため、分数ブロックの操作に当たっては、その途中プロセスの取得・診断が不可欠となるが、これについては次節において述べる。

## 4.3 診断とフィードバック

### 4.3.1 計算式表現選択

計算式表現を選択する場合は、提示される四つの式から一つを選ぶことになる。正しいものが選ばれている場合には、単に正答と表示する。誤答の場合は誤りの種類を判定する。本演習の設定においては、「最初に取り出すテープの長さ」及び「かけ算若しくはわり算」の二つの項目で誤りが判断できる。したがって、誤答の場合も、それぞれについて、最初のテープの長さが違う、若しくは演算 (かけ算若しくはわり算) が異なっていることを指摘する。

### 4.3.2 分数ブロック操作

分数ブロック操作の過程では、児童はテープに分数ブロックまたは整数ブロックを用いて別の長さのテープを取り出す。システムはテープに対してその作成履歴を記録しているため、学習者があるテープを答えエリアに入れた時点で、そのテープの作成履歴を診断し、その作成履歴に対応する計算式表現を求め、課題となっている計算式表現と一致するかどうかを判定する。一致しない場合は間違いとなるが、長さに関しては正しい場合には、計算式表現が一致しないこと、学習者が行った分数ブロックの操作に対応する計算式表現、を提示する。長さも正しくない場合には長さに関する誤りがあることを加えて提示する。

## 4.4 システムの構成

本システムは無線アクセスポイント 2 台、DHCP サーバ、ルータ、Web サーバ、DB サーバ及びタブレットで実装・運用した。Web サーバと DB サーバはノート PC 上で稼働させている。Web サーバは Apache 2.0 を用いてデータ収集用のアプリケーションを PHP でコーディングし、DB サーバには MySQL 5.4 を用いた。タブレットは 10 インチのものを 1 人 1 台利用し、OS は Android 3.2 であり、Java でコーディングした。

DB サーバには、児童が課題に取り組んだときにその課題 ID と時刻が記録され、解答をしたときに正誤、解答の計算式、及び時刻が記録される。これらのデータを分析することで児童の正答率や取り組んだ時間を

調べることができる。また、計算式から分数ブロックの表現変換演習では、児童が分数ブロックをどのように操作したのかを児童が作成したテープを追跡することで記録している。記録するデータとしては、テープの長さ、テープが作成された時刻、テープを作るために使われた分数ブロック、及びテープを作るために使われたテープとその作成時刻である。テープは作成時刻により一意に決まるため、逆順で最初にロールテープから取り出されたテープまでの作成履歴を追跡可能である。これらのデータにより解答されたテープの正誤を判定可能であり、計算式として誤りをフィードバック可能である。

## 5. 実践的利用

### 5.1 目的

小学校6年生76名(2クラス)を対象として実践的な利用を行った。対象とする児童は分数に関して全て既習であり、加えて、後述のプレテストの結果より分数の意味についてよく理解できている児童であると考えられる。このような児童が分数ブロックを用いた演算を分数の演算と同等のものであると認識し、違和感なく実行できるようであれば、分数の割合の意味を表す具象化として分数ブロックが妥当なものとして判断できようと考えた。今回の実践ではこのことを、システムログ、アンケート、プレテスト及びポストテストを用いて確認した。なお、本研究としての最終目的は、分数ブロックを用いることによる分数理解に関する学習効果を示すことであり、本論文で述べる実践的利用はその予備的な段階であると位置づけることができる。予備的ではあるものの、新規な分数表現が小学生に違和感なく受け入れられることが示せれば、分数ブロックの可能性が示せたことになり、十分意義があると判断している。

### 5.2 実施手順

システムを利用する2日前にプレテストを担当教諭が実施した。システム利用は算数の授業を1時間使っで行い、まず著者の内1名がシステムの操作に関する説明を5分間行い、その後学習者にタブレットを用いてシステムを30分間利用してもらった。その後、担当教諭がポストテストとアンケートを約5分間で実施した。

タブレット利用はチュートリアル、分数ブロックから計算式への変換演習、計算式から分数ブロックへの変換演習の順番で逐次進めるよう学習者に指示した。

チュートリアルはシステム上での分数の乗除算と整数の乗除算の操作を練習するためにシステムに用意されたものであり、まず、計算式に沿った分数ブロックの操作がアニメーションで提示される。その後、児童が同じ操作を行うようになっている。このチュートリアルは個別に利用してもらったが、平均4分間の利用であった。二つの演習はそれぞれ13問ずつ用意し、計算式表現を選択する課題を先に行うように指示した。これらの演習の設計は、対象児童の理解レベル、そして児童が初めて利用するソフトウェアであることを考慮して担当教諭が設定したものである。また、全てやり終えた児童には好きな演習を選んで繰り返しやるように指示した。

