算　数　科

確率概念の育成を図る算数科の授業開発

―第１学年「たしざん（２）」の実践をもとに―

端　山　文　子

A study on Development of Math Class to Foster the Concept of Probability —Thorough the Lesson Practice “Addition (2)” in the First Grade Elementary School—

Fumiko Hayama

The purpose of this research was to examine an effective teaching method of probability in the lower elementary education, based on the lesson practice to the first year students. First, the researcher developed a teaching material based on misunderstandings of the students, which were developed from an existing teaching material related to “probability”. Second, the effects of the teaching material were analyzed by a questionnaire answered by the students. As a result, it became clear for students to be able to foster the ability to logically think an undetermined event when the following two points were taken into account. First point was that some daily game elements were introduced in the teaching materials and the students were given the situation to deepen their awareness to uncertain events by trials. Second point was to enable the students to focus on numbers and formulas from features of a graph and to give the students chances to experience of fun of awareness that some events in daily lives were demonstrated by numbers and formulas. (p.68-75)

１　問題の所在と研究の目的

平成20年度の学習指導要領の改訂により，小学校第６学年の算数科に，確率の導入的扱いとして「起こりうる場合の数」の学習が取りあげられた。小学校に確率に関する指導が導入されるのは，昭和52年度の改訂以来20年ぶりであった。今日では，高度情報化社会と呼ばれる時代の趨勢に伴い，確率という不確実性を扱う学習指導の必要性が，さらに強調されてきている[1]。これは，不確定な社会の変容の中において，事象の確からしさに基づいて合理的に物事を判断し，行動する力を身につけておくべきであるいう認識が広がってきているためだと思われる。

日常生活に目を向けると，子どもたちは「くじびき」や「降水確率」など確率に関する言葉を多用したり，じゃんけんなどの身近な遊びの中で，確率的な判断を行ったりしている。しかしながらそれらの言葉の使い方や考え方は，主観的なものが多いと感じる。しかも，このような子どもの実態や社会的な要請があるにもかかわらず，日本では，初等教育のカリキュラムに確率に関する内容は明確には位置づけられておらず[2]，指導方法などの研究が進んでいるとは言い難い。さらに，松浦（2007）は，発達段階や認知体系を考慮して，小学校低学年から確率概念を意図的に育てる必要性について述べている[3]。

そこで本稿では，まず確率概念を意図的に育成することに配慮して学習材を作成する。そしてそれらを用いた実践を通して，初等教育前期における確率指導について考察することを目的とする。

２　確率指導の実践に関する先行研究の考察

川嵜（1983）は，子どもの確率概念の発達に関する先行研究を総括し，確率指導を実施する上での手立ての一つとして，「ことがらの起こりやすさを線分上に表現する」活動を取り入れることを提言した[4]。そして植田・松浦（2007）は，これらの活動を取り入れた初等教育段階における確率判断の実態の調査し，報告している[5]。

さらに，松浦は，初等教育から高等教育段階に至る子どもたちの確率概念の発達の様相を分析し，年齢の上昇に伴う確率概念の実態や同一被験者の年齢上昇に伴う確率概念の変容について明らかにしている。そしてこれらの考察から，学習開発の条件および示唆として，次の表のように述べている[6]。

表１　確率の学習材開発の条件および示唆

・数・量・形との関わりにおいて，子どもの問いを引き出す内容構成であること。 ・身の回りの数・量・形を学習素材とすること。 ・数・量・形とかかわる遊びの要素を取り入れること。 ・生活概念と科学概念の統合を図ること。 ・子どもが有する主観的・直観的な確率概念と，客観的・論理的な確率概念のずれを活かす。 ・確率の意味を論理だけで理解させず，試行実験を通しての統計的確率基づく確率の概念形成を重視する。 ・結果の予想，試行・記録，記録に基づく話し合い（予想のふり返り）という学習過程を基本とする。 ・低学年の教室においても，「たぶん，…」，「…しそうにない」など，日常的な会話の中で教師が確率に関する言葉を意識して用いることで，子どもの確率の概念形成を徐々に図る。 ・教具を用いたり実験を行ったりして，実際状況を作り出す。

