

# 日本史教育における世界史的視野に関する基礎的研究

——新学習指導要領と日本史A——

大江 和彦

現代の日本社会において、世界の動きを視野に入れずに、環境問題・貿易問題・政治問題などを考えることはできない。言い換えれば、現代日本のあらゆる社会問題は、世界の動きに密接に関連しているということになる。地球の裏側の出来事が一瞬のうちに情報として私たちの目に触れ、耳に入るという現代情報化社会の中で、1つの事象を多角的に、しかも正確に分析・追求できる能力と態度を身につけなければならない。その意味において、現代社会に生きる公民を育成する目的を持つ社会科の重要性は大きく、そして課題も多い。歴史教育、特に日本史教育において、複雑な現代社会の諸問題を多角的に鋭くとらえる能力を育成する際に必要となる比較・グローバルな視点が「世界史的視野」であると考えている。今回は、この「世界史的視野」の定義を通じて、授業実践例を提示する。

## 1. はじめに

新学習指導要領地理歴史科日本史Aの目標には、

「我が国の歴史の展開を、世界史的視野に立って理解させ、特に近代社会の成立と発展の過程を我が国を取り巻く国際環境などに関連付けて考察させることによって、歴史的思考力を培い、国民としての自覚と国際社会に生きる日本人としての資質を養う。」<sup>(1)</sup>

とある。

日本史学習の目的を、現在のさまざまな社会的事象を正しく理解し、その解決への方途を探るためと考えるならば、「世界の中の日本の歴史」を学ぶ意義は非常に深いと考えざるをえない。その意味において、近・現代の日本の歴史の展開を上にあるような目標で実際に学ぶことができ、上のような資質を養うことができれば、理想的である。しかし、学習指導要領の内容をいかに授業レベルで再現するかは、年間学習計画・単元・小単元を構成し、1時間1時間の授業を実際に行う立場である教師には大きな問題である。具体的な授業の内容とそれを実施する方法については、学習指導要領に記載されている「内容とその取扱い」や、「指導計画の作成と指導上の配慮事項」を参考にする場合もあるが、今回の発表では、内容と方法の両観点を再考した、日本史Aの授業実践例を提示したい。

## 2. 日本史Aにおける「世界史的視野」

今回の学習指導要領改訂において注目される点は、社会科が地理・歴史科と公民科に解体されたことであり、地理・歴史科においては日本史・世界史・地理の3科目すべてをそれぞれ、標準単位数を2とするAと4とするBに分けたことである。科目によってAとBの違いは多少あるものの、異なる目標を持つものに分けた理由は、日本史においては、Aについて、

国際化の進展に代表される社会の急速な変化に主体的に対応することに配慮しながら、我が国の歴史の展開について、特に近代社会が成立し発展する過程に重点をおいて考察し、世界史的な視野に立って理解させることをねらいとした科目である。<sup>(2)</sup>

とあるのに対し、Bでは、

我が国の歴史の展開について、世界史的視野に立って各時代の特色及び変遷を総合的に理解させ、我が国の文化と伝統についての認識を深めさせることを科目の基本的な性格としている。<sup>(3)</sup>

となっている。

内容的には、原則として従前の「日本史」を基盤とし、それを改訂した科目が日本史Bであり、日本史を網羅的に学習させることを主な眼目としているのに対して、近・現代史に重点をおいて主観的な学習を積極的に取り入れて学習させようとしているものが日本史Aである。

科目のとらえ方については、A・Bともに「世界史的視野」という語を用いている。

「世界史的視野」とはいったい何なのか。「世界の中の日本」という視点があればそういえないこともなかろうが、はなはだ漠然としているきらいがある。学習指導要領の「内容とその取扱い」の分析を通じて「世界史的視野」の問題点とその定義を考察してみたい。

