

2 進数の指導について

宇佐川 信 行

本稿は中学校1年における「2進数」の指導の実践報告である。

指導要領では、「電卓・コンピューターに関連した数の表現法として、2進数を中心に、10進法と異なる位取り記数法について理解する」と述べられている。

本実践では、前半で、 n 種類の記号で表現される「 n 進法」を考え、 n 進法による数の表現として「 n 進数」を導入した。ここでは、小数も扱い、有限小数と無限循環小数の差は表記上の差にすぎず、数としては同じ仲間（有理数）であると感じ取らせることも1つのねらいとした。後半では、「論理回路（2進法）」を用いて、加法のコンピューターをつくることを考えさせた。ここでは、スイッチ、豆電球、乾電池などを実際に使った回路でなく、それと同等の働きをするものとしてコンピューターを利用した。

1. はじめに

2進法については、「数学教育の現代化」が大きな柱となった昭和44年改訂の学習指導要領において初めて取り入れられた内容である。このときの、教科の総括的な目標は

「事象を数理的にとらえ、論理的に考え、統合的、発展的に考察し、処理する能力と態度を育成する」

となっている。この、「統合的、発展的に考察し」を受けて、

- ② 数学的なアイデアや原理的なものがあるべくわかるように内容として取り上げ、それをもとにして数学的な考え方がとらえられるようにしている。

ア 既成の概念や見方にとらわれないで、いろいろな見方や考え方ができるようにしている。

その例として次のように述べられている。 n 進記数法を取り上げ、十進法以外の位取り記数法もあるという見方をさせる。

2進法の扱いは、「数・式」の領域における第1学年の内容となっており、その目標は

- (1) 整数を位取り記数法によって表すことについての理解を深める。

となっている。

次の昭和53年の改訂では、「現代化」に反省が加えられ、「2進法」の内容は削除されている。

平成元年改訂の現行の指導要領では、教科に対する要請の多様化に対応するため「コンピューター等の積極的な活用」がうたわれている。2進数は「数量

関係」の領域における第1学年の内容となっており、ここでは、次のように述べられている。

- ② 数の表現について

電卓・コンピューターが社会に浸透し、生徒にとっても身近なものとなってきた。中学校数学の指導においても、適切な場面でこれを扱うことがこれからますます多くなっていくであろう。そこで、これを扱う際の一つの基礎として、数の表現に関する内容を取り上げることとした。

その内容として3つあげられているが、そのうちの1つは次のようになっている。

ア 電卓・コンピューターに関連した数の表現法として、2進法を中心に、10進法と異なる位取り記数法について理解する。

以上の背景のもとに、2進法の指導について、次のような目標を設定し合計12時間を予定して授業を行った。

- 目標 1. 数の位取り記数法について理解させる。
- 2. 有限小数と循環小数との差は、表記上の差にすぎないことを感じとらせる。
- 3. 2進数の簡単な計算ができるようにする。
- 4. スイッチ回路を用いた3桁までの加算機の原理について理解させる。

2. 授業の展開

[第1限] n 進法

- 目標 1. 異なる2種類の記号をあわせて3個使って、8個の記号ができることを理解させ

- る。
- 異なる3種類の記号をあわせて2個使って、9個の記号ができることを理解させる。
 - 場合の数を求めるとき、ある観点に従って書き上げると、順序がつけられることを理解させる。
 - n進法について理解させる。

展開

[1] n進法

- 問1 黒石、白石をあわせて3個使って、何個の記号が表されるか。
黒石：×，白石：○

(生徒1)

○○○ ××○
×○○ ×○×
○×○ ○××
○○× ×××

- 問2 黒石、赤石、白石をあわせて2個使って、何個の記号が表されるか。

(生徒1)

○△ △○ ×○
○× △× ×△
○○ △△ ××

整理して並べよう。(規則正しく)

×：0，△：1，○：2

○△	△○	×○	21	12	02
○×	△×	×△	20	10	01
○○	△△	××	22	11	00

まとめ

××	×△	×○	00	01	02
△×	△△	△○	10	11	12
○×	○△	○○	20	21	22

- 問3 問1を整理して並べよう。

×：0，○：1

○○○	××○	111	001
×○○	×○×	011	010
○×○	○××	101	100
○○×	×××	110	000

まとめ

×××	××○	000	001
×○×	×○○	010	011
○××	○×○	100	101
○○×	○○○	110	111

この記号で、8個のものを区別することができる。

[第2限] n進数

- 目標
- 10進数の、位取り記数法について理解させる。
 - n進数の、位取り記数法について理解させる。
 - n進数を、10進数で表すことができるようにする。

