

積層造形を用いた高性能構造開発のための

トポロジー最適化に関する研究

(Topology Optimization for High Performance Structure Development  
in Additive Manufacturing)

2017年3月

西津卓史

# 目次

<b>第1章 緒論</b>	<b>2</b>
1.1 研究背景	2
1.2 構造最適化	2
1.2.1 構造最適化の分類	2
1.2.2 トポロジー最適化の定式化	3
1.2.3 フィルタリング法	5
1.3 積層造形	7
1.3.1 機械加工法における積層造形	7
1.3.2 積層造形の種類	8
1.3.3 積層造形とトポロジー最適化	9
1.3.4 積層造形の実施	10
1.4 本論文の構成	14
<b>第2章 非破壊検査におけるトポロジー最適化を用いた損傷同定手法</b>	<b>16</b>
2.1 緒言	16
2.2 定式化	17
2.2.1 固有値解析	17
2.2.2 目標関数と最適化問題	17
2.2.3 最適化アルゴリズム	19
2.2.4 感度解析	20
2.3 数値例	21

2.3.1	片持ち構造	21
2.3.2	両端固定構造	23
2.3.3	損傷の大きな片持ち構造	25
2.4	結言	29
<b>第3章</b>	<b>熱伝導制約下における熱変形最小化</b>	<b>30</b>
3.1	緒言	30
3.2	定式化	31
3.2.1	状態方程式	31
3.2.2	目標関数と最適化問題	33
3.3	最適化手順	34
3.3.1	最適化アルゴリズム	34
3.3.2	感度解析	35
3.4	数値例	39
3.4.1	変位固定境界と温度固定境界が同一の場合	40
3.4.2	初期解依存性の検討	44
3.4.3	変位固定境界と温度固定境界が異なる場合	46
3.5	結言	50
<b>第4章</b>	<b>積層造形を考慮した熱拡散性能最大化</b>	<b>52</b>
4.1	緒言	52
4.2	定式化	53
4.2.1	線形熱伝導問題	53
4.2.2	目標関数と最適化問題	53
4.2.3	最適化手順	55
4.2.4	感度解析	56
4.3	数値例	57

4.3.1	最適化例	57
4.3.2	一般的な構造との比較	61
4.4	積層造形のための考察	64
4.5	結言	66
<b>第5章</b>	<b>高性能ラティス構造の開発と性能検証</b>	<b>67</b>
5.1	緒言	67
5.2	定式化	68
5.2.1	均質化法による体積弾性率の導出	68
5.2.2	目標関数と最適化問題	69
5.2.3	最適化手順	70
5.3	数値例	71
5.3.1	大きな粉末除去孔を確保した例	71
5.3.2	小さな粉末除去孔を確保した例	73
5.4	体積弾性率の導出とヤング率の算出	75
5.4.1	体積弾性率	75
5.4.2	限界値との比較	78
5.4.3	ヤング率の計算	79
5.5	積層造形によるラティス構造の造形	80
5.6	圧縮試験による計測	82
5.6.1	デジタル画像相関法	83
5.6.2	圧縮試験による計測	87
5.7	圧縮破壊試験と解析	88
5.7.1	圧縮破壊試験	88
5.7.2	弾塑性材料と破壊基準	91
5.7.3	解析例	94

5.8 結言 . . . . .	101
<b>第 6 章 結論</b>	<b>103</b>
参考文献	107
出版物	120
謝辭	121



# 第1章 緒論

## 1.1 研究背景

機械設計において、剛性などの性能向上や、一定の性能を満足した上での軽量化は重要な課題である。しかし、既存の構造に対する倣い設計では大幅な高性能化を見込むことは困難であり、数値計算により与えられた条件の下で最適な形状を設計する方法及び複雑形状であっても設計された形状を製造する方法が求められている。これらのような要求に対する有力な手段として、構造最適化と積層造形技術が注目されている。

## 1.2 構造最適化

### 1.2.1 構造最適化の分類

構造最適化は、最適化における設計変数に基づき、図1.1のように寸法最適化、形状最適化、トポロジー最適化の3つに分類される。

寸法最適化は、板厚や補強材断面形状等の寸法諸元を設計変数として行われる最適化法である。最適化の過程で対象構造の幾何形状の大きな変更は行われなため、目標関数の大幅な改善を見込むことは難しいが、既存設計案の改善のような例には適している。また、最適化の所要時間が他の最適化法に対して、比較的短いという特徴を持つ。汎用最適化ソルバでも多く取り扱われていることもあり、機械製品だけでなく船舶のような大型鋼構造物に対しても広く利用されている。

形状最適化は、構造の領域の境界をスプライン関数などで滑らかに表現し、その境界を設計変数として行われる最適化法である。最適化において構造の外形が変化するため、設計案の抜本的な改善を行うことが可能である。また、形状に制約を与

えることで、製造要件を考慮した最適化も可能となる。ただし最適化の過程では、構造部材の肉抜きのように、穴をあけるような形態変化は生じない。

一方、トポロジー最適化[6]は設計領域内の任意の箇所の材料の要・不要を変更する最適化法である。最適化の過程で形態を変化させることも可能であり、寸法最適化や形状最適化と比較して最も形状表現の自由度が高い。中空構造のような複雑形状や一般的な加工法では製造困難な形状を最適解として導出する可能性もあり、製造要件の考慮などに特に注意が必要である。

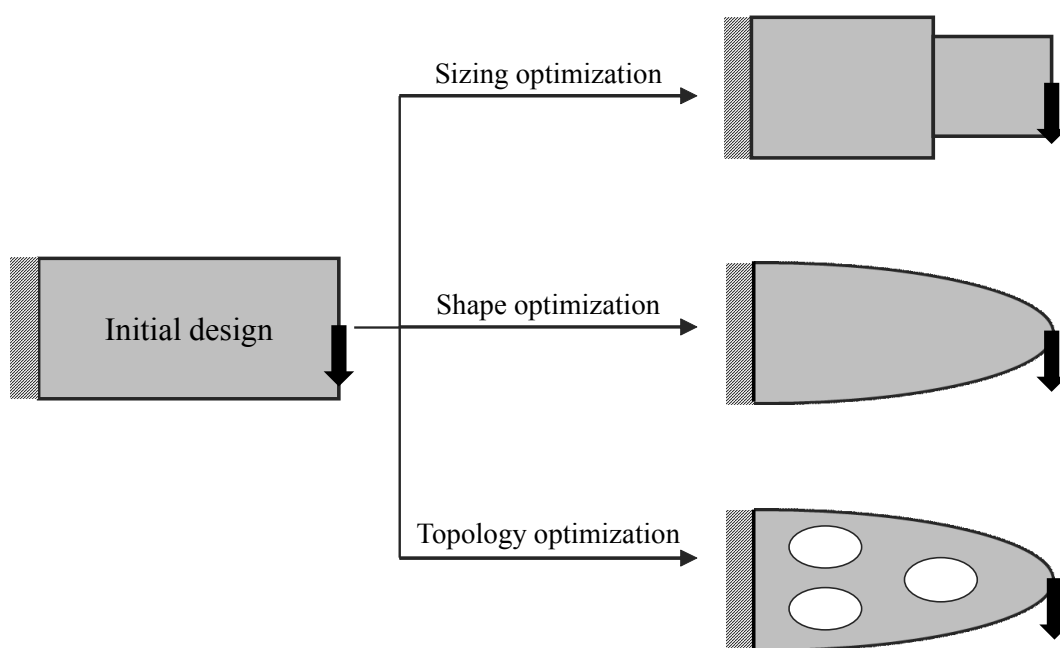


Fig. 1.1: Structural optimization.

### 1.2.2 トポロジー最適化の定式化

トポロジー最適化では、最適構造となるべき設計領域 $\Omega_p$ を包括する固定設計領域 $D$ を設定する。固定設計領域 $D$ の内において、最適化問題は図1.2に示すように、材料の有無を判断する材料分布問題と置き換えられる。



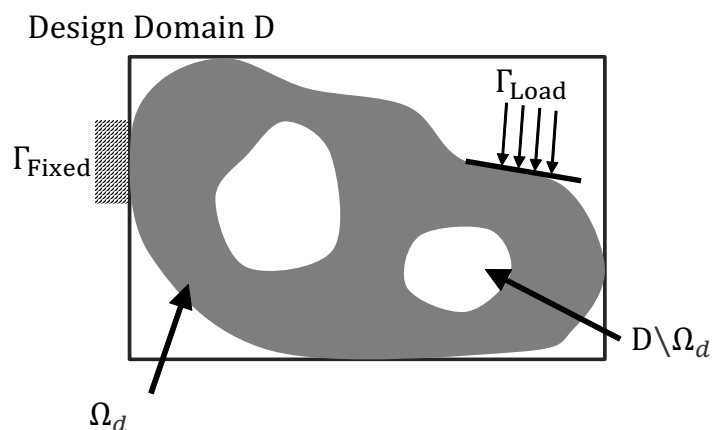


Fig. 1.2: Design domain of topology optimization.

材料分布は，次式の特性関数  $\chi_\Omega$  で表される．

$$\chi_\Omega(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega_\rho \\ 0 & \text{if } \mathbf{x} \in D \setminus \Omega_d \end{cases} \quad (1.1)$$

この特性関数  $\chi_\Omega$  を用いて，固定設計領域  $D$  内の任意の点  $\mathbf{x}$  における材料の有無を判断することで，最適構造となる設計領域  $\Omega_\rho$  を導出することができる．しかし，この特性関数  $\chi_\Omega$  は不連続関数であり，これを用いたトポロジー最適化問題は数学的に解を持たないことが知られている．

この不連続問題を連続問題に置き換えるための緩和法として，均質化法 [4, 81] や SIMP 法 [5] が代表例として挙げられる．SIMP 法では，連続関数で定義される密度関数とヤング率のような物性値の関係性を調整することが可能であり，明確な構造を得やすいという特徴がある．SIMP 法は現在までに多くの最適化問題の研究で用いられており，本研究におけるトポロジー最適化問題にも適用する．式 (1.1) に基づく本来のトポロジー最適化では，固定設計領域  $D$  内のすべての座標  $\mathbf{x}$  において特性関数を評価する．しかし，SIMP 法を適用したトポロジー最適化では，固定設計領域  $D$  に次式で表される 0 から 1 の連続関数で表される密度関数  $\rho$  を定義する．

$$0 < \rho \leq 1 \quad (1.2)$$

そして、この密度関数を本研究で用いる数値解析に関係する物性定数に関連付ける。SIMP法において任意の物性定数  $A$  は、原材料の物性定数  $A_0$  を用いて以下のように密度関数のべき乗で表現される。

$$A = \rho^{p_A} A_0 \quad (1.3)$$

ここで、 $p_A$  はペナライゼーションパラメータであり、一般的に1~5の範囲で決定される。大きな値を用いるほど明確な形状を得やす反面、最適化の収束が不安定になると言う特徴を持つ。反対に小さな値を用いると最適化の収束性は向上するが、密度関数が0でも1でもない中間の値を許容しやすくなるため、図1.3に示すようなグレースケールを多く含む構造が最適解として得られる場合が多くなる。

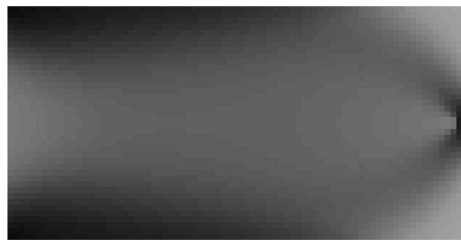


Fig. 1.3: Gray scale.

### 1.2.3 フィルタリング法

このSIMP法を適用したトポロジー最適化では、最適解として図1.4に示すようなチェッカーボードと呼ばれる不安定構造が導出される可能性がある[17].

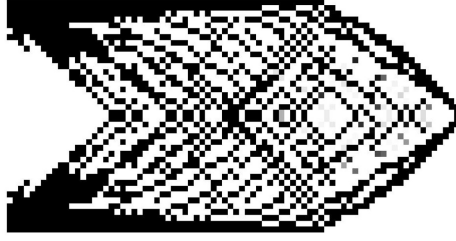


Fig. 1.4: Checkerboard.

このチェッカーボードは，設計案更新ごとに感度や密度関数を平滑化するフィルタリング法を適用することで回避することが可能である．本研究ではフィルタリング法として，それぞれの箇所の密度関数を周辺の密度関数の値と平均化する，密度フィルタリング法 [8] を適用する．図 1.5 のように半径  $r_{\min}$  の範囲内の要素に対応する密度関数に影響を受け，また中心からの距離  $r$  に応じて線形重み関数を適用する．この線形重み関数を次式のように定義する．

$$w_i(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) = \begin{cases} \frac{r_{\min} - \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|}{r_{\min}} & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega_{p_i} \\ 0 & \text{if } \mathbf{x} \in D \setminus \Omega_{p_i} \end{cases} \quad (1.4)$$

密度関数及び線形重み関数により，フィルタリング後の密度関数は式 (1.5) のように表される．

$$\rho_{fi} = \frac{\sum_{j \in S_i} \rho_j w_i(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)}{\sum_{j \in S_i} w_i(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)} \quad (1.5)$$

ただし，

$$S_i = \{j \mid \mathbf{x}_j \in \Omega_{p_i}\} \quad (1.6)$$

$$\Omega_{p_i} = \{\mathbf{x} \mid \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\| \leq r_{\min}, \mathbf{x} \in D\} \quad (1.7)$$

$S_i$  はフィルタリング影響領域  $\Omega_{p_i}$  内の密度関数とする．

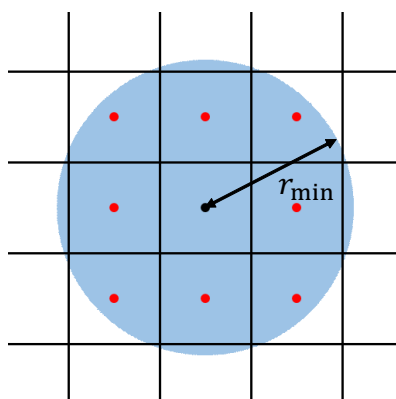


Fig. 1.5: Outline of filtering method.

## 1.3 積層造形

### 1.3.1 機械加工法における積層造形

切削や放電加工に代表されるような、物体の一部を取り除くことによる製造方法は、複数の工程によりある程度複雑な形状であっても、高精度で実現可能である。しかし、大量生産には適さないという問題点がある。また、射出成形やプレス、鋳造のような、物体を変形させることによる製造方法では、他の加工方法と比較して最も大量生産に適している。ただし、これらの加工方法は、造形可能な形状の制約が多い。

これに対し、積層造形は、切削などと同様に大量生産には適さないが、他の加工方法と比べ最も造形自由度が高いため、小型の試作品といった単品製作に非常に適している。また、曲がりくねった中空部分を持つ形状のような、複雑な形状を一度の工程で成形することが可能であり、近年非常に注目されている。かつてはラピッドプロトタイピング (RP: Rapid Prototyping) と呼ばれ、主に樹脂材料を利用した光造形法や溶融物堆積法 (FDM: Fused Deposition Modeling) による試作品製造において活用されていた。選択的レーザー焼結 (SLS: Selective Laser Sintering) 技術により金属材料を扱うことも可能となったが、ステンレス鋼やブロンズ系などの一部の金属材料に限られていた。近年では、粉末材料の開発や焼結技術の進歩により、アルミニ

ウムやチタン合金，ニッケル合金を用いて，高密度かつ高精度に造形することも可能となり，利用が拡大してきている．2009年にASTMにおいて，アディティブマニファクチャリング（AM: Additive Manufacturing）という呼称が決定され[67]，試作品製造のための技術から，製品利用のための一つの製造方法として発展し，今後の製造業において重要な役割を担う技術として期待される[46]．

### 1.3.2 積層造形の種類

積層造形技術は，光造形法や溶融物堆積法，粉末焼結積層造形法など，積層方式により様々な種類が存在する[45]．光造形法は積層造形技術の中でも古くから用いられている方式であり，図1.6に示すように，液状の光硬化性樹脂に紫外線を照射することで，一層ずつ硬化させて積層することで造形する．非常に高精度であり，表面の滑らかな造形が可能という特徴があるが，樹脂を扱う方式の中では材料が高価である．溶融物堆積法はABS樹脂やPLA樹脂のような熱可塑性樹脂を，図1.7に示すように，溶解しながら押し出し，積層することで造形する方式である．2009年にFDM法の特許期限が切れたことによる低価格な装置の登場や取り扱いの容易さから，広く利用されている方式の一つである．積層の断面が目立ちやすく，精度が荒いという問題点があるが，数種類の樹脂を組み合わせることで造形可能であり，応用範囲が広い方式である．粉末焼結方式は粉末状の材料を図1.8に示すように，レーザー[92, 47]や電子ビーム[89, 57, 13]により焼結させることで造形する方式である．他の方式と異なり，樹脂材料だけでなく金属材料を扱うこと可能である．造形物の耐久性も高いため，デザインの試作品だけでなく利用可能な試作品の造形方法として注目されている．金属材料を用いる場合，造形物の表面が粗くなることや，サポートを付与した際，サポートの除去のための工程が必要となる．

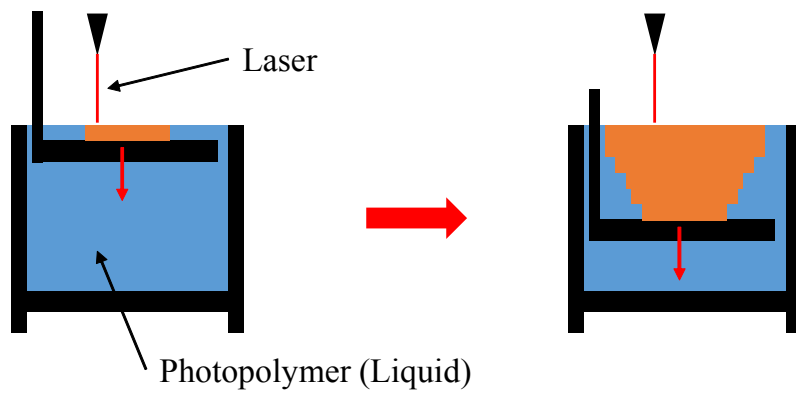


Fig. 1.6: Stereolithography.

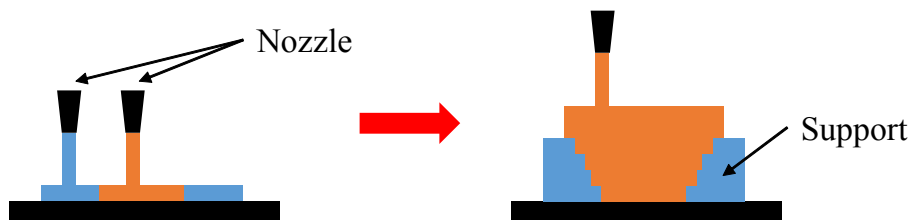


Fig. 1.7: Fused deposition modeling.

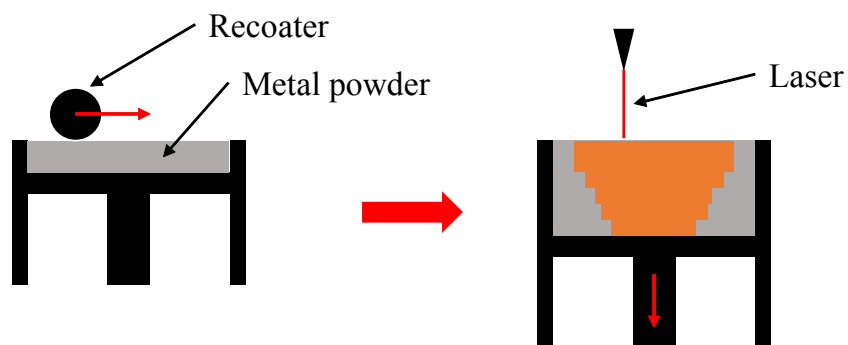


Fig. 1.8: Selective laser sintering.

### 1.3.3 積層造形とトポロジー最適化

積層造形は様々な加工法の中でも複雑形状の造形に強いが、造形途中で自重で変形してしまったり、熱変形により造形誤差が大きくなるなど、実用化を考慮すると造形物の形状に依存した課題が存在する。このため、様々な複雑形状の開発のため

の研究によるノウハウの蓄積 [18, 1, 62, 74] や、造形方向決定手法の検討 [73] などが実施されている。

トポロジー最適化は構造最適化の中でも構造表現の自由度が非常に高い。このため最適解が複雑な形状となることも多く、一般的に他の構造最適化と比べ実構造への適用が難しいとされる。これに対し積層造形は3次元データを基に、様々な材料による複雑形状の構造を製造可能であるため、トポロジー最適化は積層造形を前提とした構造設計手法として有効的であると言える。図1.9は剛性や熱伝導などを考慮したトポロジー最適化により設計し、積層造形を用いて造形した例である。金属材料を扱うことが可能となったこともあり、工業製品への適用も始まっている。このようにトポロジー最適化と積層造形は非常に相性が良く、近年ではトポロジー最適化を用いて導出された形状を積層造形により製造した研究が多く実施されている [20, 41, 75, 87, 88]。

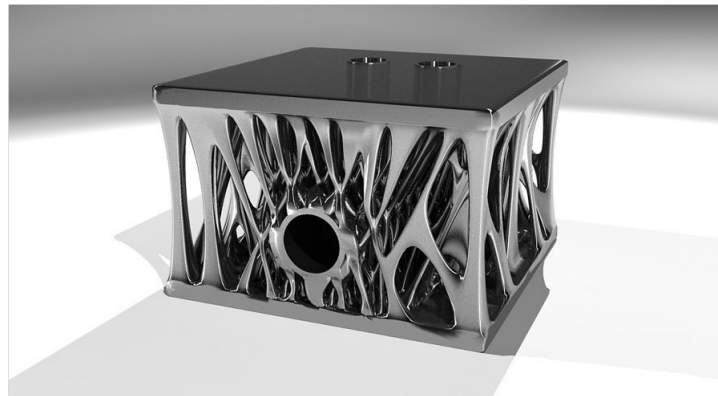


Fig. 1.9: Example structure topology optimization and additive manufacturing. AUTODESK より

#### 1.3.4 積層造形の実施

近畿大学次世代基盤技術研究所 社会連携&研究センター 3D造形技術研究センターの所有する、図1.10に示すSLM Solutions社製のSLM280HLを用いて実際に積層造形を実施した。図1.11に示すようなベースプレートと呼ばれる台座を積層造形装置に設置し、このベースプレート上に金属粉末を一層ずつ(20~75 $\mu$ m)積層し、レー

ザーで焼結することで造形していく。



Fig. 1.10: SLM 280 HL. SLM Solutions より

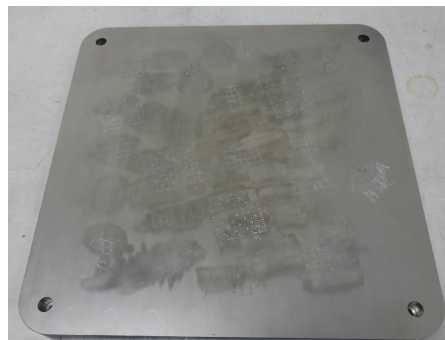


Fig. 1.11: Base plate.

図1.12は造形に用いたデータである。造形する物体のSTLデータを、ベースプレート上の空間に配置し、ベースプレートと造形物の間にはサポートと呼ばれる補助部材を導入する。STLデータは図1.13のようにCADデータなどを基に作成可能であり、三角形要素で表面形状を表したものである。造形物が水平に近い部材を持つ場合、造形の途中で自重で破壊することを防ぐため、造形物中にも導入する。サポートは造形後に除去する前提であり、図1.14のように薄い歯型形状のサポートが用い



られることが多い。

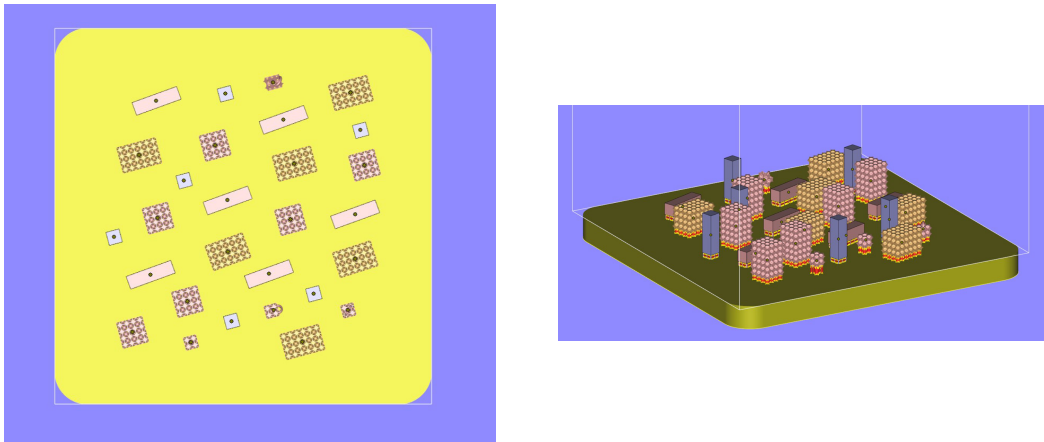


Fig. 1.12: Modeling data

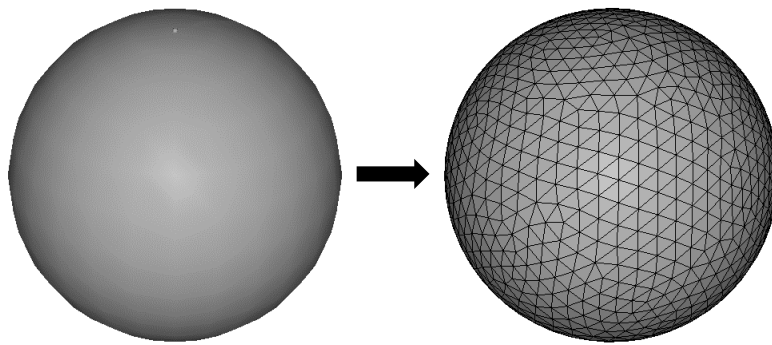


Fig. 1.13: Conversion from CAD data to STL data.



Fig. 1.14: Support parts.

実際に造形した例を図1.15に示す。図1.12の造形データどおりの配置で造形されていることがわかる。造形物はサポートによってベースプレートに結合されている

が、ワイヤカットなどを用いて造形物を切り出すことで完成となる。電子ビーム焼結の場合周辺やサポート間の空間の金属粉末も仮焼結されており、金属粉末を交合した空気を当てることで造形物のみを取り出す必要があるが、この例のようにレーザ焼結の場合は特別な過程を必要とせず容易に除去することが可能である。

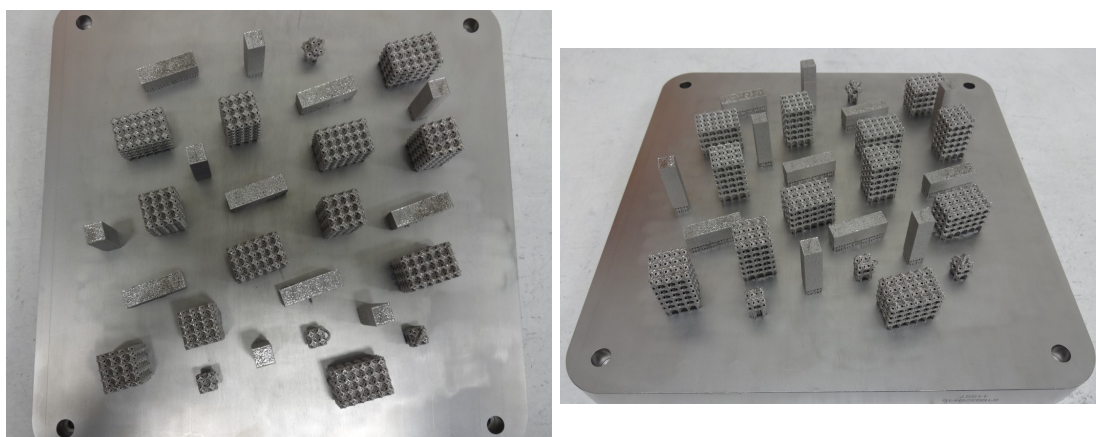


Fig. 1.15: Shaped objects by SLM 280 HL.

金属積層造形技術は、金属粉末をレーザや電子ビームで焼結して造形するため、造形の最中に熱変形を生じる。図1.16は立方体構造の造形を試みた際、熱変形により積層方向の誤差が生じ、造形に失敗した例である。表面の一部が変色しているが、塊のような形状の造形を目的としたため、この造形物の領域に熱量が集中し、高温になってしまったためだと考えられる。また、図1.17は造形物から切り出した試験片であるが、表面に無数の小さな穴が存在している。これらの問題は、金属粉末の物性値などを基に、入熱量の調整や造形速度の制御、光軸の調整などを行うことで対策可能だが、技術者のノウハウに依存するため、積層造形における重要な課題となっている。

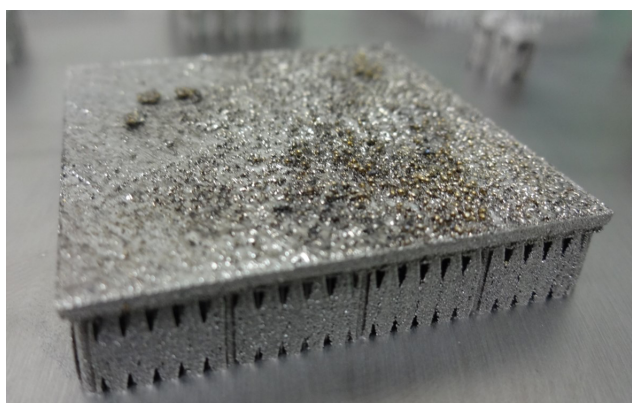


Fig. 1.16: Manufacturing error by thermal deformation.



Fig. 1.17: Many small holes of shaped objects.