日本史Aの内容には、次のように示されている。<sup>(4)</sup>

#### (1) 古代及び中世の日本とアジア

国家の形成から戦国時代に至る我が国の歴史の展開について、アジア世界の動きを背景に概観させる

- ア. 古代国家の形成と大陸文化の摂取
- イ. 中世社会の展開とアジア世界との交流

#### (2) 幕藩体制の形成と推移

織豊政権期から幕藩体制の確立に至る過程において、ヨーロッパ世界の動きを背景に概観させる

- ア. ヨーロッパ文化との接触と鎖国
- イ. 幕藩体制の確立と都市及び農村の経済や文化

#### (3) 日本の近代化への道と19世紀の世界

幕藩体制の動揺、崩壊と我が国の近代化の要因の生成過程について、欧米諸国の発展とアジアへの進出を背景に理解させる

- ア. 国際環境の変化と幕藩体制の動揺
- イ. 新思想の展開と教育の普及

#### (4) 近代日本の形成と展開

開国、明治維新を経て、近代日本が急速に形成された過程及び第二次世界大戦の終結

に至った過程について、国際環境と関連付けて理解させる

- ア. 欧米文化の導入と明治維新
- イ. 近代国家の成立と国際関係の推移
- ウ. 近代産業の発展と国民の生活
- エ. 政党政治と学問や文化の進展
- オ. 両大戦をめぐる国際情勢と日本

(5) 現代の世界と日本

第二次世界大戦後の民主化と復興、国際社会への復帰、経済の発展と現代の日本について、世界の動向と関連付けて理解させるとともに、我が国の課題と役割について認識させる。

- ア. 戦後の諸改革と国民生活の変化
- イ. 国際社会の動向と経済の発展
- ウ. 現代の世界と日本

この内容から特徴としてあげられることは、

- ① 大項目の(1)～(5)のうち、古代から戦国時代までの約1000年を(1)に凝縮し、(2)～(5)の学習の前提としていること
- ② 16世紀のヨーロッパ人の渡来を背景とした日本の政治・経済・社会の動きを理解させること
- ③ 19世紀から20世紀の日本の近代化の過程を、当時の国際環境を背景として理解させること

に集約できる。

上のような、取り上げられる内容の特徴は、近・現代の内容を重視するという他にないが、「日本史A」においては、古代から戦国時代までの、中国や朝鮮半島との関連で日本の歴史を考える、「東アジアの中の日本」という視点が、16世紀のヨーロッパ人の来航以降の日本史の展開を重視する、いわゆる「世界史的視野」の中に埋没してしまうという懸念があるが、ここで問題となることは、結局「世界史的視野」とは何であるのかということであろう。

国際環境のとらえ方についての説明は、次のようになされている。

「一つは、日本と諸外国との間の外交や戦争といった「政治的な関係」及び「経済・文化の接触・交流」の関係が、我が国の歴史の展開に対してどのような作用を及ぼしたかを考察させることである。…(中略)二つには、国際社会の全体的な動向の中で、日本の占める位置を客観的に考察させることである。古代から中世の各時代においては、東アジア世界の動向の中で日本史を把握させ、近世においては、東アジアのみならず西欧世界の動向とのかかわりで把握させる。この点は、近・現代史の場合に特に強く求められる。…(後略)」<sup>(5)</sup>

つまり、日本の位置を客観的にとらえる場合は時代ごとで違うということである。

「世界史的視野」を授業に取り入れる際には、この違いを明らかにし、さらに詳細な理論的支柱を構築する必要がある。

### 3. 「世界史的視野」の定義

日本の歴史を理解する上で、日本の歴史の発展を自生的発展観にとらわれることなく、世界史的意味を持つ歴史事象を重点的に取り上げ、その理解を通じて単に諸外国との交渉を知るだけではなく、世界の諸地域との空間的・時間的関連について総合的に考察する立場に立つことを大前提とするならば、「世界史的視野」の定義はどのようになるのだろうか。「視野」という語の意味は、「一目で見られる範囲」である。歴史は、いろいろな視点で見られることがあるが、すべての歴史を一目で見ることはできない。「世界史的視野」という時に用いられる「視野」は、「視点」を通じて得られる理解の範囲と考えられる。では、広い視野で歴史を見る場合、どのような視点が必要になるのだろうか。

