

今日的課題克服のための授業実践

長尾 篤志

筆者は、昨今の学校現場での生徒の様子から、次の2点を今日的課題と定義し、克服のための研究を行ってきた。

- ① 生徒が自分の考えを自分の言葉で語り、お互いに学び合うことができない。
- ② 生徒が数学を学ぶことにおもしろさ、楽しさを見出せていない。

研究は、まず先行研究について検討し、授業実践を反省的に分析し、整理することで行った。

その結果、生徒が自分の考えを自分の言葉で語り、お互いに学び合うための授業は、生徒が強く望んでいる授業であり、そのためにどのように授業を進めるべきか、その一端が明らかになった。

1. 研究の背景

生徒が自分で考えようとしなくなったと言われ出して少し時間が経つが、最近この傾向はますます強くなっている。また、教科書の記述などに疑問を持つとしない生徒が増えてきた。結果のみを覚えてわかったつもりになっていることが多い。また、以前から中学校、高等学校では、学年があがるにつれて授業中に1つの課題をめぐって活発な議論が交わされることは少なかった。近年、特に自分の発言が間違いであると指摘されることをおそれ、自分の考えを教室で述べる生徒が少なくなってきたと感じる。逆に、授業に無関係な私語や授業中の居眠りは増加の一途である。「教科の勉強はおもしろくなく、興味をもてない」と述べる生徒も増えてきている。

以上述べたこと以外にも、今日学校現場では様々な問題が指摘されている。これらすべてが、今日的課題としてとらえられるが、ここでは克服すべき今日的課題として次のことがらを表わすものとする。

- ①自分の考えを自分の言葉で語り、お互いに学び合うことができない。
- ②数学を学ぶことにおもしろさ、楽しさを見出せない。

この2つのことがらを克服すべき今日的課題ととらえた理由を述べておく。

①について

学ぶ側からすれば、教室の中で他者とともに学ぶ利点は自分以外の他者の意見を取り入れ自分の考えを発展、深化させられることである。それができない現状は改められなければならない。また、教室で活発に議論することによって、論理的な考えを身に付けさせたり、予期せぬ発見によって生徒に学ぶお

もしろさを感じさせることにもつながると考えたこと。

②について

数学は元来生活と密接に結びつき、われわれの生活をよりよくし、豊かにするものである。それゆえに数学は必然性をもって誕生し、発展してきた。したがって、数学を学ぶおもしろさ、楽しさはどの生徒にも共有させられるものであり、させるべきものであると考えたこと。

2. 基本的な考え方

前述の2つの課題が生まれる原因は単純には述べることはできないと思われるが、筆者はこれまでの授業、そして現在の授業の中に原因を求め、授業を改善していくことでこれらの課題を克服していきたいと考えている。それは、筆者自身の授業を振り返ってみると、2つの課題の原因として考えられるものがあるからである。例えば、生徒の発言を授業の展開の中で活かしていき、生徒に提示する課題自体がまずく議論が深まらない、また、課題の提示が唐突で生徒の思考が深まらないなどである。

また、2つの課題は、①が克服できれば②も克服ができるとも考えられ、また、その逆も考えられる。ただ、これまで筆者は①の課題を克服するための実践的研究を行ってきたので、ここでは、授業の中で一人ひとりの生徒が自分の考えを自分の言葉で語り、お互いに学び合う授業を行うにはどうすればよいか、ということを中心に置き、さらに、数学を学ぶおもしろさや楽しさを生徒に見出させるにはどのような視点や実践が必要かということを考えてみたい。

研究は、まず先行研究について検討し、さらに今回一定の視点をもって行なった実践を反省的に分析

し整理することで行なう。実践の中では研究授業を行なったが、その授業はビデオ撮影を行っているのでビデオの内容を文章化することによってより客観的な分析が可能になると考えている。

3. 先行研究について

久保良宏は「中学校の指導における数学的コミュニケーション活動に関する実践的研究」¹の授業観察から次のように述べている。

- (授業の中で) 生徒は自分の考えに固執して他の考えを受け入れようとしない傾向があり、これによって生徒の発言が発散的場面につながる。
- 数学的コミュニケーション活動を活発にするには“発散と収束の繰り返し”が有効である。
- これ(“発散と収束の繰り返し”)には、生徒の考えが示し易い発問や、発散と収束との関連を考えた意図的な発問等が重要な意味をもつ。

また、数学的コミュニケーション活動の意義を次のように述べている。「生徒の数学への興味、関心を高めるだけでなく、数学の知識や考え方を深め数学をつくりあげていく数学的コミュニケーション活動は、中学校数学科の指導改善の新たな視点であると考えられる。」

この久保の研究を検討してみよう。

授業の観察に関わって述べられていることは、筆者もよく経験することであり、納得できるものである。

第1に述べられている生徒が自分の考えに固執することに關しては、その場面で教師がいくら説明をしても生徒に納得させられないほど強いこともある。筆者は生徒が固執していることがらと教師の考えのズレに原因があると考えているが、このようなとき他の生徒からの一言であっさりその生徒が納得することもある。これは一言を発した生徒が、自分の考えに固執していた生徒と同じ視点に立って思考していたことから、より有効な発言を可能にしたと考えられる。筆者は、このような場面に遭遇するたびに、学び合う授業の有効性を認識させられた。

