

論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)	氏名	武富 雄一郎
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 ①・② 項該当		
論文題目			
<p style="text-align: center;">On a Riemannian submanifold whose slice representation has no nonzero fixed points (スライス表現に 0 でない固定点を持たないリーマン部分多様体について)</p>			
論文審査担当者			
主 査	教 授	田丸 博士	
審査委員	教 授	阿賀岡 芳夫	
審査委員	教 授	作間 誠	
審査委員	准教授	古宇田 悠哉	
審査委員	准教授	澁谷 一博	
〔論文審査の要旨〕			
<p>リー群の上の左不変計量に関して、部分多様体との対応を用いる研究が最近進展している。特に 3 次元可解リー群の場合には、左不変計量がリッチソリトンであることと、対応する部分多様体が極小部分多様体であることが必要十分である。しかし、この対応は一般には正しくなく、次元が 4 以上の場合には反例が存在することも分かっている。従って、仮に左不変リッチソリトン計量を特徴付けることができるとしたら、その部分多様体としての性質は何か、という問題が生じていた。</p> <p>本論文の著者は、上記の問題に対して、次元に依存しない極めて一般的な解答を与えることに成功した。本論文における大きな結果は以下の二点である：</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 一般のリーマン部分多様体に対して、スライス表現が 0 でない固定点を持たない、という性質（著者により arid と名付けられた）を定式化し、その基本的な性質を明らかにした。 (2) リー群の上の左不変計量について、対応する部分多様体が然るべき arid 性をもつならば、その左不変計量がリッチソリトンとなることを示した。 <p>上記の結果のうち、(1) に関するものだけでも十分に興味深い。実際、arid という性質は、リーマン部分多様体に関する既知の性質と強く関連する。例えば、リーマン部分多様体は弱鏡映ならば arid であり、また arid ならば極小である。また、等質な arid 部分多様体と等長作用に関する孤立軌道との関連を明らかにする結果も得られている。この arid という性質は、いくつかの先行研究において、極小性を示すための手法として非明示的に登場したことはあった。しかし、その重要性に着目し、更に性質を体系的に調べる研究は、本論文において初めて行われたものである。</p>			

また上記の (2) で挙げた結果は、左不変計量の研究に大きな進展をもたらすものである。実際、この定理は、リー群の次元や性質に全く依存せず、完全に一般に成立するものである。これまでの左不変リッチソリトン計量の研究は、低次元の場合やリー群が可解の場合に限定して議論を行うことが多かった。その点から考えても、この定理の一般性は驚愕に値する。

本論文の結果は、部分多様体論および左不変計量の双方の研究について、新しい知見を加えるものである。さらに、左不変計量と部分多様体の対応という研究の枠組みについては、その有効性の一つの大きな根拠を示すものであり、特筆すべきものである。また、本論文の著者と、その結果に触発された国内外の研究者により、arid 部分多様体の新しい例の構成、部分多様体との対応を用いた左不変リッチソリトンの新しい例の構成、既知の例の再調査、などといった研究が既に開始されている。このように、今後の当該分野の研究において、本論文の内容は、その基礎の一つを作るものになると考えられる。

以上、審査の結果、本論文の著者は博士（理学）の学位を授与される十分な資格があるものと認める。

公表論文

- Yuichiro Taketomi: On a Riemannian submanifold whose slice representation has no nonzero fixed points, Hiroshima Math. J., to appear.

参考論文

- Yuichiro Taketomi: On a Riemannian submanifold whose slice representation has no nonzero fixed point --- an introduction, In: Proceedings of The Nineteenth International Workshop on Hermitian-Grassmannian Submanifolds and Its Applications, 19 (2015), 225--231.
- Yuichiro Taketomi: Examples of hyperpolar actions of the automorphism groups of Lie algebras, Topology Appl. 196 (2015), part B, 904--910.
- Yuichiro Taketomi, Hiroshi Tamaru: On the nonexistence of left-invariant Ricci solitons --- a conjecture and examples, Transf. Groups, to appear.
- Akira Kubo, Kensuke Onda, Yuichiro Taketomi, Hiroshi Tamaru: On the moduli spaces of left-invariant pseudo-Riemannian metrics on Lie groups, Hiroshima Math. J. 46 (2016), 357--374.