

算 数 科

確率概念を形成する算数学習の開発に関する研究

—確率概念形成に必要な数学的な見方・考え方を中心に—

鈴木 昌 二

A study on Development of Math Class to Form the Concept of Probability —Focusing on Perspectives and Ideas of Math to Form the Concept of Probability—

Shoji Suzuki

The purpose of this research was to develop a method of teaching and evaluation to foster perspectives and ideas of math to form the concept of probability. First, a perspectives and ideas of math were made, which was needed to make a goal and contents of learning which were related to “Probability” in elementary education and to form the concept of probability. Second, concrete achievements of students were made in each class based on the viewpoint and the attitude of math. In respect of teaching method, every class was done in the following order, students (1) made a prediction, (2) carried out an experiment, (3) considered based on a result. In respect of the method of evaluation, “Self-evaluation activity of OPPA” was adopted. As a result of the teaching method, it became clear that the teaching method was effective to foster the perspectives and ideas of math to form the concept of probability. This was because concrete achievements of students were made in each class and feedback based on the self-evaluation activity was given to the students. There is still room for improvement to enable students to use the perspectives and ideas consciously. (p.76-82)

1 問題の所在と研究の目的

これからの社会を生き抜くために、不確定な社会の変容の中において、事象の確からしさに基づいて合理的に物事を判断し、行動する力をつけておくことは極めて重要なことである¹⁾。しかしながら、今の小学校教育において不確定事象を扱う学習はほぼ見られない。中学校第2学年において初めて扱われる内容となっている。この確率学習を始める年齢の遅さによる影響は、国際調査の数値にも表れている。PISA2003では、総合得点が参加国中第6位であるのに対して、「不確実性」の成績は第9位となっている。また、第3回国際数学・理科教育調査の報告書において、確率を直観的に扱うことが国際的に重要視されていること、

そして小学校第3学年の段階において直観的に確率を捉え始めるという指摘からも、わが国でも小学校段階から確率に触れる機会を設定し、その考え方を身につけさせるべきであると考えられる。

そのような研究からの要請はあるものの、先ほども述べたとおり、我が国では、確率は中学校第2学年において初めて学習する内容となっているが、その指導内容は、経験的確率による定義づけを行うとすぐに数学的確率へと繋ぎ、場合の数に基づく計算処理によって解決される問題を数多く提示して解かせるという学習展開が一般的である。このような展開は、子どもたちの認知過程に基づいて、子どもたちが有する生活的概念としての直観的・主観的確率概念と、科学的概念としての数学的確率や経験的確率の概念を統合させていく

過程を重視したものとは言えないであろう。ゆえに小学校段階から長期的な視点で確率の考え方を身につけさせるようなカリキュラム・教材・指導方法が必要であると考え。

このような課題のもと本校では、算数・数学科の授業で身につけるべき思考方法として、「確率の考え方」を設定した。そして、その考え方の体験をさせることができるような授業、単元、カリキュラムを構成し、実践していく。

つまり、本研究の目的は、事象の確からしさに基づいて合理的に物事を判断し行動する力を育むことにつながる「確率概念」形成に向けて必要な数学的な見方・考え方を育むための確率指導のあり方を追究することである。

2 研究の方法

(1) 対象児

広島県内の小学校6年生1クラスの子ども 34人を対象に調査・授業実践を行った。

(2) 調査時期

平成28年12月

(3) 実施した指導方法・評価方法

確率概念形成に向けて必要な数学的な見方・考え方を育み、その素地を効果的に育成するための指導方法及び評価方法を考える上で、まず、①目標・②内容について・③確率概念形成に向けて必要な数学的な見方・考え方を設定した(表1)。

表1 確率概念形成に向けての小中学校の目標・内容・数学的な見方・考え方

小学校	中学校
目標	目標
小学校 生活概念としての直感的・主観的な確率概念を統計的確率の概念の素地へと高める。	中学校 科学的概念としての数学的確率や統計的確率の概念を育成する。 (思考する時の根

