広島大学附属中・高等学校研究紀要
〈第45号　1998〉

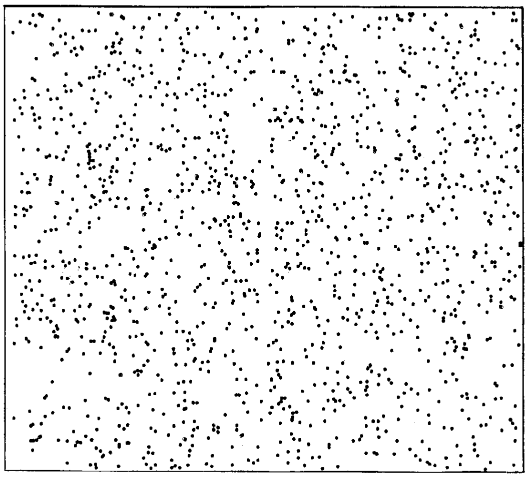
「ランダム・ドット・パターン」の教材化について

宇佐川　信　行

合同な２つの「ランダム・ドット・パターン」を２枚重ねてその１枚をずらせたとき，同心円が現れたり現れなかったりする。この現象は平面上の点の移動としてとらえることができる。この現象の解明は，中学校１年の「図形の移動」において扱うことができ，また，高等学校数学Ｂの「複素数平面」においても扱うことができる。ここで，中学校，高等学校それぞれの授業実践について報告する。

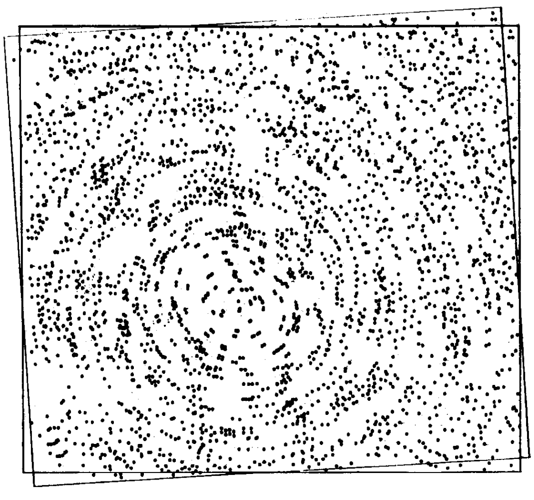
1. は　じ　め　に

５，６年前，ある研究会で，OHPにより正方形の枠内に無数の点が写し出されていて，何かの拍子に一瞬同心円が現れ次の瞬間消え，また次の瞬間に別の同心円が現れるという現象を目にし，強い印象を受けた。これは，ランダム・ドット・パターンとよばれるランダムに無数（約1000個）の点を打ったものを，もう１枚コピーし，それを２枚重ねて，その１枚をずらせたとき，同心円が現れたり現れなかったりする現象（以下「ランダム・ドット・パターンの現象」と略記する）である。



これを，行列の１次変換を利用して考察する発表であった。たまたま，その当時，中学校１年で「図形の移動」について，平行移動，回転移動，それらの組み合わせの移動，また，それらの組合せの移動を１つの回転移動で表すことなどを，コンピュータを利用して授業をしていたこともあり，大変興味深い発表であった。

この現象において，「なぜ同心円が現れたり現れなかったりするのか」という課題のもとに，中学校，高等学校それぞれでのコンピュータを利用した授業として教材化に取り組んだ。まず，メインである約1000個のランダム・ドットを乱数を利用して表示させ，次に，乱数を利用して，各点を，回転移動と平行移動の任意の組み合わせで移動した点を表示させるプログラムを作ってみた。当時の我が校のコンピュータでは点の表示が遅すぎとても一瞬のうちに同心円が現れるというインパクトは期待できなかった。もっとも，夕暮れにポツポツと星が現れ気がついてみると同心円ができていたという風情もそれなりに味わいもあった。以上のような経過で，いくつかのプログラムを作ってみたが実践できぬまま今日に至っていた。