第2に述べられている発散と収束の繰り返しの有効性も日々の授業の中で経験することである。発散的場面では、ときとして授業内容と無関係な発言や他の生徒の人権を侵害するような発言も飛び出すことがある。そこで、われわれ教師は、発散的な場面はできるだけ少なくして生徒の思考や発言を一定の方向へ導こうとしがちである。しかし、久保も「生徒の考えを1つの方向へ向けさせること(収束的展開)を最優先して授業を展開すると、生徒の自由な発想は妨げられ、活発なコミュニケーション活動は

行なわれなかった」と述べているように発散的場面をいかにうまく活用するかがポイントである。したがって、教師は生徒の発言は原則としてすべて受け容れるという姿勢が必要であろう。ふざけた発言や他の生徒の人権を侵害するような発言は注意しなければならないが、このような発言を注意し指導することも大切な授業内容にとらえない。

第3に述べられている発問の重要性も当然のことと考えられる。ただ、これまでの筆者の実践では、授業におけるキーパーソン(授業の方向を定める生徒)をうまく活用することがより有効であると考えられた。また、キーパーソンも、どの授業でもつねにキーパーソンになり得る生徒とその授業でキーパーソンになり得る生徒がおり、その授業でキーパーソンになり得る生徒を活かすとよりコミュニケーション活動は活発になった。したがって、発散的場面では、教師・生徒間のコミュニケーションを、キーパーソンを活かしながら生徒同士へのコミュニケーション活動へと移行させ、議論を収束させることができればよりよいと考えられる。キーパーソンとしては、(つねにキーパーソンになり得る生徒より)できればその授業におけるキーパーソンの方がよい。また、キーパーソンを生み出すのは教師の発問である。

最後に数学的コミュニケーション活動の意義についてである。「生徒の数学への興味、関心を高め」と述べられていることに関しては、筆者はそれぞれの生徒が主体的に授業に参加することにその理由があると考えられる。したがって、単に数学への興味、関心ではなく、授業を通して学ぶことへの興味、関心であると考えている。また、「数学の知識や考え方を深め」ることに関しては、先にも教師がいくら説明をしても自分の考えに固執して納得しない生徒が、他の生徒の一言であっさり納得することがあることに關連して述べた。同様のことを守屋慶子は学友との討論の大切さを具体例を引いて次のように述べている²。「…学友との討論がO君(一人の生徒)の学習にとってとりわけ有効なのは、学友との「やり・とり」が、O君の疑問が増えすぎない程度の「やり・とり」になっている点です。もし、ここにおとなが介入したとしたら、これほどうまくはいきません。おとなの既有ネットワーク(ネットワーク状になった古い既有知識)はO君の意見や疑問をうまく理解できるものではなく、また逆に、O君の既有ネットワークはおとなの意見や質問を十分理解できる既有ネットワークではないからです。」さらに「…彼ら(学友)は、一方でO君の意見や疑問に重なりをもたせた対応を行ないながら、他方ですれた部分(O君

には疑問として浮上してくる部分)に答えることができることとなります。…「応えつつ答える」ことが大事なのです。」

これらのことから、数学的コミュニケーション活動を活発にすることは、どの生徒も、その生徒なりに数学を理解することにつながると考えられる。

4. 授業の実際

(1) 今回、中学1年の平面図形の単元を終えた後で、探究活動として次のような4時間の授業(11月上旬～中旬)を計画した。

- 作図に関する問題で「おもしろい」と思った問題を、各自2題以上探してくるようにもって指示しておき、探してきた問題を4～7人の小グループで検討する。検討した後、各グループで最も面白いと考えられる問題を2題提出する。(2時間)
- 提出された問題の中から問題を選び、クラス全体で解決する。(1時間)

このような授業を計画した理由を述べておこう。

この授業を行ったクラスの生徒は、数学が苦手だという生徒は多くはないが、数学に興味をもち、進んで数学を学ぼうとする生徒も多くない。つまり「数学が得意教科だ」とか「数学が好きだ」と言う生徒は少数である。年度当初から、生徒が自分の考えを自分の言葉で語り、お互いに学び合う授業を行いたいと考え、その方向のとりくみを行ってきた。

上に述べたような授業を計画したのは、数学を学ぶおもしろさや楽しさを生徒に感じ取らせたいと考えたからである。当初は、問題を作成させることも考えたが、これまで問題の作成は行なったことがなかったののでいきなりは難しいのではないかと考え、「おもしろい」と思う問題を探させることにした。生徒がおもしろいと思った問題を、教師が味付けをし、提示をすれば生徒もおもしろさや楽しさを感じやすいのではないかと考えた。探す問題の内容は、これまで学んだ範囲全体に広げてもよかったが、範囲を広げても、逆に生徒が問題をさがしにくくのではないかと考えたことや授業進度から考えても不自然な感じがすることから、作図の問題に限定した。

(2) ここでは、小グループで行なった2時間の問題の検討の様子を述べておく。

先に述べたように、4～7人のグループを作ったので、グループは全部で7グループできた。2時間の授業を行なうにあたって、最初に「各自で持ち寄った問題をすべてグループの全員で解き、最もおもしろいと思った問題を2題提出してください」という指示だけをした。途中では一切口出しをしな

かった。1～2名の生徒が、授業と無関係なことをしていたが、それも故意に注意しなかった。第1時の授業は「1～2名の生徒が遊んでいるように見えたが、すべきことはきちんとしていたのだろうか。自分で1時間を振り返ってみてほしい。次の時間も、特に注意はしないつもりだけど、どのグループも十分問題の検討をして必ず2問、問題は提出してください」と述べて終えた。