(思考する時の根拠は、直感的・操作的・統計的な思考とする。)	拠は、根元事象が同様に確からしいという条件に基づくこととする。)
<内容理解の接続について>	
不確定事象の存在を理解する。 出やすさ・当たり易さを、実験を基に数量化できることを理解する。	思考実験を通して、統計的確率・数学的確率の意味を理解する。
<数学的な見方・考え方の接続について>	
不確定な事象の存在、確実性の度合い(同様に確からしいこと)に関する認識に向けて ①不確定事象に着目する見方 ②確実性の度合い(同様に確からしいこと)に着目する見方 標本空間に関する認識に向けて ①標本空間の複合事象と単一事象を区別しようとする考え方 ②標本空間の単一事象が同様に確からしいと判断する考え方 確率の数量化に関する認識に向けて ①確実性の度合いを数量で表そうとする考え方 ②相対度数を用いて確からしさを数量化しようとする考え方 ③相対度数を用いて確からしくない場合を数量化しようとする考え方 確率判断の根拠・観点に	小学校から中学校への転換 ①同様に確からしいことへの着目 ②同様に確からしいとは何か? 同様に確からしいことの認識に向けて ①同様に確からしいをもとにした考え方 ②同様に確からしいをもとにしない考え方 数学的確率と統計的確率 ①数学的確率の考察 ②統計的確率の考察

向けて ①比(割合)に着目して判断する考え方	
---------------------------	--

上記のめざす姿を具体的に設定することは単元構成を考える上で非常に重要であると考え。次にめざす子どもの姿を引き出すことのできる第6学年「新単元」の単元指導計画を作成した(表2)。

表2 第6学年「新単元」の単元指導計画

時	学習内容と目標
単元までに	日々の学習や生活場面において、「確実に・・・」「ときどき・・・」「決して・・・ない」「・・・しそう」「・・・しそうにない」などの言葉を用いて話し合い活動を行うことを通して、不確定な事象の起こりやすさに対する理解を深めることができるようにする。
0	パフォーマンス課題・事前
1	不確定な事象間で、確実性の度合いを比較することを通して、確からしさを量で表現する。(分離量)
2	不確定な事象間で、確実性の度合いを比較してすることを通して、確からしさを量で表現する。(連続量)
3	さいころの目の出やすさについて考える活動を通して、さいころの各面が同等に出やすいことに気づく。
4	さいころの目の和の出やすさについて考える活動を通して、サイコロの目の和には複合事象と単一事象があることに気づく。
5	正十二面体のサイコロ、コイン・画鋸の裏表の出やすさについて比較して考える活動を通して、出やすさが同等に確からしい場合と同様に確からしくない場合があることを理解する。
6	4つの箱の当たりやすさについて比較して考える活動を通して、当たり玉とはずれ玉の数の比(割合)に着目して考える。(分離量)
7	ルーレットの当たりやすさを調べる活動を通して、当たり部分全体に占める割合、当たりの面積とはずれの面積の比に着目して考える。(連続量)
8	パフォーマンス課題・事後

単元が始まるまでに日々の学習や生活場面にお

いて、「確実に・・・」「ときどき・・・」「決して・・・ない」「・・・しそう」「・・・しそうにない」などの言葉を用いて話し合い活動を行うことを通して、不確定な事象の起こりやすさに対する理解を深めることができるようにした。また、分離量と連続量の両方を教材で扱うことで、不確定な事象の対象を広く捉えることが出来るようにした。

さらに、1時間ごとの授業で引き出す数学的な見方・考え方を設定した(表3)。

表3 引き出したい数学的な見方・考え方

時	引き出したい見方・考え方
単元までに	不確定な事象の存在, 確実性の度合い(同様に確からしいこと)に関する認識に向けて ①不確定事象に着目する見方 ②確実性の度合い(同様に確からしいこと)に着目する見方
0	
1	確率の数量化に関する認識に向けて ①確実性の度合いを数量で表そうとする考え方
2	確率の数量化に関する認識に向けて ①確実性の度合いを数量で表そうとする考え方
3	標本空間に関する認識に向けて ②標本空間の単一事象が同等に確からしいと判断する考え方
4	標本空間に関する認識に向けて ①標本空間の複合事象と単一事象を区別しようとする考え方
5	標本空間に関する認識に向けて ②標本空間の単一事象が同等に確からしいと判断する考え方 確率の数量化に関する認識に向けて ②相対度数を用いて確からしさを数量化しようとする考え方 ③相対度数を用いて確からしくない場合を数量化しようとする考え方
6	確率の数量化に関する認識に向けて ②相対度数を用いて確からしさを数量化しようとする考え方 確率判断の根拠・観点に向けて ①比(割合)に着目して判断する考え方
7	確率の数量化に関する認識に向けて ②相対度数を用いて確からしさを数量化しようとする考え方