このように松浦は，数学的確率の概念の育成に偏った指導をするのではなく，子どもたちが有する生活的概念としての直感的・主観的な確率概念を大切にし，具体的な試行・実験を繰り返すことによって，確率概念を育んでいくことの重要性について述べている。さらに，内容については，第１学年から「不確定な事象の存在」にかかわるものを扱う意義について指摘している。しかし，その具体的な指導については明らかにしていない。

川嵜や植田，松浦の実践から，筆者も，子どもの確率概念の発達を促すには，早期の段階から確率指導を実施することが必要だと考える。しかし，第１学年においては，確率領域に特化した単元構成は不可能である。そこで，既存の単元の内容と関連させながら，前述した松浦による学習材開発の条件および示唆のもと学習材を開発し，「不確定な事象の存在」にかかわる学習指導を行う。そして子どもの認識の変容から，初等教育前期における確率概念の育成を図る学習指導について考察していく。

２　研究の方法

(1)　対象児

広島県内の小学校１年生１クラスの子ども 32 名を対象に調査を行った。

(2)　調査時期

2016 年 11 月～12 月

(3)　授業構成

調査対象とした単元は「たしざん(２)」であった。授業計画は次のとおりである。

第１次　くりあがりのあるたしざん（６時間）
第２次　カードれんしゅう（３時間）
第３次　活用（２時間）・・・（本時　２/２）

本単元は，１位数同士をたして和が 11 以上になる加法の意味について理解し，加法を用いることができるようにすることがねらいである。本単元の発展では，前述の松浦（2007）の視点をもとに，第１学年の子どもが身近な遊びから加法の式を見いだし，不可能な事象や不確定な事象に着目することができるような学習材を作成し，学習指導を

行った。これらの学習を通して，身近な事象を数としてとらえたり，問題解決に必要な数量を取捨選択したりすることは，数についての多面的な見方が育まれ，加法への理解がより深まることにつながると考えた。

(4) 評価方法

本研究では，確率概念の育成に向けて必要となる数学的な見方・考え方の見取りに焦点をあてたルーブリックを作成し，評価を行った。評価時期は，第１次でくり上がりのあるたし算について学習した直後を事前とし，実験授業２日後を事後とした。加えて質問紙調査，授業での会話分析を実施した。

実験授業の学習目標を「数当てゲームを行い，互いに出した数の和を予想したり，記録をもとに話し合ったりする活動を通して，和として起こりえない数や起こりうる範囲，式の数の大小があることを理解する」とした。また，評価規準を「絵グラフの式の個数などを根拠に，起こり得ない数や範囲を説明することができているか」とした。

図１は，子どもに事前事後に実施したパフォーマンス課題である。表１は，パフォーマンス課題に対するルーブリックである。表２中のパフォーマンス事例は，子どもが実際にパフォーマンス課題に取り組んだ際のパフォーマンスを想定し，各評価基準の記述語を具体的に示すパフォーマンスを事例として添付したものである。ここでは評価基準Ⅲの段階で評価規準を達成したと見なす。

［パフォーマンス課題］

二人ぐみになって，おたがいに出した かずカードのあわせたかずを よそうしてあてる「かずぴったんこゲーム」をします。（ルールは下のとおりです。）このとき，どんなかずが出るでしょうか。

かずぴったんこ　ゲーム

１，２，３，４，５，６，７，８，９のかずがかいてあるカードがふうとうの中に入っています。
①それぞれが，ふくろの中から，カードを１まいひく。
②二人のカードの あわせたかずをよそうし，「じゃんけん　〇」といって　あいてにカードを見せる。
③いったかずとあわせたかずが，ぴったりあたると１てんもらえる。

図１　パフォーマンス課題

表２　評価規準とパフォーマンス事例

評価基準		パフォーマンス事例
Ⅴ	絵グラフの特徴から，和が 10 となる式の数が他の事象と比較して最も多いことを示し，10 が起こりやすいことを説明している。さらに，和が２や 18 になるものは１つしかなく，起こりにくいことを具体的に示している。また出る数の範囲も示している。	・10 が一番たし算の式が多いから，10 がよく出る。 ・出る数は２～１８の数。 ・２や 18 は，式が一つしかないので出にくい。 ・９や 11 は，式の数が１０の次に多いから，よく出そう。
Ⅳ	絵グラフの特徴から，和が 10 となる式の数が他の事象と比較して最も多いことを示し，10 が起こりやすいことを説明している。また，数の範囲や最大値，最小値についても示している。	・10 が一番たし算の式が多いから，10 がよく出る。 ・出る数は２～18 の数。
Ⅲ	絵グラフの特徴や数を仮定したりすることを根拠にして，出る数の範囲や最大値，最小値を挙げている。	・出る数は２～18 の数。 ・もし自分が１なら，相手は１から９を出すので出る数は２～10 の数。 ・出る数の一番小さい数は２。 ・出る数の一番大きい数は 18。
Ⅱ	カードの数の出方を加法の式として捉えず，組み合わせからランダムに数を挙げている。（式の数や絵グラフ等に基づいて説明することができていない。）	・３と8が出たら 11。 ・４と6が出たら 10。

