常伝導―超伝導近接系における Meissner 効果*

東谷誠二

広島大学大学院生物圏科学研究科

Meissner effect in proximity－contact normal－superconducting double layers

Seiji HIGASHITANI

Graduate School of Biosphere Siences, Hiroshima University, Higashi-Hiroshima 724, Japan

要　　旨

常伝導金属（N）を超伝導金属（S）と接合すると、S層からN層内部に超伝導秩序が滲み出してくることが知られている（近接効果）。このため、N層も超伝導性を示すようになる。このような接合系に磁場をかけて温度を下げていくと、S層が超伝導状態に転移すると同時に Meissner 効果によって反磁化が生ずるが、その反磁化の値はS層で完全に磁場が遮蔽された後も温度の低下と共に増加してゆくことが観測される。この反磁化の増加分は、N層での磁場の遮蔽によるものであり、近接効果によってN層にも超伝導秩序が存在し、その超伝導秩序は温度の低下と共に成長することを示唆している。このようなN層の Meissner 効果は、近接効果によって常伝導金属が示す超伝導性のひとつとして興味のもたれている現象である。本研究の目的は、この現象を理論的に調べることにある。

N層の Meissner 効果に関する最初の理論的研究は、Orsay group によって行われた。この研究では、London 方程式を GL 領域で扱うことによっていわゆる dirty な系が調べられている。一方、系が clean な場合には反磁性応答の非局所性が重要になり、London 方程式を適用することはできない。また、試料の端やN‐S境界面での散乱が重要になってくるために問題はさらに複雑となり、clean なN層の Meissner 効果に関する理論的研究は遅れていた。たとえば、後述の screening length は Orsay group によって導入され、その後多くの実験で測定結果が報告されているが、clean な系での理論的知見は与えられていなかった。また、系が clean な場合の反磁性応答に関しては Zaikin による報告があるが、彼は次のような非常に理想的な接合系のモデルに基づいている。即ち、電子はN、S両層で同じ Fermi 速度をもち、その波動関数はN‐S境界面で滑らかにつながっているような、言い換えれば、境界面での電子の反射の無い体系で、さらにS層の超伝導秩序パラメタは空間的に一様であると仮定されるモデルである。このようなモデルは、磁場が無い場合でも最近までの clean なN‐S系の理論で扱われてきた。しかしながら、現実の系では境界の反射率は

広島大学総合科学部紀要Ⅳ理系編，第20巻（1994）

*広島大学審査学位論文

口頭発表日　1994年2月23日，学位取得日　1994年3月25日

有限であるのが普通で、仮に波動関数が境界で滑らかにつながっているとしても Fermi 速度が違うだけで Fermi レベルの電子に対して反射率Rは有限の値 $R=(v_F^N-v_F^S)^2/(v_F^N+v_F^S)^2$ ($v_F^{N,S}$はN、S側での Fermi 速度）をもつ。境界での反射の効果は、特に clean な系では重要になる。何故なら、clean な系では、電子は境界の効果を層内部でも覚えているからである。また、S層の超伝導秩序パラメタは系が並進対称性をもっていないために空間的に一様ではありえず、N-S境界付近で減衰することが知られている。これらの課題は、最近の準古典的 Green 関数に基づく理論の進展によって扱われるようになり、その重要性が指摘されてきた。そこで本研究では、準古典的 Green 関数を用いて超伝導秩序パラメタの空間変化と境界面での有限の反射を考慮に入れて、clean なN-S系の反磁性応答を記述する理論を提案した。準古典的 Green 関数は通常の Green 関数の Fermi 波長程度の微細な空間依存性を粗視化したもので、物理量の Fermi 波長に比べて十分長いスケールの空間変化を記述するのに有力な方法である。超伝導秩序パラメタに特徴的なコヒーレンス長程度の空間変化は準古典的 Green 関数で記述できる。我々は、弱磁場中のN-S系において、有限の反射率を考慮した境界条件を満たす準古典的 Green 関数の解を一般に空間変化している超伝導秩序パラメタのもとで構成することに成功した。こうして得られた Green 関数から clean なN-S系における反磁性電流の一般的な表式を得た。この結果を用いて、clean なN層の示す Meissner 効果について議論した。以下で、本研究で得られた主な結果をまとめる。Green 関数による定式化については長くなるので省略する。