展開

[2] n進数

(1) 整数

000	001	010	011	100	101	110	111
0	1	2	3	4	5	6	7

- ☆ 2種類の記号を用いて表現する方法を2進法という。2進法で表された数を2進数という。n種類の記号を用いて表現する方法をn進法という。n進法で表された数をn進数という。

n進数で表された数は、たとえば

101011₍₂₎のように表す。
10進数の₍₁₀₎は省略する。

○位取り記数法

[1] 10進数

$$\begin{matrix} 1000 & 100 & 10 & 1 \\ 5 & 3 & 8 & 9 \end{matrix}$$

$$= 5 \times 1000 + 3 \times 100 + 8 \times 10 + 9 \times 1$$

[2] 2進数

$$\begin{matrix} 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0_{(2)} \end{matrix}$$

$$= 1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$$

- 問1 次の数を10進数で表せ。

(1) 1100101₍₂₎ (2) 2304₍₅₎

[第3限] 10進数→n進数

- 目標
- n進数を、10進数で表すことができるようにする。

展開

[3] 10進数→n進数

例1 $22 = 1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0$
 $= 11 \times 2 + 0$
 $= [1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1] \times 2 + 0$
 $= [\{ 5 \times 2 + 1 \} \times 2 + 1] \times 2 + 0$
 $= [\{ 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \} \times 2 + 1] \times 2 + 0$
 $= [\{ (2 \times 2 + 1) \times 2 + 1 \} \times 2 + 1] \times 2 + 0$
 $= [\{ (1 \times 2 + 0) \times 2 + 1 \} \times 2 + 1] \times 2 + 0$
 $= 10110_{(2)}$

- 問2 次の数を10進数で表せ。

(1) 1100101₍₂₎ (2) 2304₍₅₎

[第4限] 分数(小数)

- 目標 1. 位取り記数法によるn進数の分数(小数)の表し方について理解させる。
 2. n進数の分数(小数)を10進数で表すことを理解させる。
 3. 10進数の分数(小数)をn進数で表すことを理解させる。

展開

(2) 分数(小数)

例2 (1) 58.47

$$= 5 \times 10 + 8 \times 1 + 4 \times \frac{1}{10} + 7 \times \frac{1}{100}$$

(2) 101.11⁽³⁾

$$= 1 \times 9 + 0 \times 3 + 1 \times 1 + 1 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{9}$$

問3 次のn進数を10進数で表せ。

(1) 11.01⁽²⁾ (2) 21.2⁽³⁾

例3 $\frac{7}{9} = 2 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{9} = 0.21⁽³⁾$

$0.777\cdots = 0.21⁽³⁾$

問4 次の10進数をn進数で表せ。

$\frac{1}{2} =$ (3)

[第5限]

- 目標 1. 2進数の, 1桁の加法, 乗法について理解させる。
 2. 2進数の, 加法, 乗法について理解させる。
 3. 2進数の, 減法, 除法について理解させる。

[3] 2進数の計算

加法	
0 + 0 =	
0 + 1 =	
1 + 0 =	
1 + 1 =	

乗法	
0 × 0 =	
0 × 1 =	
1 × 0 =	
1 × 1 =	

例1 (1) $101<sup>(2)
 $\quad +) 11⁽²⁾$</sup>$

(2) $101⁽²⁾$
 $\quad \times) 11⁽²⁾$

問1 次の計算をせよ。

- (1) $10110⁽²⁾ + 101⁽²⁾$ (2) $10110⁽²⁾ - 101⁽²⁾$
 (3) $10110⁽²⁾ \times 101⁽²⁾$ (4) $10110⁽²⁾ \div 101⁽²⁾$

[第6限] コンピュータをつくろう

- 目標 1. スイッチ回路の表が, 2進数の1桁の加法, 乗法の表に似ていることに気づかせる。

展開

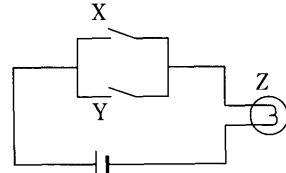
[4] コンピュータをつくろう

(1) スイッチ回路

スイッチ

ON : 1

OFF : 0

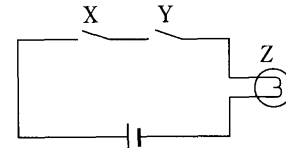


X	Y	Z
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

ランプ

ON : 1

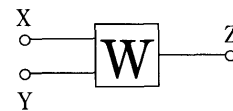
OFF : 0



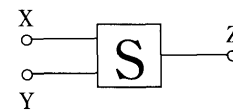
X	Y	Z
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