Ⅰ	・出方として起こり得ない数を挙げている。 ・生活経験に基づいて主観的に事象を判断している。 ・根拠なく事象を判断している。	・無答 ・１　・100 ・よく出るから７ ・なんとなく 10

３　授業の実際

(1) 身近な遊びを素材にして絶対に起きない事象や不確定な事象があることに気付く場の設定

第１学年の子どもにとって身近である不確定な事象を対象とした遊びとして，じゃんけん，トランプ，くじ引きが挙げられる。事前の実態調査から，「じゃんけんやくじびきでは，強く願えば必ず勝つことができる」「トランプゲームでは，負けが２回続いた後は必ず勝つ」などと考える誤認知が認められた。これは自身の経験値が影響し，不確定な事象と絶対に起こらない事象，確実に起こる事象などの捉えが曖昧であることに要因があると考えられる。そこで，数カードによる数あてゲームを素材にし，多数回の試行実験を行ったり，実験記録から気付きを交流したりするなど具体的な活動を通して，事柄の起こりやすさに着目させたいと考えた。そして，次のような学習活動を展開した。

> 活動１　１，２，３，４，５，６，７の数が記してある数カード（計７枚）が入った封筒から，中身を見ないで１枚取り出す。「じゃんけん，〇。」と言って互いにカードを出すとき，二人のカードの合わせた数を予想する。
>
> 活動２　実際に多数回の試行実験を行い，記録に取る。
>
> 活動３　記録をもとに話し合う活動を通して，和として起こりえない数や起こりうる範囲について話し合う。

活動１において，「数ぴったんこゲーム」として子どもたちに演示した。導入では，出る数を予想する時間を設け，子どものもつ直観的・主観的な確率に対する見方をしっかり表現させるようにした。演示を見た後数回試行して気付きを問うた。

> Ｔ：絶対勝つよ。じゃんけん，１！
>
> P1：先生，１は多分出ないよ。
>
> Ｔ：<u>本当？どうして１は出ないといえるの？</u>
>
> P2：だって，二人の持っているカードの一番小さい数は１だよね？合わせた数でぴったんこということは，たし算の式にして書いて考えられるから‥。
>
> P3：わかった！P2 さんの続きが言えます。二人の持っている一番小さい数は１だから，合わせた数の２が，出る数の中で一番小さいことになる。だから１は出ないよ。
>
> Ｔ：先生が一生懸命祈っても，１は出ない？
>
> P4：うん，絶対に出ない！
>
> Ｔ：<u>他に，絶対に出ない数ってありそう？</u>
>
> P5：さっき先生が言ってた 100 も絶対に出ないと思うよ。ありえない。
>
> Ｔ：じゃあ，出そうな数は，他にあるのかな。
>
> P6：自分たちは９がよく出たから，９はいつも出ると思う。家でするカード遊びでも，よく７が出るから。
>
> P6：うーん，ぼくたちは９は出なかったよ。他にも出る数ってあるんじゃないかな‥。
>
> P7：こうしたらどう？どんな数（式）が出たか書いておいて，どれが多いか調べるとか。

子どもたちは，はじめは好きな数や適当な数を唱えていたが，下線部のように授業者が考えの根拠を尋ねたり，確率に関する言葉を意識して用いたりすることを通して，出る数の範囲について考え出すようになった。この他にも「～しそうにない」などの確率に関する言葉が出るたび，言葉の宝箱コーナーに書きとめていった。