第2時も、第1時に引き続き各グループで問題の検討をした。第2時は、どのグループも話し合いに集中していた。7つのグループのうち、6つのグループは第2時終了時に最もおもしろいと思った問題を2題提出した。残りの1グループは放課後、さらに検討をして2題問題を提出した。

提出された14問の問題のうち3問は中学1年の範囲を超えていた。簡単に内容を述べると次のようなものである。

- 正五角形の作図
- 正七角形の作図は可能か
- 与えられた長方形と同じ面積をもつ正方形の作図

正五角形の作図は、どうしてそうすればいいかわからないが、かけることがうれしいとのことであった。正七角形の作図ができないというのは、そのうちにその理由を理解したいという目標のようである。与えられた長方形と同じ面積をもつ正方形の作図も、正五角形の作図と同様である。

残りの11問のうち、2問はまったく同じ問題であった。そこで、10問を分類すると次のようになる。

- 日常生活との関連が深いもの：2
- 解決のための発想がおもしろいもの：6
- めんどくさくはあるが、解決したときの達成感が味わえるもの：1
- 基礎的な内容が理解できていれば解決できるもの：1

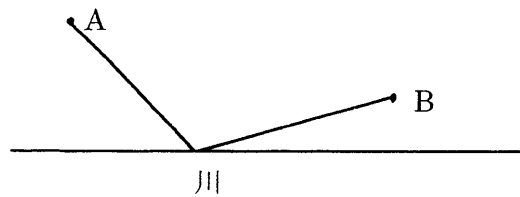
上に上げた日常生活との関連が深いものと、解決のための発想がしにくいものとの差はつけにくい。問題の設定が日常場面であった2問を日常生活と関連が深いものの中に入れた。

生徒に提出させた問題を分類して、生徒は多少難しくても発想のおもしろいもの(数学的な考え方のおもしろいもの)を「おもしろい」問題と考えていることがうかがえる。

(3) 生徒が提出した問題の中から、次の問題に注目した。

Aを出発して、川でバケツに水を汲みBへ持って行く。AからBまでの道のりが最も短くなるよう

にするには、どこで水を汲めばよいか。



この問題を提出した生徒は、この問題の下に「この問題の解き方がわかれば応用して、いろいろな問題ができるでしょう」と書き添えていた。それは、筆者がこの問題に注目した理由の一つでもある。この問題に注目した他の理由は、対称点を考えることによって、2点を結ぶ曲線で最小のものは線分であるという日常よく使う考え方に帰着させる発想のおもしろさや問題の設定も日常場面になっているが、日常生活でも同じような場面に結果を使えることがあった。

授業では次の3題を取り上げた。

課題1：直線 l と l の同じ側にあつて l 上にない2点 A, B がある。直線 l 上に点 P をとつて、 $AP + PB$ が最小になるようにせよ。

また、 $AP + PB$ が最大になる点は l 上にとれるか。

課題2：課題1と同じ設定で AP と BP の差が最小になるようにせよ。

課題3：課題1と同じ設定で AP と BP の差が最大になるようにせよ。

問題を提示する際、生徒が提出した問題と同様に日常場面の設定にした方がよいか、否か迷ったが、問題を発展させる意図があつたので、いちいち日常場面にするのが回りくどく感じられ、また、必要があれば日常場面の設定を考えさせようと考え、上記のままで提示することにした。

1時間の授業の目標は次のように設定した。

- ①提示される作図の問題を積極的に解決しようとする態度を養う。
- ②自分の考えを自分の言葉で語らせ、お互いに学び合う中で、楽しく授業に参加させる。
 - ①は、数学を学ぶことにおもしろさや楽しさを感じさせたいということでもある。

それでは以下に、実際の授業を再現してみよう。

T1：この前、君たちに出してもらつた問題が全部で14問あつた。いつか正多角形をかこうこののをやったよね。それもその中の問題だつたんだけど、14問のうち、今日のためにとつておいた問題があ

るんです。実は、君たちに出してもらつた問題の中に、重なつていた問題があつた。君たちにさっき配つたプリントに（黒板を指差して）これと同じ図がかいてあると思うんだけど、これはどういう問題だつたかというところ…（黒板を指差して） l とあそこにかいてありますが、これは直線です。君たちのプリントにかいてあるのも同じように直線です。線分ではありません。直線をかけ、と言われても実際には線分しかかけませんから線分に見えるかもしれませんが、直線です。それで、直線 l 上に点 P をとつて、 $AP + PB$ が一番小さくなるようにしなさい、という問題です。

（課題1の前半部分を板書する。）

T2：これがね、君たちに出してもらつた問題で重なつていた問題でした。だから、ひよつとすると、この問題をやれ、と言われたら2～3分でできるひとが何人もいるかもしれませんが、そうでないひともあると思うので、わからなかつたら相談してくれていいから、しばらく時間をとるのでちょっとやってみてください。

（生徒は相談しながら問題を考へている。机間巡視をすると、「すぐできた」という声。2分30秒ほど経過した時点で「もしできていたら、どうしてそうすればいいのか、前に出てきちんと言えるようにその理由を確認してください」という指示をする。机間巡視の途中で、点 A から垂線をおろし、また、点 B から垂線をおろしている生徒がいたので、「点 P は l 上に2点とるんじゃないんですよ。 l 上にはひとつの P しかとれないんですよ」と注意する。再度、「ちゃんと説明できるんでしょうね」という。）