これらの活動はシステムログとしてサーバに逐次記録していった。システムログを分析することで児童が実際にシステムを用いて演習を行うことができたかを客観的に分析することができると考えた。

アンケートは6件法を用いて二つの質問をした。左から順に1から6までの目盛りがついた数直線を用意し、その左側に「はい」、右側に「いいえ」を記述した。児童には目盛りのいずれかに丸をつけて回答するように指示した。一つ目の質問では「この分数ブロックというソフトの使い方がわかりましたか?」という操作可能性に関する質問であり、学習者が主観的に分数ブロックを用いた演習活動を行えたかと判断しているかどうかを確認するためのものである。二つ目は「分数ブロックを用いた操作が分数を用いた計算になっていると思いませんか?」という分数ブロックとその操作が児童の分数理解と親和性のあるものであることを確認する質問である。児童は後述のプレテストの結果より分数の意味についてよく理解できていることが確認できており、もし彼らの分数理解と分数ブロックが遠いものであれば彼らは違和感を覚えるはずであり、この質問に対して同意しないと考えられる。この質問に対して肯定的な意見が得られることは分数ブロックが児童の分数理解と親和性のあることを示唆することになると考えて実施した。

プレテストは、2mの $\frac{1}{3}$ を図で示しその長さを選択する問題(図11)を解いてもらった。これは全国学力・学習状況調査において正答率40.6%の問題をテープ図で提示したものである。これは児童の分数理解を確認するために行ったものであるが、結果として正答率87.8%であり、分数理解が進んでいる児童群であることを確認できた。同時に、一部にこの問題がで

次の図で、    の部分は何mですか？

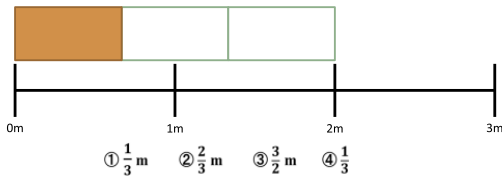


図 11 プレテストとポストテスト  
Fig. 11 Pre-test and post-test.

きない児童が存在することも確認できた。ポストテストは同じ問題を用いて行ったが、ポストテストの主な目的は、既にこの問題ができていた児童が分数ブロックの利用によって混乱していないことを確かめるためである。ただし、若干名いたこの問題が解けない児童に効果があることも期待できると考えた。なお、この1問のみとした主な理由は時間的制約であるが、この問題が典型的であることがよく知られているにもかかわらず、いまだに克服する有効な手段が見つからないとされていることも理由として挙げられる。例えば、長谷川が行った実践では、液量図で提示した問題の正答率が40.0%、テープ図で提示した問題の正答率が31.4%であり[15]、文章や単位の違いを変えた場合においても同様に難しいことが知られている。このように安定した結果の出ている問題であることから、1問のみでも意義があると考え、この問題を選択し実施した。

### 5.3 結 果

システムログにより実際に分数ブロックを用いたシステム上の演習を行えたかを、アンケートにより児童の主観を、プレテストとポストテストによりシステムが児童に与えた影響を評価する。

システムログを分析したところ、チュートリアルにかかった時間は平均で4分程度であった。分数ブロックから計算式への変換演習は76名中75名、計算式から分数ブロックへの変換演習は74名が全問を解くことができた。全問解けなかった児童の内の1名は両方の演習を全問解けておらず、システムログによるとチュートリアルで13分以上の時間がかかっている。事後の聞き取りで、チュートリアルの文章に誤解を招く表現があり、そのために進捗が遅れたことが確認できたので、システムログの分析から除外し、75名のシステムログの結果をまとめたものを表1に示す。

各演習の平均正答数は、分数ブロックから計算式への変換演習が30.71問、計算式から分数ブロックへ

表 1 システムログの分析  
Table 1 Analysis of system log.

	ブロック→式	式→ブロック
解答数	41.00	26.87
正答数	30.71	24.55
平均解答数	1.36	1.13
テープ作成数	---	45.79

表 2 アンケートの結果  
Table 2 Results of questionnaire.