## 1.4 本論文の構成

本論文では、前節までに述べた積層造形における課題に対する解決策や、それを踏まえた高性能構造の設計方法の構築を目的とした、トポロジー最適化の活用方法を提案する。

第2章「非破壊検査におけるトポロジー最適化を用いた損傷同定手法」では、トポロジー最適化を最適設計手法ではなく逆解析手法として用いることによる、損傷同定のための最適化問題を定式化する。本研究では、構造状態を把握するための構造特性として、構造全体に関係する振動特性である構造固有値を用いる。積層造形により製造される周期セル構造の破壊挙動の特殊性や、粉末焼結方式の造形精度の問題点に対する非破壊検査による損傷同定手法の構築を目的とした、トポロ

ジー最適化による損傷同定手法を提案する。

第3章「熱伝導制約下における熱変形最小化」では、トポロジー最適化問題において、非常に多くの検討が行われている線形熱伝導問題と線形弾性問題の2つを同時に考慮した最適化問題を定式化する。この最適化問題により、粉末焼結方式の積層造形における熱変形の問題点に対する、高い熱伝導性能と熱変形の抑制を両立する構造の設計を目的としたトポロジー最適化を提案する。

第4章「積層造形を考慮した熱拡散性能最大化」では、第3章で構築した手法を基に、最適化の収束性を考慮して熱伝導問題のみに簡略化することで、3次元問題へ拡張する。そして、ヒートシンクに代表されるような小型の冷却構造の設計方法の現状と課題について述べ、それに対する解決策として、トポロジー最適化を用いた設計方法を提案する。

第5章「高性能ラティス構造の開発と性能検証」では、第3章及び第4章で構築した手法と成果を基に、線形弾性問題のみを取り扱う3次元トポロジー最適化問題を定式化する。本研究では周期セル構造の一種であるラティス構造の開発を目的とするため、線形弾性問題を解くことで得られるマイクロ構造の弾性テンソルから、均質化法を用いてマクロ構造の体積弾性率を評価する。このとき、粉末焼結方式の金属積層造形による製造を前提とし、粉末除去などの課題を考慮したトポロジー最適化問題を構築する。さらに、最適化により得られたラティス形状を積層造形により実際に造形し、圧縮試験による性能評価を実施する。また、ラティス構造の特異な破壊について実験により検証し、同等の破壊結果を得られる解析手法を検討する。

第6章「結論」では、本研究により得られた知見を総括する。

## 第2章 非破壊検査におけるトポロジー最適化を用いた損傷同定手法

### 2.1 緒言

積層造形の最大の利点は複雑形状の製造であるが、ラティスに代表される周期セル構造は、バルク材料などとは異なり破壊挙動が特殊な場合が多い[96, 77]. さらに、複雑形状であるが故に、破壊した箇所の確認が困難となる場合がある。また、粉末焼結方式の積層造形の場合、造形物の内部に無数の孔が生じてしまうことがある。このため、非破壊検査による破壊箇所の確認や造形物の内部状態の確認が重要となる。現在の非破壊検査には、超音波を用いたもの[12, 103]や圧電素子を用いたもの[24, 97, 93, 63, 36, 91], 渦電流を用いたもの[83, 30, 31, 10], 光ファイバを用いたもの[69, 84, 37, 43]などがある。これらは、正常な構造と損傷のある構造とで、様々な物理現象における構造の応答の差異から損傷を検出する。非破壊検査では、損傷を特定する作業は一般的に人手によって行われる。これにより、損傷の検出精度が技術者の技量に依存することが問題として挙げられている。また、超音波を用いた非破壊検査などは、構造物に対して局所的に行われるため、構造全体に対して検査を行うためには莫大な時間を要する。

これに対し、力学モデルに基づいて構造物の損傷を解析的に求める方法が提案されている[2, 9]. この方法では、検査により得られた応答と等しい応答を得られる構造を、最適化アルゴリズムに基づく数値計算で自動的に導出する。この手法では全ての手順は数値計算により自動的に行われる。トポロジー最適化は構造物の形状だけでなく位相も最適化可能であり、構造を表現する自由度が非常に高く、損傷同定にも応用されている[50, 66]. これらの手法では、損傷を有する構造の周波数

応答特性と同等の特性を有する構造をトポロジー最適化により導出し、最適化によって得られた構造が先の損傷を有する構造と近い形状となり、損傷を検出できている。しかしこれらの例では、構造物に対して一点の周波数応答特性のみを用いており、構造物全体の振動特性に着目した研究はいまだ行われていない。そこで、本研究では構造全体に関連する構造特性である固有値を用いた損傷検出手法を構築する。この手法は損傷が低周波の固有振動に与える影響を考慮した手法である。提案手法では、固有値により損傷構造の特性を指定し、それを実現する構造をトポロジー最適化により導出する。その結果として得られる構造が、同等の損傷を有する構造となる。

## 2.2 定式化

### 2.2.1 固有値解析

構造物の非減衰  $N$  自由度系の自由振動は、剛性マトリックスを  $\mathbf{K}$ 、質量マトリックスを  $\mathbf{M}$  とすると、次の運動方程式で表される。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0 \quad (2.1)$$

この運動方程式は、 $\mathbf{x} = \mathbf{u}e^{i\omega_n t}$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) とすると次式のように変形できる。

$$(\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M})\mathbf{u}_n = 0 \quad (2.2)$$

この式を解くことにより固有角振動数  $\omega_n$  を求めることができる。固有値は  $\lambda_n = \omega_n^2$  で表され、 $i$  次の固有値を  $\lambda_i$  とする。そして各固有値に対応する固有振動モード  $\mathbf{u}$  が得られる。

### 2.2.2 目標関数と最適化問題

密度関数を本研究で用いる固有値解析に関係する物性定数であるヤング率、質量密度に関連付ける。これらの物性定数はそれぞれ、式(2.3)、式(2.4)のように表さ

れる.

$$E_i = d_i^{p_E} E_0, \text{ for } i = 1, 2, \dots, l \quad (2.3)$$

$$\rho_i = d_i^{p_\rho} \rho_0, \text{ for } i = 1, 2, \dots, l \quad (2.4)$$

$E_0, \rho_0$  はそれぞれ, 基準となる材料のヤング率, 質量密度である.  $p_E$  と  $p_\rho$  はペナルティレーションパラメータであり, それぞれ  $p_E = 3, p_\rho = 1$  とする.

目標構造の  $i$  次の固有値を  $\lambda_{\text{target}i}$ , 最適化する構造の固有値を  $\lambda_i$  とし, これらの固有値の値が近づくよう最適化を行う. そのため, 目標関数は式 (2.5) のように定義する. まず各次数ごとの固有値の差の2乗をとり, 目標構造の固有値で割ることで正規化をする [56]. そして, 各次数ごとに重み  $w_i$  を付加し, その総和を目標関数とする.

$$J(\mathbf{d}) = \sum_{i=1}^n w_i \frac{(\lambda_{\text{target}i} - \lambda_i)^2}{\lambda_{\text{target}i}^2} \quad (2.5)$$

以上を踏まえて, 本研究におけるトポロジー最適化問題は以下のように表される.

$$\text{minimize } J(\mathbf{d}) \quad (2.6)$$

Subject to

$$0 < \rho \leq 1 \quad (2.7)$$

提案手法の目標関数は, 通常は次数の同じ固有値の値が損傷構造の固有値と等しくなるように最適化される. しかし, 損傷構造の固有振動モードと最適化する構造の固有振動モードが, 各次数ごとに一致していない場合, 固有値を一致させたとしても, 目標とする損傷構造とは全く異なる構造が得られると予測される.

式(2.2)を解くことで求められる固有振動モード $\Phi$ を用いて, 損傷構造の固有振動モードに対応する最適化構造の固有振動モードの次数を特定する, モードトラッキング法を適用する[40]. 固有振動モードの特定には次式を用いる.

$$\min ||\mathbf{u}_{\text{target}i} - \mathbf{u}_j|| \quad (2.8)$$

### 2.2.3 最適化アルゴリズム

本手法の最適化のフローチャートを図2.1に示す. 最適化を行うための準備として目標とする損傷構造を設定し, 振動方程式を解くことで固有振動数を求める. この固有振動数を用いて目的関数にて最適化を行う. これ以下は, 最適化ループとなり, 目標関数が収束するまで計算を繰り返す. (1) 最適化する構造に関する振動方程式を解いて固有振動数及び固有モードを求める. これはあくまでも例題を解く上での作業であり, 実際に本手法を非破壊検査に適用する際は, これらの値は検査で得ることになる. (2) 先に求めた目標構造と最適化する構造とで, 固有振動モードの次数の一致を確認・修正し, (3) 同じ種類の固有振動モードに対する固有値を選択して差を取ることで目的関数を計算する. 目的関数の計算後, 目的関数が収束していた場合は最適化を終了する. (4) 収束していない場合は目標関数の感度を計算し, (5) 逐次凸関数近似法的一种である Method of Moving Asymptotes(MMA)[82]を用いて設計変数を更新する.



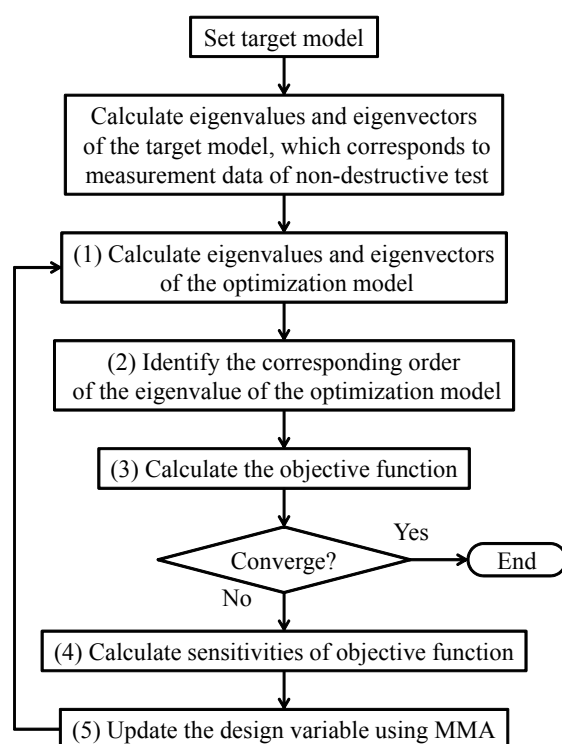


Fig. 2.1: Flowchart of optimization procedure.

### 2.2.4 感度解析

MMAによる最適化では、目標関数の設計変数に対する感度を必要とする。目標関数の感度を求めるためには、各次数の固有値の設計変数に対する感度を求める必要がある。まず $i$ 次の固有値の $j$ 番目の設計変数に対する感度を求める。 $\lambda_i = \omega_i^2$ より、式(2.2)は次式のように変形できる。

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \mathbf{u}_i = 0 \quad (2.9)$$

ラグランジュ未定乗数を $\tilde{\mathbf{u}}$ とすると、ラグランジアンは以下のように表すことができる。

$$L_1 = \lambda_i + \tilde{\mathbf{u}}_i^T \{(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \mathbf{u}_i\} \quad (2.10)$$

この式を最適化の設計変数である密度関数で微分すると式(2.11)のようになり，式(2.12)のようにまとめることができる．

$$\frac{\partial L_1}{\partial d_j} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial d_j} + \tilde{\mathbf{u}}_i^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial d_j} \mathbf{u}_i + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial d_j} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial d_j} \mathbf{M} \mathbf{u}_i - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial d_j} \mathbf{u}_i - \lambda_i \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial d_j} \right) \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial d_j} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial d_j} (1 - \tilde{\mathbf{u}}_i^T \mathbf{M} \mathbf{u}_i) + \tilde{\mathbf{u}}_i^T (\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial d_j} + \tilde{\mathbf{u}}_i^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial d_j} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial d_j} \right) \mathbf{u}_i \quad (2.12)$$

$\tilde{\mathbf{u}}_i = \mathbf{u}_i$  であるとき，式(2.9)より式(2.12)の第二項は0となる．また， $\mathbf{u}_i^T \mathbf{M} \mathbf{u}_i = 1$  であることを用いると，式(2.12)は次のようになる．

$$\frac{\partial L_1}{\partial d_j} = \mathbf{u}_i^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial d_j} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial d_j} \right) \mathbf{u}_i \quad (2.13)$$

これを用いると本手法における，目標関数の各設計変数に関する感度は次式となる．

$$\frac{\partial J_1(\mathbf{d})}{\partial d_j} = -2 \sum_{i=1}^n w_i \frac{\lambda_{\text{target}i} - \lambda_i}{\lambda_{\text{target}i}} \mathbf{u}_i^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial d_j} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial d_j} \right) \mathbf{u}_i \quad (2.14)$$

## 2.3 数値例

### 2.3.1 片持ち構造

図2.2に示すような無次元化された寸法 $2 \times 1$ の平面応力状態の構造を考える．左辺の $x$ 変位 $y$ 変位ともに完全固定し，右辺の全ての節点に対し，合計が1となるように集中質量を付加する．この条件において，図2.3のように左辺固定端の中央に半円状の穴が開いた損傷構造を目標構造とする．この目標構造の固有値を解析したところ，固有振動モードは図2.4に示すようになった．損傷箇所は固定端中央であり，6次以上で見られた自由端先端のみの振動よりも，構造全体の引張・圧縮方向の振動への影響の方が大きいと考えられる．そこで，式(2.5)において1～5次の固有値を考慮して最適化を行う．重み係数は $w_1 : w_2 : w_3 : w_4 : w_5 = 1 : 1 : 1 : 1 : 1$ とする．

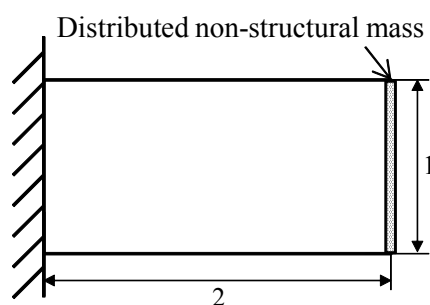


Fig. 2.2: Analysis model of the cantilever example.



Fig. 2.3: Damaged model of the cantilever example.

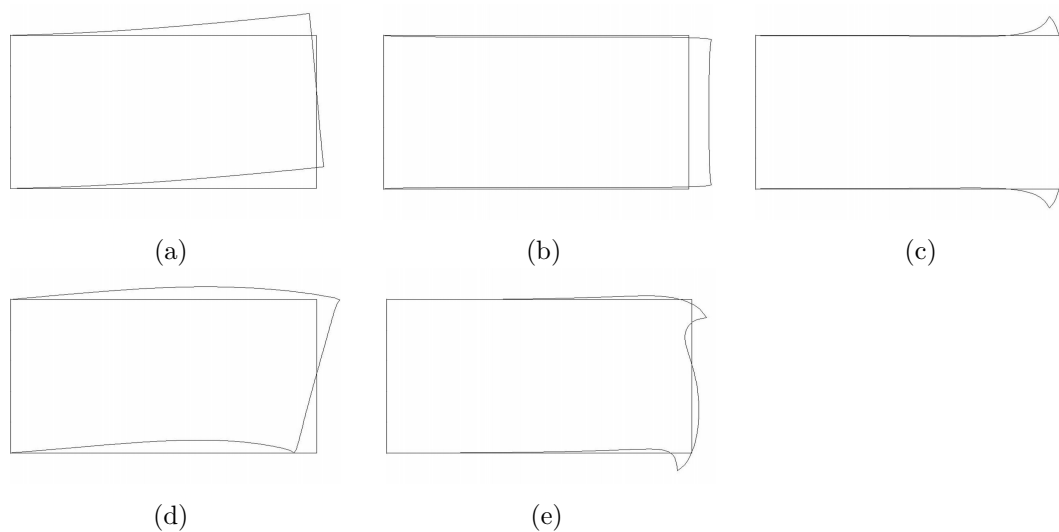


Fig. 2.4: Eigenmode shapes of the damaged structure of the cantilever example. (a) First mode, (b) second mode, (c) third mode, (d) fourth mode, (e) fifth mode.

最適化結果は、表2.1に示すとおり1~3次の固有値は全て目標構造と近い値となった。図2.5は目的関数の収束履歴であり、500回で収束したと判断した。図2.6は最適化により得られた結果であるが、損傷を明確に表現することはできていないが、目標構造と同じ固定端中央に損傷が生じており、損傷を検出できていることがわかる。

Table 2.1: Eigenvalues of optimal and damaged structures of the cantilever example.

	1st	2nd	3rd	4th	5th
Damaged structure	$1.591 \times 10^{-2}$	$6.977 \times 10^{-2}$	$9.801 \times 10^{-2}$	$1.145 \times 10^{-1}$	$1.422 \times 10^{-1}$
Optimal structure	$1.589 \times 10^{-2}$	$6.979 \times 10^{-2}$	$9.799 \times 10^{-2}$	$1.145 \times 10^{-1}$	$1.422 \times 10^{-1}$

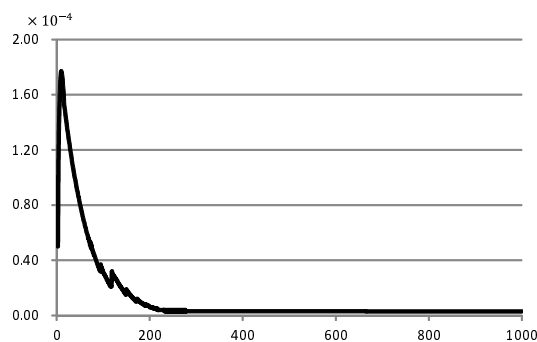


Fig. 2.5: Convergence history of the cantilever example.



Fig. 2.6: Optimal configuration of the cantilever example.

### 2.3.2 両端固定構造

4×1の両端固定の構造で、中央下端部に大きさ1の集中質量を付加し、中央に円形の損傷を有する構造を考える。左右対称の構造であるため、解析は図2.7に示すような構造を用いることができる。この構造は2×1の平面応力状態で、左辺を完全固定、右辺をローラー固定した構造である。目標とする損傷構造は図2.8のように右辺の中央に半円状の穴が開いたものとなる。この目標構造の固有値を解析したところ、固有振動モードは図2.9に示すようになった。損傷箇所は右端中央であり、右端の変形を伴う振動の影響の方が大きいと考えられる。そこで、式(2.5)において1~6次の固有値を考慮して最適化を行う。重み係数は $w_1 : w_2 : w_3 : w_4 : w_5 : w_6 = 1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1$ とする。

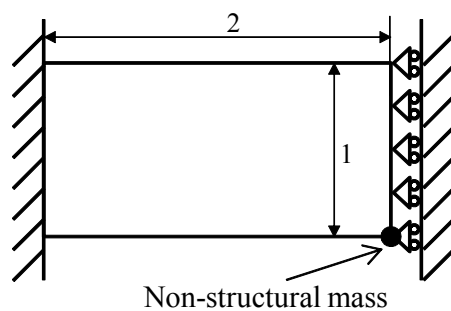


Fig. 2.7: Analysis model of the plate example with both sides fixed.



Fig. 2.8: Damaged model of the plate example with both sides fixed.

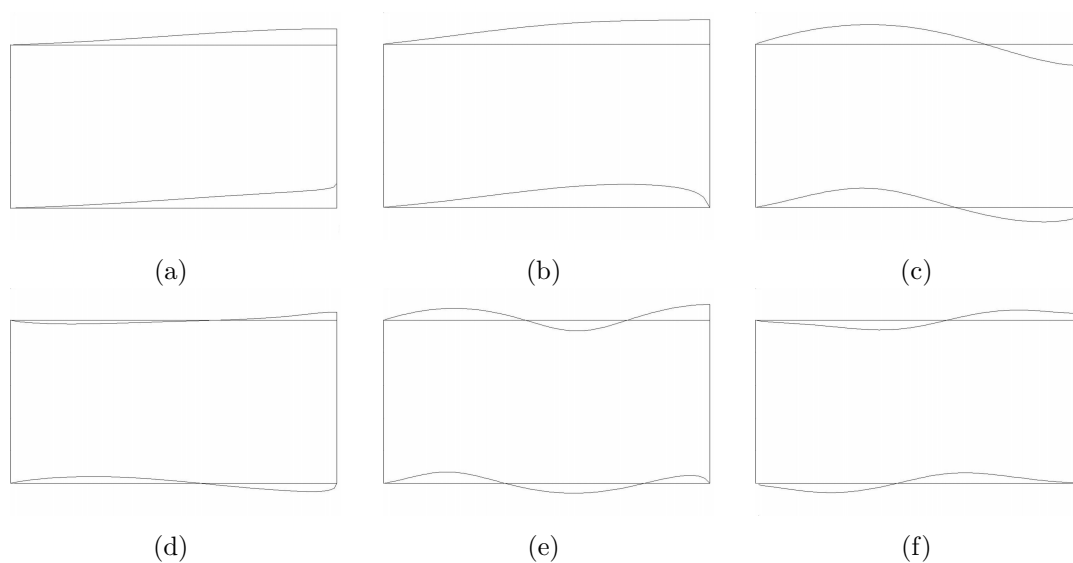


Fig. 2.9: Eigenmode shapes of the damaged structure of the plate example with both sides fixed. (a) First mode, (b) second mode, (c) third mode, (d) fourth mode, (e) fifth mode, (f) sixth mode.

最適化の結果，表2.2のように各次数の固有値は目標構造に近い値となった．図2.10は目的関数の収束履歴であり，300回で収束したと判断した．図2.11は最適化により得られた結果であるが，損傷を明確に表現することはできていないが，目標構造と

同じ右端中央に損傷が生じており、損傷を検出できていることがわかる。

Table 2.2: Eigenvalues of optimal and damaged structures of the plate example with both sides fixed.

	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
Damaged structure	$2.301 \times 10^{-2}$	$5.073 \times 10^{-1}$	1.146	1.532	2.040	2.559
Optimal structure	$2.299 \times 10^{-2}$	$5.076 \times 10^{-1}$	1.142	1.531	2.035	2.556

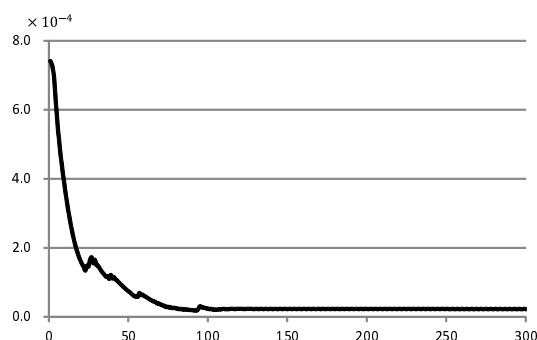


Fig. 2.10: Convergence history of the plate example with both sides fixed.



Fig. 2.11: Optimal configuration of the plate example with both sides fixed.

### 2.3.3 損傷の大きな片持ち構造

一つ目の片持ち構造と同様の片持ちの構造において、目標とする構造の損傷が大きな場合について考える。これは損傷のある構造とない構造とで、各次数の固有値に対応するそれぞれの固有振動モードが異なる場合があり、そのような事例に対する手法である。損傷の大小に関わらず、損傷が存在することにより損傷のない構造とは、各次数の固有値に対応するそれぞれの固有振動モードは異なってくる。しかし小さな損傷の場合には、このような変化は高次固有値に対応する局所振動モードにおいてのみ発生する。本章で扱う手法は低次の固有値のみであり、かつ構造全

体に関する振動モードのみを対象としているため、これまでの例では損傷による固有振動モードの違いはなかった。本節の例では、低次の固有値に対応する固有振動モードが損傷の影響で異なっている場合である。損傷構造は図2.12のように自由端側の右辺よりの上下に正方形の損傷のある構造とする。図2.13が目標構造の固有振動モード、図2.14が損傷のない状態である、最適化の初期構造の固有振動モードである。損傷の影響により3次と4次の固有振動モードの順番が逆になっている。この固有振動モードの順番が入れ替わるのは損傷の影響であることと、最初の例と同様に片持ち構造であることを踏まえ、1~5次の固有値を考慮して最適化を行う。重み係数は  $w_1 : w_2 : w_3 : w_4 : w_5 = 1 : 1 : 1 : 1 : 1$  とする。



Fig. 2.12: Damaged structure of a large-damage example.

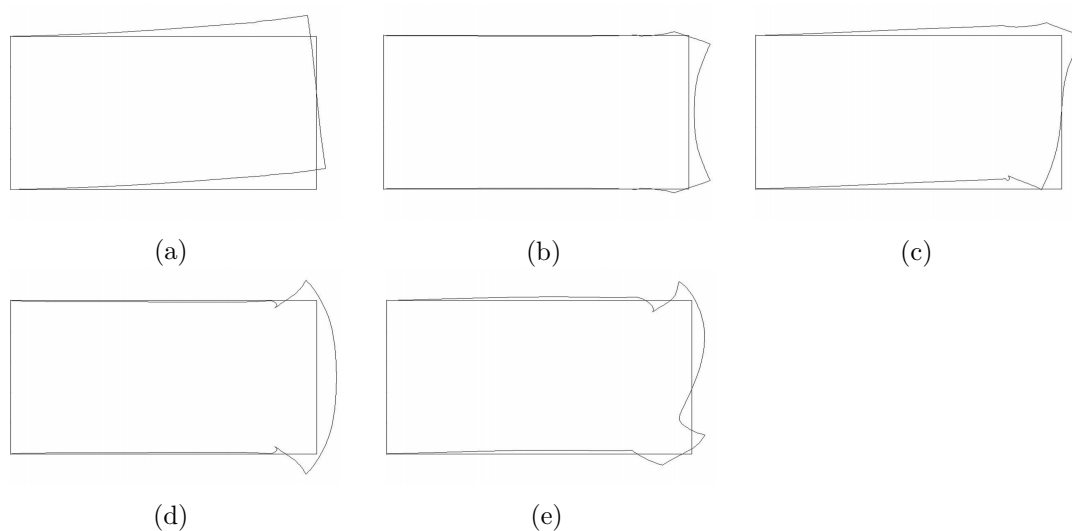


Fig. 2.13: Eigenmode shapes of the damaged structure of a large-damage example. (a) First mode, (b) second mode, (c) third mode, (d) fourth mode, (e) fifth mode.

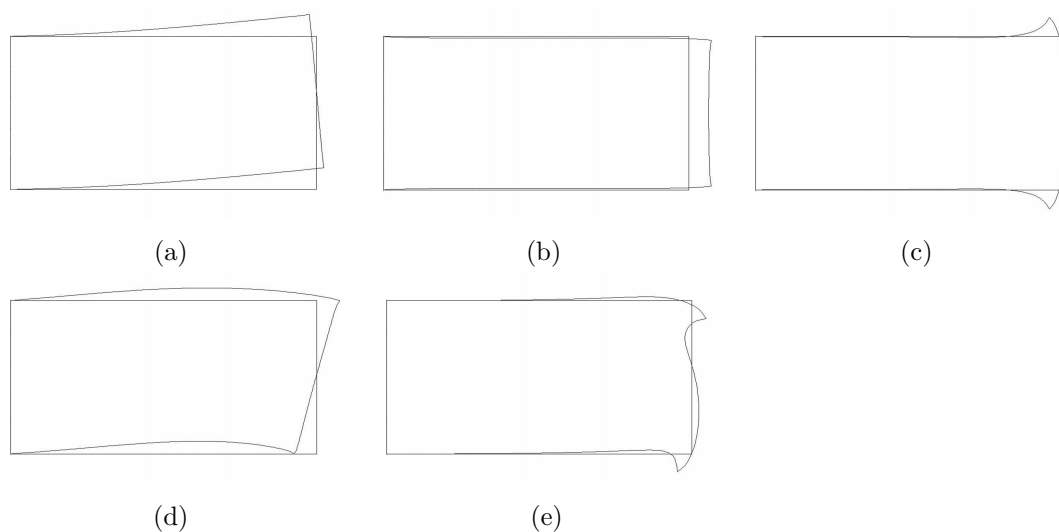


Fig. 2.14: Eigenmode shapes of the initial model of a large-damage example. (a) Third mode, (b) fourth mode.

$\mathbf{u}_{\text{target}i}$  は損傷のある目標構造の  $i$  次の固有振動モードであり,  $\mathbf{u}_j$  は最適化する構造の  $j$  次の固有振動モードである. 最適化する構造の固有値解析を行った後にこの式を最小化する  $j$  を損傷構造の  $i$  に置き換え, 目標関数と感度を計算する. 式 (2.8) に基づき, 最適化の繰り返し計算ごとにごとに固有振動モードを判別しながら最適化を行う.

目標構造の損傷が大きいため, 最適化前は損傷構造と固有値の差が大きく開いていたが, 最適化の結果, 表 2.3 に示すように各次数の固有値は目標構造と近い値となった. 図 2.15 は目的関数の収束履歴であり, 500 回で収束したと判断した. 図 2.16 は最適化により得られた結果であるが, 損傷の形状は異なっているものの, 目標構造に設定した損傷と近い位置に損傷ができており, 損傷位置を検出できていることがわかる. 図 2.17 は最適化後の構造の固有振動モードであるが, 最適化が進み損傷が目標構造と近づいてくるにつれて固有振動モードも近い形状に変わったことがわかる.



Table 2.3: Eigenvalues of optimal and damaged structures of a large-damage example.

	1st	2nd	3rd	4th	5th
Damaged structure	$1.526 \times 10^{-2}$	$5.320 \times 10^{-2}$	$6.659 \times 10^{-2}$	$8.323 \times 10^{-2}$	$1.282 \times 10^{-1}$
Optimal structure	$1.520 \times 10^{-2}$	$5.317 \times 10^{-2}$	$6.692 \times 10^{-2}$	$8.306 \times 10^{-2}$	$1.281 \times 10^{-1}$

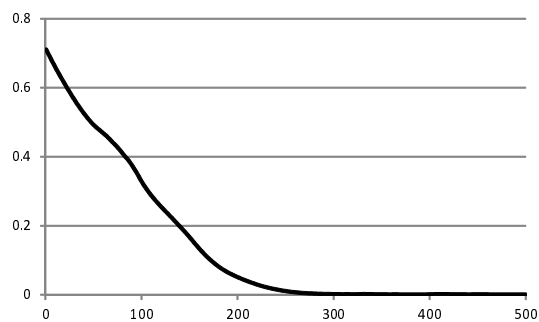


Fig. 2.15: Convergence history of a large-damage example.



Fig. 2.16: Optimal configuration of a large-damage example.

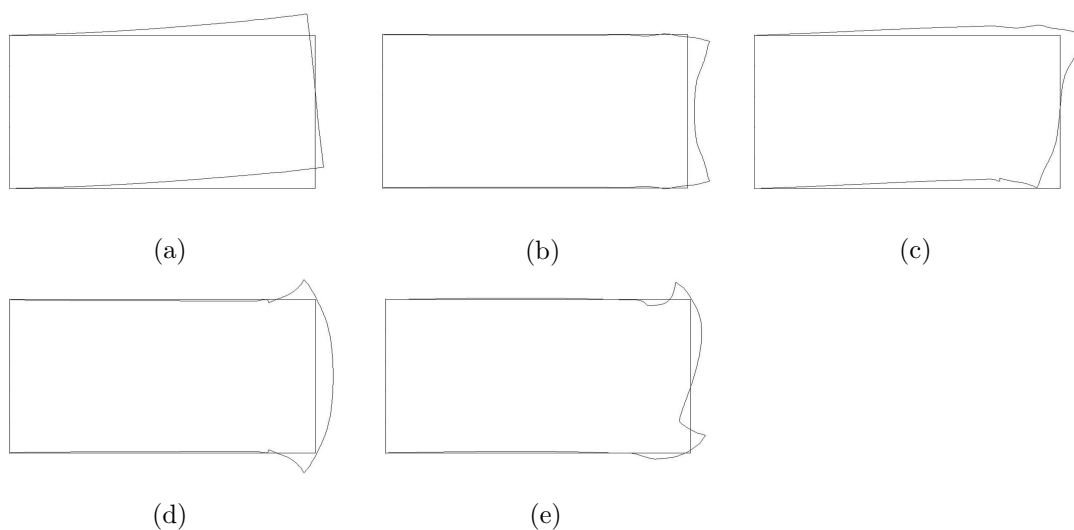


Fig. 2.17: Eigenmode shapes of the optimal structure of a large-damage example. (a) First mode, (b) second mode, (c) third mode, (d) fourth mode, (e) fifth mode.