まず第一に、ある歴史的事象の発生に関して、その歴史的事象に、時間・空間に関係なく間接的に関与している場合、これを、「背景」とよぶこととする。

「背景」の具体的な例としては、元寇の授業を行う際のモンゴル民族勢力の伸長を理解することなどがある。

第二に、ある歴史事象の発生に関して、その歴史的事象に、時間的・空間的に関与し、相互に交流・同化する関係にある場合、これを「同時代性」とよぶこととする。

「同時代性」の具体的な例としては、元寇がなぜ起こったのかを、元と日本のそれぞれの立場から理解することや、元寇の結果それぞれの国や王朝にどのような影響がもたらされたのかを理解することなどである。

第三に、ある歴史事象と別の歴史的事象を特性・意義・本質などについて考察し、類似点や相違点を明らかにする場合、これを「比較」とよぶこととする。

「比較」の具体的な例としては、日本の封建制とヨーロッパの封建制の類似点を考えることや、日本の明治維新とフランスの市民革命の相違点を考察することなどである。

第四に、国際平和の重要性・国際協調の精神などを理解させるために、それを実現しようとする意欲や態度を育てる視点も重要である。これを、「価値」とよぶ。

これらの視点を通じて得られる理解が「世界史的視野」であると考えられることができる。

もちろん、教材によって上の四つの視点の順番が入れ替わることもあるが、1つの単元でこれらの視点がすべて取り入れられることが理想的であると考えられる。

つまり、日本史教育における「世界史的視野」は、次のように定義できる。

『日本の歴史を理解する上で、「背景」や「同時代性」、「比較」や「価値」などの視点を通じて世界の諸地域との空間的・時間的関連について総合的に考察できる立場に立つこと』

ここで重要なことは、「世界史的視野」を授業に取り入れる際に、歴史の基本的な構造を理解させることである。地理的には、日本という国家を中心とすれば、日本のまわりには海をはさんで朝鮮半島、さらに中国、これらの地域をまとめて「東アジア」、さらに東南・南・西アジアを含めたアジア地域全体、さらにオセアニア、ヨーロッパ地域、アフリカ地域、南北アメリカ地域を含めた地球という水平的な広がりがあること、これらの地域の国々が相互に政治・経済・社会・文化に分けられるそれぞれの分野で何らかのつながりがあること、さらに、歴史を考察する際に、(はっきりと分けられない場合もあろうが) 為政者と民衆という立場の違いがあることなども合わせて理解させることができればよいと考える。その際、さまざまな立場からの資料が必要となろう。

#### 4. 授業実践例

##### 1. 単元 近代日本の形成と展開

##### 2. 単元計画

- ① 日本の開国と江戸幕府の滅亡 … 2時間
- ② 征韓論と明治政府 … 2時間
- ③ 朝鮮侵略と日清・日露戦争 … 2時間 (本時は2時間目)
- ④ 日韓併合と第二次世界大戦 … 2時間
- ⑤ 戦後の朝鮮半島と日本 … 2時間

##### 3. 本時の主題「日露戦争」

##### 4. 本時のねらい

日本の近代化の過程において、日露戦争は非常に大きな意味を持つ戦争であった。

明治時代の諸改革が、政府による上からの近代化政策であったことは、大日本帝国憲法などによって自由を制限された民衆の、鬱屈した精神の解放の方向が、「西欧諸国と比肩できる日本国への成長」へと向かったことによくあらわれている。そのような時代潮流の中、日本がロシアと戦火を交え、講和へと持ち込み、朝鮮半島に対する支配権を実質的に確保したことは、中国への侵略拠点として朝鮮半島を見ていたことに他ならない。本時においては、開国以来の日本国民の対欧米諸国の考え方とロシアをとりまくヨーロッパの国際関係を背景とし、北清事変と日露戦争の経過・意義などを同時代性とし、日清戦争と日露戦争の比較を通じて近代世界における日露戦争の意味を探ってみたい。