水準	1	2	3	4	5	6
質問 1	71	0	1	1	2	0
質問 2	57	13	1	0	3	1

変換演習が24.55問であった。また、各演習における1問当たりの平均解答数は、分数ブロックから計算式への変換演習が1.36回、計算式から分数ブロックへの変換演習が1.13回であった。正解した場合の解答数は1となるため、児童は何が正しい答えになるかを理解した上で演習に取り組んでいたといえる。また、各演習において用意した問題数は13問であり、この平均正答数は多くの児童が2回目の演習に取り組んだことを示唆する。この問題数は担当教諭が1時限で扱うには十分な数であると判断して設定したものであるが、想定に近い問題数を児童が解いたことになる。一般的な授業において1時限の間児童に演習を継続的に行わせるのは簡単なことではなく、今回の実践対象となった二つのクラスにおいてもこのことは同様である。したがって、これらのことは、児童が分数ブロックを用いるこれらの演習に熱心に取り組んでいたことを示している。新規なもの利用という点での動機づけもありうるが、児童の理解に外れたものであれば、単にそれだけでは十分な利用が行われまいといえる。また、分数であるとの説明を行ったうえでの導入であり、もし児童の分数についての理解と大きく外れるようなものであれば、このような活発な利用は見られないと思われる。

アンケートの結果を表2に示す。アンケートを回収できたのは75名であり、数値が低いほどより強く同意していることを意味する。ほとんどの児童が分数ブロックを操作できたと感じていたことが確認できた。二つ目の割合分数としての妥当性に関する質問についても、ほとんどの児童が分数ブロックを用いた操作が



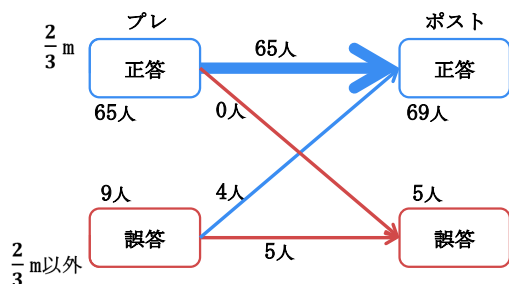


図 12 プレテストとポストテストでの変化  
Fig. 12 Transition of pre-test and post-test.

分数を用いた計算になっていると認識していたことが確認できた。

プレテストとポストテストの結果を図 12 に示す。プレテストとポストテストの両方を受けた児童は 74 名であり、プレテストの正答者は 65 名、誤答者は 9 名であった。全ての正答者がポストテストでも正答した。このことから、分数ブロックを用いることによる悪影響は確認できなかった。一方、誤答者は 9 名中 4 名がポストテストで正答し、5 名が同じ誤答をした。プレテストでの誤答者 9 名は普段の算数の成績下位者であることが確認できており、このうち 4 名が正答に変化したことは、分数ブロックの学習上の有効性を示唆していると考えている。なお、本利用の段階では、誤り修正への効果を確認するには至っていないと位置づけている。

## 6. む す び

これまでは量と分離した割合の表現は存在せず、割合を教えるときには常に量が存在していた。本研究で提案した分数ブロックの新規性は、(1) 割合を量と分離して表現し、(2) 児童による操作を可能にし、更に(3) 児童の操作結果に対するフィードバックがあるようにした、ことである。

本研究では分数ブロックの提案だけでなく、タブレット上で動作する学習支援システムを設計・開発し、分数が既習である児童を対象として実践授業を実施した。児童の操作ログ、アンケート、及びプレテスト・ポストテストを実施・分析し、本分数ブロックモデル及びそれに基づくシステムが児童の分数理解と親和性があり、児童を混乱させることがないことが示された。また、誤りの修正にも役立つ可能性があることも示唆された。本論文の範囲はここまでであり、本研究としての目的となっている、割合と量の分離による分数理解

の向上については、直接的な証拠が得られていない。また、どの学年にどのように用いることで分数ブロックが効果をもち得るのかについても、現時点では検討できていないと言える。

しかしながら、本論文の結果を得たことで、今後分数ブロックが利用可能なツールであることが確認できたことは、今後より具体的に分数教育の中に分数ブロックを用いていくことが可能になったと言えるため、本研究を進めるうえで大きな意義があったと考えている。また、分数ブロックは、単なる導入の例として用いられているのではなく、分数の四則演算を一貫して説明できるモデルになっており、今回の実践利用においても乗除を組み合わせた式と対応づけて用いられている。したがって、分数の四則演算の学習においても十分に活用可能であることが示唆されており、この面での発展も検討していくことが重要であると考えている。