## 2.4 結言

本研究では固有値解析に基づくトポロジー最適化を用いた構造物の損傷検出手法を構築し，数値例を用いて検証を行った．以下に各章について結論をまとめる．

1. 損傷検出のための構造特性を固有値とし，固有値解析の定式化を行った．
2. 損傷による固有振動モードの変化を考慮して，モードトラッキング法を導入し，損傷構造との固有値の差を最小化する最適化問題を定式化した．
3. 目標関数の設計変数に対する感度を導出した．そして，この感度に基づいた，逐次凸関数近似法の一つであるMMA(Method of Moving Asymptotes)に基づく最適化アルゴリズムを構築した．
4. 3つの数値例を用いて損傷の検出を行い，本手法の有効性と妥当性を確認した．固有振動モードの形状に影響を及ぼさないような，小さな損傷を有する構造を定義した二種類の構造では，いずれも損傷箇所を検出することができた．また，固有振動モードに影響するような大きな損傷を有する構造に対しては，繰り返し計算ごとに固有振動モードを特定しながら最適化を行うことで，損傷形状を明確に表すことはできなかったものの，損傷位置を特定することができた．

今後は，面内振動のみを考慮する平面応力要素だけでなく，面外振動を扱うMindlin要素を用いた手法への発展などが考えられる．

## 第3章 熱伝導制約下における熱変形最小化

### 3.1 緒言

金属材料を用いた積層造形では、レーザや電子ビームにより金属粉末を焼結することで造形を行う。焼結の際の熱により生じる熱変形は、造形物の寸法誤差となるだけでなく、粉末を敷くことをできなくし、造形を中断させてしまうこともある。レーザや電子ビームの出力や造形速度を調整することで、発生する熱変形を小さく抑えることは可能だが、材料とする金属の種類や造形物の形状によって変化するため、調整方法は技術者のノウハウに大きく依存する。

トポロジー最適化は剛性最大化問題 [4] や固有振動数最大化問題 [16] などに広く応用されている。また、熱伝達率最大化問題 [33, 59] や熱拡散問題 [32] に対しても応用例が報告されている。これらの伝熱問題への応用例では、一般的に熱境界に対する全ポテンシャルエネルギーや熱コンプライアンス [21] を目標関数としている。これは、熱境界に対する構造問題における構造コンプライアンスに相当する形で熱コンプライアンスを定義し、これを最小化することで、熱境界の温度を最小化できる、すなわち、熱伝導性の高い構造が得られることを意味する。

構造問題、伝熱問題のいずれにおいてもトポロジー最適化の有効性が示されており、熱伝導特性と剛性を同時に考慮するような問題に対する応用例もある。例えば、様々な熱境界条件下における剛性などの構造特性最適化問題に関する研究では、熱変形と表面力に対する剛性が最大化された構造を、形状最適化法を用いて導出した例 [38] が挙げられる。トポロジー最適化問題では、温度固定下での剛性最大化問題 [76, 52, 15], 温度場での応力最小化問題 [53], 構造コンプライアンス最小化 [14, 19],

熱伝導特性と熱応力制約を両立させるトポロジー最適化問題 [86] が挙げられる。しかし、良好な熱伝導特性と低熱変形性を同時に有する構造をトポロジー最適化で導出する研究は未だ行われていない。

そこで本研究では、表面力が作用せず熱流束のみが作用する熱弾性場において、熱伝導特性と低熱変形を両立する構造を導出する最適化問題を設定する。熱コンプライアンスを制約条件とし、構造コンプライアンスの最小化を目標関数として定義し、トポロジー最適化問題を解くことで構造を導出する。これにより、必要な熱伝導特性を持ちつつ、熱変形が抑制された構造を設計する手法を構築することで、積層造形において熱変形の抑制される形状についての知見を取得する。

## 3.2 定式化

### 3.2.1 状態方程式

本研究では、構造物  $\Omega$  の熱変形を解析で扱うための、線形熱伝導問題と線形弾性問題を考える。ただし、本研究では問題の簡略化のため、熱伝導問題に対するトポロジー最適化でしばし用いられるように、対流熱伝達や熱輻射の影響は無視するものとする [21, 86]。境界  $\Gamma_T$  から表面熱流束が作用する等方性弾性体における状態方程式は以下の2式で表される。

$$-\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (3.1)$$

$$-\nabla \cdot (k \nabla T) = 0 \quad (3.2)$$

ここで、 $\boldsymbol{\sigma}$  は応力テンソル、 $T$  は温度、 $k$  は熱伝導率である。応力テンソル  $\boldsymbol{\sigma}$  は弾性テンソル  $\mathbf{D}$  とひずみテンソル  $\boldsymbol{\varepsilon}$ 、熱ひずみテンソル  $\boldsymbol{\varepsilon}_{th}$  を用いて以下のように表すことができる。

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{th}}) \quad (3.3)$$

ただし  $\boldsymbol{\varepsilon}$  と  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{th}}$  は

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (3.4)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{th}}(T) = \gamma(T - T_{\text{ref}})\boldsymbol{\delta} \quad (3.5)$$

と表される．ここで， $\mathbf{u}$  は変位ベクトル， $\gamma$  は熱膨張率， $T_{\text{ref}}$  は熱ひずみ基準温度である．式(3.1)と式(3.2)を弱形式で表すと以下のようなになる．

$$a(\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}}) = \alpha(T, \bar{\mathbf{u}}) \quad (3.6)$$

$$A(T, \bar{T}) = g(\bar{T}) \quad (3.7)$$

ただし，それぞれの項は以下の式で表される．

$$a(\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}}) = \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}(\bar{\mathbf{u}}) dx \quad (3.8)$$

$$\alpha(T, \bar{\mathbf{u}}) = \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{th}}(T) \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}(\bar{\mathbf{u}}) dx \quad (3.9)$$

$$A(T, \bar{T}) = \int_{\Omega} k \nabla T \cdot \nabla \bar{T} dx \quad (3.10)$$

$$g(\bar{T}) = \int_{\Gamma_T} h \bar{T} ds \quad (3.11)$$

ここで  $\bar{\mathbf{u}}$  と  $\bar{T}$  はテスト関数， $h$  は表面熱流束である．

### 3.2.2 目標関数と最適化問題

本研究では線形弾性問題と線形熱伝導問題を取り扱うため、本研究におけるトポロジー最適化では、これらの問題に関係する物性定数であるヤング率及び熱伝導率を、密度関数のべき乗を用いて表現する。原材料のヤング率を  $E_0$ 、熱伝導率  $k_0$  として、SIMP法における物性定数は、それぞれ以下のように表す。

$$E = \rho^{p_E} E_0 \quad (3.12)$$

$$k = \rho^{p_k} k_0 \quad (3.13)$$

ここで、 $p_E$  と  $p_k$  はペナライゼーションパラメータである。

本研究では熱伝導特性を持ち、熱変形を抑制する構造を、トポロジー最適化により導出する。熱膨張や熱収縮といった熱変形の低減は、構造コンプライアンスが最小となる構造を導出することで実現することが可能である [38]。本研究では熱流束が作用する構造の、次式で表される構造コンプライアンスの最小化を目標関数とする。

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{u}) = \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) dx \quad (3.14)$$

また、制約条件として熱コンプライアンス [21] と体積を設定する。熱コンプライアンスは、構造問題における構造コンプライアンスに相当する形で定義され、熱コンプライアンス制約を設定することにより熱伝導特性を有する構造を得る。以上を踏まえて、本研究におけるトポロジー最適化問題は以下のように表される。

$$\text{minimize } J = a(\mathbf{u}, \mathbf{u}) \quad (3.15)$$

Subject to

$$\frac{V(\rho)}{V_{\text{allow}}} \leq 1 \quad (3.16)$$

$$\frac{g(T)}{g_{\text{allow}}} \leq 1 \quad (3.17)$$

$$0 < \rho \leq 1 \quad (3.18)$$

ただし,  $g_{\text{allow}}$ ,  $V_{\text{allow}}$  はそれぞれ熱コンプライアンスと体積の上限であり, 熱コンプライアンスは式 (3.11) の汎関数  $g$  を用いて以下のように表される.

$$g(T) = \int_{\Gamma_T} hT ds \quad (3.19)$$

なお, 本研究では熱コンプライアンスと区別するために, 一般的なコンプライアンスを構造コンプライアンスと呼ぶものとする.

### 3.3 最適化手順

#### 3.3.1 最適化アルゴリズム

本研究の最適化のフローチャートを図3.1に示す. まず最適化のための初期形状を決定し, 状態方程式を解く. 次に目標関数及び制約条件を計算する. 目標関数が収束していない場合, 随伴方程式を解くことで目標関数と制約条件の感度を計算し, 逐次線形計画法 (SLP: Sequential Linear Programming) とフェーズフィールド法 [85] を用いて設計変数を更新する. 最適化の初期段階では大きくトポロジー変化が起こる可能性を考えて逐次線形計画法を用いて設計変数を更新し, フェーズフィールド法はおおよその形状が導出された後に, 形状をより明確にするために用いる.

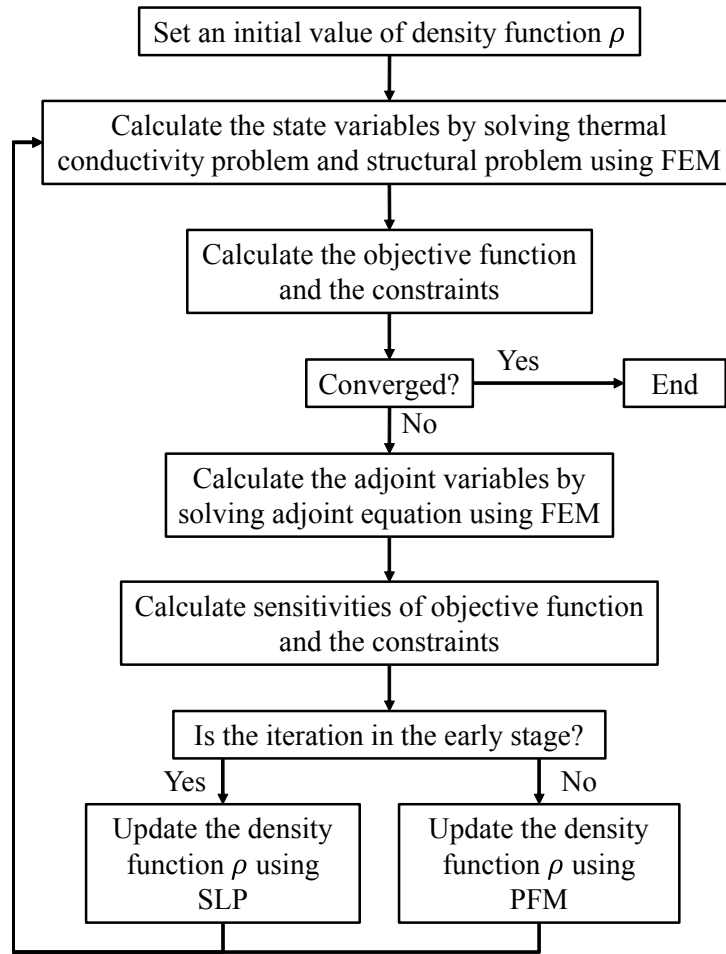


Fig. 3.1: Flowchart of optimization algorithm.

### 3.3.2 感度解析

本研究で用いる逐次線形計画法では、目標関数及び制約条件の設計変数に対する感度が必要となる。まず、熱変形を取り扱う問題における一般的な目標関数を  $J(\phi) = \int J(\phi, \mathbf{u}, T) dx$  と置き、これを方向  $\theta$  に関数微分すると以下のように表される。

$$\langle J'(\phi), \theta \rangle = \int j'(\phi) \theta dx + \int j'(\mathbf{u}) \langle \mathbf{u}'(\phi), \theta \rangle dx + \int j'(T) \langle T'(\phi), \theta \rangle dx \quad (3.20)$$

$$= \int j'(\mathbf{u}) \bar{\mathbf{u}} dx + \int j'(T) \bar{T} dx \quad (3.21)$$



ただし,  $\bar{\mathbf{u}} = \langle \mathbf{u}'(\phi), \theta \rangle$ ,  $\bar{T} = \langle T'(\phi), \theta \rangle$  である. テスト関数を随伴変数とし, 式 (3.6) と (3.7) を用いると, ラグランジアンは以下のように表される.

$$L(\phi, \mathbf{u}, T, \mathbf{p}, q) = \int j(\mathbf{u}, T) dx + a(\mathbf{u}, \mathbf{p}) - \alpha(T, \mathbf{p}) + A(T, q) - g(q) \quad (3.22)$$

このラグランジアンを用いて, 目標関数の微分は次のように表される.

$$\langle J'(\phi), \theta \rangle = \left\langle \frac{\partial L}{\partial \phi}(\phi, \mathbf{u}, T, \mathbf{p}, q), \theta \right\rangle + \left\langle \frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}}(\phi, \mathbf{u}, T, \mathbf{p}, q), \langle \mathbf{u}'(\phi), \theta \rangle \right\rangle \quad (3.23)$$

$$+ \left\langle \frac{\partial L}{\partial T}(\phi, \mathbf{u}, T, \mathbf{p}, q), \langle T'(\phi), \theta \rangle \right\rangle \quad (3.24)$$

$$= \left\langle \frac{\partial L}{\partial \phi}(\phi, \mathbf{u}, T, \mathbf{p}, q), \theta \right\rangle + \left\langle \frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}}(\phi, \mathbf{u}, T, \mathbf{p}, q), \bar{\mathbf{u}} \right\rangle \quad (3.25)$$

$$+ \left\langle \frac{\partial L}{\partial T}(\phi, \mathbf{u}, T, \mathbf{p}, q), \bar{T} \right\rangle \quad (3.26)$$

ここで, 第2項と第3項が0となる場合を考える. 第2項と第3項はそれぞれ以下のようなになる.

$$\left\langle \frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}}(\phi, \mathbf{u}, T, \mathbf{p}, q), \bar{\mathbf{u}} \right\rangle = \int j'(\mathbf{u}) \bar{\mathbf{u}} dx + a(\bar{\mathbf{u}}, \mathbf{p}) = 0 \quad (3.27)$$

$$\left\langle \frac{\partial L}{\partial T}(\phi, \mathbf{u}, T, \mathbf{p}, q), \bar{T} \right\rangle = \int j'(T) \bar{T} dx - \alpha(\bar{T}, \mathbf{p}) + A(q, \bar{T}) = 0 \quad (3.28)$$

また, 構造問題の状態方程式である式 (3.6) の両辺を  $\phi$  で微分すると

$$d a(\mathbf{u}, \mathbf{p}) + a(\bar{\mathbf{u}}, \mathbf{p}) - \alpha(\bar{T}, \mathbf{p}) - d \alpha(T, \mathbf{p}) = 0 \quad (3.29)$$

ただし,

$$da(\mathbf{u}, \mathbf{p}) = \int_{\Omega} \varepsilon(\mathbf{u}) \mathbf{D}' \varepsilon(\mathbf{p}) dx \quad (3.30)$$

$$d\alpha(T, \mathbf{p}) = \int_{\Omega} \varepsilon_{\text{th}}(T) \mathbf{D}' \varepsilon(\mathbf{p}) dx \quad (3.31)$$

また，熱伝導問題の状態方程式である式(3.7)の両辺を $\phi$ で微分すると

$$dA(T, q) + A(\bar{T}, q) = 0 \quad (3.32)$$

ただし，

$$dA(T, q) = \int_{\Omega} k' \nabla T \cdot \nabla q dx \quad (3.33)$$

とする．式(3.29)と式(3.32)をそれぞれ，式(3.27)と式(3.28)に代入すると，

$$\int j'(\mathbf{u}) \bar{\mathbf{u}} dx + \int j'(T) \bar{T} dx = da(\mathbf{u}, \mathbf{p}) - d\alpha(T, \mathbf{p}) + dA(T, q) \quad (3.34)$$

これを式(3.21)に代入することで，感度は以下のように得ることができる．

$$J'(\phi) = j'(\phi) + \varepsilon(\mathbf{u}) \mathbf{D}' \varepsilon(\mathbf{p}) - \varepsilon_{\text{th}}(T) \mathbf{D}' \varepsilon(\mathbf{p}) - k' \nabla T \cdot \nabla q \quad (3.35)$$

次に随伴方程式を求める．まず，本研究における目標関数について考える．目標関数は構造コンプライアンスであり，以下のように表される．

$$J(\rho) = a(\mathbf{u}, \mathbf{u}) \quad (3.36)$$

$$= \alpha(T, \mathbf{u}) \quad (3.37)$$

このとき，式(3.26)における第2項と第3項は以下のようになる．

$$\int j'(\mathbf{u}) \bar{\mathbf{u}} dx = 2a(\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}}) \quad (3.38)$$

$$\int j'(T) \bar{T} dx = \alpha(\bar{T}, \mathbf{u}) \quad (3.39)$$

この2式を式(3.27)と式(3.28)に代入すると，

$$2a(\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}}) + a(\bar{\mathbf{u}}, \mathbf{p}) = 0 \quad (3.40)$$

$$\alpha(\bar{T}, \mathbf{u}) - \alpha(\bar{T}, \mathbf{p}) + A(q, \bar{T}) = 0 \quad (3.41)$$

この2つの随伴方程式を解き，随伴変数である  $\mathbf{p}$  と  $q$  を得る．これにより得られる  $\mathbf{p}$  と  $q$  を用いて，目標関数であるコンプライアンスの感度は次のように表される．

$$J'(\phi) = \varepsilon_{\text{th}}(T) \mathbf{D}'(\phi) \varepsilon(\mathbf{u}) + \varepsilon(\mathbf{u}) \mathbf{D}'(\phi) \varepsilon(\mathbf{p}) - \varepsilon_{\text{th}}(T) \mathbf{D}'(\phi) \varepsilon(\mathbf{p}) - k' \nabla T \cdot \nabla q \quad (3.42)$$

また，制約条件である熱コンプライアンスについても考える．熱コンプライアンスは以下のように表される．

$$C(\rho) = g(T) \quad (3.43)$$

このとき、式(3.26)における第2項と第3項は以下のようになる。

$$\int j'(\mathbf{u})\bar{\mathbf{u}}dx = 0 \quad (3.44)$$

$$\int j'(T)\bar{T}dx = g(\bar{T}) \quad (3.45)$$

この2式を式(3.27)と式(3.28)に代入すると、

$$a(\bar{\mathbf{u}}, \mathbf{p}) = 0 \quad (3.46)$$

$$g(\bar{T}) - \alpha(\mathbf{p}, \bar{T}) + A(q, \bar{T}) = 0 \quad (3.47)$$

このとき、 $\mathbf{p} = 0$ であり、式(3.7)と等しくなるため、自己随伴問題となる。よって、熱コンプライアンスに対する感度は以下のように表される。

$$C'(\rho) = -k'\nabla T \cdot \nabla T \quad (3.48)$$

### 3.4 数値例

いくつかの数値例を用いて本手法の妥当性を示す。材料はヤング率  $E_0 = 200$  GPa, 熱伝導率  $k_0 = 84$  W/(m·K), 熱膨張率  $\gamma = 12.1 \times 10^{-6}$  m/(m·K) の鋼とする。構造物はすべて平面ひずみ状態を仮定し、奥行き方向の厚さは1 mとする。熱ひずみ基準温度  $T_{\text{ref}} = 293$  Kとする。また、有限要素の定式化には一次のアイソパラメトリック要素を用いる。トポロジー最適化の設計変数である密度関数  $\rho$  は各有限要素に対して

設定される．ペナライゼーションパラメータ  $p_E$  と  $p_k$  はいずれも3の値を導入する．

### 3.4.1 変位固定境界と温度固定境界が同一の場合

最初の例題として図3.2に示すような寸法  $2\text{ m} \times 1\text{ m}$  の，両端を完全固定した両持ち構造を考える．熱伝導問題では，左端の境界を熱ひずみ基準温度である  $T = 293\text{ K}$  に固定し，右端中央の幅  $0.2\text{ m}$  の境界から熱流束  $h = 2.5 \times 10^4\text{ W/m}^2$  を与える．構造問題では，両端を完全固定した両持ち構造とする．この例題では，変位固定境界と温度固定境界が同一となる．体積制約の  $V_{\text{allow}}$  は全設計領域の40%とした．

この条件において，全体の熱変形が最小となるように，構造コンプライアンス最小化を行う．熱コンプライアンス制約  $g_{\text{allow}}$  は (a)  $2.00 \times 10^6\text{ W} \cdot \text{K}$ ，(b)  $2.25 \times 10^6\text{ W} \cdot \text{K}$ ，(c)  $2.50 \times 10^6\text{ W} \cdot \text{K}$  の3通りについて行う．これらは，熱流束が作用する境界部の温度が (a)  $673.15\text{ K}$ ，(b)  $723.15\text{ K}$ ，(c)  $773.15\text{ K}$  以下となるような制約である．この例題においては，左右の熱変形は両端固定条件より抑制されるものの，上下の熱変形に対して支持をとることはできない．そのため，高温部の体積を減らすことでの熱変形抑制が成されると予想される．

図3.3に示すような，密度関数が一様に分布した形状を初期形状として，最適化により得られた形状を図3.4に示す．熱コンプライアンス制約により，熱流束部と温度固定端を繋ぐ構造となり，高温部から低温部へと熱を通す形状となっている．高温となり熱変形の大きくなる熱流束部が細くなり，反対に熱変形の生じにくい低温となる温度固定端側が太くなることで，全体の熱変形量の小さくなる構造となっている．制約が弱くなるに従い，温度固定端がより太い構造となり，熱変形を抑制する構造となっていると考えられる．境界部の温度が  $673.15\text{ K}$  となるように熱コンプライアンス制約を設けた (a) の最適化における目標関数と制約条件の収束履歴を図3.5に示す．熱コンプライアンスと体積ともに制約条件を満たしており，目標関数も300回で収束したと判断した．

また、比較のため、この構造において同じ体積制約のもとで熱コンプライアンス最小化を行った結果得られた形状を図3.6に示す。熱流東部である右端と温度固定端である左端を一様の太さで繋ぐ構造となっている。熱流東部から温度固定端へと、熱を最短経路で伝えることが可能な形状であるが、高温となる熱流東部が細くなっているため、熱流東部における熱変形が大きくなっていると考えられる。図3.7は以上の結果におけるコンプライアンスと熱コンプライアンスを示したものである。また、それぞれの値において最小値をとっている、最も高い熱コンプライアンス制約を与え、構造コンプライアンスを最小化した構造と、熱コンプライアンスを最小化した構造における、コンプライアンス分布図と温度分布図を、それぞれ図3.8, 図3.9に示す。図3.8の構造コンプライアンスを最小化した構造においては、熱流東が作用する高温部が細くなっている。これにより、熱伝導性能は低下しているが熱変形が抑制されていることがわかる。また、図3.9では高温部に多くの材料が配置されており、構造コンプライアンスの最大値は小さくなっているが、熱変形の総量が大きくなっていることがわかる。これらの最適化結果から、本例題における熱変形と熱伝導性能を示す構造コンプライアンスと熱コンプライアンスのトレードオフの関係が確認でき、このような構造に対し本手法が有効であることが示された。

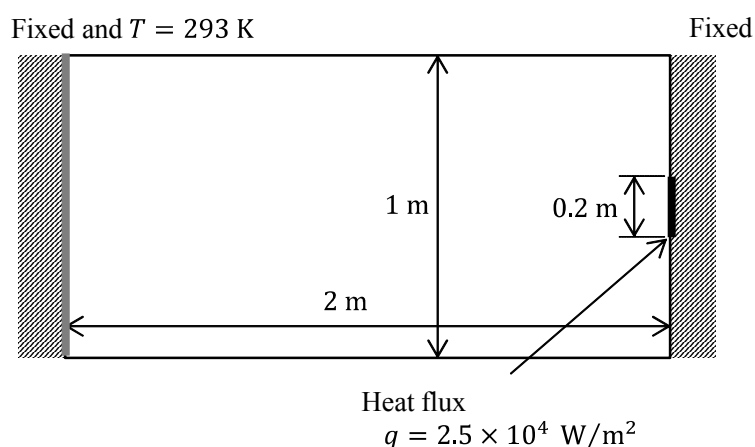


Fig. 3.2: Analysis model of example 1.



Fig. 3.3: Initial shape.

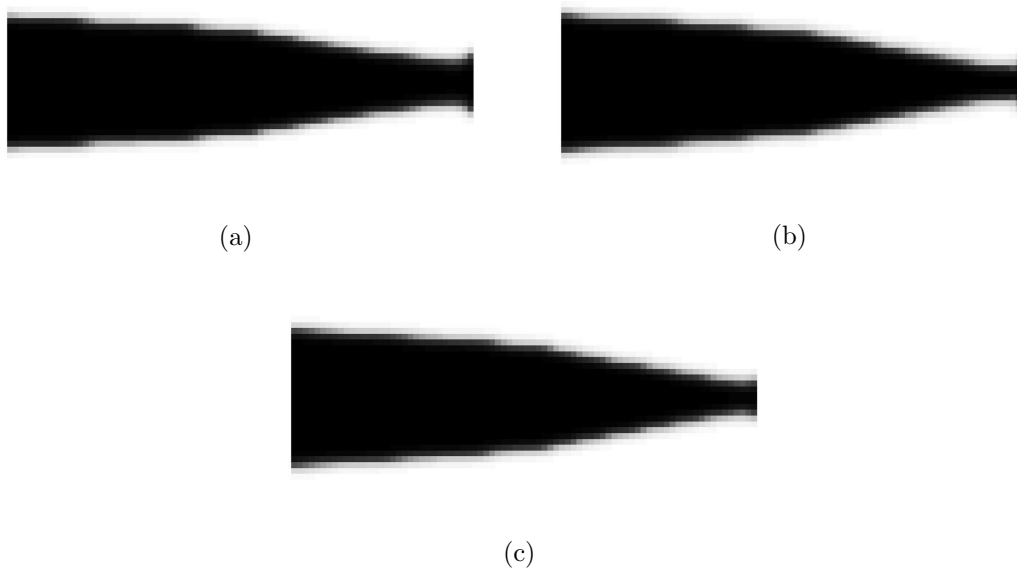


Fig. 3.4: Optimal configurations of structural compliance minimization under each thermal compliance constraints. (a)  $g_{\text{allow}} = 2.00 \times 10^6 \text{ W} \cdot \text{K}$  ( $T = 673.15 \text{ K}$ ), (b)  $g_{\text{allow}} = 2.25 \times 10^6 \text{ W} \cdot \text{K}$  ( $T = 723.15 \text{ K}$ ), (c)  $g_{\text{allow}} = 2.50 \times 10^6 \text{ W} \cdot \text{K}$  ( $T = 773.15 \text{ K}$ ).

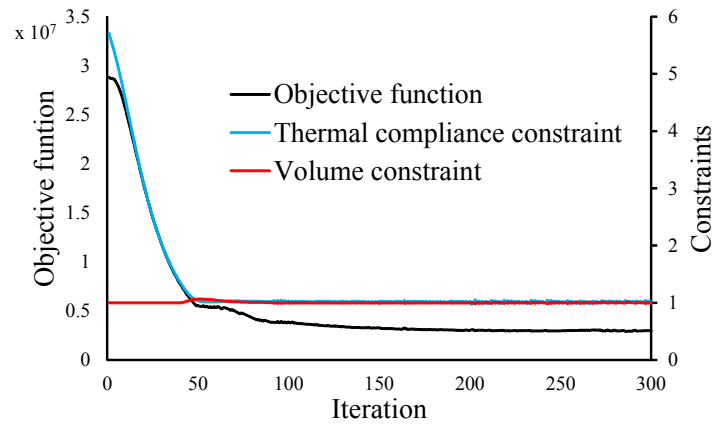


Fig. 3.5: Convergence history of objective function and constraints.



Fig. 3.6: Optimal configuration of thermal compliance minimization.

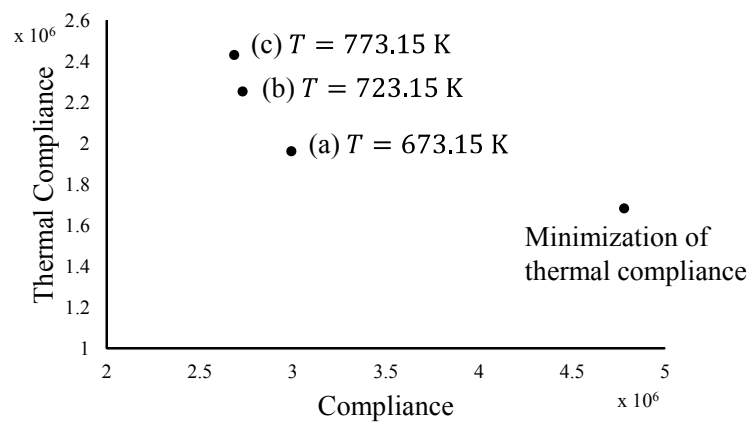


Fig. 3.7: Relationship between structural compliance and thermal compliance.



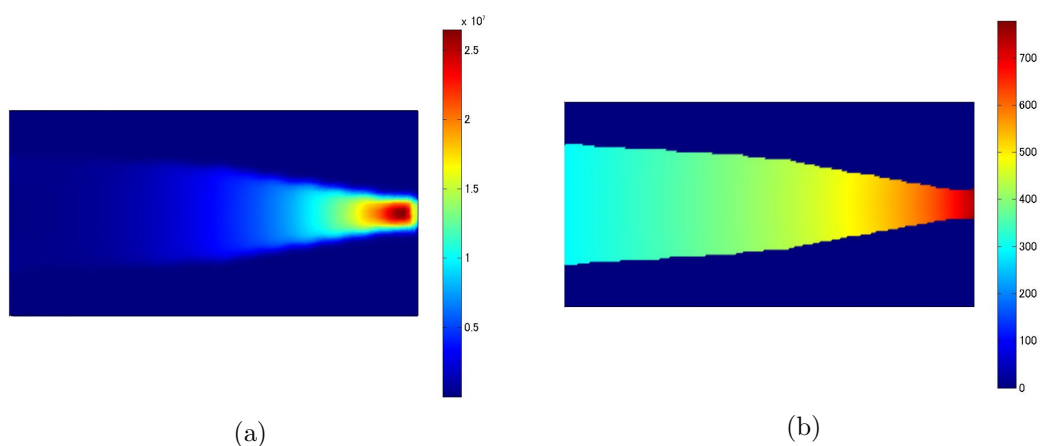


Fig. 3.8: (a) Compliance distribution on deformation shape and (b) temperature distribution of optimal configuration shown in Fig. 3.4 (c). (Structural compliance minimization under the thermal compliance constraint,  $g_{\text{allow}} = 2.50 \times 10^6 \text{ W} \cdot \text{K}$ .)

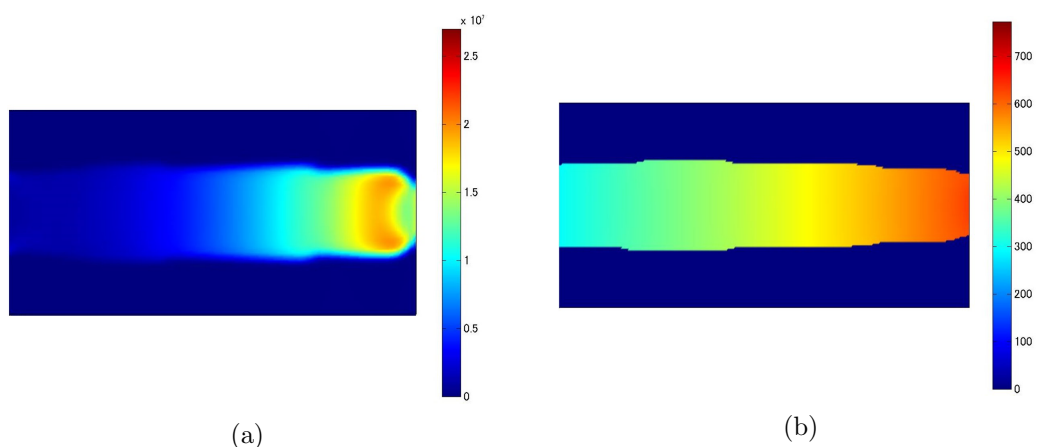


Fig. 3.9: (a) Compliance distribution on deformation shape and (b) temperature distribution of optimal configuration shown in Fig. 3.6. (Thermal compliance minimization.)