< 4分30秒ほど経過した後で >

T3：ハイ！話をしているひとは話を止めてこっちを向きなさい。…話を止めてちょっとこっちを向きなさい。…絶対、自分は正しいと思うひとは手を挙げなさい。…自信をもって手を挙げなさい。…1人？あらっ？…さっき、しっかり説明していたのが…はい。この3人だけ？はい、手を下ろして。ちょっと静かに。この問題出してくれたのは、ルミの班じゃなかつた？なんでルミは自信がないの？…あのね、…ちょっと話を止めなさい。…自信をもって自分の意見を言わない？間違つてもいいからさ。（タカシが手を挙げる。）…タカシ、出てきて。黒板にかいて。

（タカシが黒板にかく。）

T4：ハイ！全員こっちを向きなさい。…マヨ、こっちを向きなさい。かいてくれたのは…ケイ、こっちを向きなさい…何をしてるかと言うと、（点 B を

指差して)ここから、まっすぐに垂線をおろしているの?

(タカシうなづく。)

T5: 垂線をおろして、(垂線の直線 l との交点から下側の部分を指指して)この長さはどうなるの?同じ?このかき方で同じになるの?たまたま一致したの?

タカシ 1: はじめに B から l に引いた線と l の交点から交わる点まで引いた線の長さが同じだから同じになるはずなんです。

T6: 何?

タカシ 2: はじめに点 B から円をかくて、それが l と交わった点から、同じ長さで円をかくて交わった点を B' にしているので同じになると思うんです。

T7: はあ、はあ、ひし形を作ったのね。はい、わかりました。えーと、何をとったかという、(全体を見て)こっちを向きなさい。(点 B を指差して)ここからずーと、ここにかいていないけど点 B の(直線 l に関する)対称点をとったのね。対称点をとるのに、ひし形を利用してとっている。その対称点と点 A をスパッと結んで直線 l との交点を P としている。はい。こういうやり方をしたひとは手を挙げて。大分、いたと思うんだけど。(12~13人ほどが手を挙げる。)じゃあ、何でこうしたらできるんですか?

(生徒から「なんとなく」という声。)

T8: なんとなく。でも、なんとなくならこんなことせんでもええんじゃない?あれっ、でも他にもたくさんいたぞ、いろいろしていたの。何をしかかって言ったら、ここここの(点 A と点 B の)垂直二等分線を引いた。それで、(l と)交わったところを P とした。…(タカシが黒板にかいた図の点を指差して)こここのところが P で正しいですか?…こここのところが P で正しいですか?(生徒から「正しい」の声。)何で正しいですか?何でここで ($AP+PB$) が一番短くなるんですか?

コウ 3: 三角形の辺だから。

タツノリ 4: 三角形の合同条件を使って三角形を移したらわかる。

T9: あのね。他の点をちょっととってみるぞ。どこでもいいんだけど、(P に)近い点をちょっとこのへんにとって Q としてみます。結ぶぞここ。ここに白で AP と PB をかきましたね。…アツシ、聞いとるか。…それから、いまとった Q で AQ と QB をとりました。緑でかいてる ($AQ+QB$) のと白でかいてる ($AP+PB$) のとどっちが短いですか。

(生徒から「白」という声。)

T10: どうして白が短いですか。え?こっち (B') につなげ?緑をこっちにつなぐぞ。(Q と B' を緑のチョークで結ぶ。)わかるかね?この (QB) 長さとの (QB') の長さは一緒ですか?

(生徒から「一緒」という声。)

T11: 一緒?何で?この (QB) の長さとの (QB') の長さは何で一緒になるん?

(生徒から「 B' が B と対称だから」の声。)

T12: B' が B と対称だから。それがわからなかったら手を挙げなさい。(手を挙げる生徒はいない。) B' が B の対称点だから、この (QB) 長さとの ($B'Q$) の長さは同じになる。これ小学校のときにやるのかな?

ユウキ 5: 小学校ではやらない。

T13: もう少していねいに言うと、ここにできている三角形(点 B から直線 l におろした垂線を BR とすると、三角形 BQR)とここにできている三角形(三角形 $B'QR$)は同じ三角形なんです。合同といいましたね。対称点というのはすごくうまくできて、この (BR) 長さとの ($B'R$) の長さは一緒、この角 ($\angle BRQ$) とこの角 ($\angle B'RQ$) は直角。だから、この (QR) 長さは2つの三角形をくっつけているから一緒になるから2つの三角形は合同。そしたら、これ (AQ) とこれ (QB) の長さを足すことは、これ (AQ) とこれ (QB') を足すことと同じになる。点 P についていうとどうなる? AP と PB を足すことが AP と PB' を足すことになっているのがわかりますか。わからないひといますか?…ユミコ、わかる?(ユミコがうなづく。) AP と PB を足すことが AP と PB' を足すことになっているのがわからなかったら、手を挙げなさい。…(手を挙げる生徒はいない。)本当にわかっていますか?…ユウダイの目が死んでる。

ユウダイ 6: わかるとる、わかるとる。

T14: そうすると、点 Q は勝手に1つとった点でしょう?どこにとってもいいんだけど。ここに三角形(三角形 AQB') ができています。緑の2辺 (AQ , QB') をもって、白い1辺をもつ三角形ができます。マリコ、白の部分と緑の部分とどっちが短い?