	確率判断の根拠・観点に向けて ①比(割合)に着目して判断する考え方
8	確率概念形成に向けて必要な数学的な見方・考え方

このように、1時間ごとに引き出したい数学的な見方・考え方を明確にすることで、単元全体を通して効果的にめざす姿を育むことができると考える。また、数学的な見方・考え方の育成に焦点化した授業構成を行うことができると考える。そして、これらの計画をもとに、指導方法及び評価方法の具体的な内容について考え、12月に実践を積み重ねてきた。以下に、その取り組みの概要を述べる。

①指導方法について

本単元は「確率」そのものを指導するのではなく、試行実験を通した統計的確率に基づく「確率概念形成の素地育成」を重視している。単元を新設するにあたり「初等教育における児童の確率概念の発達を促す学習材の開発」(松浦, 2006)から教材をピックアップし、7時間の単元を構成した。そして、7時間全てを①主観的・直感的に当たりやすさや出やすさを予想する(図1)、②実験をする(図2)、③実験から得られた結果から考察する(図3~5)といった流れで学習することで、実感を伴いながら確率概念形成に向けて必要な数学的な見方・考え方を育むことができると考えた。

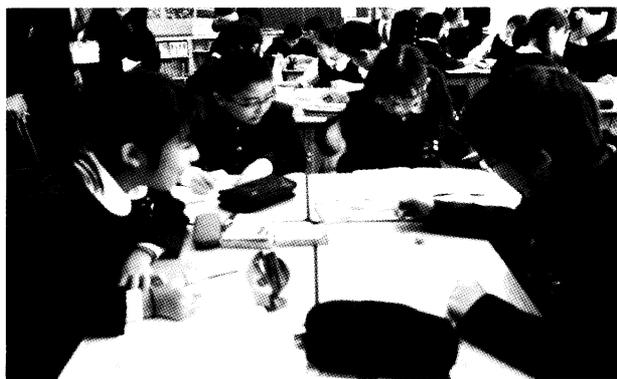


図2 実験場面

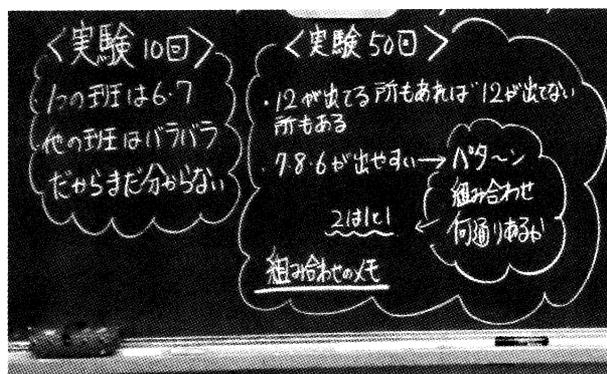


図3 考察場面I



図4 考察場面II

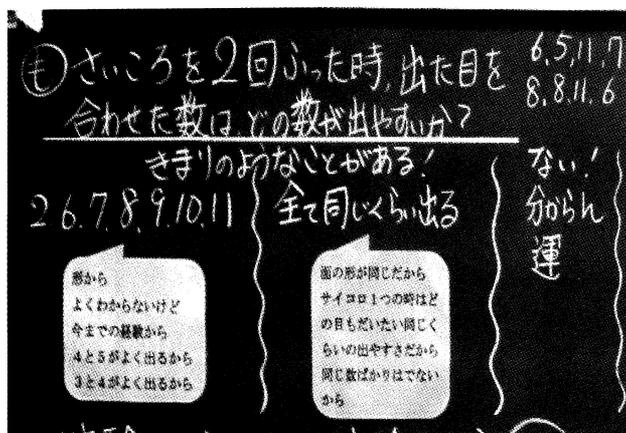


図1 予想場面

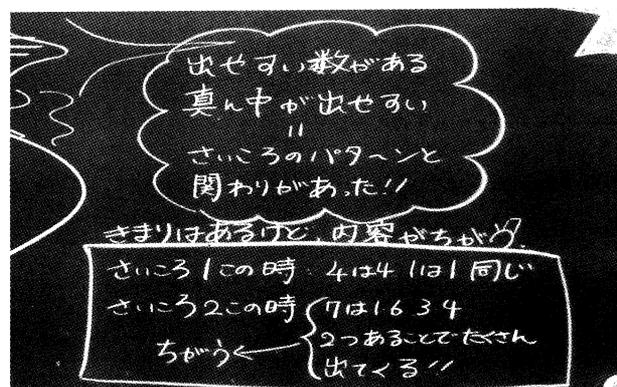


図5 考察場面III

②評価方法について

評価については、2つの方策を取り入れて実施してきた。それは「事前事後のパフォーマンス評価」「OPPA（ワンペーパーポートフォリオアセスメント）」である。まず、事前・事後のパフォーマンス評価を実施することで、子どもの変容を見とることとした。パフォーマンス評価については、全部で7問、それぞれⅢ段階のルーブリックを設定して実施した。そして、結果を以下のように分類することとした。

A評価: B評価以上の評価
B評価: 7問中5問以上が評価基準Ⅱ以上
C評価: B評価以下の評価

また、「数学的な見方・考え方」は、それがつまりどうすることなのかを子どもたちが具体的に理解し、その有効性を実感し、意識して活用していくことで育まれていくと考える。そこでOPPAという手法を活用した自己評価活動を行うことを通して、子どもたちが主体的に自分の学びを振り返り、自分の学びを理解しながら、自分の成長を実感できるようにすると共に、「数学的な見方・考え方」を意識して活用することができるようにした。

3 結果と考察

単元の事前と事後に実施したパフォーマンス評価の分析と毎時間授業後に記述したOPP（ワンペーパーポートフォリオ）の変容の分析の結果をもとに、確率概念形成に向けて必要な数学的な見方・考え方の育成状況について述べていく。