### 3.4.2 初期解依存性の検討

次に、熱変形の原因となる熱応力は構造に依存するため、本最適化問題は初期解依存性が予想される。このため、初期形状の密度が一様な分布でない場合を考える。図3.10 (a)に示すような、横方向と斜め方向に密度の大きな部材が配置された形状を初期形状として最適化を行った結果、図3.10 (b)に示すような結果が得られた。この場合においては、高温部となる熱流東部は前例と似た形状となったが、低温部となる温度固定端は初期形状の影響を受けた分岐した形状となった。

目標関数であるコンプライアンスの値は，図 3.4 (a) と図 3.10 (b) の形状の場合において，それぞれ  $2.99 \times 10^6$  J,  $4.01 \times 10^6$  J であり，前例の方が熱変形を抑制する形状としては適しているといえ，後者は局所最適解であるといえる．最適化結果のコンプライアンス分布図と温度分布図を，それぞれ図 3.11 (a) と図 3.11 (b) に示す．熱流東部の分岐した初期形状の影響により，熱流東部が前例よりも太くなっているため，熱変形が大きくなったと考えられる．熱コンプライアンスの値は同等であることから，熱伝導特性に対しては，熱流東部から遠い温度固定端側の形状による影響は小さいと考えられる．



Fig. 3.10: Initial shape and optimal configuration of example 2.

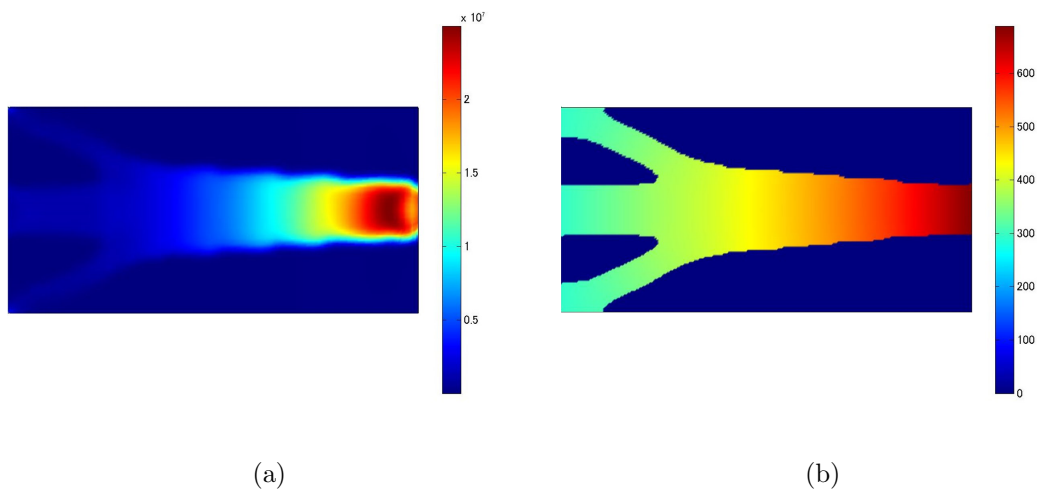


Fig. 3.11: (a) Compliance distribution on deformation shape and (b) temperature distribution of optimal configuration shown in Fig. 3.10.

### 3.4.3 変位固定境界と温度固定境界が異なる場合

2つ目の数値例として、寸法 $2\text{ m} \times 1\text{ m}$ の、両端を完全固定した両持ち構造で、熱伝導問題の境界条件の異なる構造について考える。この数値例における熱伝導問題では、両側の固定端の下端の $0.1\text{ m}$ の境界を熱ひずみ基準温度である $T = 293\text{ K}$ に固定し、上部中央の幅 $0.1\text{ m}$ の境界から熱流束 $h = 2.0 \times 10^4\text{ W/m}^2$ を与える。構造問題では、両案を完全固定した両持ち構造とする。この例題では、温度固定境界は変位固定境界の一部であり、完全には一致していない条件である。前述の例題では熱変形抑制は高温部の体積減少によってのみ成されたが、本例題においては、変位固定境界周辺に材料を配置し、熱変形に対する剛性を高めることも熱変形抑制に有効であると考えられる。この構造は左右対称の構造であり、解析および最適化問題としては図3.12のような構造として扱うことができる。体積制約の $V_{\text{allow}}$ は全設計領域の20%とし、熱コンプライアンス制約 $g_{\text{allow}}$ は $8.0 \times 10^5\text{ W}\cdot\text{K}$ とする。これは、熱流束が作用する境界部の温度が $673.15\text{ K}$ 以下となるような制約である。

この条件において、全体の熱変形が最小となるように、構造コンプライアンス最小化を行う。図3.13 (a)に示すような、密度が全体で一様な形状を初期形状として最適化を行った結果、図3.13 (b)に示すような結果が得られた。熱コンプライアンス制約により、熱流束部と温度固定部を繋ぐ構造となり、高温部から低温部へと熱を通す形状となっている。高温となる熱流束部は細く、低温となる温度固定部側が太くなり、全体の熱変形量の小さくなる構造となっていると考えられる。目標関数であるコンプライアンスの値は $4.39 \times 10^5\text{ J}$ となった。

図3.14 (a)に示すような、横方向と斜め方向に密度の大きな部材が配置された形状を初期形状として最適化を行った結果、図3.14 (b)に示すような結果が得られた。低温部となる温度固定部において、初期形状の影響を受けた形状となった。目標関数であるコンプライアンスの値は $4.74 \times 10^5\text{ J}$ となった。また、それぞれの初期解から最適化により得られた構造における、構造コンプライアンス分布図と温度分布

図を，それぞれ図3.15，図3.16に示す．いずれも，熱流束が作用する高温部が細くなることで全体の熱変形を大きく抑制していることがわかる．図3.15(a)，図3.16(a)では，変位固定境界周辺の構造コンプライアンスは十分小さくなっており，変位固定境界周辺の構造も熱変形の抑制に対して有効であることがわかる．図3.16では，中央で構造が分岐しているが，全体の熱伝導性能には大きな差はないことがわかる．図3.17に2通りの最適化における目標関数の収束履歴を示す．いずれも最適化回数400回目において目標関数の変化率がそれぞれ1%程度となり収束したと判断したが，2つ目の初期形状における最適化結果の方が構造コンプライアンスが大きな値となっており，局所最適解であるといえる．また，2つの初期形状に対して，同じ体積制約のもとで熱コンプライアンス最小化を行った結果，いずれも構造コンプライアンスは $8.98 \times 10^5$  Jと大きな値となり，熱流束部と温度固定部を一様の太さで繋ぐ形状が得られたため，本手法に特異な初期解依存性であると考えられる．

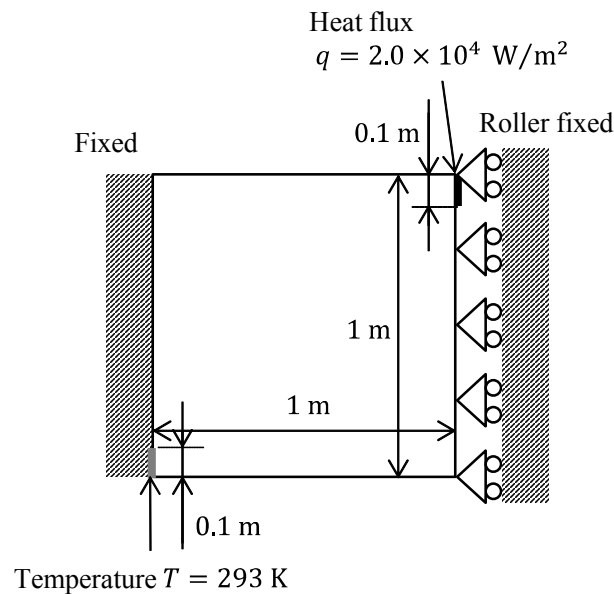


Fig. 3.12: Analysis model of example 3.



Fig. 3.13: (a) Initial shape and (b) Optimal configuration of Initial shape 1 of example 3.

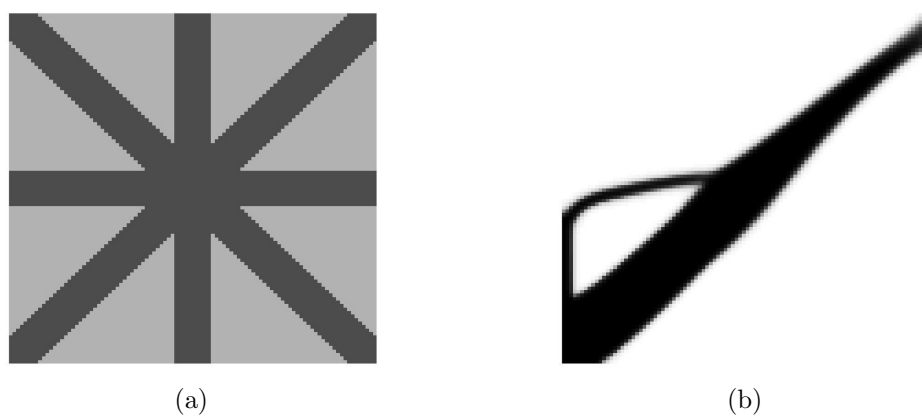


Fig. 3.14: (a) Initial shape and (b) Optimal configuration of Initial shape 2 of example 3.

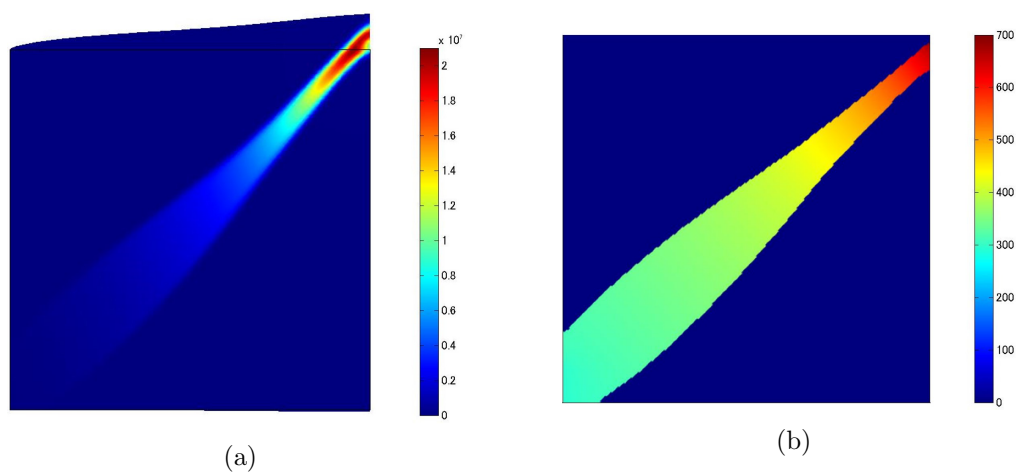


Fig. 3.15: (a) Compliance distribution on deformation shape and (b) temperature distribution of optimal configuration of initial shape 1.

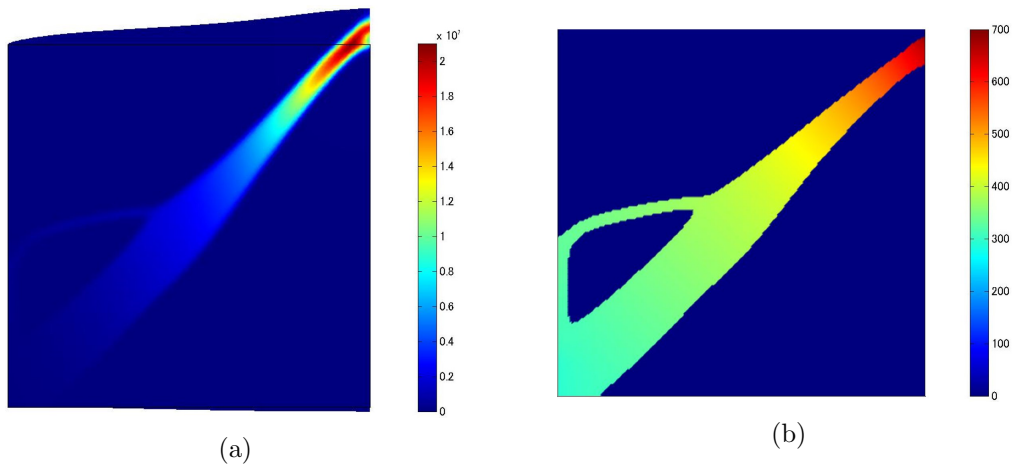


Fig. 3.16: (a) Compliance distribution on deformation shape and (b) temperature distribution of optimal configuration of initial shape 2.

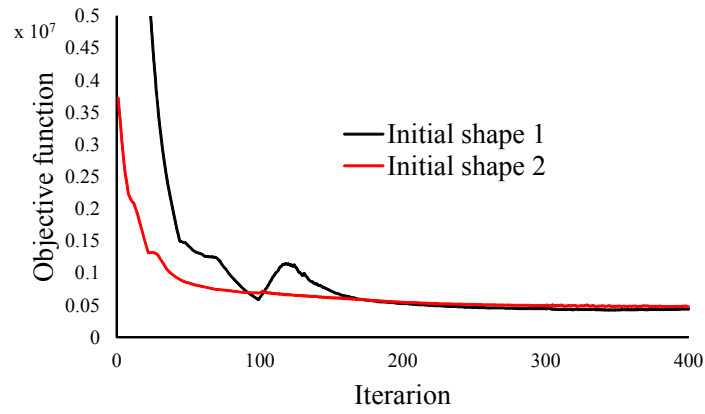


Fig. 3.17: Convergence history of objective function.

### 3.5 結言

本研究では，熱変形の抑制と熱伝導特性を両立する構造を，トポロジー最適化を用いて導出する手法を構築した．複数の数値例を用いて，本研究で提案する手法の妥当性を検証した．結果を以下に示す．

1. 熱変形を扱うため，線形熱伝導問題と線形弾性問題を定式化した．
2. 温度制約下での熱変形最小化問題として，熱流束が作用する構造における，熱コンプライアンス制約下での構造コンプライアンス最小化問題を定式化した．
3. 目標関数の設計変数に対する感度を導出した．そして，この感度に基づいた，逐次線形計画法に基づく最適化アルゴリズムを構築した．
4. 簡単な数値例により，十分な熱伝導率を持ち，かつ熱変形を抑制した形状が得られることを確認した．
5. 熱コンプライアンス制約を満たし，十分な熱伝導特性を有する構造を目標として最適化を行った結果，熱流束が与えられる高温部から温度固定される低温部を結ぶ形状となった．そして，熱変形の総量が抑制されるように，高温部ほど部材の少ない細い形状となり，低温部ほど太い形状となった．また，このように固定端間に熱を伝導させる問題では，熱コンプライアンスと構造コンプライアンスの間にトレードオフを生じることがわかり，本手法の適用対象として適切であると確認した．
6. 同様の最適化問題において，異なる初期形状で最適化した場合，熱変形には影響を与えるが，熱伝導性能には寄与しない部材が生じる局所最適解が生じ，本研究の最適化問題は初期解依存性を確認した．このため，実際の設計で用いる際には，最適化の初期解の決定には慎重を要する．

今後の課題としては，三次元問題への拡張及び積層造形を用いて実際に造形し性能を検証することが考えられる．しかし，設計領域の次元を拡張すると，最適化

問題の初期解依存性はさらに強まると考えられる。このため局所最適解を回避する方法が必要となると考えられる。積層造形による実際の造形に関しては、本研究の提案手法により設計することで、熱変形は小さくとどめることが可能なので、この点では造形が容易な形状と言え問題ないと考える。



## 第4章 積層造形を考慮した熱拡散性能最大化

### 4.1 緒言

ヒートシンクのような冷却構造に求められる性能は、機器から生じる熱を多く拡散させることである。しかし冷却構造は機器に付随する部品であり、特に小型のヒートシンクの場合は量産の効率化のため、図4.1のように規則的な形状をしたものが一般的に用いられており、これらのような単純な形状に対しては多く検討されている [68, 58, 44, 79, 29]。これらの多くは性能検討方法に関する研究であり、ヒートシンク形状の設計に関する検討例 [78, 34] は多くない。また、最適化計算を用いたヒートシンクの性能最大化に関しても、実際の構造への適用を考えた配置最適化問題を用いた研究 [60] や寸法最適化問題を用いた研究 [42] が広く行われている。このため、熱拡散性能を最大化するように、トポロジー最適化を用いて最適設計を行うことで、より高性能な冷却構造を設計することができると考えられる。製造面に関しても積層造形を用いた製造を前提とすることで、最適形状が複雑な形状であっても量産することが可能となると考えられる。

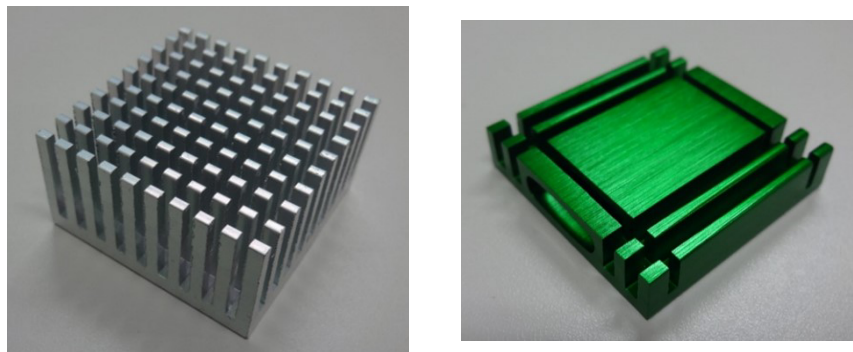


Fig. 4.1: Examples of common shape heat sink.

## 4.2 定式化

### 4.2.1 線形熱伝導問題

本研究では、構造物 $\Omega$ の熱伝導を解析で扱うため、線形熱伝導問題を考える。ただし、本研究においても第2章と同様に、問題の簡略化のため、対流熱伝達や熱輻射の影響は無視するものとする。境界 $\Gamma_T$ から表面熱流束が作用する等方性弾性体における状態方程式は以下の式で表される。

$$-\nabla \cdot (k\nabla T) = 0 \quad (4.1)$$

ここで、 $T$ は温度、 $k$ は熱伝導率である。式(3.2)を弱形式で表すと以下のようになる。

$$A(T, \bar{T}) = g(\bar{T}) \quad (4.2)$$

ただし、それぞれの項は以下の式で表される。

$$A(T, \bar{T}) = \int_{\Omega} k\nabla T \cdot \nabla \bar{T} dx \quad (4.3)$$

$$g(\bar{T}) = \int_{\Gamma_T} h\bar{T} ds \quad (4.4)$$

ここで $\bar{T}$ はテスト関数、 $h$ は表面熱流束である。

### 4.2.2 目標関数と最適化問題

本研究では線形熱伝導問題を取り扱うため、本研究におけるトポロジー最適化では、これらの問題に関係する物性定数である熱伝導率を、密度関数のべき乗を用

いて表現する．原材料の，熱伝導率  $k_0$  として，SIMP法における物性定数は，それぞれ以下のように表す．

$$k = \rho^{p_k} k_0 \quad (4.5)$$

ここで， $p_k$  はペナライゼーションパラメータである．

目標関数に熱コンプライアンス．熱コンプライアンスは，構造問題における構造コンプライアンスに相当する形で定義され，熱コンプライアンス制約を設定することにより熱伝導特性を有する構造を得る．

$$A(T, T) = \int_{\Omega} k \nabla T \cdot \nabla T dx \quad (4.6)$$

$$(4.7)$$

また，制約条件として体積を設定する．以上を踏まえて，本研究におけるトポロジー最適化問題は以下のように表される．

$$\text{minimize } J = A(T, T) \quad (4.8)$$

Subject to

$$\frac{V(\rho)}{V_{\text{allow}}} \leq 1 \quad (4.9)$$

$$0 < \rho \leq 1 \quad (4.10)$$

ただし， $V_{\text{allow}}$  はと体積の上限であり，熱コンプライアンスは式 (5.26) の汎関数  $g$  を用いて以下のように表される．

$$g(T) = \int_{\Gamma_T} hT ds \quad (4.11)$$

### 4.2.3 最適化手順

本研究の最適化のフローチャートを図4.2に示す。まず最適化のための初期形状を決定し、状態方程式を解く。次に目標関数及び制約条件を計算する。目標関数が収束していない場合、自己随伴問題を解くことで目標関数と制約条件の感度を計算し、逐次凸関数近似法の一つである (MMA: Method of Moving Asymptotes)[82] とフェーズフィールド法 [85] を用いて設計変数を更新する。

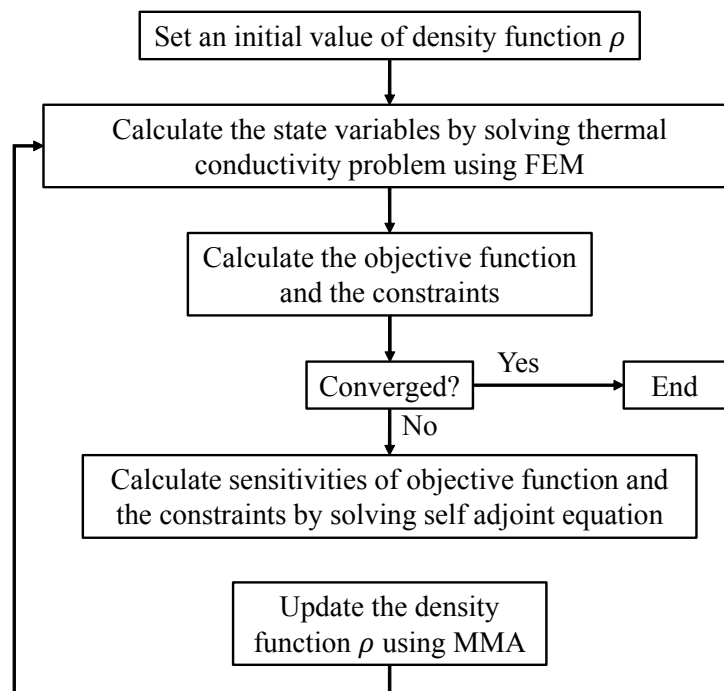


Fig. 4.2: Flowchart of optimization algorithm.

#### 4.2.4 感度解析

本研究で用いるMMAでは、目標関数及び制約条件の設計変数に対する感度が必要となる。目標関数である熱コンプライアンスは以下のように表される。

$$C(\rho) = g(T) \quad (4.12)$$

このとき、式(3.26)における第2項と第3項は以下のようになる。

$$\int j'(\mathbf{u}) \bar{\mathbf{u}} dx = 0 \quad (4.13)$$

$$\int j'(T) \bar{T} dx = g(\bar{T}) \quad (4.14)$$

この2式を式(3.27)と式(3.28)に代入すると、

$$a(\bar{\mathbf{u}}, \mathbf{p}) = 0 \quad (4.15)$$

$$g(\bar{T}) - \alpha(\mathbf{p}, \bar{T}) + A(q, \bar{T}) = 0 \quad (4.16)$$

このとき、 $\mathbf{p} = 0$ であり、式(3.7)と等しくなるため、自己随伴問題となる。よって、熱コンプライアンスに対する感度は以下のように表される。

$$C'(\rho) = -k' \nabla T \cdot \nabla T \quad (4.17)$$

## 4.3 数値例

### 4.3.1 最適化例

数値例として、図4.3に示すような各辺の長さが1の立方体構造の場合を考える。構造全体が発熱し、下面中心の0.2四方の領域が273 Kで温度固定されているものとする。熱源である構造から温度固定部へ熱移動が行われる問題である。体積制約は20%及び10%として熱伝導性能が最大化されるようにトポロジー最適化を行う。

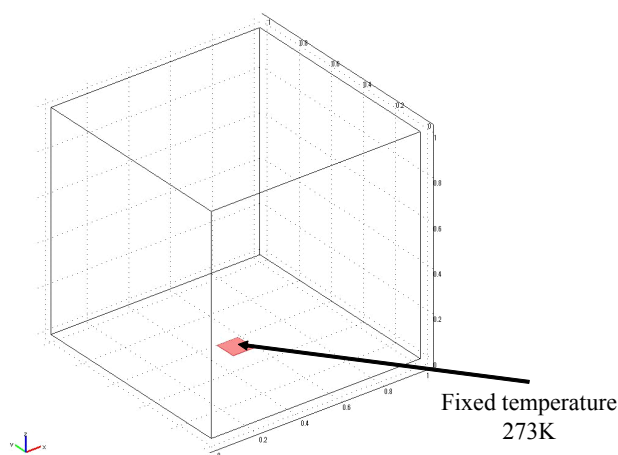


Fig. 4.3: Example model.

図4.4は目標関数の収束履歴であり、体積制約を20%とした場合、体積制約を10%とした場合のいずれにおいても、最適化40回で収束したと判断した。

体積制約を20%とした場合に最適化により得られた構造とその $yz$ 平面の中央断面を図4.5に示す。温度固定端から根状に広がる形状が得られた。図4.6は $x = 0.2, x = 0.5, x = 0.8$ の $yz$ 平面における密度関数であり、図4.7は同様の面の温度分布図である。材料の存在する箇所において、上部から温度固定端に近い下部に向けて温度が低下しており、温度固定端に熱が逃げていることがわかる。

体積制約を10%とした場合に最適化により得られた構造とその $yz$ 平面の中央断面を図4.8に示す。体積制約を20%とした場合の例と同様に、温度固定端から根状に広がる形状が得られた。図4.9は $x = 0.2, x = 0.5, x = 0.8$ の $yz$ 平面における密度関数で

あり、図4.10は同様の面の温度分布図である。この例においても同様に上部から温度固定端に向けて熱移動が生じている。体積制約を20%とした場合の最適構造と比べ、温度固定端から遠い箇所においても太い構造を有しており、 $z$ 方向において同じ高さでも温度が高い。このため、熱伝導性能は体積が多い場合のほうが高くなると言える。

2つの例から、体積制約下で、表面積が広くなるような形状となることで、熱拡散性能を最大化させた構造が導出されたと考えられる。体積制約が20%の場合の方が構造の表面積も大きくなり、結果として目標関数とした熱コンプライアンスの値が小さくなり、熱伝導性能が高い構造が得られたと考えられる。

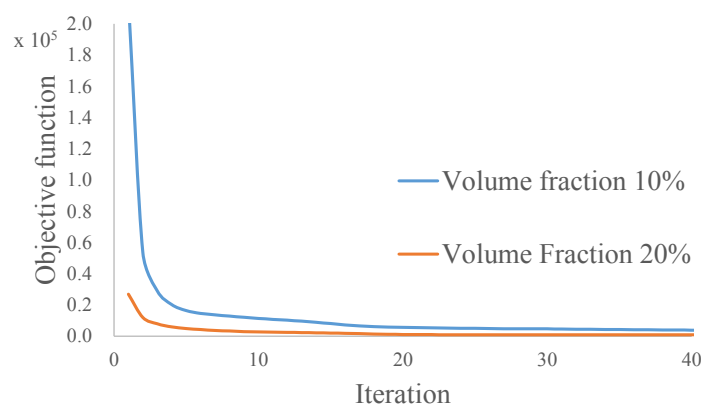


Fig. 4.4: Convergence history of objective function.

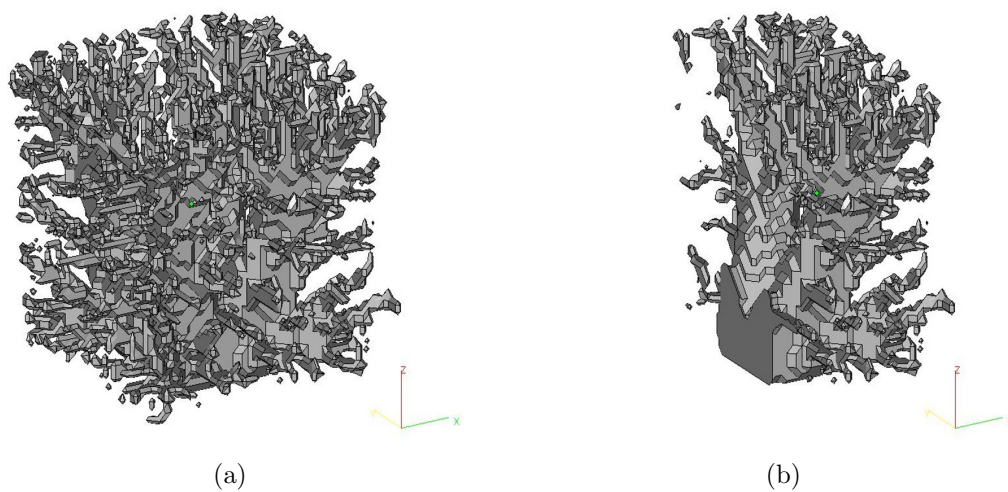


Fig. 4.5: Optimal shape in volume fraction 20%. (a) Optimal shape. (b) Central plane of optimal shape.

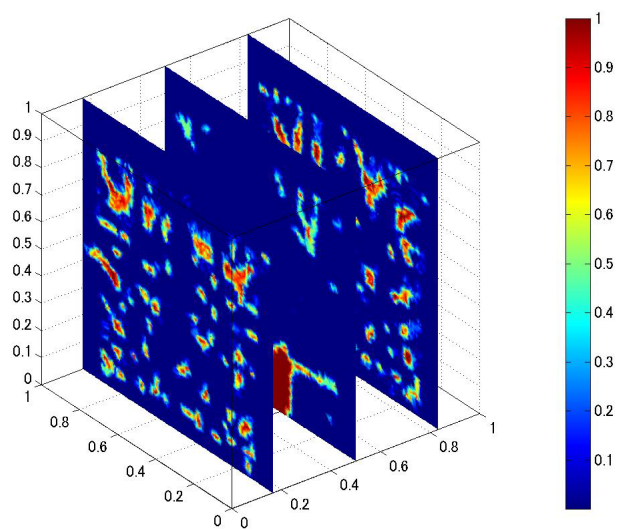


Fig. 4.6: Density function distribution of central yz plane in volume fraction 20%.



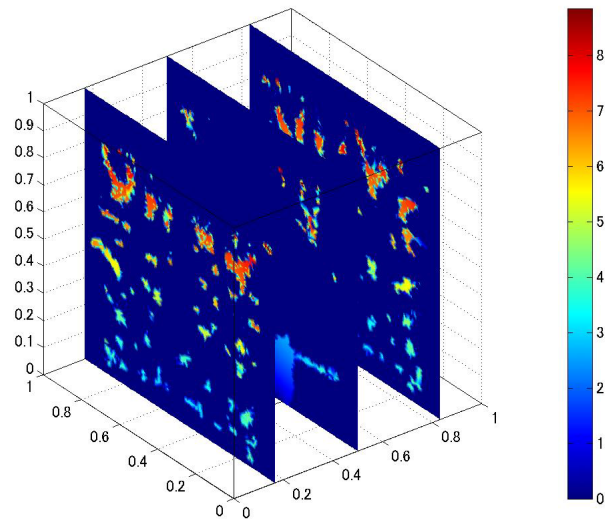


Fig. 4.7: Temperature distribution of central yz plane in volume fraction 20%.

