

数学科における問題づくりを取り入れた授業の一考察

— 協働的問題解決を生じさせる4つの要因 —

天野 秀樹

要約: 本研究の目的は、数学科の問題づくりを取り入れた授業において、他者と協働して解決する過程で生徒個々の思考を促進する要因を明らかにすることである。そのために、生徒が授業実践で作成した問題や授業記録、授業記録からの診断ツールを用いて事例研究を行った。その結果、自分たちで課題を確認し合うこと、次の方向性を示す教師の介入、多面的な捉えを述べる生徒の発言、まともなくても group 内の同意を1つずつ得ることの4つを、協働的問題解決を生じさせる要因として同定した。

キーワード: 問題づくり, 協働的問題解決, What If Not アプローチ

I. はじめに

21世紀型能力の育成が教育目標として議論されるようになってきている(ライチェン, サルガニク, 2006; グリフィン, マクゴー, ケア, 2014ほか)。その21世紀型能力の一つとして、未知の問題に積極的に立ち向かう態度が提唱されている(日本学術会議数理学委員会, 2014)。また、他者と協働して問題解決する力の必要性も指摘されている(西村圭一, 2015)。これらのことから、これからのグローバル時代をきりひらく教育を考えるうえで、答えが一つに定まらない問題を他者と協働して解決する能力を育成することが必要といえよう。

これまでの数学教育において、答えが一つに定まらない問題を扱った研究は多くなされてきている。その中でも、本研究では、「問題づくり」を取り扱う学習方法を援用する(竹内, 沢田, 1984ほか)。それは、What If Not アプローチなど、問題づくりを取り扱うことで、生徒の思考を促進することが示されているからである(Walter, Brown, 1969)。しかしながら、これまで行われてきた問題づくりを取り扱う研究は、個の思考に限定した研究が多い。そのため、学習集団の中で他者と協働して解決する過程で、生徒個々の思考を促進する要因を明らかにする研究は稀少である。

そこで本研究では、問題づくりを取り入れ、他者と協働して解決する過程において生徒個々の思考を促進する要因を探る。このことによって、授業づくりの新たな視点を見いだすことを試みる。

II. 研究の目的と方法

本研究の目的は、数学科の問題づくりを取り入れた授業において、他者と協働して解決する過程で生徒個々の思考を促進する要因を明らかにすることである。

研究方法は、生徒が授業実践で作成した問題、VTR撮影による授業記録、授業記録からのディスコース診断ツール「Knowledge Building Discourse Explorer (以下, KBDeX と略記する)」(益川, 2015)を用いて事例研究を行った。

III. 授業実践の概要

1 実施時期

平成28年1月18日(月)第2校時(9:45~10:35)

2 対象

第2学年1組 計39名(男子18名, 女子21名)

3 授業者

筆者(教職経験16年目)

4 単元

三角形の合同条件の利用

5 教材設定の意図

What If Not アプローチによる「問題づくり」を取り入れることで、三角形の合同条件を利用して筋道立てて証明する生徒の思考を促進できると考えたからである。また、4人班で協働して取り組ませ、仲間のアイデアを聴きあうことで生徒の思考をさらに促進できると考えた。これらの経験により、今後図形を見たとき、What If Not アプローチにより図形を自ら変形させて捉えるといった相乗効果も生まれると考えた。

6 本時の目標

作成した問題の解決過程を、三角形の合同条件をもとに見通しを立てることができる。

7 実践授業の流れ

[前時の活動]

原題(図1)から生徒が変更して問題を作成する。

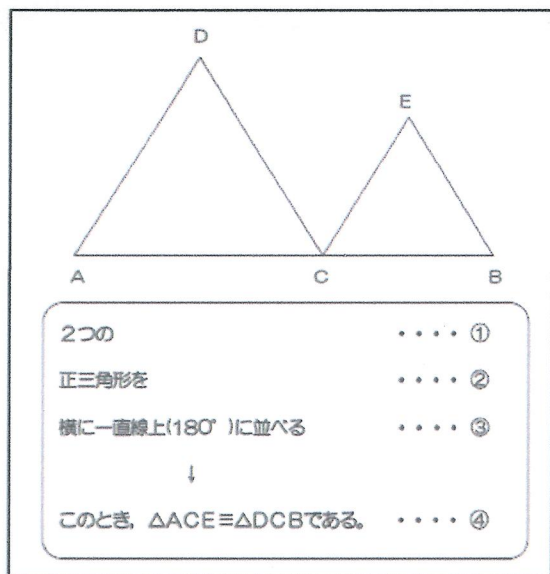


図1 原題

[本時の活動]