## 5. 学習指導案（略案）

時間	展開	発問	教授・学習過程	資料	習得させたい知識
0分	導入	<ul style="list-style-type: none"> <li>日清戦争の歴史的意義を復習しよう</li> <li>◎世界史上、日露戦争はどのような意味があったか。</li> </ul>	T. 発問する S. 答える T. 発問する		<ul style="list-style-type: none"> <li>日本の政治、経済的対外侵略の契機となった</li> </ul>
5分	展開 ①	<ul style="list-style-type: none"> <li>日露戦争に至るまでの日本国内の世論の動向をみてみよう</li> </ul>	T. 説明する	①	<ul style="list-style-type: none"> <li>幕末から明治にかけての日本は「欧米に追いつき追い越せ」という精神であり、国家の目標は「富国強兵」であった</li> </ul>
15分	展開	<ul style="list-style-type: none"> <li>三国干渉で国民の世論はどうなったか</li> <li>日露戦争はなぜ起こったか</li> <li>経過はどうだったか</li> <li>日露戦争は両国にどのような影響を与えたか</li> </ul>	T. 発問する S. 答える T. 発問する T. 説明する T. 説明する	② ③	<ul style="list-style-type: none"> <li>「臥薪嘗胆」の世論が強くなった</li> <li>ヨーロッパの状況</li> <li>満州をめぐる対立の激化が原因で開戦</li> </ul>
35分	展開 ③	<ul style="list-style-type: none"> <li>日清戦争と日露戦争の規模と意義を比較してみよう</li> </ul>	T. 説明する	④	<ul style="list-style-type: none"> <li>水陸両軍で日本が優勢、米大統領の斡旋で講和</li> <li>ロシアは重税と戦争で革命を招き、日本は産業革命と独占資本の形成を招いた</li> <li>数倍の規模に拡大、ロシアは侵略方向を変更、日本は世界的に孤立傾向となる</li> </ul>
45分	終結	<ul style="list-style-type: none"> <li>日露戦争の世界史的意義は何だろう</li> </ul>	T. 発問する		<ul style="list-style-type: none"> <li>世界的に帝国主義的資本主義が進展</li> </ul>

### 引用・参考文献

- |                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| (1) 文部省 高等学校学習指導要領 P.28           | 1989年      |
| (2) 高等学校学習指導要領解説地理歴史編 P.91        | 1989年 実教出版 |
| (3) 同 上 P.121                     | 同 上        |
| (4) 文部省 高等学校学習指導要領 P.P.28~30      | 1989年      |
| (5) 高等学校学習指導要領解説地理歴史編 P.P.114~115 | 1989年 実教出版 |

## 興味ある確率・統計の授業をめざして

——熱力学第二法則を理解する——

村上 和男

インクや墨汁を水の中に落としたらそれらが広がって行く「拡散」は、生徒にとってよく見慣れた現象である。

これを高校生が学ぶ範囲の確率を利用して解析する。そしてこの現象は、本質的に確率が関係していることを示すことにより、高校生が学ぶ確率は自然界の法則を貫くものであることを理解させたい。

### I. はじめに

中学校や高校の数学に確率を取り入れられてから久しいが、教える方も教わる方も確率はなかなか扱いにくい分野であると思う。教科書に書いてある内容の表面的な理解はできるかもしれないが、学習した後も分かった気になれない。現在、確率・統計を高校3年生で微分・積分と同時に学習しているが、その微分・積分と比べて厳密性に欠けるよう受け取られがちである。その理由は

- \*具体的な計算は、せいぜい整数の割り算ですむことが多い。
- \*教科書に出てくる多くの例が「袋の中に赤い玉が何個、青い玉が何個」といったわざとらしい例が多い。
- \*確率分布や検定の説明、根拠が明確にできない。例えば正規分布の導入も高校生には「経験的にこのようになる」としか説明できない。