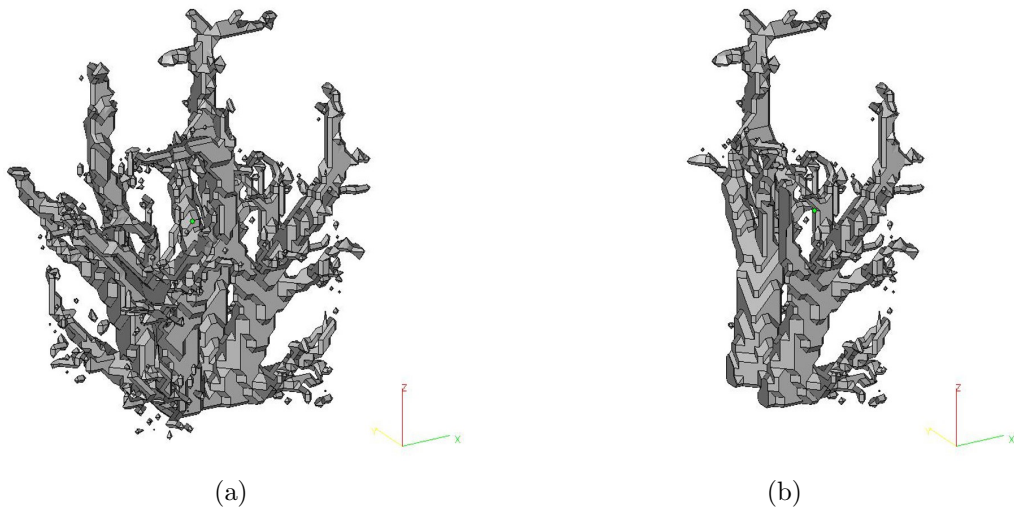


Fig. 4.8: Optimal shape in volume fraction 10%. (a) Optimal shape. (b) Central plane of optimal shape.

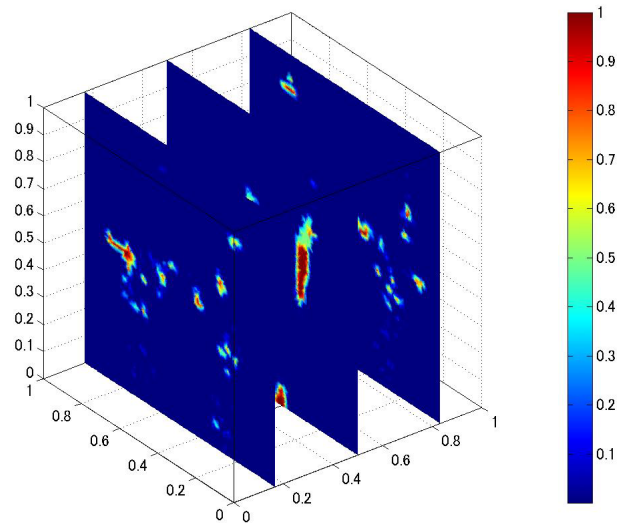


Fig. 4.9: Density function distribution of central yz plane in volume fraction 10%.

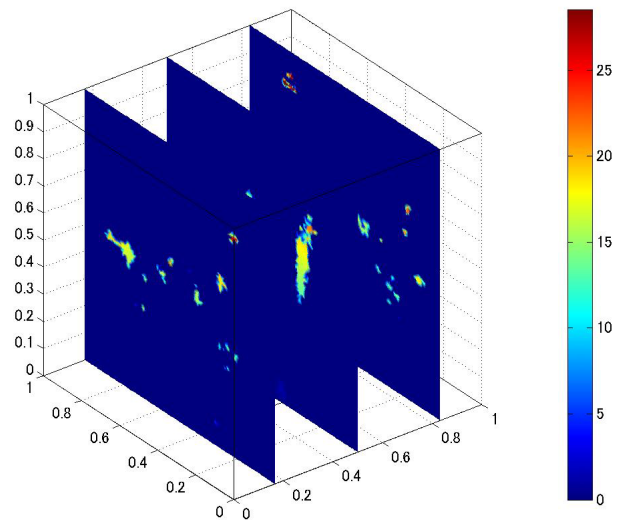


Fig. 4.10: Temperature distribution of central yz plane in volume fraction 10%.

### 4.3.2 一般的な構造との比較

体積制約を10%としたときの最適化結果を比較対象とし，図4.11に示すような規則的に垂直部材が配置された構造に対して，最適化と同様の条件を与えて熱伝導

解析を行い、最適化結果と比較する。この構造は最適化結果と同等の体積を有する構造である。図4.12及び図4.13は、それぞれ $x = 0.5$ の $yz$ 平面における密度関数分布と、熱伝導解析結果により得られた温度分布図である。温度固定端から離れた材料の存在する箇所ほど高温となり、温度固定端に近づくにつれて低温となっている。この構造と体積制約を10%とした場合の最適構造の、熱コンプライアンス及び体積を表4.1に示す。熱コンプライアンスの値から、最適構造は例とした規則的な構造に対しておよそ2.7倍の熱拡散性能を有しており、提案手法は熱拡散性能の高い形状を導出する最適設計手法として有効であると言える。

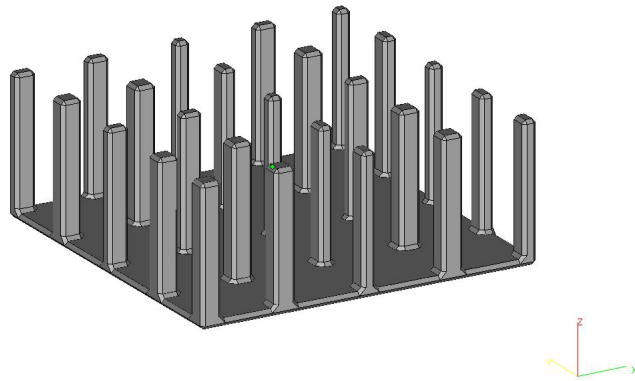


Fig. 4.11: Example model of common shape heat sink.

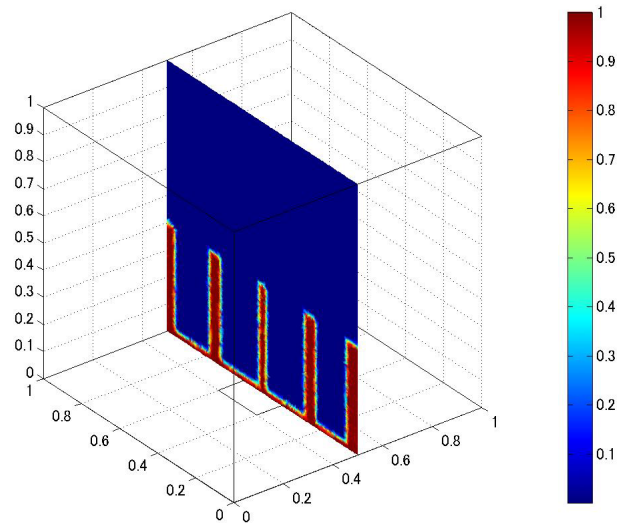


Fig. 4.12: Density function distribution of central yz plane in common shape example.

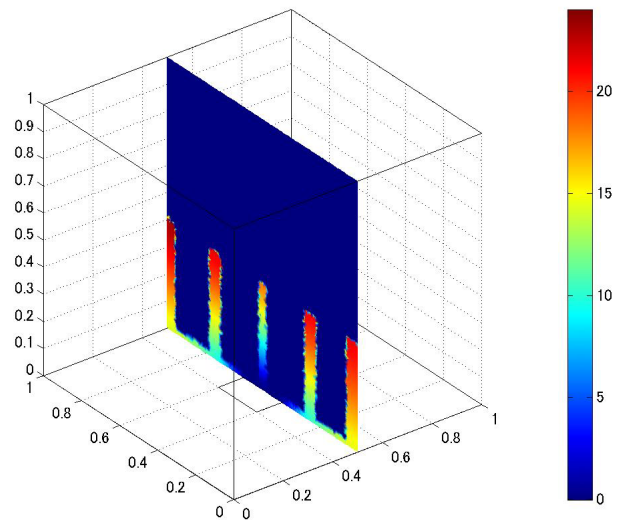


Fig. 4.13: Temperature distribution of central yz plane in common shape example.T

Table 4.1: Comparison of thermal compliance and volume between common shape and optimal shape.

	Thermal compliance	Volume
Common shape	12252	0.046
Optimal shape	3356	0.043

#### 4.4 積層造形のための考察

最適化により得られた形状を、金属積層造形装置を用いて実際に造形することを考える。積層造形では下から順に金属粉末を焼結していくため、垂直に近い角度の形状が造形に適しているといえる。水平に伸びた形状を造形する場合、その水平部の下に、サポート部材と呼ばれる支えとなる形状を設ける必要となる。金属積層造形ではサポート部材は、造形物と同じ金属粉末を焼結して扱われる。サポート部材を設けた場合、造形後に手作業にて除去することで、造形物の完成となる。図4.14に示すとおり、本研究で得られた形状は水平部材を多く有している。この形状を金属積層造形で造形する場合、上層にある水平部の下にも部材があり、その間にサポート部材を要することとなる。複雑な形状の内側にサポート部材が配置されることとなり、サポート部材の除去が困難となることが予想される。また、この最適形状は宙に浮いた部材を有している。これは1章で述べたチェッカーボードに相当する形で現れたものと考えられる。このような部材もまた積層造形による製造が困難であり、実際に造形する際には除去する必要がある。

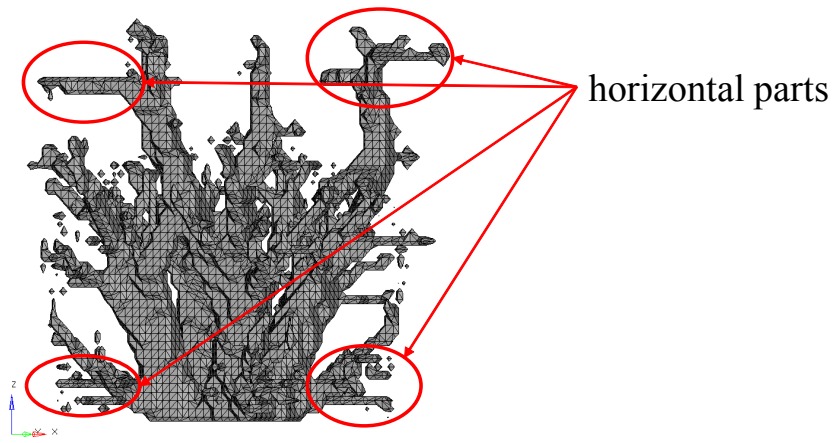


Fig. 4.14: The problem in case of additive manufacturing.

## 4.5 結言

本研究では、熱拡散性能を最大化する構造を、3次元問題におけるトポロジー最適化を用いて導出した。複数の数値例を用いて、本研究で提案する手法の妥当性を検証した。結果を以下に示す。

1. 熱拡散性能を評価するために線形熱伝導問題を定式化した。
2. 熱拡散性能最大化問題として、設計領域全体が発熱し温度固定端へ熱が逃げる構造において、熱コンプライアンス最小化問題を定式化した。
3. 目標関数の設計変数に対する感度を導出した。そして、この感度に基づいた、逐次凸関数近似法的一种であるMMA(Method of Moving Asymptotes)とフェーズフィールド法に基づく最適化アルゴリズムを構築した。
4. 簡単な数値例により、熱拡散性能が最大化される形状を、複数の体積制約下で導出した。得られた最適形状は温度固定端から広がる根状であり、一般的な形状の熱コンプライアンスを比較することで、熱拡散性能が向上していることを確認した。

本研究の最適化問題により導出した形状は、水平方向の部材を多数含むため、サポートなしでは造形が困難である。このため、今後の課題としては、積層造形を用いて造形するための制約の検討が挙げられる。

## 第5章 高性能ラティス構造の開発と性能 検証

### 5.1 緒言

ハニカムやラティスに代表される周期セル構造は、高剛性かつ軽量という特性を持たせることが可能であり、様々な分野での活用が期待されている [23, 94, 99]. 近年、積層造形 (3D プリンティング) 技術の著しい向上により、樹脂材料だけでなく金属材料を扱うことができるようになり、従来法では難しい複雑形状も実現可能となってきた [22]. そのため、積層造形技術は多様なニーズを満足する製造技術として、航空宇宙や医療分野での量産部品製造に向けて研究開発が進んでいる [7, 49]. 金属積層造形装置は金属粉末の溶融方式により、レーザー方式 (SLS) と電子ビーム方式 (EBM) の二種類に分けられるが、EBMは真空中での造形のため、チタン合金のような生体材料の製造に有利な他、SLSに比べて造形速度が速いという利点がある [64, 65]. 電子ビーム積層造形では、電子ビームの照射前に粉末を加熱し仮焼結を行うため、残存粉末の除去に工夫を要し、十分に大きな貫通穴をラティス構造に設ける必要がある. しかし、部品の剛性や強度を考慮した場合、ラティス構造の貫通穴は小さい方が望ましく、性能と製造性はトレードオフの関係にある. よって、このような構造の実用化のためには、粉末抜けと性能を両立するラティス構造の研究が必要である.

そこで本研究では、トポロジー最適化をラティス構造の構造特性の向上を目的として行うことにより、高性能を実現する任意のラティス構造を得る手法を提案する. ラティス構造の性能を評価するための手法は大きく二つに分けられ、ラティス構造そのものの物理的状態を直接算出する方法と、均質化法 [25, 90] に代表されるような、ラティス構造中の周期的なマイクロ構造の応答から算出する手法がある. ラティ



ス構造の物理的状態を直接求める場合、高い精度でラティス構造の性能を評価することが可能となるが、計算量が非常に膨大になってしまうという問題がある。一方、ミクロ構造の応答からマクロ構造、すなわちラティス構造の特性を求める場合、ミクロ構造から算出される巨視的な特性を推定するための関連付けが必要となるが[48]、計算コストを大幅に削減することが可能である。

そこで本研究では、最も基本的な構造特性である剛性の最大化を目的として、均質化法によりラティス構造の性能を評価し、トポロジー最適化によるラティス構造の設計を行う。トポロジー最適化による設計は、EBM方式の金属積層造形装置での造形を前提とし、粉末除去に十分な径の貫通穴を有するという条件の下で実施する。そして、得られた最適構造を実際に造形し、実験検証を行う。以上の過程で、電子ビーム積層造形における最適なラティス構造を検討するとともに、その実用化に向けた知見の取得を目的とする。

## 5.2 定式化

### 5.2.1 均質化法による体積弾性率の導出

ある形状が周期的に配置されたラティス構造を対象とし、剛性を考慮した最適化を行う。このため、ラティス構造における線形弾性問題を考える。

$$\sigma_{ij} = C_{ijk} \varepsilon_{kl} \quad (5.1)$$

ただし、 $\sigma$ は応力テンソル、 $C$ は弾性テンソル、 $\varepsilon$ はひずみテンソルである。この式に基づき、均質化法を用いてマクロ構造の体積弾性率を導出する。単位領域 $Y$ 内のある形状が周期的に配置されたマクロ構造の弾性テンソル $C^H$ は次のように表される。

$$C_{ijk}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y \left( C_{ijkl} - C_{ijpq} \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_q} \right) dY \quad (5.2)$$

### 5.2.2 目標関数と最適化問題

本研究では線形弾性問題を取り扱う。これらの問題に関係する物性定数であるヤング率を、密度関数のべき乗を用いて表現する。原材料のヤング率を  $E_0$  として、SIMP法における物性定数は、以下のように表す。

$$E = \rho^{p_E} E_0 \quad (5.3)$$

ここで、 $p_E$  はペナライゼーションパラメータである。

本研究では、体積弾性率が最大となるような構造を目標とする。体積弾性率は弾性テンソルにおける九個の垂直応力に対応する成分の平均値で得られ、以下の式で表される。

$$K = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 C_{ij}^H \quad (5.4)$$

等方性材料を目標とする場合は、等方性からのずれを表現するペナルティ項を目標関数に加え、以下のように表される。

$$K_{iso} = K - \alpha A \quad (5.5)$$

等方性は実効的弾性テンソルにおいて垂直応力に対応する成分と，せん断応力に対応する成分が独立な二つの変数で表される必要がある．これを踏まえると，ペナルティ項は次式で表される．

$$A = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^3 C_{ii}^H - \frac{1}{12} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 C_{ij}^H - \frac{1}{6} \sum_{j=1}^3 C_{ii}^H \quad (5.6)$$

以上より，等方性維持を可能とした体積弾性率最大化のためのトポロジー最適化問題は以下のように表される．

$$\text{minimize } J = -K_{iso} \quad (5.7)$$

Subject to

$$\frac{V(\rho)}{V_{\text{allow}}} \leq 1 \quad (5.8)$$

$$0 < \rho \leq 1 \quad (5.9)$$

ただし， $V_{\text{allow}}$  は体積の上限であり，ユニットセル中の体積含有率である．

### 5.2.3 最適化手順

本研究の最適化のフローチャートを図5.1に示す．まず最適化のためのユニットセル初期形状を決定し，状態方程式を解き応力分布を取得する．得られた応力を積分し，体積で除すことで均質化弾性係数を得る．次に目標関数及び制約条件を計算する．目標関数が収束していない場合，自己随伴問題を解くことで目標関数と制約条件の感度を計算し，逐次凸関数近似法の一つである (MMA: Method of Moving Asymptotes)[82] とフェーズフィールド法 [85] を用いて設計変数を更新する．

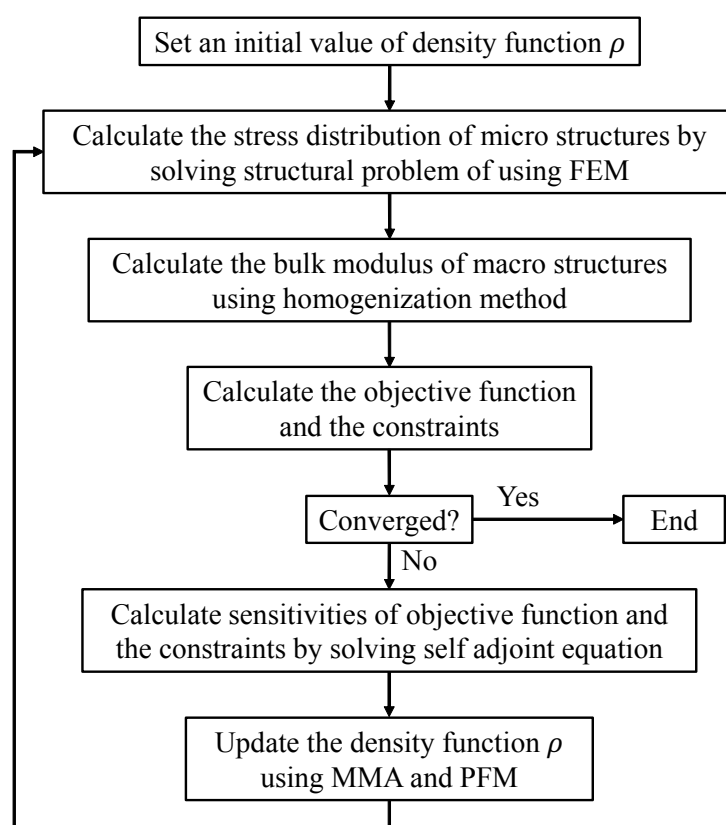


Fig. 5.1: Flowchart of optimization algorithm.

## 5.3 数値例

提案したトポロジー最適化手法を用いてラティス形状の最適設計を行った。基本となる材料は単位ヤング率  $E_0 = 1$  の仮想的な材料とした。最適化領域は10mm四方のユニットセルとした。また、体積含有率は0.2とした。

### 5.3.1 大きな粉末除去孔を確保した例

最適化の初期形状とその中央断面を図5.2(a)(b)に示す。この形状は、隣接する面の中央を結ぶように穴の開いた形状である。最適化によって形状が変化しても粉抜きが可能な形状である必要があるため、この初期形状における穴は非設計領域とした。この初期形状において体積弾性率が最大化されるようにトポロジー最適化を行った。なお、この数値例では等方性を維持するための式(5.5)の第2項は用いて

いない。

目標関数の収束履歴を図5.3に、制約条件である体積の履歴を図5.8に示す。試行回数400回で形状も安定し十分に収束したと判断した。トポロジー最適化によって得られた形状とその中央断面を図5.5(a)(b)に示す。箱型に穴の開いた形状であり、穴の周囲にリブのような形状が現れている。このリブは円形の穴に沿っており、体積弾性率の向上のためだと考えられる。

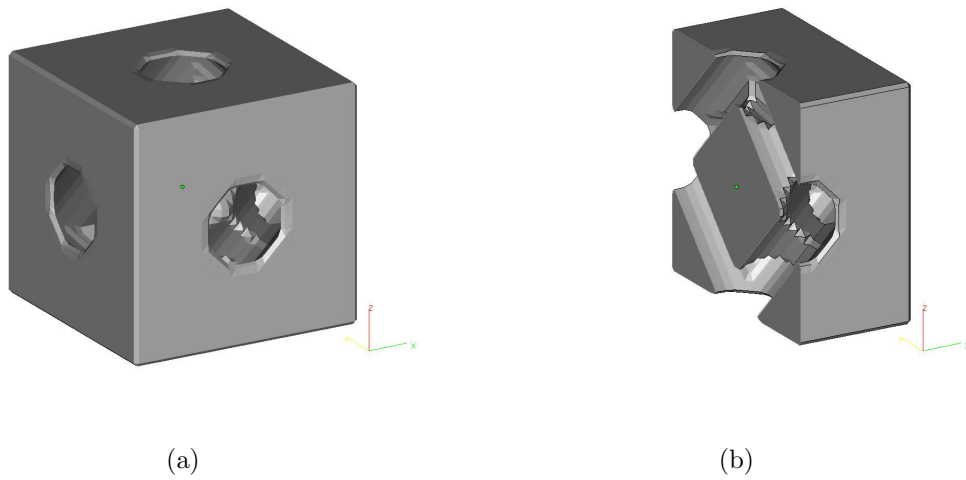


Fig. 5.2: Initial shape of optimization at large through holes example. (a) Initial shape. (b) Central plane of initial shape.

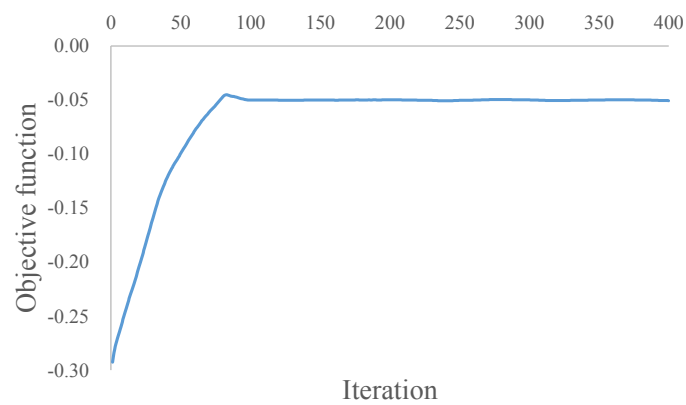


Fig. 5.3: Convergence history of objective function.

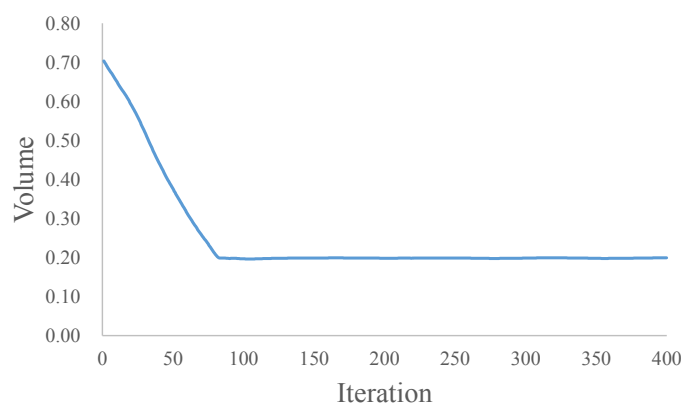


Fig. 5.4: Convergence history of volume fraction as constraint.

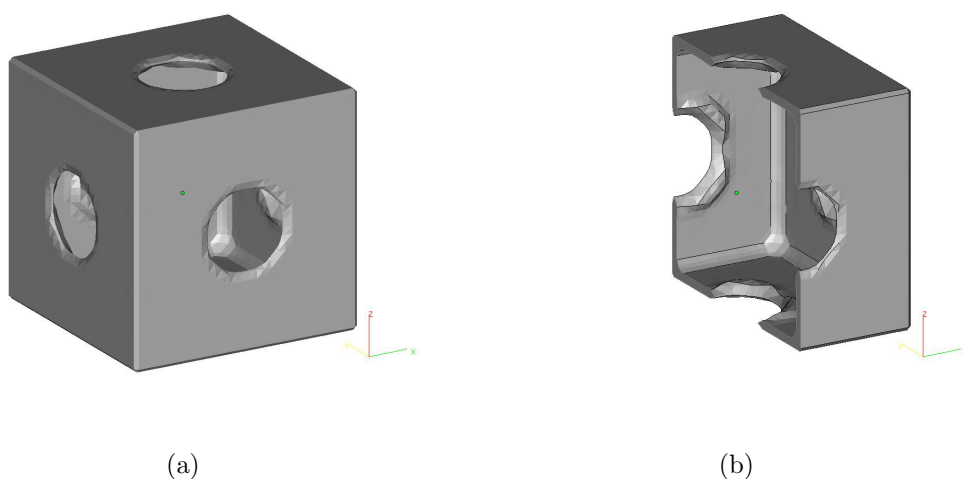


Fig. 5.5: Optimal shape at large through holes example. (a) Optimal shape. (b) Central plane of optimal shape.

### 5.3.2 小さな粉末除去孔を確保した例

最適化の初期形状とその中央断面を図5.6(a)(b)に示す。数値例1と同様に隣接する面の中央を結ぶように粉抜き穴を設けた。ただし、この例の初期形状の穴の径は2mmである。また、各面の中央に四角錐形状の非設計領域も定義した。この初期形状において式(5.5)の第2項である等方性制約を導入して体積弾性率が最大化されるようにトポロジー最適化を行った。

目標関数の収束履歴を図5.7に、制約条件である体積の履歴を図5.8に示す。試行回数400回で形状も安定し十分に収束したと判断した。トポロジー最適化によって得られた形状とその中央断面を図5.9(a)(b)に示す。立方体の各面に四角錐形状のくぼみができ、各面に穴の開いた形状が得られた。

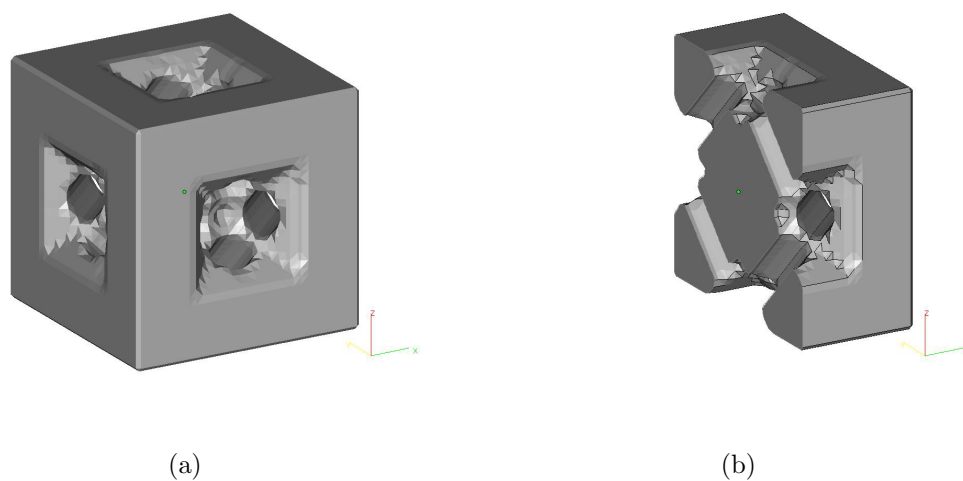


Fig. 5.6: Initial shape of optimization at small through holes example. (a) Initial shape. (b) Central plane of initial shape.

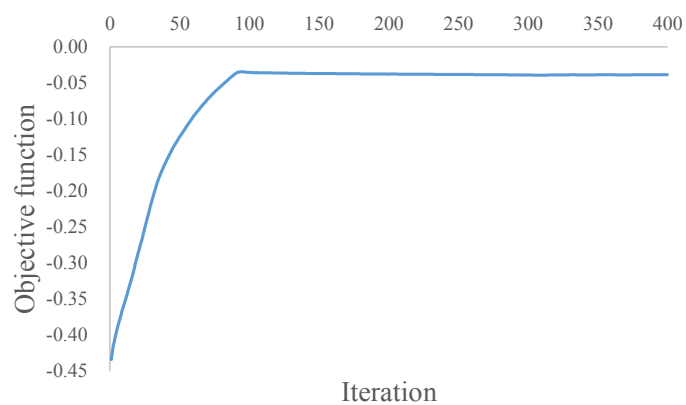


Fig. 5.7: Convergence history of objective function.

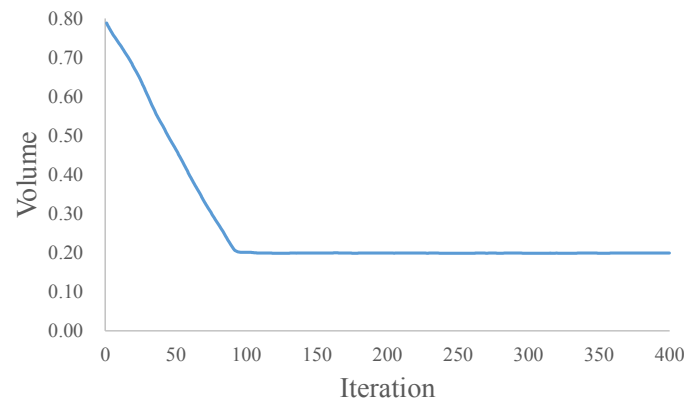


Fig. 5.8: Convergence history of objective function.

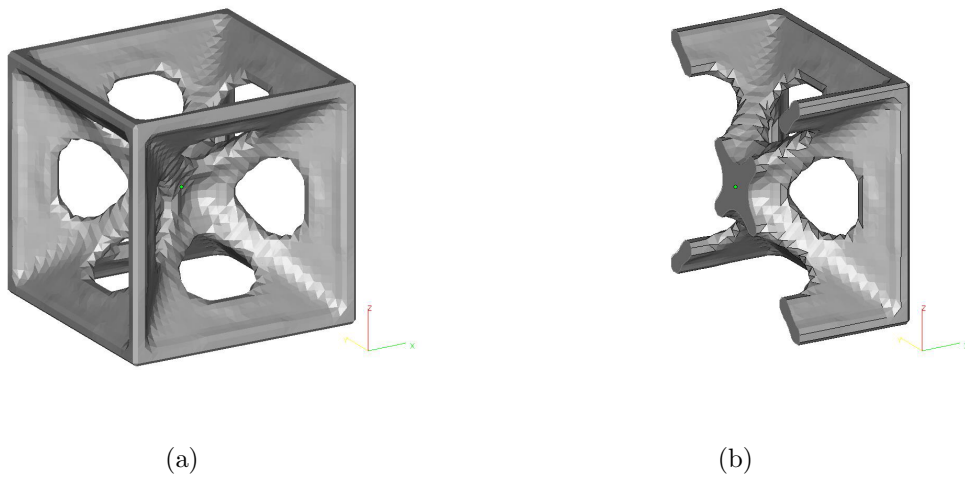


Fig. 5.9: Optimal shape at small through holes example. (a) Optimal shape. (b) Central plane of optimal shape.