x-y 平面を挟んで有限の膜厚をもつ常伝導金属 ($-L_N<z<0$) と半無限の超伝導金属 ($0<z$) を接合したN-S系における常伝導層の反磁性応答を考える。ベクトルポテンシャルを $A=(A(z),0,0)$ と選び、磁場をy方向（境界面に平行）にかける。良く知られているように、dirty な超伝導金属の反磁性応答は局所的ないわゆる London 方程式で記述される。同様に、dirty なN層も局所的な反磁性応答を示すであろう。超伝導金属との違いは、N層中の超伝導秩序パラメタはN-S境界面から十分離れると $\exp[z/\xi_N]$ に比例して減衰し、N-S境界面付近 $-\xi_N \gtrsim z<0$ の領域にしか存在しないことである。ここで、ξ_N はN層のコヒーレンス長で、系が dirty な極限では $\xi_N=\sqrt{v_F^N\ell_N/6\pi T}$（$\ell_N$ はN層での平均自由行程、T は温度)、clean な極限では $\xi_N=v_F^N/2\pi T$ と与えられる。したがって、dirty なN層は磁場をN-S境界面から ξ_N 程度の領域のみで遮蔽する。一方、clean な系では反磁性応答の非局所性を考慮する必要がある。特に自由電子系と見なせる常伝導金属の反磁性応答は完全に非局所的になり、clean なN層内部に流れる反磁性電流は空間的に一定となることを示すことができる。即ち、N層に流れる反磁性電流 j_N のベクトルポテンシャル Aに対する線形応答は

$$j_N = K_N\int_{-L_N}^{0} dz\ A(z) + \int_0^\infty dz\ K_S(z)A(z) \tag{1}$$

の形をもつ。ここで K_N と K_S は、それぞれ、N層とS層のベクトルポテンシャルに対する応答を記述する積分核であり、K_N は場所に依らず、K_Sは境界面からS層のコヒーレンス長 $\xi_S=v_F^S/2\pi T_C$（T_C は超伝導体の臨界温度）程度で減少することを示すことができる。

N層の膜厚がS層のコヒーレンス長か磁束浸入長に比べて十分に長い場合に注目しよう。実際に多くの実験で測定される試料のサイズは非常に大きく、この場合が最も興味のもたれるところである。このときには (1) 式の第二項を第一項に比べて無視できて、その結果を

$$j_N = -\frac{e^2 n_N^*}{m_N^* c}\bar{A} \tag{2}$$

と書くと、n_N^* は近接効果によってN層に誘起された超伝導電子密度と解釈できる。ただし、m_N^* はN層中の電子の有効質量、$\bar{A}$ はN層内部で空間平均されたベクトルポテンシャルである。我々は、N層中の超伝導電子密度n_N^* は

$$n_N^* = n_N L_N \pi T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\pi/2} d\theta \sin^3\theta \frac{6(1-R)^2 X\, |\mathcal{D}(0)|^2}{v_{F_z}^N (X^2-R)^{3/2}(1+|\mathcal{D}(0)|^2)^2} \tag{3}$$

$$X = \frac{1+R}{2}\cosh(\kappa_N L_N) + \frac{1-R}{2}\frac{1-|\mathcal{D}(0)|^2}{1+|\mathcal{D}(0)|^2}\sinh(\kappa_N L_N) \tag{4}$$

$$\kappa_N = \frac{2\omega_n}{v_{F_z}^N} = \frac{2n+1}{\xi_N \cos\theta} \qquad (\ \omega_n = \pi T(2n+1)\ ) \tag{5}$$

と与えられることを見い出した。ここで、$n_N = (p_F^N)^3/3\pi^2$（p_F^N はN層での Fermi 運動量)、$v_{Fz}^N = v_F^N \cos\theta$ はN層での Fermi 速度のz成分、$\xi_N = v_F^N/2\pi T$ は clean なN層のコヒーレンス長、そして$D(z)$ は一般に空間変化をしているS層の超伝導秩序パラメタ$\Delta(z)$ のもとで

$$v_{F_z}^S \partial_z \mathcal{D}(z) = 2\omega_n \mathcal{D}(z) - \Delta^*(z) + \Delta(z)\mathcal{D}^2(z) \tag{6}$$

$$\mathcal{D}(\infty) = \frac{\Delta^*(\infty)}{\omega_n + \sqrt{\omega_n{}^2 + |\Delta(\infty)|^2}} \tag{7}$$