表4は、新単元の学習に入る前に実施したものを事前、授業後を事後として、子どもの変容を示したものである。その結果、A評価は20人、B評価は14人、C評価は0人であった。

表4 事前事後のパフォーマンスの変容

		事後			
		A	B	C	計
事前	A	0	0	0	0
	B	17	0	0	17
	C	3	14	0	17
	計	20	14	0	34

事前においてC評価であった14名が、事後には全員B評価以上へと変容している。これらの子どもは、授業実践を通してB評価を達成したものと捉えられる。また、事前の調査ではA評価は0人であったが、事後の調査では20人となった。これは、不確定事象の問題に取り組む上で大切な数学的な見方・考え方を、授業実践を通して学び、その学びを活用して問題と向き合うことができたことを示している。

B評価以上を達成した34名のうち、A評価であった20名は、OPPに記述した授業のまとめや振り返りの中で、数学的な見方・考え方に着目して論理的に説明することができていた。以下にその記述例を示す。

標本空間に関する認識に向けて
<ul style="list-style-type: none"> サイコロ1個の時はどの目も同じような出やすさだった。それが12面体のサイコロでも、出る目は1つずつなので、同じような出やすさになると思う。 サイコロ2個の場合は、678が出やすい。そのことには何かきまりがあるのではないかと考えた。そのきまりは、目の和の組み合わせに関係していることが分かった。サイコロが3つの場合でも、同じように組み合わせが多い数が出やすくなると思う。 サイコロ1つの時もサイコロ2つの時も、その出やすさにはきまりがあった。しかし、そのきまりの内容が違うことがはっきりした。

確率の数量化に関する認識に向けて

- ・一見すると同じような出やすさのものも分数で表すことではっきりと比較することができた。出やすさのような目に見えないことも算数の力を使えば見ることができると驚いた。
- ・実験結果をもとに計算することで、出やすさがはっきりした。出やすさを数で表すと比較がとても簡単にできることがわかった。
- ・実験をずっと続けていくことはとても大変だけど、一定の結果から数で表すことでだいたいの傾向が判断できることがわかり、実験の結果からきまりを見つけることが大切であると思った。
- ・世の中にあるもの全てが、同じ出やすさや当たりやすさではないことが、当たり前かもしれないけれど実験することではっきりとした。そういう視点で物事を見ると、また違った風に見えることがあることが分かった。

確率判断の根拠・観点に向けて

- ・出やすさは、分数・%・小数・比など、様々な方法で表すことができる。その中で、これまで学んできた比に着目して表すことで、どちらが出やすいのか簡単に比べることができた。