- (1) 前時に作成したお互いの問題を交流する。(5分)
- (2) **問: ①~④のいくつかを変更し問題を作成しよう**
[班] オリジナル問題を作成する。(15分)
- (3) [全体] 作成した各班の問題を交流する。(20分)

IV. 結果

本節では、本実践の前半である各班での問題作成場面15分間を取りあげる。この場面を取りあげた理由は、各班で問題を作成する過程において、他者と協働して本時の目標にせまる様相が見られたからである。

また、A-groupとB-groupについて、作成した問題、授業記録、授業記録からのKBDeXによる診断結果をあげる。本実践の後半場面では、各班が作成した問題の独自性を生徒全員に拍手の大きさで表させた。そこで、この2つのグループは、拍手の度合いが総じて大きく、どちらのグループも本時の目標を達成したように見えたため、取りあげた。

1 A-groupについて

A-groupは、AKA, SHI, OGA, YAMの4名である。

(1) 作成した問題

A-groupが作成した問題を、図2に示す。

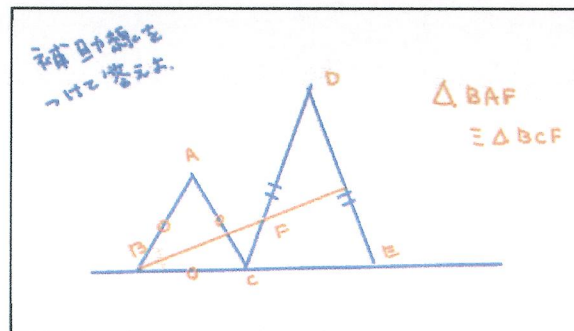


図2 A-groupが作成した問題

A-groupは、最初の段階からSHIが前時に作成した3つの三角形を用いた問題を、2番の正三角形をもし他の三角形にすればといった視点など、シンプルに作成し直す対話がなされた。その結果、図2の問題が作成された。図2における橙色の線は、角Bの二等分線であり、正確に作図できていれば、 $\triangle BAF$ と $\triangle BCF$ は合同であることが見てわかりやすい図になる。

(2) 授業記録

A-groupの授業記録は、全部で96の発話内容が記録されている。その一部を、表1に示す。A-groupは、SHIが前時に作成した問題を作成し直す対話から始まり、後半に合同な三角形に目を向けた対話がなされた。また、授業者が途中に介入する場面が2度あった。

表1 A-groupの授業記録

罫	発話者	発話内容
4	AKA	俺、SHIの問題をもとにするのがいいと思うんよね
5	SHI	うん、俺も結構良いと思っとるよ
6	OGA	ふうん、なるほど、でもさ、SHIの問題、結構変えてない?
7	YAM	うん、2番とか
8	OGA	でもさー、ここが、3番が変えてないんだ
9	SHI	あー、3番変えてないねー
10	YAM	え、1番は?
11	OGA	4つ変えちゃダメっていうことは
12	SHI	あー、4つ変えちゃダメなんだ
13	OGA	うん、ということは、最低3つまで変えていいっていうことだよ
14	YAM	うん、うん
15	AKA	じゃけー、(4番を指さして)記号を変えんかったらいいじゃん