マリコ 7: 白。

T15: 明らかに白い部分が短いですね。三角形の1辺だから。…そしたら、これ (AB') が一番短くなる。つまり、これ(タカシが P とした点)が一番短くなる。わかりましたか?…ポイントがある。対称点をうまく使うこと。これを出してくれたルミは何て書いてると思う。「解き方がきまっている問題だ」と思う。この問題の解き方がわかれば応用してい

ろんな問題の解き方がわかるでしょう。」こんな風
に書いてくれました。元の問題はね、元の問題は
…実際的な問題になっていて…コウヘイ、こっ
ちを向きなさい…ここ(点A)が出発点、ここ(点B)
が一番最後で、ここ(直線l)が川になっている。
君らは最近、水を汲みに川に行くことないでしょ。
昔は川に水を汲みに行ってた。ここ(A)から水
を汲んでここ(B)まで行くのに、できるだけ短く
行く方が労力が少なくっていいから、一番短く
行くにはどうしたらいいか、というのが元の問題。
だけど、これさっきのように行こうと思っても、
広くないと無理でしょう。例えばこの辺で、ノ
ゾミが前に出てきて教卓の上から物をとって向
こうへ行こうと思っても、さっきのような行き
方はできないでしょ。狭いから。ピョンピョ
ンとは行けない。さっきのような行き方は広
くないとできない。…えーと、さっきの問題
のポイントもわかりましたか?もう1度確認
しておく。対称点をうまく使うこと。…この
問題をちょっと変えるぞ。ここまでは君ら
が出した問題。ちょっと変えるぞ。

(課題1の後半部分を板書する。)

T16: ちょっと、直感でどうでしょうか。最小を最大
に変えたんだけど。

(生徒から「無理じゃ。無理。無理」という声。)

T17: lが直線だということをよく聞いていましたね。
ずーと向こうまで行ったら、いくらでも大きくなる。
えっ?ウソだと思うひといる。絶対点がとれる
と思うひといる?

(生徒から、また「無理、無理」という声。「lが島の
中の川だったらいぞ」という声もある。)

T18: じゃ、これはいいな。次。あのね、設定をい
ろいろ変えて問題を考えてみるんです。君らにも
問題を考えさせたかったんだけど、今回できな
かったんだけど、これ、いまAP+PBですよ。これ
をAP-PBが最小になるようにせよっていったら、
これちょっとマイナスになったりしますね。引
き方によってプラスになったりマイナスになっ
たりします。それで昔はよく書いたんですけど(～
という記号)大きい方から小さいほうを引く。大
きい方から小さい方を引いて、それが一番小さ
くなるように。わかりますか?大きい方から小
さい方を引いたら、これは必ずあるもの以上
になる。何以上になる?

コウ8: 0

T19: うん。0以上になりますね。ということは、
0になるところがあればそこが最小になります。

(生徒から「はあ、はあ」という反応。)

T20: もし0になる点があると思うんだしたら、その

点を次のプリントにかいてごらん。

(机間巡視をしていると、生徒から「簡単」という声
が多数。)

T21: ユウダイ。出てきてかいてごらん。

(ユウダイが前に出て、黒板に線分ABの垂直二等分
線と直線lとの交点をかく。)

T22: ユウダイ。目がだんだん輝きだした。…みな
なこうした? ABの垂直二等分線をかいた? 違う
ひとはいませんか? 全員か? この辺で「すぐ、でき
らー」と言ってましたね。確認しておきます。点
Pは線分ABの垂直二等分線上の点だからAPの長
さとBPの長さは一緒になりますね。だから、そこ
が一番小さくなります。もう1回変えます。APと
PBの差が最大になるようにしてください。

(課題3を板書する。)

T23: しっかり時間をあげます。まだ、時間は大分あ
ると思うんで。しっかり相談しながらやってくれ
たらいいです。絶対にこれでいいと思ったら手を
あげてください。

(まだ、問題の意味を十分に把握していない生徒がい
たので、再度問題の説明をする。)

T24: できるか、できないかということも含め、自
分はこう思うということが明らかになればいいで
す。

(指示して1分後に生徒の「先生できた」という声。
その後次々と手が挙がる。)

T25: だれかに出てやらそう。マキ出てきて。
マキ9: 私、絶対違う。

T26: 違っていてもいいじゃない。10人ぐらい同じの
がいたんだけど。

(マキは点Aからの垂線の足をPとする。)

T27: これと同じ図をかいたひと、ちょっと手を挙げ
て。女子を中心にかなりいた。(10人余り手を挙げ
る。)…ちょっと静かに。…この図をかいた理由
は?

マキ10: APの長さが一番短くなるから。

T28: はい。ここ(A)からこう下ろしたとき、垂線
だから一番短い。片方が一番短いから、引き算
すると一番長くなるんじゃないかと。どうですか?