昨年度（平成９年），数学Ｂの研究授業を担当する機会に，「ランダム・ドット・パターンの現象」を複素数平面上の点の移動として，あらためて教材化することを試みた。ここ数年来，コンピュータの性

A Study on the Teaching Materiality of “Random Dot Pattern”
Nobuyuki USAGAWA

能も格段に向上し，1000個の点の処理もまず不満なくこなせるようになっている。

また，今年度（平成10年）中学校1年を担当することになり，「図形の移動」で扱ってみた。

次回の指導要領の改訂において，中学校の「図形の移動」も，高等学校の「複素数平面」も削除されることになっており，この機会にまとめ，消えゆく題材への鎮魂歌としたい。

2. 中学校1年「図形の移動」での扱い

［1］学習の経過

題目　図形の移動

目標

1．平行移動，回転移動，対称移動の意味とそれらの性質を理解させる。
2．任意の移動は，平行移動，回転移動，対称移動の組合せで表されることを理解させる。
3．平面上の，任意の移動は，1つの平行移動かまたは回転移動で表されることを理解させる。

時間配当

1．平行移動……………………1時間
2．回転移動……………………1時間
3．対称移動……………………1時間
4．移動の組合せ………………3時間

（本時はその第3時）

本時の題目

ランダム・ドット・パターン

指導の経過

小学校における図形指導では，具体物についての操作的・直感的な取扱いを通して，しだいに抽象的な平面や空間における図形概念を理解させるための指導が，学年を追って段階的・発展的に行われることになっている。

中学校1年においては，小学校の指導の延長として，操作的な活動や直感的な取扱いが中心となるが，機会をとらえてより論理的な確認を試み，中学校2年以後の論証への素地を養うことになる。

現在までの学習の流れとしては，直線，角，円などについての用語の意味，記号などを学習した後，図形を点の集まりとしてとらえ，条件に適する点の集まりとしての線分の垂直二等分線，垂線，角の二等分線などの性質および作図法を理解させ，それらを利用した図形の作図を学習している。

図形の移動に関しては，平行移動，回転移動，対称移動について，それぞれの意味および性質を学習し，ある図形（三角形）を，これらの移動により移した図形を作図することを学習している。また，発展的に，任意の移動は，いくつかの平行移動，回転移動，対称移動の組合せで表されること，とくに，平面上の任意の移動は，1つの平行移動かまたは回転移動で表されることを学習している。

三角形の合同条件が未習の現時点では，操作を主とした取扱いとなる。

本題目は，以上の学習をふまえ，発展的な内容として，「ランダム・ドット・パターンの現象」を考察しようとするものである。扱いとしては，課題学習的に，生徒に自由に考えさせたい。

［2］教材化について

2枚重ねた同一のランダム・ドット・パターンの1枚をずらせるという操作は，ディスプレイあるいはスクリーンという平面上の点の移動である。

ところで，「対称移動」を含まないような平面上の任意の「移動」は，1回の「平行移動」かまたは「回転移動」で表されることは，前時までに学習している。

中学校1年への教材化に当たっては，次の点を考慮した。

①最初に表示する，重ねたランダム・ドット・パターンの1枚をずらせることはOHPを利用する。一瞬のうちの同心円が現れることのインパクトは，性能が向上したとはいえ，まだコンピュータには無理である。

②上質紙に印刷した，2枚の，同一のランダム・ドット・パターンを配布し，自由に試みさせる。ランダム・ドット・パターンの印刷は，OHP用紙のような透明なものが望ましいが，上質紙でも差し支えなかった。