16	YAM	はは、なるほど
17	OGA	はい、うん、最悪ね、最悪そうじゃね
18	AKA	うん
19	SHI	あー、そういうことね
20	OGA	でも、わからんじゃん、合同に本当にいつでもなるか
21	SHI	まー、ものさしで書いてちゃんとした直線引かにゃー、合同かどうかもわからんけー、ものさし使おうや
22	YAM	あー、ものさしあるよ、はいどうぞ、使って
23	SHI	これ、合同できるんか
24	OGA	え?
25	YAM	まー、ちょっとずつ(書いていって)
26	OGA	これ、書けるか
27	AKA	大丈夫、いいから書いてみて
28	T(候補)	今4人で、どこまでしようか決めましたか
29	OGA	えっと、3番
30	YAM	そう、3番
31	T(候補)	あー、なるほど、3番を変えるところまで決めたの?
32	OGA	あつ、違う、3番を変えないで、あとを変えようか、まで決めた
33	T(候補)	なるほど、1番、2番、4番を変えようまで決めたの?
34	AKA	うん、はい、そう
35	T(候補)	じゃー、1番、2番、4番をどう変えようまで決めた?
36	SHI	それは、はっきりとは(決めていない)
37	T(候補)	じゃー、今度はそれを頑張ってくださいね
38	AKA	図を変えよう
39	OGA	うん、やっぱりちょっと変えよう
40	YAM	うん、うん
41	SHI	いいよ、変えよう
42	AKA	うん、そうしよう
43	OGA	SHIの問題に(補助)線を引きたい
44	SHI	線を引いたら(1番が)3つの三角形じゃなくなるよ
45	OGA	でも、もとの問題も線引いてないけど、三角形勝手に作ってるよ
46	YAM	合同はいっぱいできるよ
47	SHI	あー、なるほど
48	AKA	やっぱり、4番変えよう
49	YAM	うん、4番変えよう
50	OGA	やっぱ、4番はね(変えよう)
51	YAM	結局どうする?
52	AKA	やっぱ、右の三角形は二等辺三角形でいいんじゃない
53	SHI	うん、いいよ
54	OGA	いいんだ
55	AKA	で、Bから線を引こう
56	YAM	どんな感じに?
57	AKA	じゃけー、角Bの二等分線みたいな感じで
58	SHI	うん、二等分でね
59	OGA	三角形は?
60	AKA	右は二等辺で、片方は二等辺三角形でいいですよ
61	YAM	うん、それで(合同は)できるよね
62	T(候補)	うん、形は決定したんじゃね
63	AKA	はい
64	YAM	はい
65	T(候補)	で、4番の何をどうして欲しいっていうことは決めた?

66	YAM	だから、(三角形) FABと(三角形) FCBなら(合同に)なるよね
67	OGA	うん、それは合同になる
68	AKA	えー、見た目はなるけど、なんで合同?
69	SHI	2組の辺(とその間の角)で合同でしょ
70	AKA	あー、そういうことか
71	YAM	ここ(BA)とここ(BC)が一緒で(角Bが)二等分だから合同でしょ
72	AKA	なるほど、合同になるよね
73	SHI	間(BF)が共通だし
74	YAM	うん、絶対合同
75	OGA	だから、絶対合同になるでしょ

(3) KBDeXによる診断結果

A-groupの授業記録を、KBDeXを用いて診断させた。以下、発話回数、発話者のつながり、キーワードをもとにした発話のつながりの順に、その結果をあげる。

① 発話回数

A-groupの発話回数を、表2に示す。

表2 A-groupの発話回数

発話者	発話回数
AKA	21
SHI	20
OGA	26
YAM	22
T(授業者)	7
合計	96

② 発話者のつながり

A-groupにおける発話者の対話のつながりを、図3に示す。この図は、つながりが強い2者は太線で結ばれ、近くに配置される。

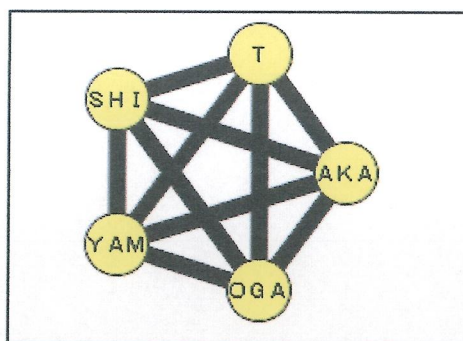


図3 A-groupにおける発話者のつながり

③ キーワードをもとにした発話のつながり

A-groupにおいてキーワードをもとにした発話のつながりを、図4に示す。キーワードは、まず、本時が1

番から4番のいくつかを変更して問題を作成する活動であったので、「1番」、「2番」、「3番」、「4番」、「変」(変更するという意味)の5語を設定した。次に、本時は三角形の合同条件をもとに見通しを立てることを目指す活動であったので、「合同」、「3組の辺」、「2組の辺」、「1組の辺」、「その間の角」、「両端の角」の合同条件にかかわる6語を設定した。なお、実際の発話内容はキーワードと異なっているが、文脈からキーワードに対応していると解釈できる発話内容は、キーワードに置き換えて図に表している。

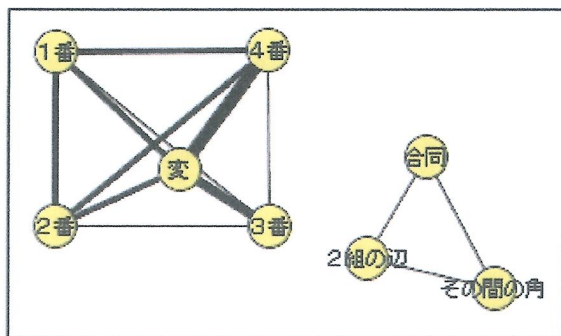


図4 キーワードをもとにした発話のつながり(A-group)