つまり生徒にとって確率・統計は「人間が勝手に考えた何か小手先の技術的なものであって、それは確かに便利かも知れないがあまり本質的なものではない」という印象を与えている。しかし「量子力学の確率論的解釈」「エントロピーの概念」等、確率を抜きにして自然を理解することは不可能である。

高校生に「確率は自然の本質に根ざしたものであること」を納得してもらうため、拡散を題材とした授業を行った。

### II. 授業の展開

#### 1. 実験

この授業はまず次の実験から始まる。

水を入れたビーカーを取り出し、書道の先生にいただいた墨汁を1、2滴水の中に垂らす。それをしばらく生徒に観察させる。

教師：「墨汁の黒い部分がだんだんぼやけていって、ビーカー全体に墨汁が薄く広がっていく」

「なぜ混ざるのかな」

「薄く広がったものが逆に黒い墨汁になることがあるか」

生徒：「そのようなことはない」

教師：「今日はなぜこのような現象が起こるのか、また逆の現象が起こることはないのか考えることにしよう」

## 2. プリントの配布

生徒とともにプリントの問いに答えることにより理解を図る。

次にプリントを示す。

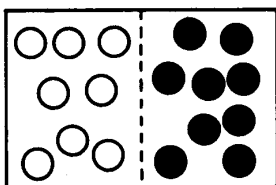
### 墨汁を水の中に落とすと

次のようなことを経験したことはあるだろう。水に墨汁を落とす。最初は黒い玉から枝のようなものが伸びて行くが、だんだんそれはぼやけて太くなり、時間が経った後は容器全体が薄い黒色になる。これは、ものが「まざる」という典型的な例で「拡散」とも言う。

なぜ混ざるのか？「墨汁の分子が運動するから」というだけでは理由にならない。逆の現象を観察することはできない。つまり薄い黒色の液体が黒い墨汁と水に別れた所を見た人はいないだろう。墨汁の分子は逆向きに運動しないのか？この事を確率を使って考えよう。

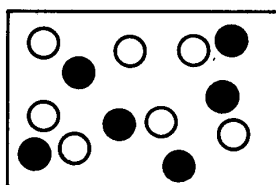
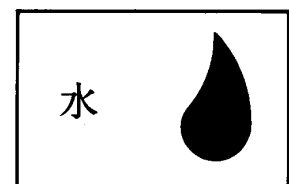
次のことを前提にする。

- \* 容器内で、水の分子と墨汁の分子は運動している。
- \* 容器を直方体の箱と考える。
- \* 水の分子を白い球、墨汁の分子を黒い球で表す。



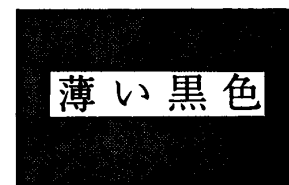
始めに容器の左半分には白い球、右半分には黒い球を入れておく。

これは墨汁を右半分に落とした状態を示す。



容器を長時間振ると、容器の左も右も大体黒白半分に混ざる。

これは、墨汁が全体に混ざった状態を表している。



これらの球の混ざり方を数学的に考える。簡単にするために、まず白2球、黒2球の場合を考え

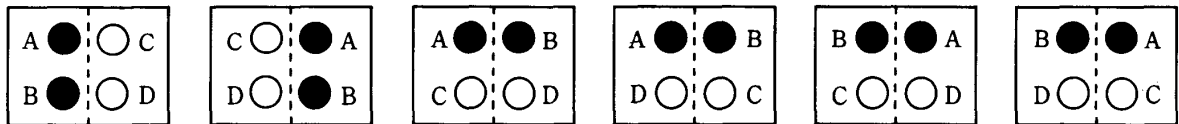


る。

(1) 白 2 球、黒 2 球の場合

黒球を A、B 白球を C、D とする。またいつも容器の左に 2 個、右に 2 個はいるとする。容器を振れば球は右に行ったり左に行ったりする。

球の入り方は図のように 6 通りある。



ただし左右の混ざり方のみ問題にする。(上下は区別しない)