## 5.4 体積弾性率の導出とヤング率の算出

### 5.4.1 体積弾性率

均質化法による弾性テンソルの導出について、具体的な手順を示す。本研究の最適化により計算される弾性テンソルを一般化すると以下の式で表される。



$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & (\text{sym.}) & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

この独立した9個の成分を求める均質化法の具体的な手順を示す。初めにユニットセルの各方向( $x, y, z, xy, yz, zx$ )ごとに単位量のひずみを与えて有限要素解析を行う。このとき、ひずみを与えていない方向の境界は周期境界条件を与える。解析結果から、各方向の応力の積分値を計算し、体積で割り平均値を求める。この値が均質化弾性係数、すなわち上式の各成分である。

例として $\varepsilon_x = 1$ の場合と $\varepsilon_{xy} = 1$ の場合を示す。ユニットセルを図5.10に示す。番号はそれぞれa:  $x = 0$ , b:  $y = 0$ , c:  $z = 0$ , d:  $x = 1$ , e:  $y = 1$ , f:  $z = 1$ の面を示している。

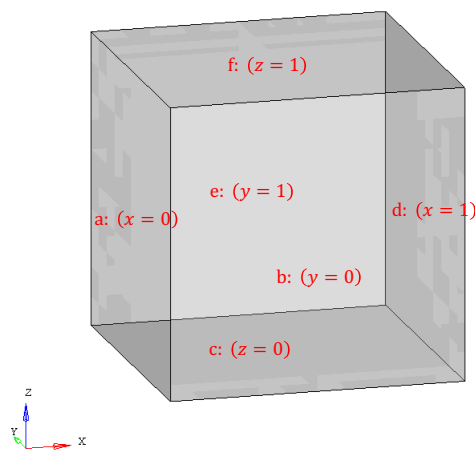


Fig. 5.10: Boundary of unit cell in homogenization method.

$\varepsilon_x = 1$ のとき、面bと面e及び面cと面fは周期境界条件が与えられる。変形図は図5.11に示す。このとき、 $x$ 方向の応力 $\sigma_x$ をユニットセルで積分し体積で割り平均した値が $C_{11}$ となる。同様にして $y$ 方向の応力 $\sigma_y$ から $C_{12}$ が求められ、 $z$ 方向の応力 $\sigma_z$ から $C_{13}$ が求められる。この過程を $\varepsilon_y = 1$ ,  $\varepsilon_z = 1$ の場合についても実施することで、

$C_{22}, C_{23}, C_{33}$  を求めることができる。

次に  $\varepsilon_{xy} = 1$  のときは、面 a と面 d は周期境界条件が与えられる。変形図は図 5.12 に示す。このとき、 $xy$  方向の応力  $\sigma_{xy}$  をユニットセルで積分し体積で割り平均した値が  $C_{44}$  となる。この過程を  $\varepsilon_{yz} = 1, \varepsilon_{zx} = 1$  の場合についても実施することで、 $C_{55}, C_{66}$  を求めることができる。

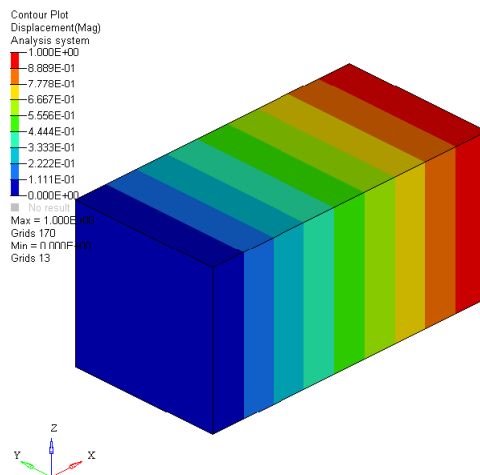


Fig. 5.11: Deformation of unit cell in case of  $\varepsilon_x = 1$ .

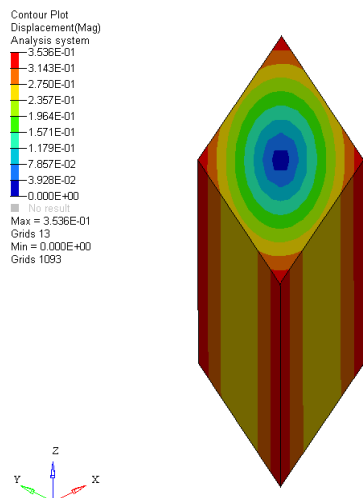


Fig. 5.12: Deformation of unit cell in case of  $\varepsilon_{xy} = 1$ .

ラティス A 及びラティス B の、造形に用いた STL データから解析モデルを構築し、導

出した弾性テンソル  $C_A$  及び  $C_B$  を以下に示す.

$$C_A = \begin{bmatrix} 0.125 & 0.0258 & 0.0258 & 0 & 0 & 0 \\ & 0.125 & 0.0258 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0.125 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0.0214 & 0 & 0 \\ \text{(sym.)} & & & & 0.0214 & 0 \\ & & & & & 0.0214 \end{bmatrix}$$

$$C_B = \begin{bmatrix} 0.0860 & 0.0332 & 0.0332 & 0 & 0 & 0 \\ & 0.0860 & 0.0332 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0.0860 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0.0238 & 0 & 0 \\ \text{(sym.)} & & & & 0.0238 & 0 \\ & & & & & 0.0238 \end{bmatrix}$$

これらの弾性テンソルから計算される体積弾性率  $K$  と等方性からの乖離を表すペナルティ  $A$  を表 5.1 に示す.

Table 5.1: Bulk modulus  $K$  and penalty  $A$  by homogenization method.

	Bulk modulus $K$	Penalty $A$
A	0.0588	-0.0281
B	0.0508	-0.00260

### 5.4.2 限界値との比較

ユニットセル中に含まれる材料が2種類の場合, 含有率に対する体積弾性率及びせん断弾性率の限界値は, Hashin-Shtrikman Bounds[27] より求められる.

$$K_{HS}^{\pm} = K_2 + \frac{\varphi}{(K_1 - K_2)^{-1} + (1 - \varphi)(K_2 + \frac{4}{3}\mu_2)^{-1}} \quad (5.11)$$

$$\mu_{HS}^{\pm} = \mu_2 + \frac{\varphi}{(\mu_1 - \mu_2)^{-1} + \frac{2(1 - \varphi)(K_2 + 2\mu_2)}{5\mu_2(K_2 + \frac{4}{3}\mu_2)}} \quad (5.12)$$

ただし,  $K_1, K_2$  はそれぞれ2種類の材料の体積弾性率であり,  $\mu_1, \mu_2$  はそれぞれ2種類の材料のせん断弾性率である. この式より, 体積含有率が20%の場合の体積弾性率の限界値は0.0790と求められる. 図5.13にこの限界値と最適化により得られた構造の体積弾性率の比較を示す. Hashin-Shtrikman Boundsと比較するとラティスA, ラティスBの体積弾性率はそれぞれ, およそ75%, 65%である. これは, 本研究における最適化問題では, 電子ビーム方式の積層造形を用いることを想定しており, 造形後の金属粉末の除去のために形状に制約を設けていることや, 初期形状により最適化により得られる形状を制御していることが大きく影響していると考えられる.

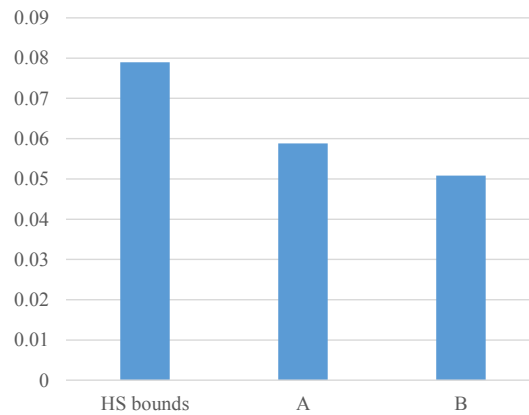


Fig. 5.13: Comparison of bulk modulus between Hashin-Shtrikman Bounds and lattice structures.

### 5.4.3 ヤング率の計算

ヤング率の導出を示す. 弾性材料の応力  $\sigma$  は弾性テンソル  $\mathbf{C}$  とひずみ  $\epsilon$  を用いて以下の式で表される.

$$\sigma = \mathbf{C}\epsilon \quad (5.13)$$

弾性テンソル  $\mathbf{C}$  の直交方向成分の総和が体積弾性率である. この応力ひずみ関係

から、ひずみ  $\varepsilon$  は応力  $\sigma$  を用いて次のように表現できる。

$$\varepsilon = \mathbf{S}\sigma \quad (5.14)$$

ただし、

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1} \quad (5.15)$$

である。弾性材料のヤング率は、以下のように  $S$  マトリクスの直交方向成分の逆数となる。

$$E = \frac{1}{S_{11}} \quad (5.16)$$

表 5.2 にラティス A 及びラティス B の体積弾性率と算出したヤング率を示す。

Table 5.2: Bulk modulus and Young's modulus of lattice structures.

	Bulk modulus $K$	Young's modulus $A$
A	0.0588	13.806
B	0.0508	8.030

## 5.5 積層造形によるラティス構造の造形

トポロジー最適化を用いて高い体積弾性率を有するラティス形状を導出した。本研究では得られた最適形状を実際に造形し、性能評価まで行った。実際の構造物にラティス形状を適用する場合は、ユニットセルの形状が多数連続して使われる。これを踏まえ、3方向にそれぞれ2つずつ配置した構造を実際に造形する試験片とし、

2種類の形状を3個ずつ造形した。試験片の造形には、図5.14のEBM方式の金属積層造形装置であるArcam社のQ20を利用した。材料は64チタン(Ti-6Al-4V)合金を用いた。本研究ではこの材料のヤング率を119GPa, 密度を4.41として扱う。図5.15は二つの最適化結果を元に造形し、粉末除去を行ったラティス構造である。粉末も除去できており、提案手法の粉抜きのための制約条件は有効であるとわかる。表5.3に理論上の重量と、実際に造形した試験片の重量を示す。ラティスAの試験片の理論重量は6.58gに対し平均重量は9.23gであった。ラティスAは薄い箱型の形状であり、積層造形では薄い肉厚を再現することが難しいため、造形データよりも厚みを持って造形された事が原因として考えられる。ラティスBの試験片の理論重量は6.89gに対し平均重量は6.93gであり、十分な精度で造形できたと考えられる。



Fig. 5.14: Arcam Q20. Arcam より

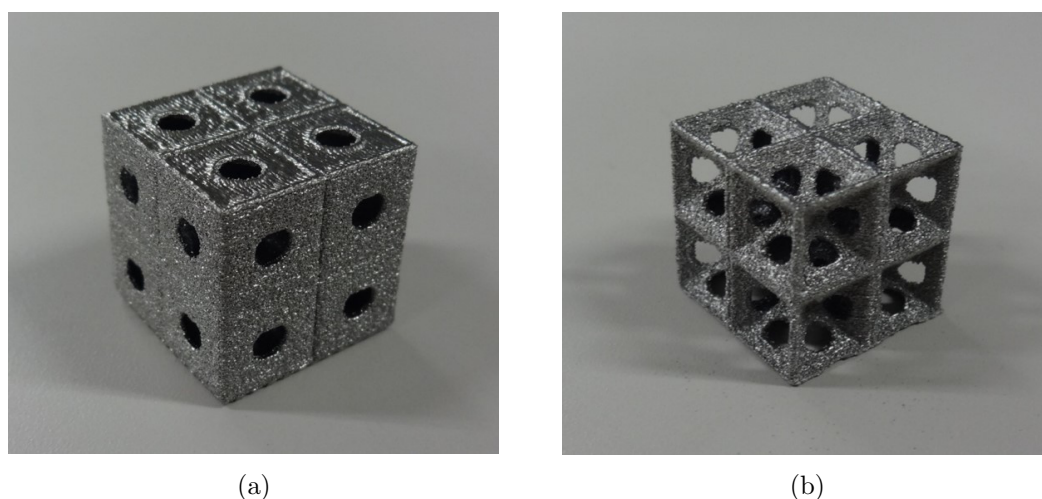


Fig. 5.15: Formed lattice structures of optimal shape by EBM. (a) Lattice A. (b) Lattice B.

Table 5.3: Comparison of weight between analytical and experimental value.

Lattice shape	Weight by analysis (g)	Test pieces No.	Weight (g)	Average weight
A	6.58	1	9.26	9.23
		2	8.86	
		3	9.58	
B	8.030	1	6.78	6.93
		2	7.07	
		3	6.95	

## 5.6 圧縮試験による計測

実際に造形したラティス構造に対し、圧縮試験を行い、ヤング率及び応力ひずみ関係の計測を行った。一般的なひずみ計測法であるひずみゲージ法は、ひずみゲージを貼り付けた箇所に対する局所的な計測である。しかし、本研究で考えるヤング率はラティス形状のユニットセルに対する全域的なヤング率である。そこで本研究では、ひずみ測定範囲を指定可能な計測法のひとつである、デジタル画像相関法 (DIC: Digital Image Correlation) [80, 28, 71] を用いてひずみ計測を行いヤング率及び応力ひずみ関係を取得した。

### 5.6.1 デジタル画像相関法

ここでは、ラティス構造の試験片に対する圧縮試験において、ひずみ計測法として用いたデジタル画像相関法について述べる。

#### 5.6.1.1 概要

デジタル画像相関法はパターン追跡法とも呼ばれ、CCDカメラやCMOSカメラで撮影された変形前後の試験片表面のデジタル画像を画像処理することで、任意の計測範囲全域の変位を計測し、得られた変位を利用してひずみ分布を取得可能な計測法である。すなわち、ひずみ計測において最も一般的に用いられているひずみゲージ法と異なり、図5.16に示すような機器を用いて、試験片に対して非接触状態かつ全域的なひずみ計測を可能とする。顕微鏡と併用した微小物体の変位測定 [95, 54, 98] から大型構造物の変位測定 [100]、応力拡大係数の測定 [61, 101, 26, 102]、破壊挙動の測定 [11] など、幅広く用いられている。本研究のように、ひずみゲージを貼ることが困難な複雑な形状の試験片に対するひずみ計測法としても有効であると言える。デジタル画像相関法は、基本的には測定面の面内変形を計測する手法であるが、2台のデジタルカメラを利用することで、面外変形も含む3次元計測も可能となる [70]。また、温度変化などの影響による測定空間の揺らぎに比較的強いとされ、高温環境下での測定 [55, 72] や水中での測定 [3, 39] も可能である。





Fig. 5.16: Devices of digital image correlation.

#### 5.6.1.2 原理

デジタル画像相関法は、変形前である初期位置での画像において、図5.17に示すようなサブセットと呼ばれる任意の点を記録し、変形後の画像においてサブセットの位置の移動を追跡する。このため、測定対象の表面には図5.18のような模様が施される。デジタル画像相関法において用いられるデジタル濃淡画像は、256濃度階調で表される画素により構成された画像であり、サブセットは256濃度階調の複数の画素から成る輝度値分布として扱われる。すなわち、初期位置の画像においてサブセットとして定義された輝度値分布と一致する箇所を、変形後の画像において同定することで変位を算出する。

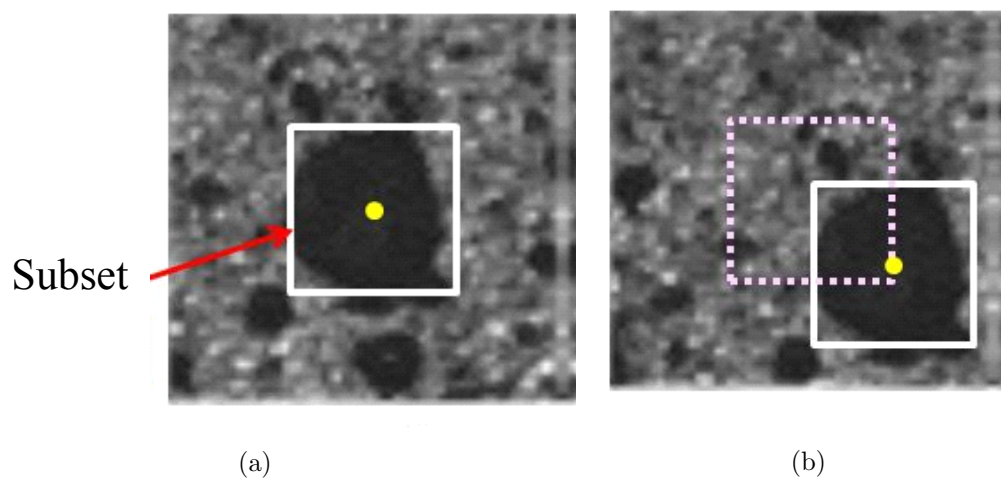


Fig. 5.17: Moving of subset by structure deformation.

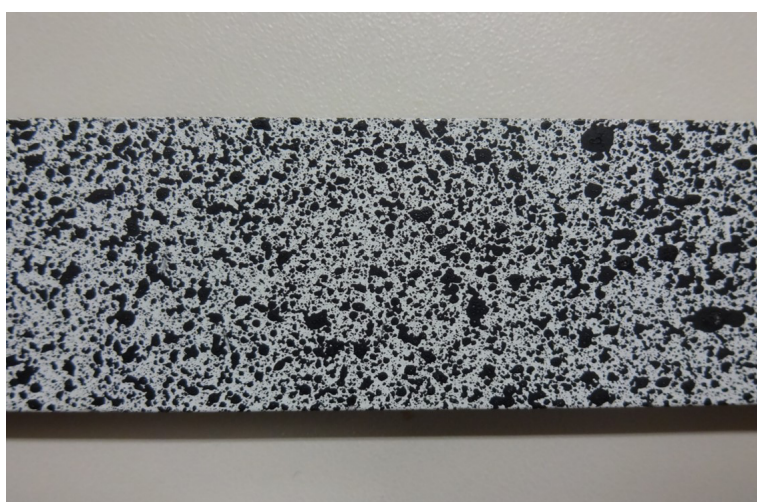


Fig. 5.18: Graphic pattern for DIC.

変形前後において、同等の輝度値分布を探索する方法としては、以下に表されるような輝度値の差の絶対値の総和  $R$  や、相関係数  $C$  といった評価関数が一般的である。

$$R(x, y, x', y') = \sum |L(x, y) - L(x', y')| \quad (5.17)$$

$$C(x, y, x', y') = \frac{\sum L(x, y)L(x', y')}{\sum L(x, y)^2 \sum L(x', y')^2} \quad (5.18)$$

ただし  $L(x, y)$  は変形前の座標  $(x, y)$  における輝度値であり,  $L(x', y')$  は変形後の座標  $(x', y')$  における輝度値である.

### 5.6.1.3 ひずみの算出

図5.19(a)に示すようなx軸方向の長さが  $x_0$ , y軸方向の長さが  $y_0$  の矩形領域を考える. この領域が図5.19(b)に示すような状態に変形したとき, 垂直ひずみ  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ , 及びせん断ひずみ  $\varepsilon_{xy}$  は, それぞれ以下のように計算される.

$$\varepsilon_x = \frac{\frac{(x_a - x_0)}{x_0} + \frac{(x_b - x_0)}{x_0}}{2} \quad (5.19)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\frac{(y_a - y_0)}{y_0} + \frac{(y_b - y_0)}{y_0}}{2} \quad (5.20)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\left( \frac{\delta x_1}{y_a} + \frac{\delta y_1}{x_a} \right) + \left( \frac{\delta x_2}{y_b} + \frac{\delta y_2}{x_b} \right)}{2} \quad (5.21)$$

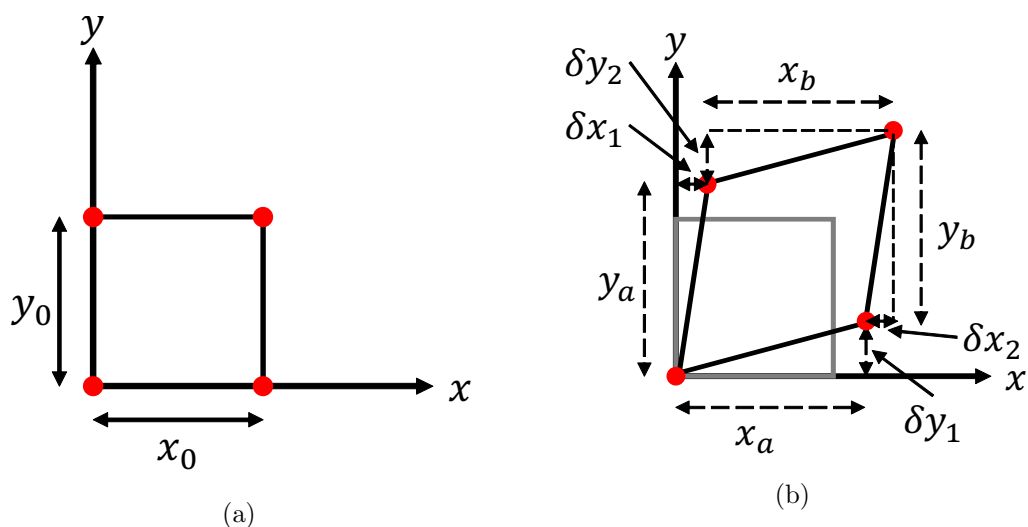


Fig. 5.19: Deformation of rectangular area for calculation of strain.

### 5.6.2 圧縮試験による計測

表5.4は最適化で得られたヤング率と計測したヤング率を示したものである。どちらの形状においても試験片ごとのばらつきは小さいため、画像相関法による計測の精度は十分に確保できていると考えられる。ラティスAに関しては、全ての試験片から得られたヤング率は、解析により得られたヤング率よりわずかに大きい値が得られた。これは、試験片の平均重量が理論重量を上回っていたことから考えられる肉厚の増加によるものと考えられる。ラティスBに関しては、全ての試験片のヤング率は、解析により得られたヤング率に対して、小さな値をとった。

Table 5.4: Comparison of Young's modulus between analytical and experimental value.

Lattice shape	Young's modulus by analysis (GPa)	Test pieces No.	Young's modulus (GPa)
A	13.806	1	14.388
		2	13.526
		3	14.271
B	8.030	1	5.64
		2	5.217
		3	5.397

## 5.7 圧縮破壊試験と解析

### 5.7.1 圧縮破壊試験

また、それぞれの形状において2個の試験片は破断するまで試験した。図5.20, 図5.21はそれぞれ、ラティスAの応力分布図と圧縮試験時の破断形状を示したものである。各側面の孔周辺の応力が最も高くなっている。圧縮破壊試験の結果、各側面が外側に曲がるように変形して孔の形状が変わり、応力分布図において最も応力の高かった孔の周辺から破断が生じた。図5.22, 図5.23はそれぞれ、ラティスBの応力分布図と圧縮試験時の破断形状を示したものであり、垂直方向の辺に近い孔の外側が最も応力が高くなっている。しかし、圧縮破壊試験の結果、ユニットセルの各辺に相当する箇所が曲がるように変形し、隣接するユニットセルの結合が剥離するように破断した。応力分布図において最も応力の高い箇所と実際の破断箇所が異なる結果となったが、これは、造形した試験片において、積層造形装置の造形誤差によりユニットセルの辺に相当する箇所が非常に細くなり、隣接するユニットセルとの結合が弱くなっていたことが原因と考えられ、ヤング率が解析で得られた値よりも小さな値を取ったことにも影響を与えたと考えられる。図5.24及び図5.25はそれぞれ、破断まで試験したラティスA, ラティスBの試験片から得られた応力ひずみ関係を表したものである。どの試験片においても、破断が生じた後も応力が急激には下がっていないことがわかる。これは、大きな破断が生じるのではなく、小さな破断が断続的に生じたためだと考えられる。

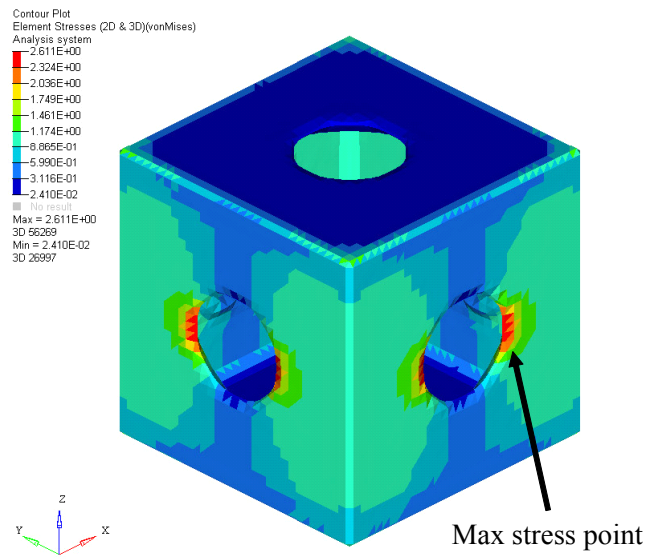


Fig. 5.20: Von mises stress distribution of lattice A.

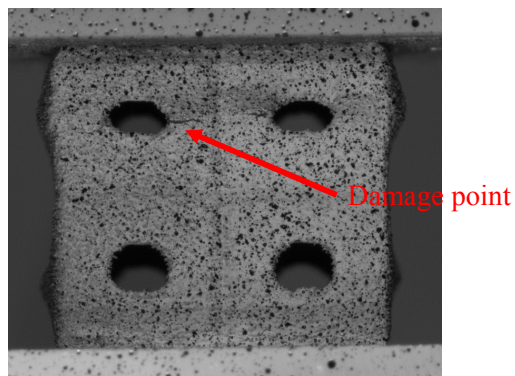


Fig. 5.21: Damage point of lattice A from result of compression test.

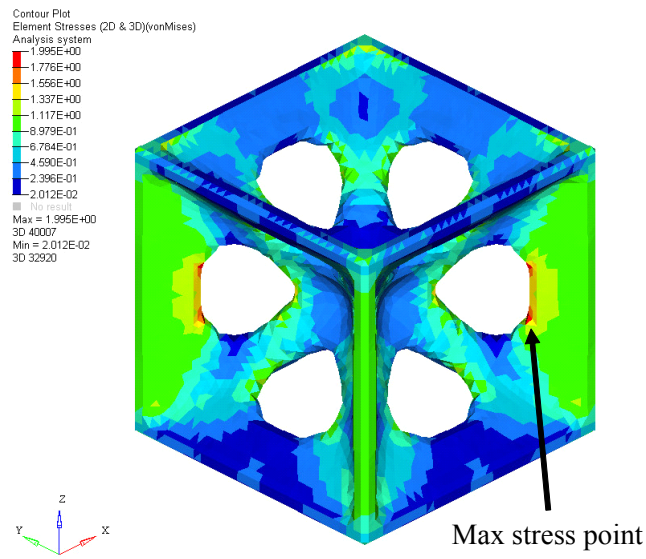


Fig. 5.22: Von mises stress distribution of lattice B.

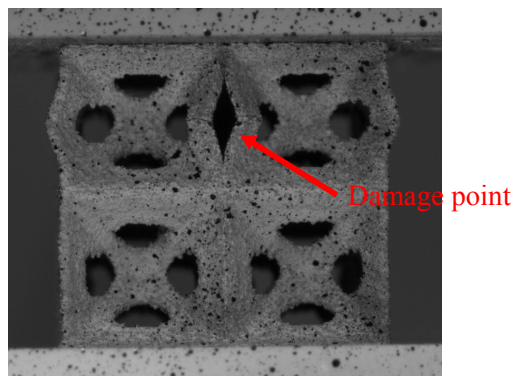


Fig. 5.23: Damage point of lattice B from result of compression test.

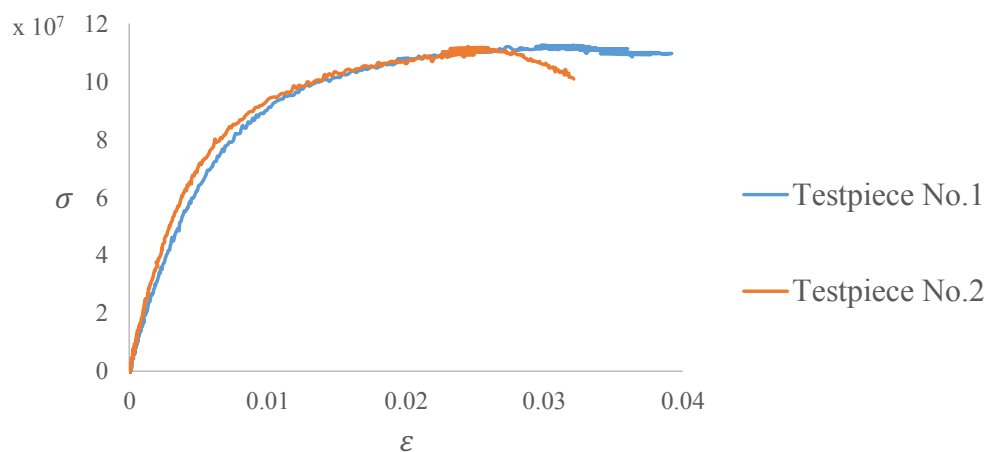


Fig. 5.24: Lattice structures stress-strain curves of lattice A from compression test.

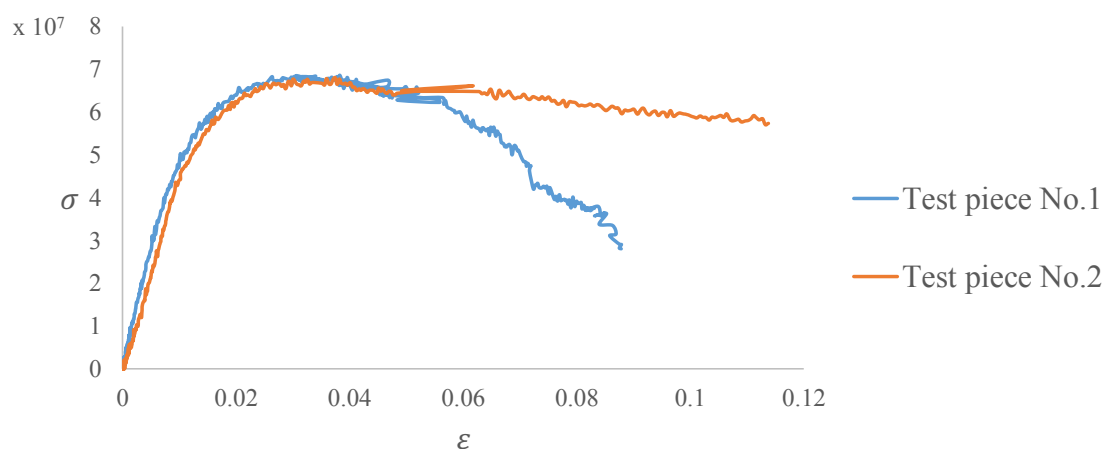


Fig. 5.25: Lattice structures stress-strain curves of lattice B from compression test.