2 B-groupについて

B-groupは、SAK, TAK, KAW, NAKの4名である。

(1) 作成した問題

B-groupが作成した問題を、図5に示す。

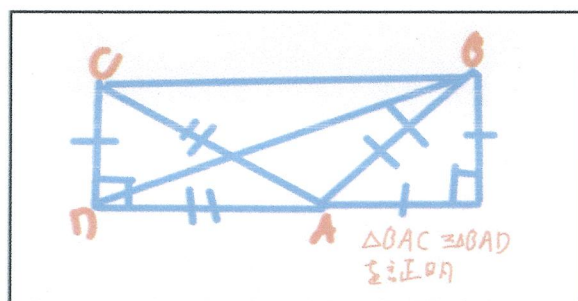


図5 B-groupが作成した問題

B-groupは、まず、どんな三角形に変更するかの検討から直角三角形にする対話がなされた。そして、さまざまな合同な図形を検討した結果、図5の問題が作成された。対話の途中で検討していた図形は合同であったが、最終的に作成した $\triangle BAC$ と $\triangle BAD$ は合同ではない。

(2) 授業記録

B-groupの授業記録は、全部で71の発話内容が記録されている。その一部を、表3に示す。B-groupは、正三角形を二等辺三角形に変更する対話から始まり、途中で二等辺三角形をさらに直角三角形に変更する対話がなされた。そして、その後合同な三角形に目を向けた対話がなされた。また、授業者が途中に介入する場面は2度あった。

表3 B-groupの授業記録

番	発話者	発話内容
11	TAK	まず、2番を二等辺三角形にして2つ書くね
12	NAK	うん、その二等辺三角形でいいよ
13	SAK	二等辺三角形の長さが等しい印をつけたら
14	TAK	こんな印でいいよね
15	NAK	うん、それでいいよ
16	TAK	そして、頂角を60度にして
17	KAW	おー、なるほど
18	NAK	でも、そしたら正三角形になるじゃん
19	KAW	ほんまじゃー
20	SAK	それはダメだろ
21	TAK	やり直したね
22	T <small>教師</small>	ちょっと待って、この図、1番2番3番4番のうちどこを変えようって決めてる?
23	NAK	何にも(決めていません)
24	TAK	これは、とりあえず、一からやろう
25	NAK	自分ら何にも考えずにやりよるよね
26	T <small>教師</small>	三角形2つまでは決まったってということ?
27	NAK	そうです
28	SAK	はい
29	KAW	四角でも別にいいんじゃないん
30	TAK	みんなで決めて作ろう
31	SAK	何作る?
32	TAK	①で三角形をまず、何個にするか(決めよう)
33	NAK	1番は2個
34	TAK	うん
35	SAK	じゃー1番は2個ね
36	KAW	うん、正三角形じゃーないね
37	SAK	何三角形?どうする?
38	NAK	2番は直角か二等辺の三角形かいいんじゃない
39	SAK	2番は直角三角形にする
40	KAW	2つの直角三角形ってどうなるん?
41	SAK	まー、1つ書いてみよーか
42	NAK	で、どうするん?
43	SAK	で、2つ目(の直角三角形)を書こう
44	NAK	私を書く
45	SAK	ことこの長さを等しくしよう
46	KAW	それで?
47	NAK	こっちの長さとか等しくすれば合同ができるんじゃない?
48	SAK	あー、そして、ここに補助線引くと良くない?
49	NAK	あ、うん、いいかもねー
50	KAW	わー、すごい、いいねー

51	NAK	いいね
52	KAW	で、どこどこが合同?
53	NAK	ここまでは良かったんよ
54	SAK	ここで何を求めるかよね
55	NAK	そう、ここで何をどうやって求めるかなんよね
56	SAK	合同な三角形はまだ1個もないんよね
57	NAK	1個もないよねー
58	SAK	ここにも補助線を引くといいんじゃない
59	NAK	あー、複雑になるねー