その結果	左黒のみ	右白のみ	1 通り	確率は $\frac{1}{6}$
	左白のみ	右黒のみ	1 通り	確率は $\frac{1}{6}$
	黒白が均等に混ざる		4 通り	確率は $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

もしも 1 時間 (60 分) 観察すれば、混ざった状態は  $60 \times \frac{2}{3} = 40$  分観察できる。色が別れた状態は 20 分しか観察できないと考えられる。

上で述べた場合の数を計算で出すにはどうすればよいか。左半分が決まれば右半分は決まってしまうことに注意。例えば左に A、C がくれば右は必ず B、D である。したがって左半分への球の配置を考えればよい。

均等に混ざる場合 黒の配置 A、B 2 つから 1 個の選び方  ${}_2C_1 = 2$  通り

白の配置 C、D 2 つから 1 個の選び方  ${}_2C_1 = 2$  通り

故に均等に混ざる場合の数は  $2 \times 2 = 4$  通り

(2) 黒 4 球、白 4 球の場合

別れ方は次のようになる。この場合も左半分が決まれば右は決まるから、左半分への球の配置が何とおりにあるか求めればよい。

左	右	場合の数	確率
① 4 個とも黒	4 個とも白	${}_4C_4 = 1$ 通り	$\frac{1}{70}$

左	右	場合の数	確率
②黒3、白1	黒1、白3	${}_4C_3 \times {}_4C_1 = 16$ 通り	$\frac{16}{70}$
③黒2、白2	黒2、白2	${}_4C_2 \times {}_4C_2 = 36$ 通り	$\frac{36}{70}$
④黒1、白3	黒3、白1	${}_4C_1 \times {}_4C_3 = 16$ 通り	$\frac{16}{70}$
⑤白4	黒4	${}_4C_4 = 1$ 通り	$\frac{1}{70}$

問1. 上の空欄をうめよ。

問2. 1時間(60分)観察したとき、それぞれの場合は何分程度観察できるか計算せよ。

- ① ⑤の場合、それぞれ約51秒  
 ② ④の場合、それぞれ約13分43秒  
 ③の場合約30分51秒

(3)黒6球、白6球の場合

問3. 下の空欄を埋めよ。

左	右	場合の数	確率
①黒6	白6	${}_6C_6 = 1$	$\frac{1}{924}$
②黒5、白1	黒1、白5	${}_6C_5 \times {}_6C_1 = 36$	$\frac{36}{924}$
③黒4、白2	黒2、白4	${}_6C_4 \times {}_6C_2 = 225$	$\frac{225}{924}$
④黒3、白3	黒3、白3	${}_6C_3 \times {}_6C_3 = 400$	$\frac{400}{924}$

左	右	場合の数	確率
⑤黒 2、白 4	黒 4、白 2	${}_6C_2 \times {}_6C_4 = 225$	$\frac{225}{924}$
⑥黒 1、白 5	黒 5、白 1	${}_6C_1 \times {}_6C_5 = 36$	$\frac{36}{924}$
⑦白 6	黒 6	${}_6C_6 = 1$	$\frac{1}{924}$

すべての場合の数は924通りである

問 4. 1 時間観察すると、均質な④の場合は何分程度観察できるか求めよ。また色が完全に分離した状態①⑦の場合は何分程度観察できるか求めよ。

均質な場合は約26分

色が完全に分離した場合は約 8 秒

球の数を増やせば、色が分離した状態はほとんど起こらないと言ってよい。例えば黒10個、白10個で考えると全体の場合の数は63504通りだが色が完全に分離するのは2通りである。