に従う関数である。我々は、特にn_N の温度依存性を詳しく調べた。そこで、n_N^* は十分低温になると温度の低下と共におよそ $\exp[-2L_N/\xi_N]$ に比例して増加してくること等を示した。このことは、screening length の温度依存性（後述）を考える上で重要である。この指数関数依存性は、超伝導秩序パラメタがN層内部で$\exp[z/\xi_N]$ に比例した漸近形をもって減衰することからくると考えられる。つまり、$\xi_N \ll L_N$ の場合には、N層端 $z=-L_N$ 付近には超伝導秩序がほとんど存在せずこの領域には超伝導電流を流す能力がないために、結局空間的に一様な超伝導電流は流れることができないが、$\xi_N \simeq -L_N$ となる温度から超伝導秩序がN層全域にわたって存在するようになり、N層端の超伝導秩序パラメタ（$\propto \exp[-L_N/\xi_N]$）の増加と共に超伝導電子密度も増加してくるのである。また、n_N^* はN層での多重反射の効果を反映してN-S境界面の反射率 R に複雑に依存し、R の増加と共に急速に減少することもわかる。このように、R が有限であることが定量的に大きな効果をもたらす。

反磁性電流が空間的に一定であると、磁場はN層内部に直線的に減少しながら浸入することになる。Maxwell の方程式と (2) 式からN層内部で磁場 B は

$$B(z) = H\frac{\lambda - z}{\lambda + L_N} \tag{8}$$

$$\frac{\lambda}{L_N} = \frac{2n_N \lambda_{NL}^2}{n_N^* L_N^2} - \frac{1}{3} \tag{9}$$

と与えられる。ここで、Hは印加磁場、$\lambda_{NL}=\sqrt{m_N^* c^2/4\pi e^2 n_N}$である。この空間依存性は dirty な場合とは非常に異なる。直線的に磁場が浸入すると、N層内部で磁場が符号を変えて反転する（$\lambda<0$）可能性さえある。(9) 式から磁場の反転は$\lambda_{NL}/L_N\equiv\tilde{\lambda}_{NL}$と$n_N^*/n_N\equiv\tilde{n}_N^*$で決まる条件

$$\tilde{\lambda}_{NL}^2<\tilde{n}_N^*/6 \tag{10}$$

が満たされると起こることがわかる。この条件は実際に十分低温で満たされる。また、λには下限$\lambda>-L_N/3$があることもわかる。これらは、N層内部での磁場のエネルギー密度

$$F_M=\frac{1}{L_N}\int_{-L_N}^{0}dz\ \frac{B^2(z)}{8\pi}=\frac{H^2}{8\pi}\ \frac{\tilde{\lambda}^2+\tilde{\lambda}+1/3}{(1+\tilde{\lambda})^2}\qquad(\ \tilde{\lambda}=\lambda/L_N\ ) \tag{11}$$

が$\lambda=-L_N/3<0$で極小となることから定性的に理解できる。つまり、λが減少すれば超伝導電流に伴う運動エネルギーは損することになるが、磁場のエネルギーを得するために磁場の反転が起こる。しかし、磁場のエネルギーは$\lambda=-L_N/3$で極小となるためにそれ以上は反転できないのである。

実験的には、N層の示す Meissner 効果はN層がどの程度磁場を遮蔽しているかを知る目安となる長さである screening length ρ を測定することによって議論されることが多い。特にその温度依存性が問題にされる。ρは

$$\rho=\frac{1}{H}\int_{-L_N}^{0}dz\ [\ H-B(z)\ ]$$

で定義され、磁化を測定することによって見積もることができる。我々は、系が clean な場合の screening length ρ の具体的な表式を見い出し、その温度依存性を調べた。系が dirty な場合には、ρは温度の低下と共におよそ$\xi_N\propto 1/\sqrt{T}$に比例して長くなることが Orsay group によって示されている。これは、dirty なN層は磁場をN-S境界面付近ξ_N程度の領域のみから遮蔽することから定性的に理解できるであろう。系が clean な場合には、(8)、(9) 式より

$$\frac{\rho}{L_N}=\frac{1}{2}\frac{1}{1+\tilde{\lambda}}=\frac{3}{4}\ \frac{1}{1+3\tilde{\lambda}_{NL}^2/\tilde{n}_N^*} \tag{12}$$

となる。この結果から、ρはN-S境界面での反射率に非常に強く依存すること、十分高温（$\rho\simeq 0$）から温度を下げていくとn_N^*に比例して指数関数的な増加を示すこと等がわかる。この指数関数的な温度依存性は、dirty な極限での理論から予想される結果とは異なり特徴的である。詳細は省略するが、我々は他にも dirty な場合との相違点を幾つか指摘した。これらによって、clean なN層の示す Meissner 効果の特徴が明らかにされた。