その後，Ｐ２の発言より，出る数は加法の式を用いて具体的に表現できることができることを確認し，Ｐ７の発言より，各ペアで書き出して全体

で合わせて調べるという展開になる。

(2) 絵グラフの特徴から数の範囲や式の数への着目させ，事柄の起こりやすさについて視覚的な理解を促す

図２は，活動２において，子どもたちが黒板にて加法の式を整理している過程の記録である。試行の記録を取る過程で，子どもたちは「４ばかりが出る」「はじめは８が出て，それからは３が出る」などと思いながら行っていると，「ずっとやっていくと７がよく出る」「11 はあまり出ないね」などと感想に変化が見られるようになった。授業者は，子どものつぶやきも板書するよう努めた。

図２のように絵グラフを用いて整理していくと，多くの子どもたちから「うわぁ，山みたいな形に見える！」「真ん中がとんがっている」などの声が上がり，予想と反する結果と整理したものから見えた形状に驚きの表情を示した。

活動３では，結果から分かることを，確率に関

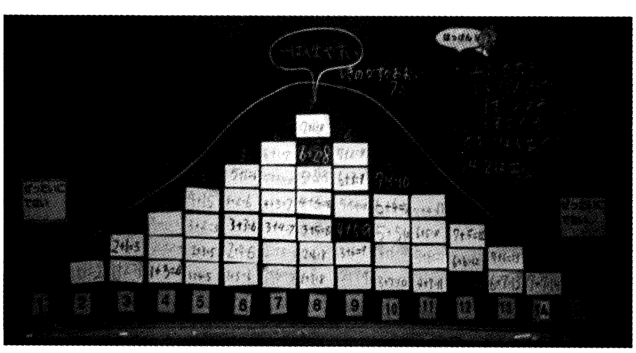

図２　子どもたちによる試行記録の整理

P７：１や 15 は，このゲームでは絶対出ない数だと分かりました。
P８：出る数で一番小さいのはやっぱり２でした。一番大きい数は 14 だと分かりました。
P９：でも，２や 14 と言っても，なかなか当たらないと思うよ。
T　：P９さんが言ったことはどういうこと？詳しく教えて。
P10：（式を指さして）２や 14 になる式は，両方とも２こしかないですよね？だから，なかなか当たるチャンスがないんだと思う。
P11：２や 14 も時々は出る数なんだけど，８より出る回数が少ない。それでなかなか当たらないんだと思う。
P12：14 は，７と７が出ないといけないから，そういう時はなかなか無かったよ。
P13：２も１と１が出ないといけないから，そんなこと，めったにない。
T　：８がたくさん出たのは，どうしてかな？
P13：８になるときは，1＋７，２＋６，３＋５，４＋４，５＋３，６＋２，７＋１の７こも式があるから，よく出たんだと思います。
P14：式を整理する時に，はじめはぐちゃぐちゃだったんだけど，P15 さんが，たす数の１から順番に並べる考えを出してくれて，それでみんなで並べ直したので分かりやすくなりました。
P全：同じです！
T　：何が分かりやすくなったのですか？
P15：１から，１つずつ多くして調べていくと，途中で無い数があったらすぐに分かった。
P16：もれや落ちが無くなるっていうことだと思います。
P17：このやり方は，（掲示物を指さし）計算カードの数調べの勉強の時と似てるよ。
P18：そう。これも（板書の式を指さし）たす数の所が，階段みたいになっているよ。
P19：２のときは１こ，３のときは２こ，４のときは３こ・・。あっ，８の次の９からは，また１こずつ減ってきてる！本当に階段みたいになっているよ。

上記のように，P９による「２や 14 は出にくい」という試行の記録に基づく気付きから，その根拠の説明がなされ（P10），さらに加法の式を用いて具体的に表現することによって各事象の式の個数を比較する考え（P10，P11，P13，P19）が引き出された。これは，身近な事象が数や式によって根拠づけられることの面白さを体感した姿であるといえる。また，調べる際は，既習内容である「１から順序良く整理する」考え方のよさを体感

し（P14，P15，P16），加数や被加数が１ずつ増減しているという関数的な見方に拡げることができ，くり上がりの加法の意味理解も深まった。

4　結果と考察

実験授業の２日後に，上述したパフォーマンス課題とルーブリックによる評価を行った。ルーブリックでは，基準Ⅲにおいて評価規準が達成できたと見なした。

表２は，単元学習第１次でくり上がりのあるたし算について学習した直後に実施したものを事前，授業後を事後として，子どものパフォーマンスの変容を示したものである。その結果，事後では基準Ⅴは５人，基準Ⅳ３人，基準Ⅲは 16 人，基準Ⅱは６人，Ⅰは２人であった。