黒100個、白100個の場合

すべての場合の数は約 $10^{60}$ 通り、色が完全に分離するのは2通り

黒1000個、白1000個の場合

すべての場合の数は約 $10^{600}$ 通り、色が完全に分離するのは2通り

黒10000個、白10000個の場合

すべての場合の数は約 $10^{6000}$ 通り、色が完全に分離するのは2通り

100個の黒球と100個の白球が自由に容器を動いているのを観察する。もしも完全に黒白が分離した状態の、延べ時間が2秒だったとすると、黒白が混ざった状態を観察する時間は、ほぼ $10^{60}$ 秒 =  $3 \times 10^{56}$ 時間 =  $10^{55}$ 日 =  $3 \times 10^{52}$ 年になり、地球の年齢である数十億年の $10^{44}$ 倍程度になってしまう。したがって地球が生まれたときからずっと観察を続けている人がいたとしても、左右分離の状態を見ることができる時間はほとんど0であることが分かる。ましてや分子の数は100個どころではない。1モル中に $6.02 \times 10^{23}$ 個の分子があることを考えれば、分離した状態は起こらないと言ってよい。

以上述べたように、2種類の液体は混ざり会う傾向がある。気体でも同じ。熱が高いところから低いところへ伝わるのも同じ現象であることが分かっている。これらを「熱力学の第2法則」という。これは、確率が関係した法則であることが理解できると思う。

### Ⅲ. 指導の留意点

(1) プリントの黒2球、白2球の場合をじっくりと時間をかける。均質に混ざる場合の数が ${}_2C_1 \times {}_2C_1$ であることを理解できれば、球の数が増えた場合の理解もスムーズである。

黒6球、白6球の場合、完全に左右均質に混ざる確率は $\frac{400}{924}$ であまり大きくないと思う生徒もいるだろうが、その前後の③、④も加えてほぼ均質となる確率は $\frac{225+400+225}{924} = \frac{900}{925}$ となつて大きい。またほぼ完全に分離する確率は①、②、⑥、⑦で $\frac{25}{925}$ であり小さい。黒10球、白10球の場合はプリントには結論しか書いてないが、この程度であれば具体的な計算も可能である。

(2) 黒100球、白100球の場合は近似計算を行うことになる。この近似計算を通して、組み合わせの理論、定積分とその近似、対数計算など実に多くのものを学ぶことができる。時間に余裕があればぜひ授業で取り上げたい。特に以下の対数計算の項目に示すような数値計算は、日本の数学教育においては軽視されている。数Iで学ぶ三角法についてみても、30度、60度、などの特殊な角度がほとんどである。実際の授業では1時間程度をあてた。

(i) 黒100球、白100球にたいするすべての場合の数

一般に黒 $n$ 個、白 $n$ 個のすべての場合の数は

${}_nC_0^2 + {}_nC_1^2 + {}_nC_2^2 + \dots + {}_nC_r^2 + \dots + {}_nC_n^2$ となるがこれは $\frac{(2n)!}{n!n!}$ に等しい。これについては入試問題として取り上げられたこともある。

問.  ${}_nC_0^2 + {}_nC_1^2 + {}_nC_2^2 + \dots + {}_nC_r^2 + \dots + {}_nC_n^2 = \frac{(2n)!}{n!n!}$ ……①を証明せよ

ヒント： $(1+2x)^{2n}$ の2通りの展開を考える。

まず $(1+2x)^{2n}$ の展開で $x^n$ の係数は ${}_n C_n = \frac{(2n)!}{n!n!}$ ……②である。

一方 $(1+2x)^{2n} = (1+x)^n(1+x)^n = \sum_{r=0}^n {}_n C_r x^r \sum_{r=0}^n {}_n C_{n-r} x^{n-r}$

$x^n$ の係数は ${}_n C_r x^r$ と ${}_n C_{n-r} x^{n-r}$ の積を考えて ${}_n C_r {}_n C_{n-r}$  ( $r=0, 1, 2, \dots, n$ )だから

$${}_n C_0 \cdot {}_n C_n + {}_n C_1 \cdot {}_n C_{n-1} + {}_n C_2 \cdot {}_n C_{n-2} + \dots + {}_n C_r \cdot {}_n C_{n-r} + \dots + {}_n C_n \cdot {}_n C_0 \\ = {}_n C_0^2 + {}_n C_1^2 + {}_n C_2^2 + \dots + {}_n C_r^2 + \dots + {}_n C_n^2 \dots \textcircled{3}$$