上記の内容の多くは、授業の中で意図的に引き出し価値つけた数学的な見方・考え方に基づいたものであった。また、上記のような価値の高い記述を随時紹介していくことで、多くの子どもが重要な視点を抑えながら、自分の学びを振り返ることができるようになっていった。

4 結論と今後の課題

本研究の結果、今回実施した指導方法及び評価方法は、確率概念形成に向けて必要な数学的な見方・考え方を育むことに一定の効果があったこと

が伺える。その要因として3つのことが考えられる。

(1) めざす子どもの姿の明確化

一つ目は、めざす子どもの姿を明確にしたことである。本単元でめざす子どもの姿を明確に設定し授業を構成したことで、授業の中で大切な数学的な見方・考え方を的確に価値づけることができ、子どもたちの意識化へとつながったと考える。また、授業の中で最終的に引き出す姿に近づくための場面ごとの子どもの姿も考えることができ、その姿を引き出すための効果的な手立ても用意することができた。その結果、授業の中の子どもの思考がぶれることなく、焦点化した議論を行うことができ、授業のゴールに向けて考えを深めることができたと考える。

(2) 学習サイクル

二つ目は、予想→実験→考察といった学習サイクルを、単元を通して実施したことである。学びのサイクルを一定にすることで、一つひとつの学びの過程が深まっていった。例えば、予想の場面では、初めころは漠然と予想していたものが、授業を重ねるにつれて既習の学びを生かして予想できるようになる、また、実験の場面では、実験をする中で新たに必要視点を見つけて結果を書き加えられるようになる、といった姿が見られるようになった。このように、一定の学びのサイクルの中で、新たな学びを活用しながら自ら学びを作り出すことで、意欲的に学びに向かうことができ、そのことが学びの定着へとつながったと考えられる。

(3) 自己評価活動

三つ目は、OPPAを活用した自己評価活動を実施したことである。OPPAを実施する上で、まず、なりたい自分として「めざす姿」を共有した。さらに毎時間の授業後に、数学的な見方・考え方を視点として、その時間の学びのまとめと振り返りを行った。さらに、授業の中で活用した数学的な見方・考え方を子どもの言葉で記述していく枠を設定し、全員で確認しながら記述していった。これらの取り組みを通して、子どもたちはどのような

視点に着目し、どのように考えていくことが大切なのかを理解しながら、学びを進めることができていた。さらに既習の見方・考え方を活用することを教師がコメントを書いて評価していくことで、その有効性や価値を実感しながら学びを進めることができていた。その結果、数学的な見方・考え方を活用して問題に取り組もうとする意識が高まり、行動化へとつながっていったと考える。そして、そのことが確率概念形成に向けて必要な数学的な見方・考え方の定着へと結びついたのである。

課題としては、2点あげられる。

(1) 数学的な見方・考え方の精選

一点目は、確率概念形成に向けて必要な数学的な見方・考え方の精選である。今回、広島大学の松浦武人先生の論文をもとに、新たに開発した単元の中で引き出したい数学的な見方・考え方を4観点8項目設定した。実際に授業を行ってみて、4観点8項目は多すぎると感じた。確かにどの見方・考え方も大切であり、しかも、これらは確率概念形成に向けて必要な数学的な見方・考え方の全てではない。今後は、確率概念形成に向けて必要な数学的な見方・考え方を、既存の学習領域の中で学ぶことができるものと、新設した「確率につながる単元」のなかでしか学ぶことができないものを明確にし、他の領域と関連付けながらその育成をめざす必要がある。

(2) 小中における学習内容の分け方

二点目は、中学校での学習との棲み分けである。小学校における学習は「生活概念としての直感的・主観的な確率概念を統計的確率の概念の素地へと高めることを目標とし、思考する時の根拠は、直感的・操作的・統計的な思考とする」こと、中学校における学習は「科学的概念としての数学的確率や統計的確率の概念の育成することを目標とし、思考する時の根拠は、根元事象が同様に確からしいという条件を満たしているかどうかとする」ことと設定した。その目標に向けて、ゴールの姿は明確に分けることはできたが、学習内容が重複してしまう場合があった。今後は、小中学校における確率概念形成に向けて必要な数学的な見

方・考え方の系統性をより明確化し、学習内容のつながりを考えた「新たなカリキュラムの開発」をめざしていく。

<引用文献>

- 1) 松浦武人「初等教育における児童の確率概念の発達を促す学習材の開発」、第26回数学教育論文発表会論文集, pp. 433-438, 2006