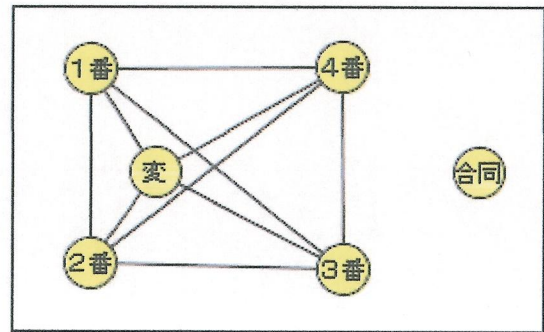


図7 キーワードをもとにした発話のつながり(B-group)

(3) KBDexによる診断結果

B-groupの授業記録を、KBDexを用いて診断させた。以下、発話回数、発話者のつながり、キーワードをもとにした発話のつながりの順に、その結果をあげる。

① 発話回数

B-groupの発話回数を、表4に示す。

表4 B-groupの発話回数

発話者	発話回数
SAK	20
TAK	12
KAW	16
NAK	20
T (授業者)	3
合計	71

② 発話者のつながり

B-groupにおける発話者の対話のつながりを、図6に示す。この図は、つながりが強い2者は太線で結ばれ、近くに配置される。

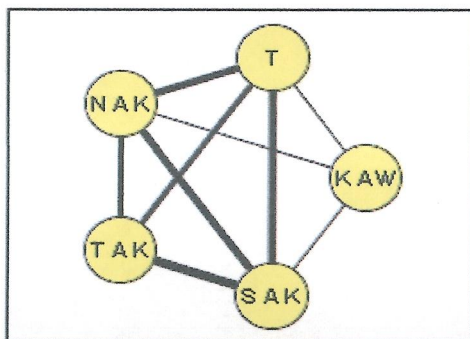


図6 B-groupにおける発話者のつながり

③ キーワードをもとにした発話のつながり

B-groupにおいてキーワードをもとにした発話のつながりを、図7に示す。キーワードは、A-groupと同様に、「1番」、「2番」、「3番」、「4番」、「変」の5語及び「合同」、「3組の辺」、「2組の辺」、「1組の辺」、「その間の角」、「両端の角」の6語を設定した。

V. 考察

本節では、A-groupとB-groupにおける作成した問題、授業記録、授業記録からのKBDexによる診断結果をもとに、協働的問題解決を生じさせるための基盤が存在していたか、協働的問題解決過程においてどのような思考が働いていたか、協働的問題解決を生じさせる要因は何か、の3点について考察する。

1 A-groupについて

(1) 協働的問題解決を生じさせる基盤

表2の発話回数及び図3の発話者のつながりから、4名それぞれの生徒が十分に発話し、発話者が相互に強く結びついている様子がわかる。したがって、協働的問題解決を生じさせる基盤が存在していたといえよう。

(2) 協働的問題解決過程における思考の様相

図4のキーワードをもとにした発話のつながり及び表1の授業記録、図2の作成した問題から、変更する意識、とりわけ、4番をどのように変更するかという思考が強く働いている様子がわかる。また、合同条件を意識して合同な三角形に注目する思考が働いている様子もわかる。したがって、A-groupの生徒は、SHIの問題を変更する際に、合同条件を意識して合同な三角形に注目しながら対話を進めていた様子が見える。

(3) 協働的問題解決を生じさせる要因

図3の発話者のつながり及び図4のキーワードをもとにした発話のつながりをKBDexで時系列に診断させた。その結果、次の3つの場面を契機として発話のつながりが強くなったことが特定された。

①「12. SHI : あー, 4つ変えちゃダメなんだ」

表1の授業記録における「6. OGA」では, SHIが前時に作成した問題はたくさん変更していることを発言している。それを受けて「12. SHI」が, 4つ全てを変更することは, 本時の課題であるいくつかを変更するに反することを確認している。そして, この発言以降「19. SHI」に至るまで4名の生徒全員が, SHIが前時に作成した問題をもとにして, 具体的に本時の課題を理解した発言をしている。

以上のことにより, 協働的問題解決を生じさせる要因を, 次のように表す。

〔要因①〕

最初の段階で, 生徒が自分たちで本時の課題を確認し合う活動は, その後の問題解決を円滑に進める。

②「28. T(授業者): 今4人で, どこまでしようと決めましたか」

表1の授業記録における「28. T(授業者)」から, A-groupの活動に授業者が介入し, それまでの意見を整理するとともに, どのように変更するか決めようと, 次の方向性を示している。そして, この授業者の介入以降「45. OGA」に至るまで4名の生徒全員が, 2番をどう変更するか検討し始めた。