②③より①式が成立する。

$n=100$ にたいして $\frac{200!}{100!100!}$ を計算することになる。

(ii) 100!の計算について

$n!$ については $n$ が大きいと、スターリングの公式  $\log n! \doteq n \cdot \log n - n$ ……④が成立。

この証明の概略は、積分を学んだ後であるから理解できる。

$y = \log x$ の1から $n$ までの定積分は

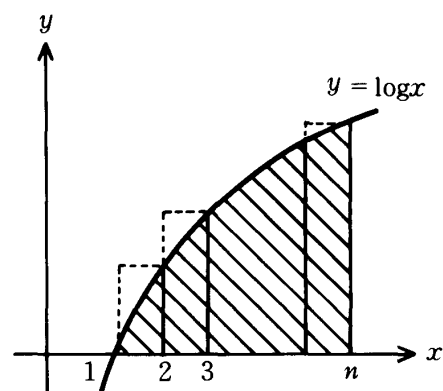
$$S = \int_1^n \log x \, dx = [x \cdot \log x - x]_1^n = n \cdot \log n - n - (1 \cdot \log 1 - 1)$$

$$= n \cdot \log n - n + 1 \doteq n \cdot \log n - n \dots \textcircled{5}$$

一方図の斜線部の面積を棒状の面積の総和で近似すれば

$$\begin{aligned} S &\doteq 1 \cdot \log 2 + 1 \cdot \log 3 + \cdots \cdots + \cdots + 1 \cdot \log n \\ &= \log 2 + \log 3 + \log 4 + \cdots \cdots + \log n \\ &= \log(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots n) \\ &= \log n! \cdots \cdots \textcircled{6} \end{aligned}$$

⑤⑥より④式が成立する。



(iii) スターリングの公式を使って100!などを計算する。

$$\log 100! \doteq 100 \cdot \log 100 - 100 \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$\text{ここで } \log 100 = \log 10^2 = 2 \cdot \log 10 = 4.60$$

$$\textcircled{7} \text{に代入して } \log 100! = 360 \cdots \cdots \textcircled{8} \quad \text{一方底の変換公式より } \log 100! = \frac{\log_{10} 100!}{\log_{10} e} \text{が成立する}$$

$$\text{から } \log_{10} 100! = \log_{10} e \times \log 100! = \log_{10} 2.72 \times 360 = 156.6$$

$$\text{したがって } 100! = 10^{156.5} \cdots \textcircled{9}$$

同様にして  $\log 200! \doteq 200 \cdot \log 200 - 200$

$$\text{ここで } \log 200 = \log 2 \cdot 10^2 = \log 2 + 2 \cdot \log 10 = 5.293$$

$$\text{ゆえに } \log 200! = 858.6$$

$$\log_{10} 200! = \log_{10} e \times \log 200! = 373.5$$

$$\text{したがって } 200! = 10^{373.5} \cdots \textcircled{10}$$

$$\textcircled{9}\textcircled{10} \text{から } \frac{200!}{100! \cdot 100!} \doteq 10^{60} \text{を得る。}$$

#### IV. おわりに

上で述べた教材は、確率・統計の教科書を終えた後、2時間で行ったものである。ちょっと変わった確率の応用であり、あまり多くの知識を必要としないためか生徒には好評であった。2時間のうち1時間は数値計算にあてた。このような数値計算を生徒はほとんどやる機会がないが、底の変換公式など対数の性質の確認をすることができた。今後も興味ある教材を開発して行きたい。

#### 参考文献

- 1) 「統計熱力学」 池田和義 著 共立出版
- 2) 「ANALYTICAL THERMO DYNAMICS」 S. L. SOO 著 丸善
- 3) 「エネルギーとエントロピー」 寺本 英 著 化学同人
- 4) 「統計力学の数学的基礎」 ヒンチン 著 東京図書
- 5) 「基礎統計物理学」 ラドゥシュケヴィチ 著 東京図書
- 6) 「マックスウェルの悪魔」 都筑卓司 著 講談者ブルーバックス