ユウキ11: ブー。ブー。

T29: あのね、せっかくコンピュータを用意したか
ら、見てください。(コンピュータを準備。使用ソ
フト「カブリジオメトリーII」)あそこに同じよう
なのをかいたんだけど、そこに現れている数字は
コンピュータの画面での(線分の)長さです。長い
方から短い方を引くということをコンピュータに計
算させてみます。(コンピュータで直線上の点を動
かして、計算結果を確認する。)君らのうちで20人

ぐらいのひとがかいていたのは、この点（直線 AB と直線 l との交点）でした。（図をかく。）はい、話を止めて。この点は本当に求める点 P でしょうか？

ユウキ12：あってる。多分。

T30：何でか。

ユウキ13：それはそのようだから。

T31：「それはそのようだから」で済むんだったら、万有引力はなかったぞ。リンゴは落ちるもんだった。

コウ14：三角形の 2 辺はもう 1 つの辺より長い。

T32：はあ。コウが言ったことは…あつ、これ（先ほどかいた図）ね、1 つだけ大きな違いがあるんです、他の点を l 上にとったときと。三角形ができるか、できないかなんです。

（生徒から「あつ、そうか」という声。）

T33：コウが三角形について言ったのはそういう意味です。この場合以外は全部三角形ができる。他の点を l 上にとって三角形をかいてみます。…それで、コウ、三角形の何？

コウ15：三角形の 2 辺の和は他の 1 辺より長い。

T34：はあ。三角形の 2 辺の和は他の 1 辺より長い。ちょっと別のところへ三角形を適当にかいてみます。…はい。こっちを向いて。三角形の 2 辺の和は他の 1 辺より長い。それで、この問題とどういう関係があるの？

コウ16：あまりない。

T35：ほう。あまりない。

コウ17：わからなくなった。

T36：他のひとはどうですか？三角形の 2 辺の和は他の 1 辺より長くなるということと、三角形ができないところが一番長くなるということにどういう関係があるの？

（生徒から「さあ」「ちょっと待って」「できそうでできん」という声。）

T37：エリカもこうかいてたよね。何で？

エリカ18：……

ユウキ19：わかるけど出てこん。

T38：今日はいろんなひとに見てもらっているから、はっきり言おうとしないから。さっきから、この辺り（前の席を指差す。）でごちゃごちゃずーと言っている。三角形の 2 辺の差は他の 1 辺よりは…短い。ごちゃごちゃごちゃごちゃ、ずーと。…書くよ。（「三角形の 2 辺の差は他の 1 辺より短い」と板書。）

（生徒から「あつ、わかった」「なるほど」という声。）

T39：これは何で成り立つの？えっ？これが成り立たなければ三角形ができないから？（三角形の図で

説明。説明の途中で終了のチャイムが鳴る。）最後 1 分だけ。もし l 上に点をとって三角形ができたとして、これからこれを引いたら（辺 AB 以外の 2 辺の長い方から短い方を引いたら）これ（辺 AB）より絶対短い。そうですね。そしたら、l 上の点をずーと向こうにしても同じことですね。三角形ができている限りは長い方から短い方を引くとこれ（辺 AB）より短い。そこで三角形ができないように直線 AB と直線 l の交点を考え、長い方と短い方の差を考えたらこれは線分 AB の長さだから、これが一番長い。最後まで全部言ってほしかったんだけど時間がなくて私が言ってしまいました。今日のように、条件を変えていくとおもしろい問題がたくさんできます。続きはまた、やりましょう。

5. 授業の分析

目標の達成度ということからすれば、完全に失敗の授業であった。授業の再現を読めばわかるように、特に目標②はほとんど達成することができなかったからである。

ここでは、まず、生徒が授業後に書いたアンケートを分析し、次に、先ほどの授業を、反省点を中心に分析する。

(1) アンケートの分析

生徒がお互いに問題を出し合い、各グループで検討する形態の授業をどう思いますか。

- よかった : 31
- よくなかった : 6
- どちらとも言えない : 1

よかった理由は次の通り。

- 各班で話し合えたし、問題を持ち寄ったのでおもしろい問題や難しい問題があったから。
- 初めて見る問題などがあってよかった。
- お互いの問題を合わせて複雑な問題が作れたのでおもしろかったから。
- 問題を作ることができたから。
- みんなで考えることができたから。
- 生徒同士で同じ問題を解き、わからなかったら悩むことができるから。
- 小学校のとき、こういう雰囲気だったから。

また、よかったと断りながら、次のような条件をつけているものもあった。

- 時間がもう少しほしかった。
- 班員の構成をもう少し工夫したほうがよい。仲よしグループではつい雑談をしてしまうこともある。
- 問題を探してくるのを忘れる人もいたので、きちんと探してくるようにならせてほしい。

よくなかったという理由も上に述べたことと重なっている。「難しすぎる問題があったり、問題を持ってきていない人もいたりしたから」「席の位置が悪くよく話し合いができなかったから」「雑談をしている人がいたから」ということであった。また、どちらでもないという生徒も「仲よしグループであったので、雑談へと流れるグループもあったから」と答えていた。

筆者が生徒を観察していた限りではあまり気づかなかったが、実際には問題を解いている途中でついで別のことがらに話に移るということもあったようだ。グループの構成をどうするかということも大きいようである。ただ、ここでも話し合いをしながら問題を解くことは、多くの生徒が望んでいることがわかる。また、図形の問題に限らず他の場合にもこのような授業をしてほしいという希望を抱いたことや、いくつかの問題を元にして問題を作ることに興味を抱いたこともわかる。