## 文 献

- [1] S. Papert, Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas, Basic Books (奥村喜世子 (訳), “マインドストーム—子供、コンピューター、そして強力なアイデア,” 未来社, 1982).
- [2] 平嶋 宗, “学習課題の内容分析とそれに基づく学習支援システムの設計・開発: 算数を事例として,” 教育システム情報学会誌, vol.30, no.1, pp.2-19, 2013.
- [3] T. Hirashima, K. Yamasaki, H. Fukuda, and H. Funaoi, “Kit-build concept map for automatic diagnosis,” Proc. AIED2011 (Lecture Notes in Computer Science, 6738), pp.466-468, 2011.
- [4] 城谷昭充, 前田一誠, 平嶋 宗, “割合分数を具象化する分数ブロックモデルの提案と学習支援システムの設計・開発,” 人工知能学会研究会資料 SIG-ALST, vol.66, pp.59-64, 2012.
- [5] 城谷昭充, 前田一誠, 平嶋 宗, “割合分数を具象化する分数ブロックモデルの提案とインタラクティブツールの開発,” 全国数学教育学会研究発表会, vol.37, 2013.
- [6] L. Fazio and R. Siegler, Educational Practices Series-22: Teaching Fractions, Geneva, IBE, 2011.
- [7] 駒林邦夫, 狩原尚義, “カリキュラム開発・研究「分数の生いたち」,” 岩手大学教育学部附属教育学センター教育工学研究, vol.12, pp.1-16, 1990.
- [8] 内藤寛之, 円福寺恭司, 渡辺信博, 村山 靖, 池田敏和, 浜 泰一, 保坂 正, 樋口禎一, “分数の概念の指導,” 横浜国立大学教育紀要, vol.30, pp.137-145, 1990.
- [9] 石田忠男, “分数・小数の意味理解はなぜ難しいか 教育科学,” 算数教育, vol.327, pp.21-27, 明治図書, 1985.
- [10] 岡本光功, “よくわからない分数の話 その多様な意味をどう整理して関連づけなければならないのだろうか,” 算数教育, vol.327, pp.12-20, 明治図書, 1985.
- [11] 銀林 浩, 子供はどこでつまづくか, 国土社, 1994.

- [12] 志水 廣, 出馬栄美, “小・中学校における分数の意味の拡張に関する研究,” 愛知教育大学研究報告, vol.52 (教育科学編), pp.183-189, 2003.
- [13] 長谷川順一, “量分数概念の確立を目標とした授業事例とその評価,” 全国数学教育学会誌, vol.3, pp.107-115, 1997.
- [14] 黒崎東洋郎, 圓井大介, “量としての分数から数としての分数への移行を図る分数指導の研究,” 岡山大学教師教育開発センター紀要, vol.1, pp.37-46, 2011.
- [15] 長谷川順一, “量分数概念の理解における数直線モデルの効果,” 日本教育方法学会紀要, vol.25, pp.39-46, 1999.
- [16] 吉田 甫, 学力低下をどう克服するか 子供の目線から考える, 新曜社, 2003.
- [17] 東海算数数学サークル, 子どもはなぜ分数につまずくのか?, 三恵社, 2008.
- [18] R.S. Shaw, “Cake quarters,”  
<http://en.wikipedia.org/wiki/File:Cake-quarters.svg>
- [19] 遠山 啓, 落ちこぼしをつくらぬ算数の授業 2 量の授業, 国土社, 1977.
- [20] 田中佳江, “分数の意味の実感的な理解を図る指導,” 新潟大学教育学部数学教室数学教育研究, vol.44, no.2, pp.44-49, 2009.  
(平成 25 年 10 月 31 日受付, 26 年 3 月 24 日再受付)



城谷 昭充

2011 広工大・情報卒, 2013 広島大学大学院工学研究科情報工学専攻博士課程前期了。現在, 同大学院博士課程後期在学中。抽象概念の可視化・操作可能化による学習支援, 特に分数を具象化することによる体験的な学習に関する研究に従事。



前田 一誠

2004 福岡教育大学大学院教育学研究科了, 福岡県の公立小学校教諭を 13 年間務める。現在, 広島大学附属小学校勤務, LINK 授業づくり研究会(学校教育研究所)を立ち上げ, 理事として活動中。



平嶋 宗 (正員)

1986 阪大・工・応用物理卒, 1991 同大学院博士課程了, 同年同大産業科学研究所助手。同講師, 九州工業大学・情報工学部助教授を経て, 2004 より広島大学大学院工学研究科教授。人間を系に含んだ計算機システムの高度化に関する研究に従事。

工博。