［3］授業の展開

［課題設定］

○2枚の，同一のランダム・ドット・パターンを重ね合わせ1枚をずらせると，同心円が現れたり，現れなかったりする。［OHPで提示する］

・この理由を考えよう。

［展開］

（1）上質紙に印刷した，2枚の，同一のランダム・ドット・パターンを配布し，自由に試みさせる。

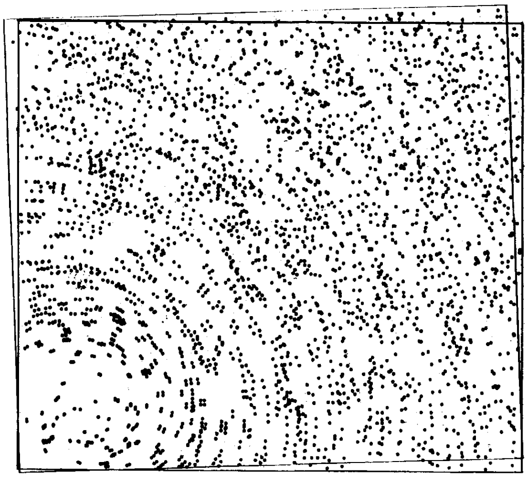
・どんな場合に同心円が現れるか，観察しよう。

○気づきを発表する。

・どこかを中心にして回転する。
・回転でなくてもよいが，少しずらせるとき。
・大きくずらせると駄目。

（2）いくつかの点の移動を観察しよう。

3～4点に印をつけ，その点の移動の様子を観察する。



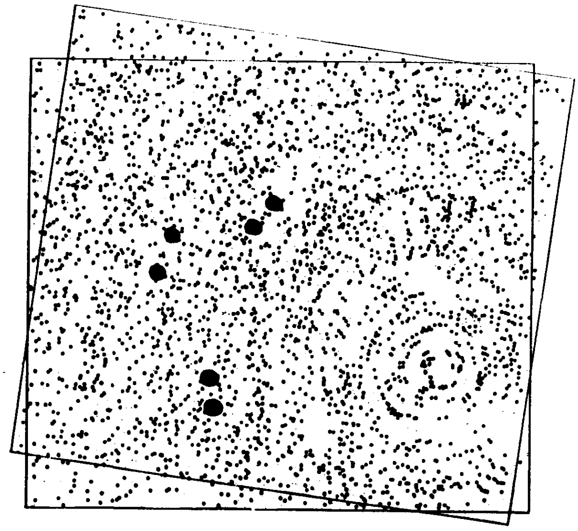
・同心円が現れる場合，その中心はどこか。

○気づきを発表する。

自由に考えさせるが，次の方向でまとめる。

・3点を移動させることは，三角形を移動させることである。

・平面上の移動は1回の平行移動かまたは回転移動で表されるから，同心円が現れている場合はその中心は回転移動の中心である。



［課題の解決］

○同心円が現れない場合

・ずらせ方が，平行移動であるとき。

・ずらせ方が大きく，回転移動であってもその中心が画面上にないとき。

・回転移動であっても，回転の角度が大きく，円として目だちにくいとき。

［4］授業の実際

（3）の授業の展開は，流れをまとめたものである。実際には，作業の時間を十分にとり，また，考える方向も隣同志で相談させ，生徒に任せたので，2時間をかけての実践である。

［註］

前時の「移動の組合せ」の指導案は，後に掲げる。

平面上の任意の移動が，1回の平行移動かまたは回転移動で表されることの扱いは，次の通りである。

・平面上の移動は，向きが変わらないから，2点の移動について考えればよい。

　$\triangle ABC$ が移動によって $\triangle A'B'C'$ に重なるとき，線分 AB が線分 A′B′ が重なれば，2つの三角形は同じ向きに合同であるから，点 C は点 C′ に重なることになる。

・線分 AB が移動によって線分 A′B′ に移ったとする。

　点 A を点 A′ に移すような回転の中心は線分 AA′ の垂直2等分線上にある。また，点 B を点 B′ に移すような回転の中心は線分 BB′ の垂直2等分線上にある。