授業の感想を教えてください。

- おもしろかった。(楽しかった) 15
- コンピュータを使ったのでよかった。5
- もう少し問題をたくさん解きたかった。1
- 授業で出された問題をすべて解くことができうれしかった。1
- 最後の2つの問題がまだよくわからない。1
- 難しかった。4
- つまらなかった。(眠かった) 3
- もう少し生徒が中心の授業がよかった。1
- 周りの先生に見られていて恥ずかしいと思った。(緊張した。いやだった) 6

行なった授業に対して好意的な反応は22、研究授業であったので周りから見られるのが恥ずかしかったというものを含めて授業に対して否定的な反応が15である。クラスの生徒数は40名であるが、アンケート時に欠席であった生徒と未記入の生徒が合わせて3名いたのでこれで全員である。

おもしろかったという感想をもう少ししていねいに見てみると、「少し内容的には難しかったが、生徒同士で話し合いをしながら解決することができたから」「わからない問題の答えを聞いた時、あーすごい、と感じたから」「きまりきった問題ではなかったから」などがあった。また、つまらなかったという感想では「意見があまり出ないし、の単調な問題ばかりであったから」があった。

生徒同士で話し合いをした、というのは席の近い小人数での話し合いである。クラス全体での問題解決は生徒の中には、あまり残っていないようである。それは、授業がつまらなかったという生徒の「意見

があまり出ないし」という感想にも見て取れる。ただ、これと、「もう少し生徒が中心の授業がよかった」という感想を合わせて考えてみると、生徒が自分の考えを出し合い、お互いに学び合うことを望んでいることがわかる。

また、同じ問題を「きまりきった問題でない」と感じる生徒と「単調な問題」と感じる生徒がいる。生徒に面接したわけではないが、「きまりきった問題」とは、筆者は発展性のない問題のことだととらえている。1つの問題を発展させたことを評価し「きまりきった問題ではなかったからおもしろかった」と感じたと考えられる。ただ、その発展のさせ方を、授業がつまらなさと感じた生徒は、「単調」と感じたのだろう。確かに、線分の長さの和の最大・最小、差の最大・最小だけでは単調と感じる生徒がいてもおかしくはない。授業がつまらなかつたと答えた生徒は数学を得意としている生徒であったので、授業内容が物足りなかつたとも考えられる。

(2) 授業の分析

(ア) 授業を文章化してみても、まず最初に気づくのは、教員の発言と生徒の発言の量の差である。4.(3)の授業の再現の中で教員の発言と生徒の発言に、別々に通し番号をつけている。教員の発言は、T39で、生徒の発言はユウキ19で終わっているので約2倍の回数を教員が発言したことになる。また、1回1回の教員の発言の長さが生徒の発言の長さの数倍である。

また、教員の発言の中に、生徒を注意する発言がしばしば現れている。(例えば、T4マヨ、こっちを向きなさいやケイ、こっちを向きなさいなど)

筆者は、この授業を行ったとき、授業の最初から、「生徒がいつもの授業の雰囲気と少し違うな」という印象を持った。当然、普通の授業とは違い、参観者がいたので生徒も緊張はしていただろう。それは、アンケートの中の「周りの先生に見られていて恥ずかしいと思った。」という感想にも現れている。ただ、筆者の印象はそういうこともあったが、「何だか少し、全体的にしんどそうに見える」ということであった。授業後、2～3の生徒が「昼から、食事の後であったので眠かった」とも述べたが、本校の研究大会当日で、生徒にしてみれば、その日2時間目の研究授業であり、1時間目の授業(音楽)でがんばった分、食事の後、少し眠くなった生徒がいたことであろう。しかし、筆者は、この授業の中で、そのようなことに思いを馳せることはできず、少し焦りぎみに授業を進めた結果、教員の発言の量が増えてしまった。これは、授業をする前のイメージと

授業を始めたときのイメージが異なっていたので、何とか自分のイメージに近づけたいという思いの結果である。同じようなことが続く。授業内容としては、筆者は課題1より課題2、課題3に重点を置きたいという気持ちも強かった。それは課題1は生徒が出した問題であり、何人もの生徒が、この問題の答えを知っているという理由からである。しかし、課題1を実際にできていたのは、筆者の予想（20名ぐらい）よりはずっと少なかった。（最終的にできていたのは12～13名。）それでタカシの解答を確認する際、時間をかけようとするが、コウ3、タツノリ4のように生徒の発言がまだ順序立てたものにならないので、結果的にところどころ生徒に質問しながらの一方的な説明になってしまった。

(イ) (ア) で述べたことがらと少し重なってしまうが、生徒は論理的な説明がまだ十分にはできないことが多い。これはコウ3、タツノリ4、ユウキ12、ユウキ13、コウ16、コウ17、エリカ18、ユウキ19などの発言からわかる。これらの生徒は数学を苦手としている生徒ではなく、むしろ得意としている生徒である。しかし、他の生徒も含めて、普段の授業でも、あることからの理由を尋ねると、その理由に近いことは述べるが「・・・だから」という形ではなく、いくつかの用語を羅列したものであったり、「そうなるから」とか「何となく」というものが多い。生徒からいくつかの用語が出てきたり、「何となく」という発言があったとき、それを活かし深めていく授業がこの授業に限らず、普段からできていない。例えば、T7の発言の後で生徒から「何となく」という発言が出ているが、そのとき生徒から「何となく思いつくもの」を自由に上げさせそのいくつかを1つ1つ吟味していけば論理的な説明につながったのではないか。場合によっては小グループに分け、考えさせることも有用であったかもしれない。それはユウキ12やユウキ13の後でも同様である。これは、久保が発散と収束の有用さを述べていることとも通じることであろう。