以上のことにより, 協働的問題解決を生じさせる要因を, 次のように表す。

〔要因②〕

生徒どうしの意見を整理し, 次の方向性を示す教師の介入は, 有効な場合がある。

③「46. YAM: 合同はいっぱいできるよ」

表1の授業記録における「45. OGA」までは, 何番をどう変更するか1つずつ検討する発言だった。それが「46. YAM」のように, 本時の課題を多面的に捉える発言以降, 「61. YAM」まで柔軟に思考を働かせようとする発言が多く見られた。

以上のことにより, 協働的問題解決を生じさせる要因を, 次のように表す。

〔要因③〕

多面的な捉えを述べる生徒の発言は, グループの生徒の思考を促進する。

2 B-groupについて

(1) 協働的問題解決を生じさせる基盤

表4の発話回数及び図6の発話者のつながりから, 4名それぞれの生徒が発話し, 発話者が結びついている様子がわかる。また, 授業者の発話回数が3回しかないことや生徒TAKとKAWのつながりがなくともわかる。

したがって, 協働的問題解決を生じさせる基盤が多少とも存在していたといえよう。

(2) 協働的問題解決過程における思考の様相

図7のキーワードをもとにした発話のつながり及び表3の授業記録, 図5の作成した問題から, 特に2番と3番を変更する思考が働いている様子がわかる。したがって, B-groupの生徒は, 三角形を二等辺三角形にするか, 直角三角形にするか, そして, それらをどのように並べると合同ができるかに注目しながら対話を進めていた様子がうかがえる。

(3) 協働的問題解決を生じさせる要因

図6の発話者のつながり及び図7のキーワードをもとにした発話のつながりをKBDeXで時系列に診断させた。その結果, 場面「32. TAK: ①で三角形をまず, 何個にするか」を契機として, 発話のつながりが強くなったことが特定された。

表3の授業記録によるとB-groupは, 1番, 2番, 3番ともに変更する発言が出ている。しかし, どの変更も同意されるには至っていない。そこで, まず「30. TAK」が, みんなで決めようと呼びかけた。そして, 「32. TAK」は, 1つずつグループで同意できる考えをまとめようとする発言をした。この発言以降「45. SAK」に至るまで4名の生徒全員が, 1番, 2番, 3番の順に1つずつ同意事項を決めようとする発言がなされた。

以上のことにより, 協働的問題解決を生じさせる要因を, 次のように表す。

〔要因④〕

ある程度意見を出し合ってもまとまらない場合, まず1つ同意を得ることが, 問題解決につながる。

VI. おわりに

本研究では、中学校第2学年の図形分野において、問題づくりを他者と協働して行う授業実践を分析した。その結果、協働的問題解決を生じさせる要因として、次の4つを明らかにした。

〔要因①〕

最初の段階で、生徒が自分たちで本時の課題を確認し合う活動は、その後の問題解決を円滑に進める。

〔要因②〕

生徒どうしの意見を整理し、次の方向性を示す教師の介入は、有効な場合がある。

〔要因③〕

多面的な捉えを述べる生徒の発言は、グループの生徒の思考を促進する。

〔要因④〕

ある程度意見を出し合ってもまとまらない場合、まず1つ同意を得ることが、問題解決につながる。

OECDのPISA2015調査では、新科目「協働型問題解決能力」が加わった(情報活用能力調査に関する協力者会議, 2012)。協働して社会とかかわり合いながら問題を解決する教育がますます期待されているといえる。

今後も協働的問題解決を生じさせる授業研究を継続していきたい。

引用・参考文献

- ライチェン, サルガニク: キー・コンピテンシー—国際標準の学力をめざして—, 明石書店, 2006.
- グリフィン, マクゴー, ケア: 21世紀型スキル—学びと評価の新たなかたち—, 北大路書房, 2014.
- 日本学術会議数理科学委員会: グローバル化社会における日本の算数・数学教育への提言に向けて, 2014.
- 西村圭一: 「一人一人の子どものために」をスローガンに, 教室の窓, 第44巻, 38-39, 2015.
- 竹内芳男, 沢田利夫: 問題から問題へ—問題の発展的な扱いによる算数・数学科の授業改善—, 東洋館, 1984.
- M. I. Walter, S. I. Brown: What If Not?, Mathematics Teaching, No. 46, 38-45, 1969.
- 益川弘如: ICTを活用した21世紀型の新たな授業と評価, 視聴覚教育, 6月号, 6-22, 2015.
- 情報活用能力調査に関する協力者会議: 海外におけるICTリテラシーに関する学力調査の動向, 2012.