表２より，事前において基準ⅠまたはⅡであった子どもは 28 人いたが，事後にはそのうちの 20 人が評価基準Ⅲ以上へと変容していることが分かる。これらの変容は，子どもが，カードの数の出方を加法の式として表現し，整理した絵グラフの特徴から最小値や最大値を捉えていること（基準Ⅲ）を，さらには 10 になる式の数が，他の数と比較して最も多いこと（基準Ⅳ）や，和が２や 18 になる式の数は１つしかないことを認識していること（基準Ⅴ）を示すものである。つまり，事象を加法の式の数で具体的にとらえることを通して，不可能な数や不確実な数，またそれらの範囲について理解している子どもの姿を示すものである。

表３　事前事後のパフォーマンスの変容①

評価基準		事後 Ⅴ	Ⅳ	Ⅲ	Ⅱ	Ⅰ	計
事前	Ⅴ	0	0	0	0	0	0
	Ⅳ	0	0	0	0	0	0
	Ⅲ	1	0	3	0	0	4
	Ⅱ	2	3	7	2	0	14
	Ⅰ	2	0	6	4	2	14
	計	5	3	16	6	2	32

図３及び図４は，事前は基準Ⅱで，事後は基準Ⅴに変容したＡ児の記述内容である。事前では，カードの数の出方を加法の式として捉えず，思いつく組み合わせを思いつくままに挙げている。一方，事後では，絵グラフより式の数に着目し，最小値や最大値，起こりやすい数などについて説明する様子がみられた。また，記述欄には，「カードゲームの出かたは，しきのかずをみればわかるとわかりました。」と書いており，実験授業を通して理解が深まっていることがよみとれた。

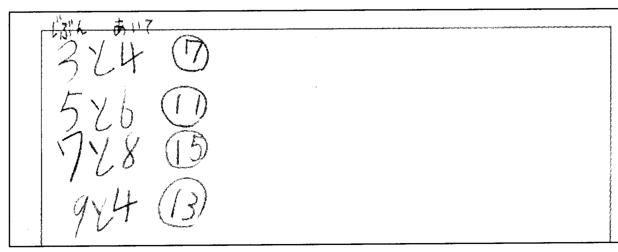

図３　Ａ児の記述内容（事前）

図４　Ａ児の記述内容（事後）

図５及び図６は，事前は基準Ⅰで，事後は基準Ⅳに変容したＢ児の記述内容である。事前では，根拠なく数を列挙している。一方，事後では，和が 10 となる式の数が他の事象と比較して最も多いことを示した上で，自分の数を仮定した場合の数の範囲について具体的に説明する姿がみられた。

記述欄には，「ほかのあそびにも，しきやかずでかけるものがあるのかな。しらべてみたい。」と書いており，身近な他の事象における確からしさについて，主体的に解決していこうとする姿が

みられた。

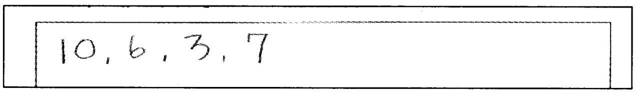

図５　Ｂ児の記述内容（事前）

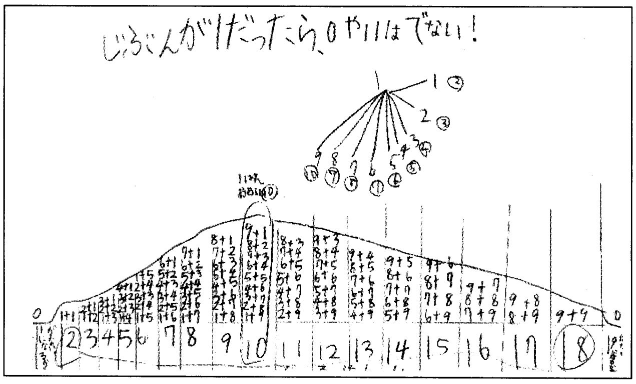

図６　Ｂ児の記述内容（事後）

また，表３は評価規準を達成しているか否かという視点からルーブリックに基づく子どものパフォーマンスの変容を示したものである。

表４　事前事後のパフォーマンスの変容②

評価基準		事後 Ⅲ～Ⅴ	事後 Ⅰ～Ⅱ	計
事前	Ⅲ～Ⅴ	4	0	4
	Ⅰ～Ⅱ	20	8	28
	計	24	8	32

表３より，事後もなお基準Ⅱと基準Ⅰに位置づく子どもが８人いる。これらの子どもの中には，事前は基準Ⅰであったが事後は基準Ⅱに変容した４人が含まれ，基準の高まりは見られたことになるが，評価規準の達成には至らなかったことになる。そこで，それぞれの基準に応じて，次のような事後指導を行った。