(ウ) 授業を通して誤りを活かすことが、生徒の理解を深めるということを感じた。

この小論のはじめに「近年、特に自分の発言が間違いであると指摘されることをおそれ、自分の考えを教室で述べる生徒が少なくなってきたと感じる。」と述べた。実際に、今回もマキ9「私、絶対違う。」と言って、板書するのを渋った。それにもかかわらず指名して前でさせたのであるが、マキは授業後の感想で「違っているとわかっていて、やらされたのがいやだった。」と述べている。しかし、授業の中でも述べたようにマキと同じ間違いをおかした生徒

は10人程度いたし、マキがこのような間違いをおかした原因も考えられないものではない（マキ10参照）。当然、同じような間違いをした生徒は、その間違いに気づき理解できたはずである。また、すぐに正解を出した生徒も、自分と違った考えや意見を聞くこと、そしてその考えの間違った箇所を一緒に考えることは自分の考えを深めることにつながる。

そのように考えると、課題1の解決で、筆者が2点A、Bの垂直二等分線と l との交点をPとした生徒の答えを利用しなかったのは今さらながら悔やまれる。

(エ) 授業の中で効果的にコンピュータを活用すれば、生徒の理解をより深めることができる。今回の授業では、課題3の解決にコンピュータを利用した。生徒の授業後のアンケートにも「コンピュータを使ったのでよかった」というのがあった。コンピュータや電卓は、生徒が1つひとつの場合を具体的に考えていくとき、効率よく結果を与えるものである。これは守屋のいう「応えつつ答える」ことにも対応していよう。したがって、当然、その結果を使い、生徒の考えを深め、学び合いを活発にすることはできる。今回もカブリジオメトリーIIを使い、画面上にAP～PBの値を表示させておいて、 l 上の点Pを動かして値を確認した。コンピュータを使わずに、そのような作業を行うのは、やはりおっくうである。今回の授業では、もう少し時間をかけ、求める点のところでは三角形ができないことをやはり生徒に見つけさせるべきであった。T32、T33で、求める点以外のところではすべて三角形ができることを言っているのは拙速であった。

(オ) 生徒の感想に「単調な問題ばかりであった」というのがあった。内容を少し欲張りすぎたことが、逆に単調とうつったとも言える。課題1と課題3だけで十分であった。あるいは、課題1を生徒と一緒に授業の中で発展させるということ考えた方がよかったかもしれない。

6. 結 語

今回行った「生徒が各自問題を持ち寄り、小グループで検討する。その後、問題を提出し、その問題の中から問題を選んで全体で解決する」授業は、多くの生徒が望んでいることがわかった。特に小グループでの話し合いは強く望んでいる。ただし、小グループを作る場合には、その構成をどのようにするかはよく考えなければならない。グループによっては、授業とは関係ない話で終始することもある。クラスの状態によっては、機械的に分けた方がいい場合もあろう。今後も生徒が問題を持ち寄って検討

させた後、よりおもしろい問題を作らせるのもよい、と思っている。

生徒が自分の考えを自分の言葉で語り、お互いに学び合う授業は、生徒に学ぶおもしろさや楽しさを感じさせる授業でもある。それをどのように行うか、について3. 先行研究について述べたこと以外のことがらを述べておく。今回、研究授業で②の目標を達成することができなかったが、その分析から導かれたことである。

教員が授業に臨む際に、その授業に強すぎるイメージを抱いていると、ついその方向へ授業をひっぱりすぎてしまう。特に、授業の導入部はそうである。「指導案は授業展開の1例だ」ぐらいの気持ちで、生徒とともに授業を楽しんだ方がよい。

また、授業の内容は多くせず、可能な範囲で1つの問題を生徒が発展させ、それを全体で解決するという展開もよい。特に、論理的な説明が十分にできない場合は、論理的な説明が必要な場面で生徒に自由に発言させ、出てきたことがらを全体で吟味したり、小グループで話し合ったりしながら、考えを深めていく。そのような場面で教員が中心になって授業を進めると、生徒から発言は出なくなってしまう。したがって、理解ができない生徒が出てくる可能性がある。さらに、生徒の間違ひはこのような授業で

は、特に有用な教材になり得る。生徒の間違ひは積極的に活用すべきである。

コンピュータや電卓は、いろいろな場合を具体的に考える際、有用である。使用ソフトによっては、線分の長さや角の大きさなども表示し、さらにはそれらの間の計算結果も表示しながら、いろいろな場合を考えることが可能である（カブリジオメトリーⅡなど）。最近の生徒は各家庭でもコンピュータに触れる機会が多く、授業で使うことに違和感を持つことはない。積極的に活用し、その結果から、論理的な考えにつなげても、生徒の活発な発言を導くことができる。

今後は、生徒が自分の考えを自分の言葉で語り、お互いに学び合う授業を行うには、どのようにすればよいかということを中心に考えていきたい。また、生徒は、どのような内容をどのように扱うときに、数学を学ぶおもしろさや楽しさを感じるのかも考えていきたい。

引用文献・参考文献

- i 久保良宏「中学校の指導における数学的コミュニケーション活動に関する実践的研究」日本数学教育学会誌 第80巻 第9号 1998 p.9
- ii 守屋慶子「知識から理解へ」新曜社 2000 pp.60-67