### 5.7.2 弾塑性材料と破壊基準

ラティス構造のような周期セル構造は、バルク材料などとは異なり破壊も特徴的である [96, 77]. 圧縮破壊試験を実施した2種類のラティス構造は、複数個所が断続的に破壊した. 積層造形の造形誤差などの影響もあるため、線形弾性解析による応力分布図のみでは、破壊の起点を予測することは難しい. そこで、破壊の起点の予測を目的とした非線形弾塑性解析を実施した. 本研究では等方性弾塑性材料とし



て Johnson-Cook の材料モデル [35] を用いた。これは塑性硬化を考慮した弾塑性材料定義であり、ひずみ速度及び温度効果も考慮することができ、次式のような応力ひずみ関係を取る。

$$\sigma_{pl} = (A + B\varepsilon_{pl}^n) (1 + C \ln \dot{\varepsilon}) (1 - T^{*m}) \quad (5.22)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\varepsilon}_{pl}}{\dot{\varepsilon}_0}, T^* = \frac{T - T_r}{T_{melt} - T_r} \quad (5.23)$$

$\varepsilon_{pl}$  : 塑性ひずみ

$\dot{\varepsilon}$  : ひずみ速度

$\dot{\varepsilon}_0$  : 参照ひずみ速度

$A$  : 塑性降伏応力

$B$  : 塑性硬化パラメータ

$C$  : ひずみ速度係数

$n$  : 塑性硬化指数

$m$  : 温度指数

$T_{melt}$  : 溶融温度

$T_r$  : 遷移温度

また、破壊基準として Johnson-Cook の破壊基準 [35] を用いた。破壊基準は次式で表され、 $D = 1.0$  のとき破壊が生じ該当する要素が削除される。

$$D = \sum \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon_f} \quad (5.24)$$

$\Delta\varepsilon$ は塑性ひずみの増分,  $\varepsilon_f$ は相当塑性ひずみであり,  $D = 1.0$ のとき破壊が生じ, 該当する要素が削除される. 相当塑性ひずみ  $\varepsilon_f$ は以下のように定義される.

$$\varepsilon_f = (d_1 + d_2 \exp(-d_3 \eta)) (1 + d_4 \ln \dot{\varepsilon}) (1 - d_5 T^*) \quad (5.25)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\varepsilon}_{pl}}{\dot{\varepsilon}_0}, T^* = \frac{T - T_r}{T_{melt} - T_r} \quad (5.26)$$

$d_1 \dots d_5$  : 破壊パラメータ

$\eta$  : 応力3軸度

$\dot{\varepsilon}_{pl}$  : ひずみ速度

$\dot{\varepsilon}_0$  : 参照ひずみ速度

$T_{melt}$  : 溶融温度

$T_r$  : 遷移温度

弾塑性材料に関するパラメータである  $A, B, C, n, m$  及び破壊パラメータである  $d_1, d_2, d_3, d_4, d_5$  は Lesuer により算出された値を用いた [51]. 弾塑性材料に関するパラメータを表 5.5 に, 破壊パラメータを表 5.6 に示す.

Table 5.5: Parameters for Johnson-Cook elastic-plastic material model.

A(GPa)	B(GPa)	C	n	m
0.862	0.331	0.012	0.34	0.8

Table 5.6: Parameters for Johnson-Cook fracture criterion.

$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$
-0.09	0.25	-0.5	0.1014	3.87

### 5.7.3 解析例

積層造形に用いた形状データは、図5.26に示すような、STL形式と呼ばれる三角形要素のみで表面形状を表したものである。STL形式の造形データを基に、本研究ではボクセル要素を用いて要素分割を行い、図5.27に示すような有限要素モデルを生成し、破壊解析を実施する。

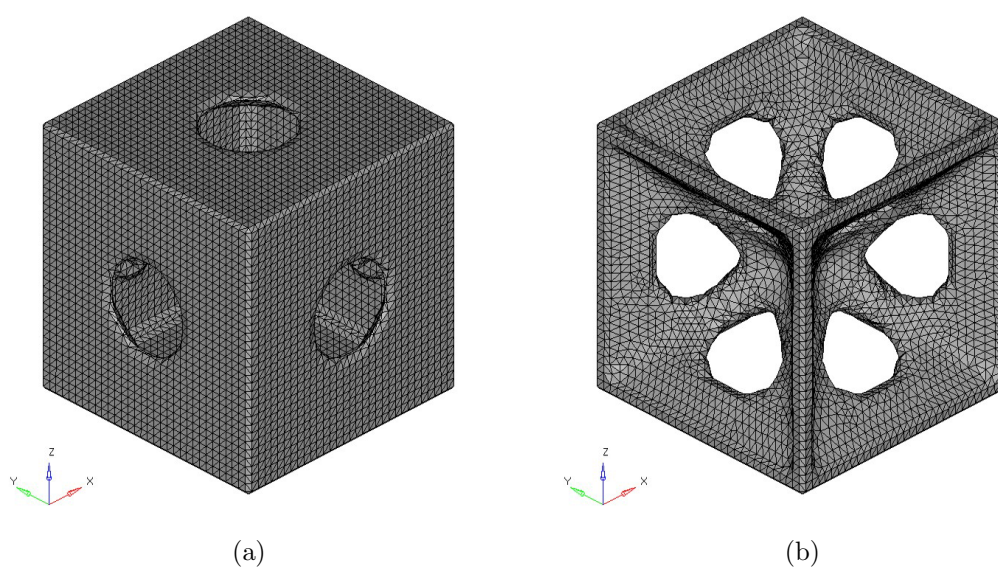


Fig. 5.26: STL data of lattice structures. (a) Lattice A. (b) Lattice B.

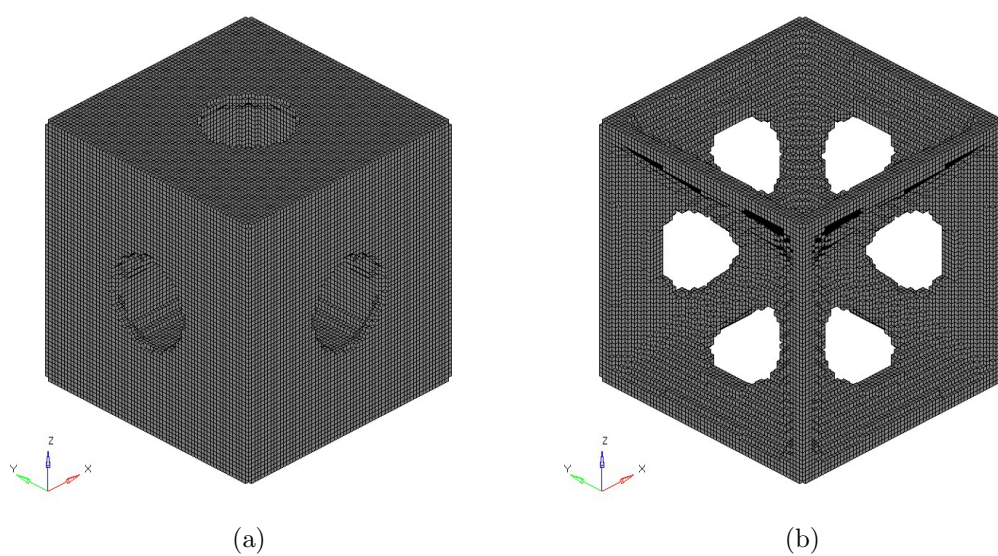


Fig. 5.27: Voxel mesh of lattice structures. (a) Lattice A. (b) Lattice B.

圧縮試験に用いた試験片は3方向にユニットセルを2個ずつ配置したもので、 $x=1$ ,  $y=1$ ,  $z=1$ の面に対称条件を適用したユニットセル1個の解析モデルを用いた。また、 $z=0$ の面に0.5mm/msecの強制速度を与え、非線形弾塑性解析を行った。

図5.28にラティスAの圧縮試験及び破壊を考慮した非線形弾塑性解析、線形弾性解析から得られた応力ひずみ曲線を示す。また、図5.29及び図5.30はタイムステップごとの応力をプロットした図であり、それぞれ変形倍率を1とした場合と変形倍率を0とした場合である。ユニットセルの中間部が外側に広がるように塑性変形したことにより、最も膨れるように変形した孔の左右が破壊基準を満たして、亀裂が入り進展した。圧縮試験結果と比較して、塑性変形の発生以降の応力の低下が大きいことがわかる。本研究の破壊解析では式(5.24)の破壊基準を満たした要素は削除される。要素の削除により発生する空間が、実際の試験片に発生した亀裂よりも大きいため、応力の低下が急となったと考えられる。線形弾性解析では得られた応力分布図から破壊の起点を予測することは可能だが、亀裂の形状の予測などは難しい。非線形弾塑性解析では破壊の原因となる塑性変形を表現することが可能である他、亀裂の進展の予測も可能と言える。

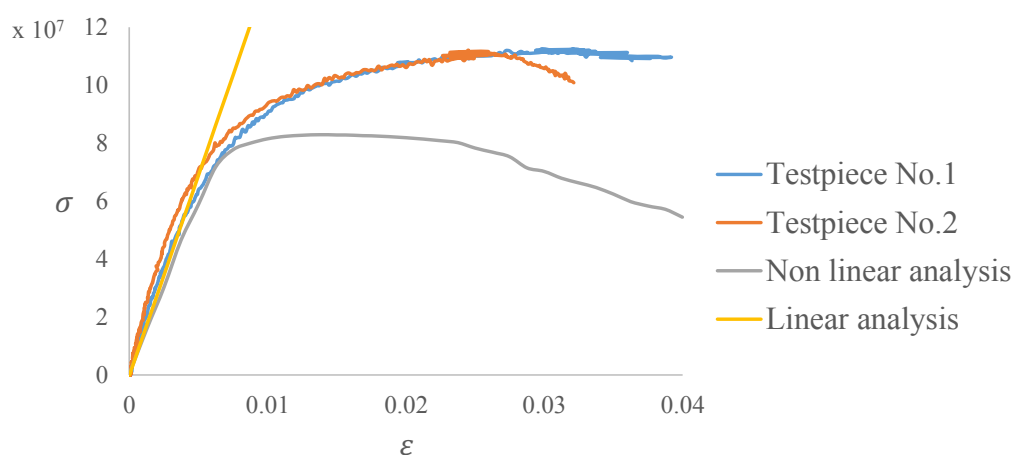


Fig. 5.28: Lattice structures stress-strain curves of lattice A.

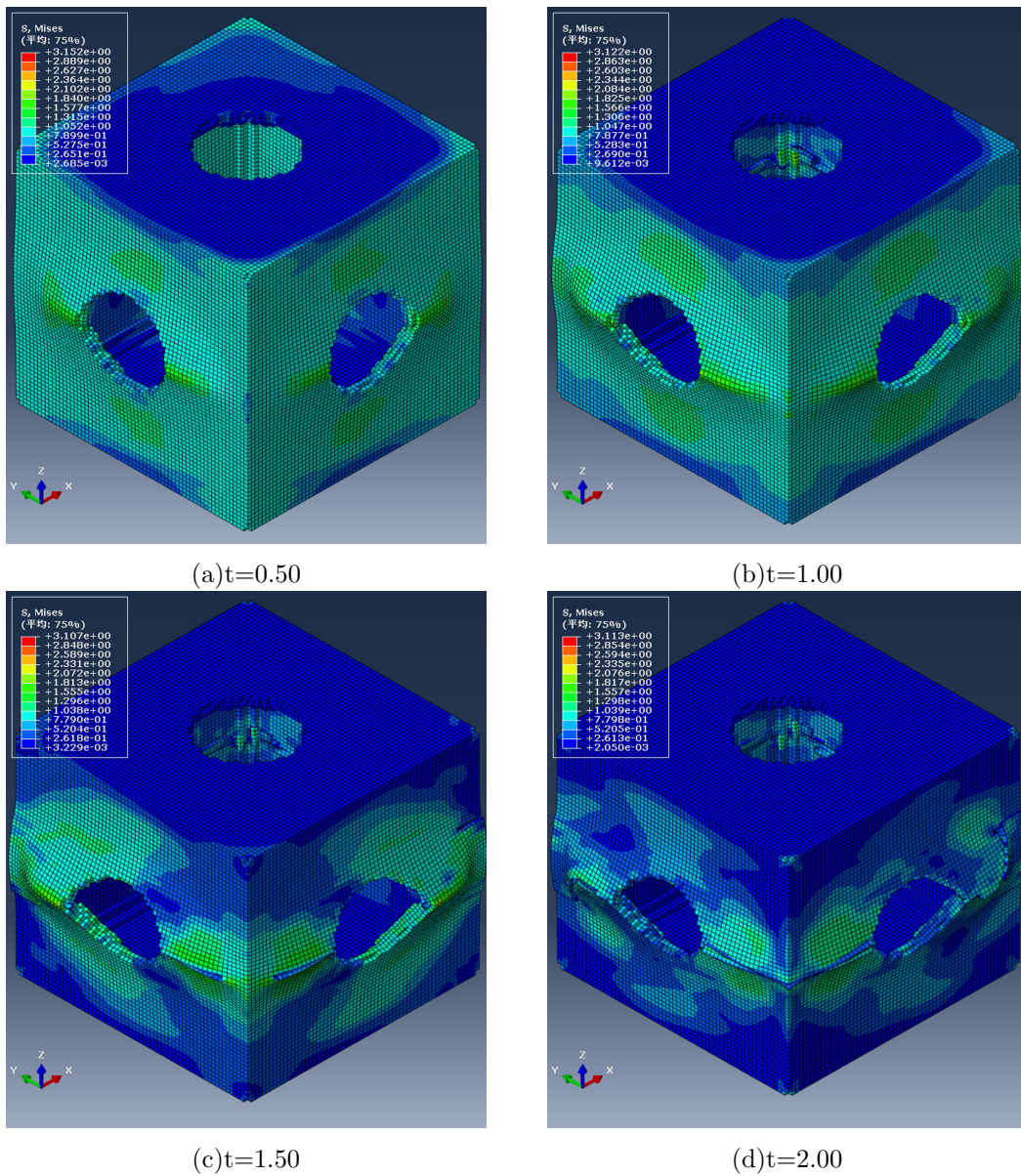


Fig. 5.29: Fracture analysis result of lattice A. Deformation magnification is 1.

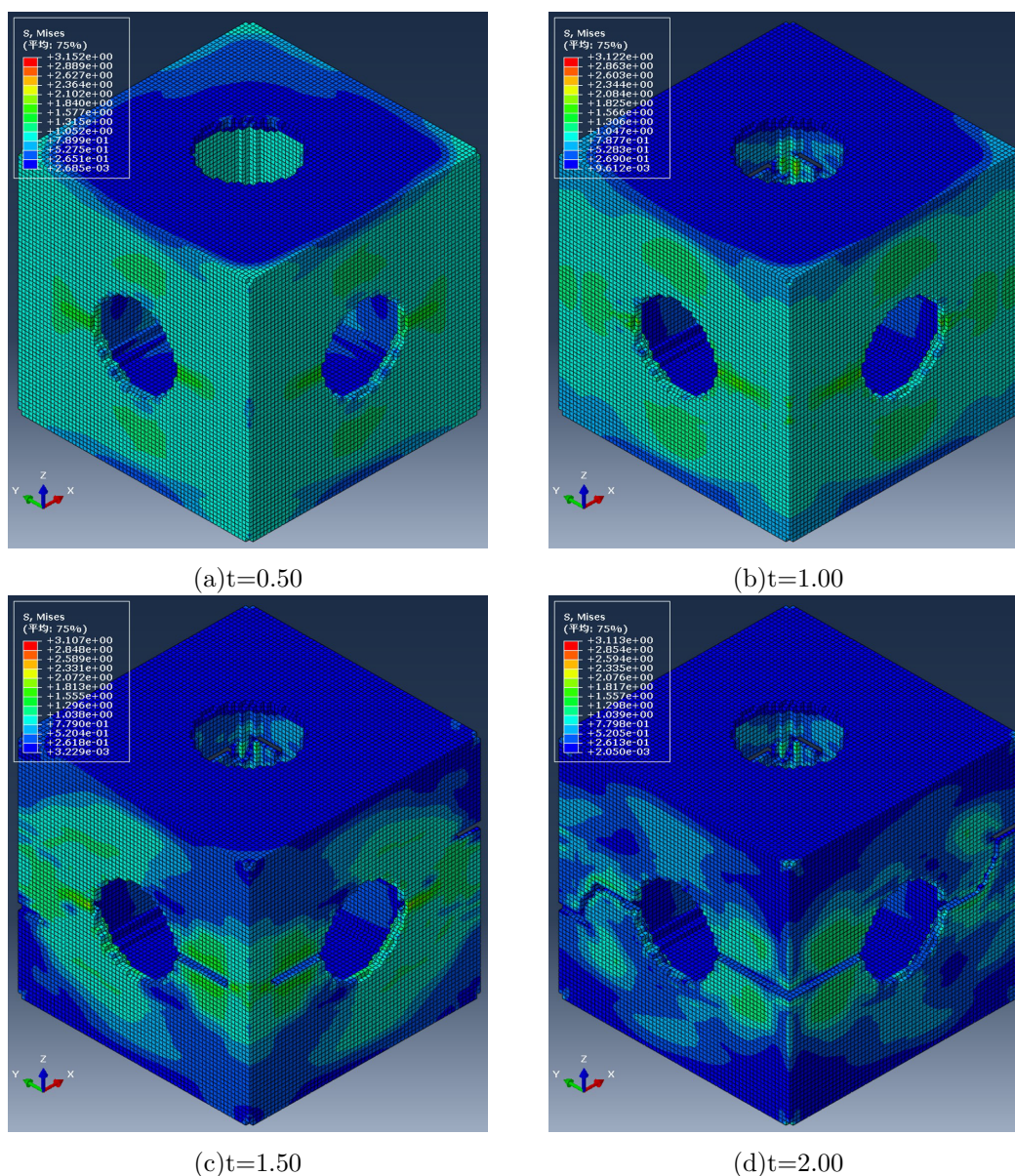


Fig. 5.30: Fracture analysis result of lattice A. Deformation magnification is 0.

図 5.31 にラティス B の圧縮試験及び破壊解析，線形弾性解析から得られた応力ひずみ曲線を示す。また，図 5.32 及び図 5.33 はタイムステップごとの応力をプロットした図であり，それぞれ変形倍率を 1 とした場合と変形倍率を 0 とした場合である。最も外側の垂直方向部材が折れるように塑性変形した。最初に破壊した箇所は外側の結合部である垂直部材であり，その後に斜め方向の部材が破壊した。圧縮試験結果と比較して，塑性変形の発生以降，応力の低下まで時間を要していることがわかる。

圧縮試験を実施した試験片は、ユニットセル間の結合部である垂直部材が折れるように変形し、剥離する形で最初に破壊した。その後いくつかの垂直方向部材、斜め方向部材が破壊した。解析モデルではユニットセル結合部には対称境界条件を設けているため、結合部が剥離する破壊は表現不可能なため、塑性変形後も破壊が発生するまでは実際の試験片よりも一定の強度を保ち、応力が低下しなかったと考えられる。破壊が生じた後の急な応力低下は、ラティスAと同様に破壊箇所の要素削除の空間が実際の試験片よりも大きくなっていたためと考えられる。線形弾性解析から得られた応力分布図では、結合部が剥離するような破壊の予測は難しい。非線形弾塑性解析においても、対称境界条件の影響により結合部の破壊は再現できていない。しかし、垂直部材が曲がるような塑性変形を再現できたことから、破壊形状の予測手法としての有効性を示すことができたと考える。

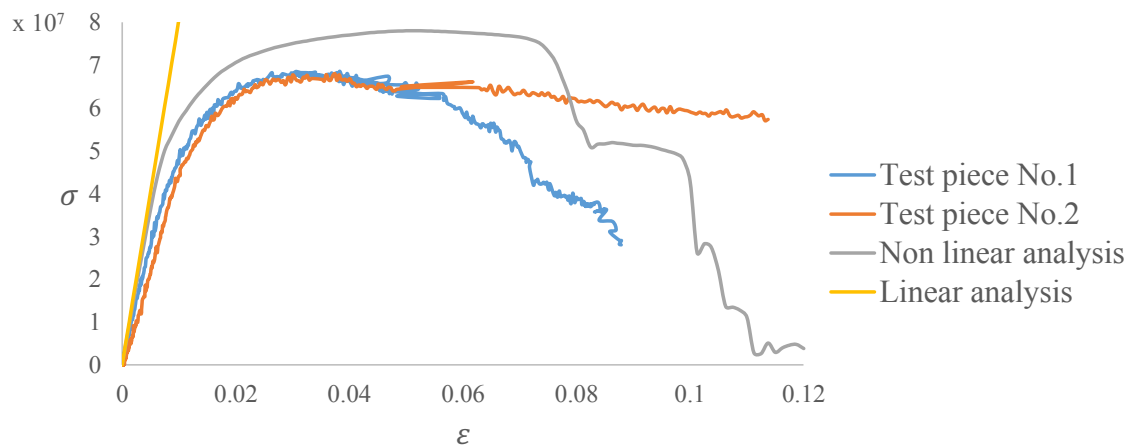


Fig. 5.31: Lattice structures stress-strain curves of lattice B.

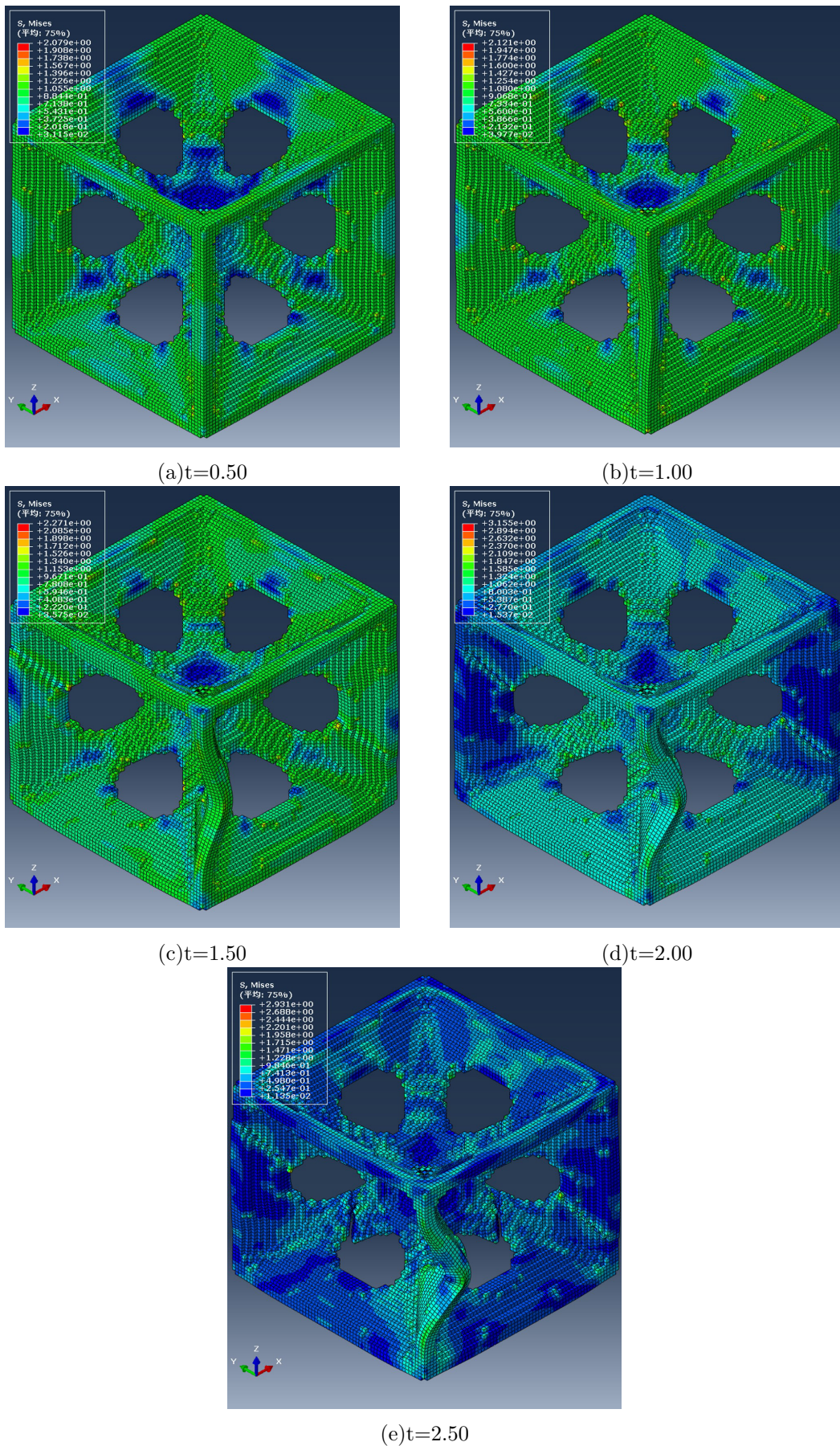


Fig. 5.32: Fracture analysis result of lattice B. Deformation magnification is 1.



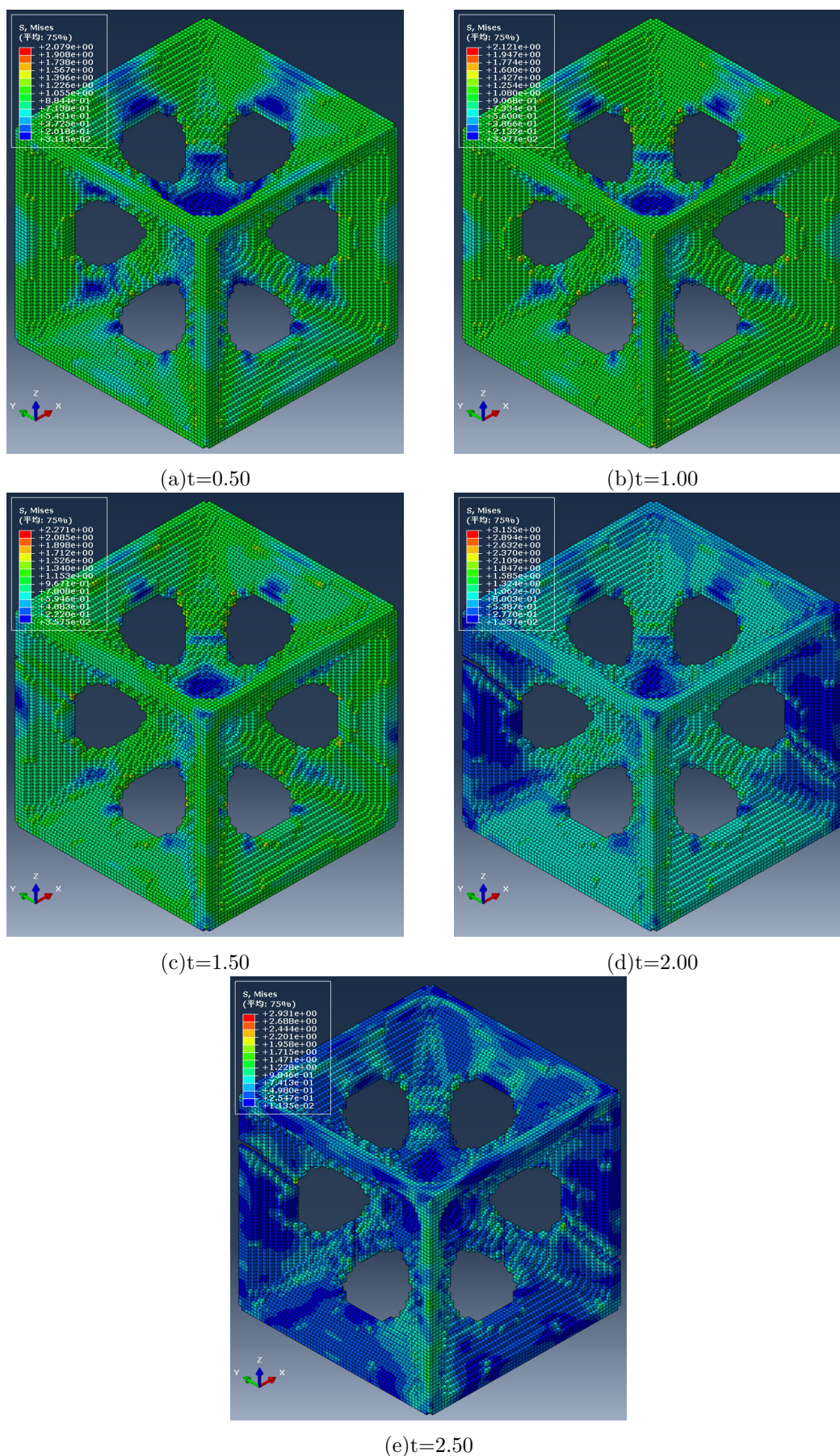


Fig. 5.33: Fracture analysis result of lattice B. Deformation magnification is 0.