　したがって，線分 AB を線分 A′B′ に移すような回転の中心は線分 AA′，BB′ のそれぞれの垂直2等分線の交点 O である。

○このことを，点 O を作図し，実際に回転移動することによって確かめよ。

（注）上の確かめは，三角形の合同条件を用いれば，次のように証明できる。

　$\triangle OAB$ と $\triangle OA'B'$ において，

　$OA = OA'$，$OB = OB'$，$AB = A'B'$

であるから，$\triangle OAB \equiv \triangle OA'B'$

　よって，$\angle AOB = \angle A'OB'$

　また，$\angle AOA' = \angle AOB + \angle BOA'$

　$\angle BOB' = \angle BOA' + \angle A'OB'$

であるから，$\angle AOA' = \angle BOB'$

　よって，点 O は回転の中心である。

［5］反省と課題

前時までの学習で，平面上の，任意の移動は，1つの平行移動かまたは回転移動で表されることを，時間をかけて学習しているので，「ランダム・ドット・パターンの現象」が「平面上の図形の移動」に関連があること，同心円がみられるのは「回転移動」に関係があることなど，かなりはやい段階で教室内で認識されていた。本教材は，「ランダム・ドット・パターンの現象」という自然現象の解明に，「図形の移動」という数学の力を活用していく具体的な

場面を与え，生徒にとって，数学を実際に活用するよい経験となろう。

ただ，中学校1年での「図形の移動」で，平面上の，任意の移動は，1つの平行移動かまたは回転移動で表されることまでを学習することは，論証が未習であることも併せ考えて，深入りの観も否めない。

3. 数学B「複素数平面」における扱い

［1］学習の経過

題目　平面上の点の移動

目標

1．複素数を複素数平面上の点として表し，複素数の加法・減法のもつ図形的意味を理解させる。
2．複素数の極形式について理解させ，それを用いて複素数の乗法・除法のもつ図形的意味を理解させる。
3．ド・モアブルの定理について理解させ，これを利用して，$z^n=\alpha$ の形の方程式を解くことができるようにする。
4．複素数平面における加法，減法，乗法，除法の図形的意味を利用して，平面図形の性質を考察できるようにする。

時間配当

1．複素数の図表示……………………2時間
2．複素数の極形式……………………4時間
3．ド・モアブルの定理………………3時間
4．節末・章末問題……………………3時間
5．平面上の点の移動…………………3時間

（本時はその第1時）

本時の題目

ランダム・ドット・パターン

指導の経過

「複素数平面と図形」の節は，現在までに終了している。その学習の過程で，複素数の演算の性質を，次の①～③のように，移動の観点からも整理している。

①点 z_1+z_2 は，点 z_1 を，有向線分 $0z_2$ だけ平行移動した点である。

②点 z_1z_2 は，点 z_1 を，原点の回りに $\arg z_2$ だけ回転し，原点からの距離を $|z_2|$ 倍した点である。

③ $\dfrac{z_2-z_0}{z_1-z_0}=\alpha$ を満たすとき，

点 z_2 は，点 z_1 を，点 z_0 の回りに $\arg\alpha$ だけ回転し，点 z_0 からの距離を $|\alpha|$ 倍した点である。

本題目は，これらの学習をふまえて，「ランダム・ドット・パターン」の現象を複素数を用いて考察するものである。

「ランダム・ドット・パターン」の現象のこの考察は，すなわち，平面上の任意の移動が，1つの回転移動かまたは1つの平行移動で表されることの考察でもある。

［2］教材化について

2枚重ねた同一のランダム・ドット・パターンの1枚をずらせるという操作は，ディスプレイあるいはスクリーンという平面上の点の移動である。

ところで，「対称移動」を含まないような平面上の任意の「移動」は，1組の「回転移動」と「平行移動」の合成に分解できることは中学校で学習している。

また，「回転移動」と「平行移動」は，複素数平面では，複素数の乗法，加法により処理することができる。

教材化に当たって，次の点を考慮した。

①最初に表示する，重ねたランダム・ドット・パターンの1枚をずらせることはOHPを利用する。一瞬のうちの同心円が表れることのインパクトは，性能が向上したとはいえ，まだコンピュータには無理である。