次のように略図で表す。

和の回路



積の回路

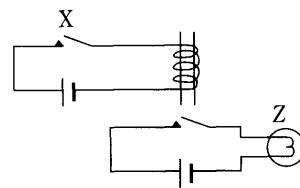


目標: 右の表 [1] になる回路をつくりたい。

X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

[1]

否定の回路

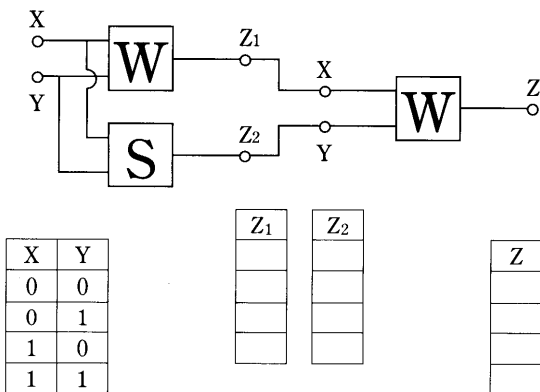


X	Z
0	1
1	0

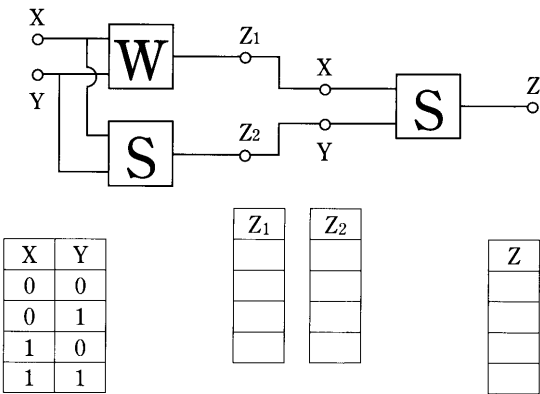
略図



例1 次の回路で、X、Yの入力に対して出力されるZの値を求めてみよう。



問1 次の回路で、X、Yの入力に対して出力されるZの値を求めよ。



[第7限] コンピュータの操作

- 目標 1. コンピュータの操作に慣れさせる。
2. 本学習に必要な最小限のプログラムについての知識を理解させる。

展開

(1) コンピュータの操作

- プログラムの読み込み … **F1** キー (LOAD)
プログラムの表示 … **F4** キー (LIST)
プログラムの実行 … **F5** キー (RUN)
実行の停止 … **STOP** キー

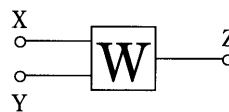
(2) プログラムの作成

- INPUT A …変数 A に値を記憶させる
X=A …変数 A に記憶されている数値を変数 X に記憶させる
(A に記憶されている数値はそのまま A に残っている)
PRINT A …変数 A に記憶されている数値を画面に表示する
GOSUB *W …*W というツールを実行する

(3) ツール

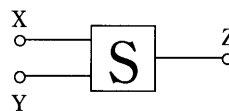
*W

X、Y を入力 → Z を出力



*S

X、Y を入力 → Z を出力



*N

X を入力 → Z を出力



例1 **W** を実行するプログラム

```
10 INPUT X
20 INPUT Y
30 GOSUB *W
40 PRINT Z
50 END
```

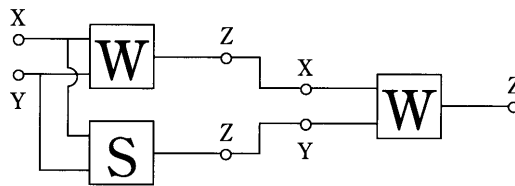
問1 **S** を実行するプログラムをつくれ。

[第8限] コンピュータの操作

目標 1. 本学習に必要な最小限のプログラムについての知識を理解させる。

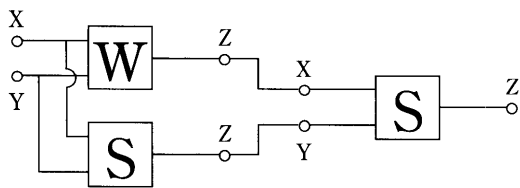
展開

例2 次の回路を表すプログラムをつくってみよう。



```
10 INPUT X
20 INPUT Y
30 GOSUB *W
40 X1=Z
50 GOSUB *S
60 Y=Z
70 X=X1
80 GOSUB *W
90 PRINT Z
100 END
```