## 5.8 結言

本研究では、トポロジー最適化と金属積層造形装置を活用して、高性能なラティス構造を開発する手法を構築した。結果を以下に示す。

1. ある形状が周期的に配置された構造を考え、マイクロ構造に対する線形弾性問題から、均質化法を用いてユニットセルが周期的に配置されたマクロ構造の体積弾性率を導出した。
2. 得られた体積弾性率を最大化するように、逐次凸関数近似法的一种であるMMAとフェーズフィールド法に基づくトポロジー最適化を行うことでラティス構造の最適設計を行った。トポロジー最適化の際、制約条件としてユニットセルの体積含有率だけでなく、構造物への適用を考慮して等方性材料となるような制約を設けた。また、電子ビーム方式の金属積層造形装置を用いて製造することを前提として、製造後に粉末を除去できるように、最適化形状においても粉抜き穴が存在するように最適化を制御した。
3. そして、最適化により得られた形状を複数配置したラティス構造の試験片を、実際に金属積層造形装置を用いて造形し粉末の除去を実施することで、提案した最適化による設計手法が積層造形による製造を考慮した手法として妥当であることを確認した。
4. 造形したラティス構造の試験片に対して圧縮試験を行い、デジタル画像相関法を用いてひずみを測定することで、最適化により得られたヤング率と比較、考察した。デジタル画像相関法の精度は十分であったが、造形誤差に影響され最適化から得られたヤング率とは差があることが確認できた。
5. ラティス構造の試験片に対し、圧縮破壊試験を実施した。2種類の形状のいずれにおいても、断続的な破壊が生じることを確認した。さらに、造形した試験片形状のデータを用いて、Johnson-Cookの破壊基準を適用した非線形弾塑性解

析を実施した。実際の試験片の破壊と同様の破壊を数値計算で再現し、破壊箇所の予測手法としての妥当性を示した。

最適化により得られた形状は、電子ビーム方式の金属積層造形装置が造形可能な板厚よりも薄い板厚の箇所を有していた。この影響により、最適化により得られたヤング率と、圧縮試験により得られた試験片のヤング率に差が生じた。このため今後の課題としては、最小板厚などの粉末の除去以外の製造要件も考慮可能な最適設計手法の構築が挙げられる。

## 第6章 結論

本論文では，積層造形を用いて造形することを考慮した，高性能構造開発のためのトポロジー最適化に関する研究を行った．以下，各章について結論をまとめる．

2章では，固有値解析に基づくトポロジー最適化を用いた構造物の損傷検出手法を構築し，数値例を用いて検証を行った．まず，損傷検出のための構造特性を固有値とし，固有値解析の定式化を行った．算出された固有値を用いて，損傷構造との固有値の差を最小化する最適化問題を定式化した．この際，損傷による固有振動モードの変化を考慮して，モードトラッキング法を導入した．そして，目標関数の設計変数に対する感度を導出し，この感度に基づいた逐次凸関数近似法の一つであるMMA(Method of Moving Asymptotes)を用いた最適化アルゴリズムを構築した．3つの数値例を用いて損傷の検出を行い，本手法の有効性と妥当性を確認した．固有振動モードの形状に影響を及ぼさないような，小さな損傷を有する構造を定義した二種類の構造では，いずれも損傷箇所を検出することができた．また，固有振動モードに影響するような大きな損傷を有する構造に対しては，繰り返し計算ごとに固有振動モードを特定しながら最適化を行うことで，損傷形状を明確に表すことはできなかったものの，損傷位置を特定することができた．今後は実際の構造を想定し，多くの損傷のある構造に対する適用や，3次元問題への応用が考えられる．ただし，3次元構造では近い固有値の値の変化に対し，多くの固有振動モードを有する場合が増えると考えられ，固有振動モードの検出が困難になる可能性が生じると考えられる．

3章では，熱変形の抑制と熱伝導特性を両立する構造を，トポロジー最適化を用いて導出する手法を構築した．複数の数値例を用いて，本研究で提案する手法の

妥当性を検証した。熱変形を扱うため、線形熱伝導問題と線形弾性問題を定式化した。温度制約下での熱変形最小化問題として、熱流束が作用する構造における、熱コンプライアンス制約下での構造コンプライアンス最小化問題を定式化した。目標関数の設計変数に対する感度を導出した。そして、この感度に基づいた、逐次線形計画法に基づく最適化アルゴリズムを構築した。簡単な数値例により、十分な熱伝導率を持ち、かつ熱変形を抑制した形状が得られることを確認した。熱コンプライアンス制約を満たし、十分な熱伝導特性を有する構造を目標として最適化を行った結果、熱流束が与えられる高温部から温度固定される低温部を結ぶ形状となった。そして、熱変形の総量が抑制されるように、高温部ほど部材の少ない細い形状となり、低温部ほど太い形状となった。また、このように固定端間に熱を伝導させる問題では、熱コンプライアンスと構造コンプライアンスの間にトレードオフを生じることがわかり、本手法の適用対象として適切であると確認した。同様の最適化問題において、異なる初期形状で最適化した場合、熱変形には影響を与えるが、熱伝導性能には寄与しない部材が生じる局所最適解が生じ、本研究の最適化問題は初期解依存性を確認した。このため、実際の設計で用いる際には、最適化の初期解の決定には慎重を要する。今後の課題としては、三次元問題への拡張及び積層造形を用いて実際に造形し性能を検証することが考えられる。しかし、設計領域の次元を拡張すると、最適化問題の初期解依存性はさらに強まると考えられる。このため局所最適解を回避する方法が必要となると考えられる。積層造形による実際の造形に関しては、本研究の提案手法により設計することで、熱変形は小さくとどめることが可能なので、この点では造形が容易な形状と言え問題ないとする。

4章では、熱拡散性能を最大化する構造を、3次元問題におけるトポロジー最適化を用いて導出した。複数の数値例を用いて、本研究で提案する手法の妥当性を検証した。熱拡散性能を評価するために線形熱伝導問題を定式化した。熱拡散性能最大化問題として、設計領域全体が発熱し温度固定端へ熱が逃げる構造において、熱コンプライアンス最小化問題を定式化した。目標関数の設計変数に対する感度を導出

した。そして、この感度に基づいた。逐次凸関数近似法の一つであるMMA(Method of Moving Asymptotes)とフェーズフィールド法に基づく最適化アルゴリズムを構築した。簡単な数値例により、熱拡散性能が最大化される形状を、複数の体積制約下で導出した。得られた最適形状は温度固定端から広がる根状であり、一般的な形状の熱コンプライアンスを比較することで、熱拡散性能が向上していることを確認した。本研究の最適化問題により導出した形状は、水平方向の部材を多数含むため、サポートなしでは造形が困難である。このため、今後の課題としては、積層造形を用いて造形するための制約の検討が挙げられる。

5章では、トポロジー最適化と金属積層造形装置を活用して、高性能なラティス構造を開発する手法を構築した。ある形状が周期的に配置された構造を考え、ミクロ構造に対する線形弾性問題から、均質化法を用いてユニットセルが周期的に配置されたマクロ構造の体積弾性率を導出した。得られた体積弾性率を最大化するように、逐次凸関数近似法の一つであるMMA(Method of Moving Asymptotes)とフェーズフィールド法に基づくトポロジー最適化を行うことでラティス構造の最適設計を行った。トポロジー最適化の際、制約条件としてユニットセルの体積含有率だけでなく、構造物への適用を考慮して等方性材料となるような制約を設けた。また、電子ビーム方式の金属積層造形装置を用いて製造することを前提として、製造後に粉末を除去できるように、最適化形状においても粉抜き穴が存在するように最適化を制御した。そして、最適化により得られた形状を複数配置したラティス構造の試験片を、実際に金属積層造形装置を用いて造形し粉末の除去を実施することで、提案した最適化による設計手法が積層造形による製造を考慮した手法として妥当であることを確認した。造形したラティス構造の試験片に対して圧縮試験を行い、デジタル画像相関法を用いてひずみを測定することで、最適化により得られたヤング率と比較、考察した。デジタル画像相関法の精度は十分であったが、造形誤差に影響され最適化から得られたヤング率とは差があることが確認できた。ラティス構造の試験片に対し、圧縮破壊試験を実施した。2種類の形状のいずれにおいても、

断続的な破壊が生じることを確認した。さらに，造形した試験片形状のデータを用いて，Johnson-Cookの破壊基準を適用した非線形弾塑性解析を実施した。実際の試験片の破壊と同様の破壊を数値計算で再現し，破壊箇所の予測手法としての妥当性を示した。最適化により得られた形状は，電子ビーム方式の金属積層造形装置が造形可能な板厚よりも薄い板厚の箇所を有していた。この影響により，最適化により得られたヤング率と，圧縮試験により得られた試験片のヤング率に差が生じた。このため今後の課題としては，最小板厚などの粉末の除去以外の製造要件も考慮可能な最適設計手法の構築が挙げられる。

## 参考文献

- [1] Abramovitch, H., Burgard, M., Lucy Ederly-Azulay, Evans, K. E., Hoffmeister, M., Miller, W., Scarpa, F., Smith, C. W. and Tee, K. F., Smart tetrachiral and hexachiral honeycomb: Sensing and impact detection, *Composites Science and Technology*, Vol. 70, No. 7(2010), pp. 1072–1079.
- [2] Adams, R. D., Cawley, P., Pye, C.J. and Stone, B.J., A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures, *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 20, No. 2 (1978), pp. 93–100.
- [3] 新井拓, 小幡充男, 西村光平, 島田平八, Digital 像相関法による二次元非接触変位測定, 非破壊検査, Vol. 37, No. 8(1988), pp. 643–648.
- [4] Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, No. 2 (1988), pp. 197–224.
- [5] Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., Material interpolation schemes in topology optimization, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 69, No. 9 (1999), pp. 635–654.
- [6] Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., *Topology optimization: theory, methods, and applications*, Springer Verlag, Berlin (2003).
- [7] Brandl, E., Baufeld, B., Leyens, C. and Gault, R., Additive manufactured Ti-6Al-4V using welding wire: comparison of laser and arc beam deposition and evaluation with respect to aerospace material specifications, *Physics Procedia*, Vol. 5, No. B (2010), pp. 595–606.



- [8] Bruns, T. E., Sigmund, O. and Tortorelli, D. A., Numerical methods for the topology optimization of structures that exhibit snap-through, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 55, No. 10 (2002), pp. 1215–1237.
- [9] Cawley, P., and Adams, R. D. The location of defects in structures from measurements of natural frequencies, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vol. 14, No. 2 (1979), pp. 49–57.
- [10] Chady, T., Enokizono, M., Todaka, T., Tsuchida, Y. and Sikora, R., Flaws detection and characterization using the multi-frequency excitation and spectrogram ECT method, *Electromagnetic Nondestructive Evaluation (IV)*, Vol 4 (2000), pp. 2000.
- [11] Chao, Y. J., Luo, P. F. and Kalthoff, J. F., An Experimental Study of the Deformation Fields around a Propagating Crack Tip, *Experimental Mechanics*, Vol. 38, No. 2(1998), pp. 79–85.
- [12] Charlesworth, J. P., and Temple, J. A. G., 2001. *Engineering Applications of Ultrasonic Time-of-Flight Diffraction*. Research Studies Press, 2001.
- [13] 千葉晶彦, 電子ビームを用いた金属 Additive Manufacturing 技術の最新動向, *精密工学会誌*, Vol. 82, No. 7(2016), pp. 624–628.
- [14] Cho, S. and Choi, J.Y., Efficient topology optimization of thermo-elasticity problems using coupled field adjoint sensitivity analysis method, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 41 No. 15 (2005), pp. 1481–1495.
- [15] Deaton, J. D. and Grandhi, R.V., Stiffening of restrained thermal structures via topology optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 48, No. 4 (2013), pp. 731–745.

- [16] Diaz, A. R. and Kikuchi, N., Solutions to shape and topology eigenvalue optimization problems using a homogenization method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 35 (1992), pp. 1487–1502.
- [17] Diaz, A. and Sigmund, O., Checkerboard patterns in layout optimization, *Structural Optimization*, Vol. 10, No. 1 (1995), pp. 40–45.
- [18] Galantucci, L. M., Lavecchia, F. and Percoco, G., Study of compression properties of topologically optimized FDM made structured parts, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Vol. 57, No. 1 (2008), pp. 243–246.
- [19] Gao, T. and Zhang, W., Topology optimization involving thermo-elastic stress loads, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 42, No. 5 (2010), pp. 725–738.
- [20] Garden, N. and Schneider, A., Topological optimization of internal patterns and support in additive manufacturing, *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 37, Part 1 (2015), pp. 417–425.
- [21] Gersborg-Hansen, A., Bendsøe, M. and Sigmund, O., Topology optimization of heat conduction problems using the finite volume method, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 31, No. 4 (2006), pp. 251–259.
- [22] Gibson, I., Rosen, D. and Stucker, B., *Additive Manufacturing Technologies 3D Printing, Rapid Prototyping, and Direct Digital Manufacturing*, Second Edition(2015), Springer.
- [23] Gibson, L.J. and Ashby, M.F., *Cellular Solids: Structure and Properties*, Second edition(1997), Cambridge University Press.
- [24] Gorman, M. R., and Ziola, S. M., Plate waves produced by transverse matrix cracking, *Ultrasonics*, Vol. 29, No. 3 (1991), pp. 245–251.

- [25] Guedes, J. M. and Kikuchi, N., Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 83, No. 2 (1990), pp. 143–198.
- [26] Hamam, R., Hild, F. and Roux, S., Stress Intensity Factor Gauging by Digital Image Correlation: Application in Cyclic Fatigue, *Strain*, Vol. 43, No. 3(2007), pp. 181–192.
- [27] Hashin, Z. and Shtrikman, S. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 11, No. 2 (1963), pp. 127–140.
- [28] Hild, F. and Roux, S. Digital Image Correlation: from Displacement Measurement to Identification of Elastic Properties - a Review, *Strain*, Vol. 42, No.2(2006), pp.69–80.
- [29] Hollworth, B.R., Durbin, M., Impingement Cooling of Electronics, *ASME HTD*, Vol. 111(1989), pp. 89–96.
- [30] Huang, H. and Takagi, T., ECT Signals for Round-robin Test with Differential TR Probe and their Inverse, *Electromagnetic Nondestructive Evaluation (V)*, Vol. 21 (2001), pp. 218.
- [31] Huang, H. and Takagi, T., Shape reconstruction of natural cracks with a differential TR ECT probe, In *REVIEW OF PROGRESS IN QUANTITATIVE NONDESTRUCTIVE EVALUATION*, Vol. 20, No. 1 (2001), pp. 764–771.
- [32] 伊賀淳郎, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝, 材料分布の連続性を仮定した熱拡散問題のトポロジー最適化, *日本機械学会論文集C編*, Vol. 73, No. 733 (2007), pp. 2426–2433.
- [33] 伊賀淳郎, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝, 設計変数依存性を考慮した熱伝達問題に対するトポロジー最適化, *日本機械学会論文集C編*, Vol. 74, No. 746 (2008), pp. 2452–2461.

- [34] Incropera, F. P., Convection heat transfer in electronic equipment cooling, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, No. 4(1988), pp. 1097–1111.
- [35] Johnson, G. R. and Cook, W. H., Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures, *Engineering fracture mechanics*, Vol. 21, No. 1(1985), pp. 31–48.
- [36] Johnson, M., and Gudmundson, P., Broad-band transient recording and characterization of acoustic emission events in composite laminates, *Composites Science and Technology*, Vol. 60, No. 15 (2000), pp. 2803–2818.
- [37] Kageyama, K., Kimpara, I., Suzuki, T., Ohsawa, I., Murayama, H., and Ito, K., Smart marine structures: an approach to the monitoring of ship structures with fiber-optic sensors, *Smart materials and structures*, Vol. 7, No. 4 (1998), pp. 472.
- [38] 片峯英次, 吉岡広起, 松浦浩佑, 畔上秀幸, 平均コンプライアンス最小化を目的とした熱弾性場の形状最適化. *日本機械学会論文集B編*, Vol. 77, No. 783 (2011), pp. 4015–4032.
- [39] Ke, X., Sutton, M. A., Lessner, S. M., Yost, M., Robust Stereo Vision and Calibration Methodology for Accurate Three-dimensional Digital Image Correlation Measurements on Submerged Objects, *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vo. 43, No. 8(2008), pp.689–704.
- [40] Kim, T. S. and Kim, Y. Y., Mac-based mode-tracking in structural topology optimization, *Computers and Structures*, Vol. 74 (2000), pp. 375–383.
- [41] Koizumi, Y., Okazaki, A., Chiba, A., Kato, T. and Takezawa, A., Cellular Lattices of Biomedical Co-Cr-Mo-Alloy Fabricated by Electron Beam Melting with the Aid of Shape Optimization, *Additive Manufacturing*, Vol. 12, Part B (2016), pp. 305–313.

- [42] 近藤義広, 松島均, 大橋繁男, LSIパッケージの噴流冷却におけるヒートシンク形状の最適化, 日本機械学会論文集B編, Vol. 63, No. 611(1997), pp. 2484–2491.
- [43] Kosaka, T., Kurimoto, H., Osaka, K., Nakai, A., Osada, T., Hamada, H. and Fukuda, T., Strain monitoring of braided composites by using embedded fiber-optic strain sensors, *Advanced Composite Materials*, Vol. 13, No. 3–4 (2004), pp. 157–170.
- [44] 功刀資彰, 横峯健彦, 一宮浩市, 狭あい流路内における平面乱流衝突噴流熱伝達の数値解析, 日本機械学会論文集B編, Vol. 60, No. 573(1994), pp. 1751–1757.
- [45] 京極秀樹, 積層造形技術の現状と応用展開, *スマートプロセス学会誌*, Vol. 3, No. 3(2014), pp. 148–151.
- [46] 京極秀樹, 最近のレーザー積層造形技術の開発状況, *日本機械学会誌*, Vol. 111, No. 1081 (2008), pp. 1002.
- [47] 京極秀樹, レーザーを用いた金属 Additive Manufacturing 技術の最新動向, *精密工学会誌*, Vol. 82, No. 7(2016), pp. 619–623.
- [48] 京谷孝史, 寺田賢二郎, 欧陽立珠, 西岡英俊, 均質化法による複合材料の変形強度特性評価について, *応用力学論文集*, Vol. 2(1999) pp. 449-458.
- [49] Lantada, A. D. and Morgado, P. L., Rapid prototyping for biomedical engineering: current capabilities and challenges, *Annual Review of Biomedical Engineering*, Vol.14, No.4 (2012), pp.73–96.
- [50] Lee, J. S., Kim, J. E. and Kim, Y. Y., Damage detection by the topology design formulation using modal parameters, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 69, No. 7 (2007), pp. 1480–1498.
- [51] Lesuer, D. R., *Experimental Investigation of Material Models for Ti-6Al-4V Titanium and 2024-T3 Aluminum*, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA (2000).

- [52] Li, Q., Steven, G. P. and Xie, Y.M., Displacement minimization of thermoelastic structures by evolutionary thickness design, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 179, No. 3 (1999) pp. 361–378.
- [53] Li, Q., Steven, G. P. and Xie, Y.M., Thermoelastic topology optimization for problems with varying temperature fields, *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 24, No. 4 (2001), pp. 347–366.
- [54] Li, X., Xu, Z. and Sutton, M. A., Nanoscale Deformation and Cracking Studies of Advanced Metal Evaporated Magnetic Tapes Using Atomic Force Microscopy and Digital Image Correlation Techniques, *Measurement Science and Technology*, Vol. 22, No. 7(2006), pp. 835–844.
- [55] Lyons, J. S., Liu, J. and Sutton, M. A., High-temperature Deformation Measurements Using Digital-image Correlation, *Experimental Mechanics*, Vol. 36, No. 1(1996), pp. 64–70.
- [56] Ma, Z. D., Kikuchi, N. and Cheng, H. C., Topological design for vibrating structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 121, No. 1-4 (1995), pp. 259–280.
- [57] Mahale, T., Cormier, D., Harrysson, O. and Ervin, K., Advances in electron beam melting of aluminium alloys, Vol. 18 (2007), pp. 312–323.
- [58] Martin, H., Heat and Mass Transfer between Impinging Gas Jets and Solid Surfaces, *Advances in Heat Transfer*, Vol. 13(1977), pp. 1–60.
- [59] Matsumori, T., Kondoh, T., Kawamoto, A. and Nomura, T., Topology optimization for fluid-thermal interaction problems under constant input power, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 47, No. 4 (2013), pp. 571–581.
- [60] 松島均, 寺門秀一, 浅野一郎, ファン付きヒートシンクを含む複数種のファンを有する電子機器におけるファン配置の最適化, Vol. 17, No. 1(2009), pp. 35–43.

- [61] McNeill, S. R., Peters, W. H. and Sutton, M. A., Estimation of Stress Intensity Factor by Digital Image Correlation, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 28, No. 1(1987), pp. 101–112.
- [62] Miller, W., Smith, C. W., Scarpa, F. and Evans, K. E., *Composites Science and Technology*, Vol. 70, No. 7 (2010), pp. 1049–1056.
- [63] Mizutani, Y., Nagashima, K., Takemoto, M. and Ono, K., Fracture mechanism characterization of cross-ply carbon-fiber composites using acoustic emission analysis, *NDT & E International*, Vol. 33, No. 2 (2000), pp. 101–110.
- [64] Murr, L. E., Gaytan, S. M., Medina, F., Martinez, E., Martinez, J. L., Hernandez, D. H., Machado, B. I., Ramirez, D. A. and Wicker, R. B., Characterization of Ti-6Al-4V open cellular foams fabricated by additive manufacturing using electron beam melting, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 527, No.7–8 (2010), pp. 1861–1868.
- [65] Murr, L. E., Gaytan, S. M., Ramirez, D. A., Martinez, E., Hernandez, J., Amato, K. N., Shindo, P. W., Mendina, F.R. and Wicker, R. B., *Metal Fabrication by Additive Manufacturing Using Laser and Electron Beam Melting Technologies*, Vol. 28, No. 1 (2012), pp. 1–14.
- [66] Niemann, H., Morlier, J., Shahdin, A. and Gourinat, Y., Damage localization using experimentalmodal parameters and topology optimization, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 24, No. 3 (2010), pp. 636–652.
- [67] 新野俊樹, 積層造形技術の最新動向と期待, 型技術, Vol. 25(2010), pp. 18–22.
- [68] Obot, N. T. and Trabold, T. A., Impingement heat transfer within arrays of circular jets: Part 1-Effects of minimum, intermediate, and complete crossflow for small and large spacings, *Journal of Heat transfer*, Vol. 109, No. 4(1987), pp. 872–879.

- [69] Okabe, Y., Yashiro, S., Kosaka, T. and Takeda, N., Detection of transverse cracks in CFRP composites using embedded fiber Bragg grating sensors, *Smart Materials and Structures*, Vol. 9, No. 6 (2000), pp. 832.
- [70] Orteu, J. J., 3-D Computer Vision in Experimental Mechanics, *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 47, No. 3-4(2009), pp. 282–291.
- [71] Pan, B., Qian, K., Xie, H. and Asundi, A.: Two-dimensional Digital Image Correlation for In-plane Displacement and Strain Measurement: a Review, *Measurement Science and Technology*, Vol. 20, No. 6(2009), 062001.
- [72] Pang, B., Wu, D., Wang, Z. and Xia, Y., High-temperature Digital Image Correlation Method for Full-field Deformation Measurement at 1200 degrees, *Measurement Science and Technology*, Vol, 22, No. 1(2011), 015701.
- [73] Phatak, A. M. and Pande, S.S., Optimum part orientation in Rapid Prototyping using genetic algorithm, *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 31, No. 4 (2012), pp. 395–402.
- [74] Prall, D. and Lakes, R. S., Properties of a chiral honeycomb with a poisson's ratio of - 1, Vol. 39, No. 3(1997), pp. 305–314.
- [75] Rezaie, R., Badrossamay, M., Ghaie, A., Moosavi, H., Topology optimization for fused deposition modeling process, *Procedia CIRP*, Vol. 6 (2013), pp. 521–526.
- [76] Rodrigues, H. and Fernandes, P., A material based model for topology optimization of thermoelastic structures, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 38, No. 12 (1995), pp. 1951–1965.
- [77] Smith, M., Guan, Z. and Cantwell, W. J., Finite element modelling of the compressive response of lattice structures manufactured using the selective laser melting technique, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 67 (2013), pp. 28–41.



- [78] Sparrow, E. M. and Larson E. D., Heat transfer from pin-fins situated in an oncoming longitudinal flow which turns to crossflow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 25, No. 5(1982), pp. 603–614.
- [79] Sullivan, P. F., Ramadhyani, S. and Incropera, F. P., Use of smooth and roughened spreader plates to enhance impingement cooling of small heat sources with single circular liquid jets, *Topics Heat Transfer ASME HTD*, Vol. 206, No. 2(1992), pp. 103–110.
- [80] Sutton, M. A., Orteu, J.-J. and Schreier, H.W. *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements*, Springer (2009).
- [81] Suzuki, K. and Kikuchi, N., A homogenization method for shape and topology optimization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 121(1991), pp. 291–318.
- [82] Svanberg, K., The method of moving asymptotes- a new method for structural optimization, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 24, No. 2 (1987), pp. 359–373.
- [83] Takagi, T., Hashimoto, M., Fukutomi, H., Kurokawa, M., Miya, K., Tsuboi, H. and Tanaka, M., Benchmark models of eddy current testing for steam generator tube: experiment and numerical analysis, *International Journal of Applied Electromagnetics in Materials*, Vol. 3, No. 5 (1994) pp. 149–162.
- [84] Takeda, S., Okabe, Y. and Takeda, N., Delamination detection in CFRP laminates with embedded small-diameter fiber Bragg grating sensors, *Composites Part A: applied science and manufacturing*, Vol. 33, No. 7 (2002), pp. 971–980.
- [85] Takezawa, A., Nishiwaki, S. and Kitamura, M., Shape and topology optimization based on the phase field method and sensitivity analysis, *Journal of Computational Physics*, Vol. 229 (2010), pp. 2697–2718.

- [86] Takezawa, A., Yoon, G. H., Jeong, S. H., Kobashi, M. and Kitamura, M., Structural topology optimization with strength and heat conduction constraints, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 276, No. 1 (2014), pp. 341–361.
- [87] Takezawa, A., Kobashi, M. and Kitamura, M., Porous composite with negative thermal expansion obtained by photopolymer additive manufacturing, *APL Mater.*, Vol. 3, No. 7 (2015), 076103.
- [88] Takezawa, A., Kobashi, M., Koizumi, Y. and Kitamura, M., Porous metal produced by selective laser melting with effective isotropic thermal conductivity close to the Hashin-Shtrikman bound, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 105 (2017), pp. 564–572.
- [89] Taminger, K. and Hafley, R. A., Characterization of 2219 aluminum produced by electron beam freeform fabrication, *Proceedings of 2010 ISFA, Tokyo* (2010).
- [90] 寺田賢二郎, 菊池昇, 均質化法入門, 丸善 (2003).
- [91] Toyama, N, Okabe, T. and Takeda, N., Lamb wave evaluation and localization of transverse cracks in cross-ply laminates, *Journal of materials science*, Vol. 38, No. 8 (2003), pp. 1765–1771.
- [92] Traini, T., Mangano, C., Sammons, R. L., Mangano, F., Macchi, A. and Piattelli, A., Direct laser metal sintering as a new approach to fabrication of an isoelastic functionally graded material for manufacture of porous titanium dental implants, *Dental materials*, Vol. 24, No. 11(2008), pp. 1525–1533.
- [93] Tsuda, H, Takahashi, J., Urabe, K. and Ikeguchi, T. Damage monitoring of carbon fiber-reinforced plastics with Michelson interferometric fiber-optic sensors, *Journal of materials science*, Vol. 34, No. 17 (1999), pp. 4163–4172.

- [94] 牛島邦晴, 秋吉宗, Dai-Heng CHEN, 中原健志, Wesley James CANTWELL, 3次元マイクロラティスで構成された梁の曲げ特性評価(大1報 数値解析に基づく検討), 日本機械学会論文集(A編), Vol. 79, No. 801 (2013), pp. 620–632.
- [95] Vendroux, G. and Knauss, W. G., Submicron Deformation Field Measurements: Part 2. Improved Digital Image Correlation, *Experimental Mechanics*, Vol. 38, No. 2(1998), pp. 86–92.
- [96] Vesenjajk, M., Krstulović-Opara, L., Ren, Z. and Domazet, Ž., Cell shape effect evaluation of polyamide cellular structures, *Polymer Testing*, Vol. 29, No. 8(2010), pp. 991–994.
- [97] Wevers, M., Listening to the sound of materials: acoustic emission for the analysis of material behaviour, *NDT & E International*, Vol. 30, No. 2 (1997), pp. 99–106.
- [98] Xu, Z., Li, X. and Sutton, M. A., Drift and Spatial Distortion Elimination in Atomic Force Microscopy Images by the Digital Image Correlation Technique, *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vol. 43, No. 8(2008), pp. 729–743.
- [99] 山崎肇, 青木 平, 横関智弘, 寺島啓太, ラティス円筒構造の座屈モードにおける局所回転の影響, 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 61, No. 5 (2013), pp. 125–132.
- [100] Yoneyama, S., Kitagawa, A., Iwata, S., Tani, K. and Kikuta, H., Bridge Deflection Measurement Using Digital Image Correlation, *Experimental Techniques*, Vol. 31, No. 1 (2007), pp. 34–40.
- [101] Yoneyama, S., Ogawa, T. and Kobayashi, Y., Evaluating Mixed-mode Stress Intensity Factors from Full-field Displacement Fields Obtained by Optical Methods, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 74, No. 9(2007), pp. 1399–1412.
- [102] Yusof, F. and Withers, P. J., Real-time Acquisition of Fatigue Crack Images for Monitoring Crack-tip Stress Intensity Variations within Fatigue Cycles, *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, Vol. 44, No. 2(2009), pp. 149–158.

- [103] Zheng, Y., Maev, R Gr and Solodov, I Yu, Review/sythèse nonlinear acoustic applications for material characterization: a review, Canadian Journal of Physics, Vol. 77, No. 12 (2000), pp. 927–967.

## 出版物

### 関連学術論文

1. 西津卓史, 谷次智弥, 竹澤晃弘, 米倉一男, 渡邊修, 北村充, トポロジー最適化と積層造型を活用したラティス構造の創出手法, 日本機械学会論文集 (投稿中)
2. Nishizu, T., Takezawa, A. and Kitamura, M., Eigenfrequency-based Damage Identification Method for Non-destructive Testing Based on Topology Optimization, *Engineering Optimization*, Vol. 49, No. 3 (2017), pp. 417–433.
3. 西津卓史, 竹澤晃弘, 北村充, トポロジー最適化を用いた熱伝導制約下での熱変形最小化, 日本機械学会論文集, Vol.81, No. 828(2015), p. 15-00111.
4. 西津卓史, 竹澤晃弘, 北村充, トポロジー最適化と固有振動数解析に基づく非破壊検査での損傷同定手法, 日本船舶海洋工学会論文集, Vol. 18(2013), pp. 73–80.

### その他の学術論文

1. Daifuku, M., Nishizu, T., Takezawa, A., Kitamura, M., Terashita, H. and Ohtsuki, Y., Design methodology using topology optimization for anti-vibration reinforcement of generators in a ship's engine room, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers - Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment*, Vol. 230 (2016), pp. 216–226.

## 謝辞

本研究は、著者が広島大学大学院工学研究科博士課程後期輸送・環境システム専攻において、同大学院工学研究院の竹澤晃弘准教授の御指導の下で行われたものである。

竹澤晃弘准教授には、本研究の全般に渡り懇切丁寧なるご指導、ご鞭撻を戴き心より感謝し、ここに厚く御礼申し上げます。また、同大学工学研究院の北村充教授には大変多くのご指導を頂き、心より御礼申し上げます。濱田邦裕教授、藤本由紀夫教授、田中義和准教授には、貴重なご助言を頂き、心より御礼申し上げます。

名古屋大学大学院工学研究科の小橋眞教授には、本論文の研究を始めるにあたって、様々なご教示を頂きました。ここに深甚なる感謝の意を表します。

本研究の遂行に当たり、株式会社IHI技術開発本部基盤技術研究所の関係者の皆様には、貴重なデータや御助言を頂きましたこと、心より御礼申し上げます。米倉一男氏には本研究に関しまして大変有益な御教示、ご支援を頂きました。ここに深甚なる感謝の意を表します。渡邊修氏には多くの有益なディスカッションの機会をいただきました。ここに深甚なる感謝の意を表します。津乗充良氏には破壊解析に関しまして、大変貴重なご支援を頂きました。ここに深甚なる感謝の意を表します。静谷健氏には積層造形に関しまして多くの御教示、ご支援を頂きました。ここに深甚なる感謝の意を表します。

近畿大学次世代基盤技術研究所3D造形技術研究センターの関係者の皆様には、積層造形に関しまして、大変有益な情報を頂き、心より御礼申し上げます。特に京極秀樹教授、米原牧子氏には、実際に積層造形を体験させていただきました。ここに深甚なる感謝の意を表します。

広島県立総合技術研究所 西部工業技術センターの関係者の皆様には，実験に關しまして多くのご支援をしていただき，心より御礼申し上げます．特に加工技術研究部の寺山朗氏には圧縮試験に關しまして多くのご支援を頂きました．ここに深甚なる感謝の意を表します．

本論文の作成に当たっては，著者が6年間研究を行った，広島大学大学院工学研究科輸送・環境システム専攻構造設計研究室の在学生ならびに卒業生の方々には多大なる御協力をして頂いたことに，感謝を申し上げます．特に谷次智弥君には実験に關して助力していただきました．ここに感謝の意を表します．

本研究は，以上の方々を初め多数の方々の御協力によって成し得たものであり，御協力していただいた全ての方々に，心からの感謝を申し上げます．

最後に，私生活を支え終始暖かく見守ってくれた祖父母，両親，家族に感謝致します．