基準ⅠからⅡに変容した子どもや，事前も事後も基準Ⅱであった子どもに対しては，条件に合う数を１～２組書き出すことにとどまっていたので，再度，２人のカードの出方を加法の式に表現する活動を行い，試行の結果（山の形）と照らしてみる活動を行うことで，式の数と試行結果が関連していることに気づくことができるようにした。

事前も事後も基準Ⅰのままであった２人については，無答または思いついた数を記入していたので，再度ゲームを共に行い，内容把握を丁寧に行った。その後，経験的，主観的な判断で記述している問題場面を，式の数から捉え直す活動を行った。

５　結論と今後の課題

本稿では，小学校第１学年の子どもの確率判断に伴う誤認知の実態を示し，それらの改善を意図して「たしざん（２）」の単元と確率領域とを関連させた学習材を開発し，学習指導を行った。その結果，ルーブリック評価において，多くの子どもたちが不可能な事象や不確定事象について認識する基準へと変容する姿を示した。

初等教育の入門期である第１学年の子どもに対して確率概念を育成するには，次の２点を取り入れた学習材による実践が有効であることが分かった。一点目は，学習材には身近な遊びの要素を取り入れ，試行実験を通して不確定な事象などへの気付きを深めていく場を設定することである。二点目は，グラフの特徴から数や式への着目を促し，身近な事象が具体的な数によって根拠づけられることの面白さを体感させることである。

学習材を開発する際の留意点は，２点ある。一点目は，学習材が，子どもの発達段階や系統性を考慮されたものであるかということである。松浦（2015）は，初等教育段階において形成したい確率概念や学習素材について，自身の調査より系統的に整理している[7]。しかし，このように確率概念を育成する学習材の系統性について検討された研究は，他に散見されない。しかも，他に学習する単元と適切に関連させた扱いができているかについては，今後検討の余地を残している。

二点目は，就学前教育や中等教育との有効な接続のあり方についてである。他国では，就学前から確率概念の育成にかかわる取り組みが行われている。しかし，日本では就学前の子どものもつ確率概念の実態等は明確にされていない。また日本では中等教育において，数学的確率が扱われるが，

初等教育で扱う確率指導との円滑な接続について検討の必要性を感じる。勤務校は，幼小中の一貫教育に取り組んでいる好環境にあるため，これらの留意点に対して少しでも示唆を得ることができるよう，今後も研究を進めていく。

＜注および引用文献＞

1)　例えば，以下のような研究が見られる。

　石田拓也：「初等段階における確率指導に関する一考察」,イプシロン,Vol.55,pp.145-152,2003.

　松浦武人：「児童の確率判断の実態に関する縦断的・横断的研究」，数学教育学研究，第12巻，No.2，pp.141-151，2006.

2)　確率学習を始める年齢の遅さによる影響は，国際調査の数値にも表れている。PISA2003では，総合得点が参加国中第６位であるのに対して，「不確実性」に関する課題の成績は第９位であった。

3)　松浦武人：「初等教育における児童の確率概念の発達を促す学習材の開発研究－確率判断におけるヒューリスティックスの改善に焦点を当てて－」，数学教育学論究，第90巻，Vol91，pp.４－７，2009.

4)　川嵜道広：「子どもの確率概念の発達についての考察」,数学教育学研究紀要,第９号,pp.61-65，1983.

5)　松浦武人・植田敦三：「初等教育段階における児童の確率概念の発達に関する考察」，広島大学大学院教育学研究科紀要，第一部 56 号，pp.111-118，2007.

6)　松浦武人：「初等教育における確率概念の形成を意図した学習材の開発研究」，広島大学博士学位論文，pp.179-182，2015.

7)　前掲書6)，pp.219-220.