問2 次の回路を表すプログラムをつくれ。



課題 (宿題) : 右の表になる回路をつくらう。

X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

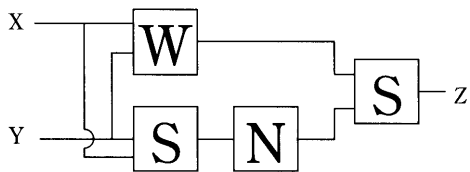
[第9限] 1桁の加法の1位の数を求める回路

目標 1. スイッチ回路を用いて、2進数の1桁の加法の1位の数を求める回路ができることを理解させる。

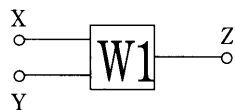
展開

(2) 1桁の足し算の1位の数

生徒



略図



問3 上の回路を表すプログラムをつくれ。

生徒1

```

1020 GOSUB W
1030 X1=Z
1040 GOSUB *S
1050 X=Z
1060 GOSUB *N
1070 Y=Z
1080 X=X1
1090 GOSUB *S
1100 PRINT Z
    
```

生徒2

```

1000 INPUT X
1010 INPUT Y
1020 GOSUB *S
1030 X1=Z
1040 GOSUB *W
1050 Y=Z
1060 X=X1
1070 GOSUB *N
1080 X=Z
1090 GOSUB *S
1100 PRINT Z
    
```

*W1

X, Yを入力→Zを出力

[第10限] コンピュータ (1桁の足し算)

目標 1. スイッチ回路を用いて、1桁の加法の回路ができることを理解させる。

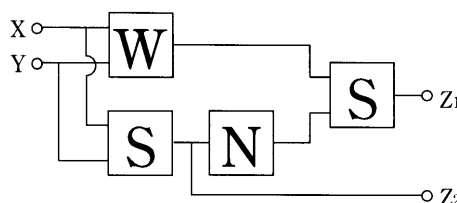
展開

(3) 1桁の足し算

右の表になる回路をつくろう。

X	Y	Z ₂	Z ₁
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

X, Yを入力して,
Z₂ (2位の数),
Z₁ (1位の数)
を出力する。



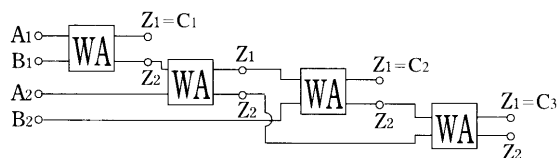
略記



[第11限] コンピュータ (2桁の足し算)

目標 1. スイッチ回路を用いて、2桁の加法の回路ができることを理解させる。

展開 $A_2A_1 + B_2B_1 = C_3C_2C_1$



[第12限] コンピュータ (3桁の足し算)

目標 1. スイッチ回路を用いて、3桁の加法の回路ができることを理解させる。

3. おわりに

本実践は、内容的に2つに大別できる。

前半は、昭和44年度改訂の指導要領でいう「10進法以外の位取り記数法もあるという見方をさせ」位取り記数法について理解を深めることをねらいとするとともに、有限小数と循環小数とは数として同じ仲間(有理数)であることを感じとらせることをねらいとした。

後半は、現行指導要領の「電卓・コンピュータに関連した表現法としての2進法」というねらいを意識し、直接コンピュータに結びつけてみた。数学の

内容か理科の内容か微妙なところでもあるが、広い意味での「数学的な見方・考え方」にも通じると考えている。

コンピュータの利用については、今回は、「スイッチ、豆電球、乾電池を実際に使った回路でなく、それと同等の働きをするもの」としてコンピュータを使用した。労力、経費の面から見ても手軽にコンピュータが利用できる1つの場面であろう。

追記 本レポートは、1996年度の本校中等教育研究大会の発表資料である。

2進数については、過去に、中学校の指導内容として取り上げられたり、削除されたりといろいろ経緯のある題材である。今回の指導要領の改訂では、またまた、削除されることとなった。将来、再び取り上げられる日が来るのであろうか。