②一般論で扱えばすっきりはするが，一斉授業では無理がある。
具体例から始めて段階を追っていきたい。

③中学校で学習した「図形の移動」と関連づけたい。

④いろいろな「ずらせ方」に対する移動の様子を観察させるために，コンピュータを利用する。

⑤コンピュータは観察の道具としてのみ利用するので，操作を簡明にした。なお，プログラムはBasicによっているが，プログラムについては学習していない。

［3］授業の展開

本時の題目

ランダム・ドット・パターン

本時の目標

1．ある「移動」が1つの「回転移動」で表されることを，具体的な数値を用いて，理解させる。

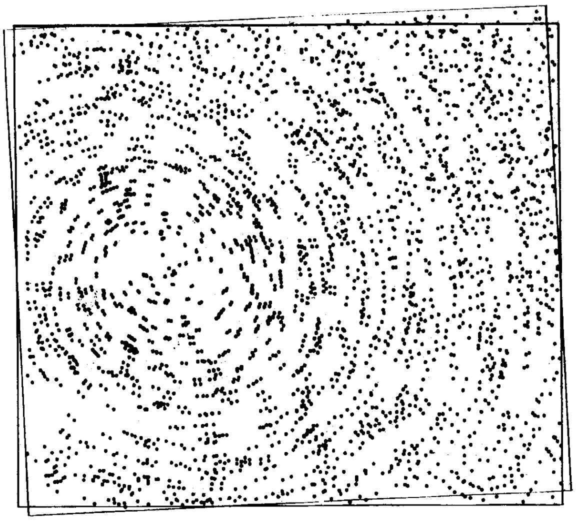
本次の指導過程

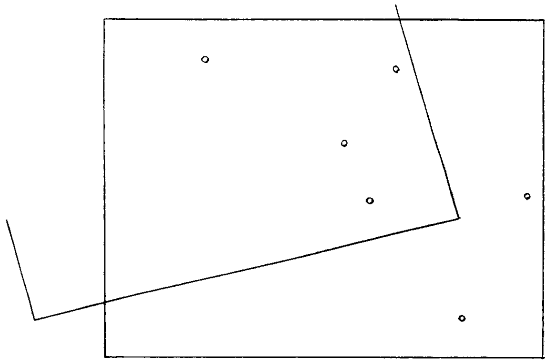
［課題設定］

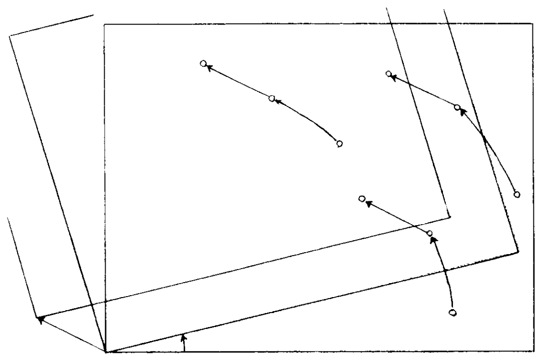
○2枚の，同一のランダム・ドット・パターンを重ね合わせ1枚をずらせると，同心円が現れたり，現れなかったりする。

［ＯＨＰで提示する］

・この理由を考えよう。







[展開]

(1) コンピュータにより，いくつかの「ずらせ方」について観察させる。

*Basic によるプログラムで，乱数機能を利用したランダム・ドット・パターンの20通りの「ずらせ方」を作成してあり，これらのうちから任意の1つを乱数機能を利用して選ぶ。

(2) 特定の点の移動の様子を考えよう。

・コンピュータにより，3点の移動の様子を観察する。

*印のついた3点の移動が，20通り設定してあり，乱数機能を利用してそのうちから1つ選ぶ。

・同心円が現れたり，現れなかったりするのはなぜか？

・同心円が現れる場合，その中心はどこか？

○回転移動の中心であることに気づかせる。

○回転移動は，いつも存在するか？

(3) 1つの「ずらせ方（平面上の点の移動）」は，それぞれ1つの「回転移動」と「平行移動」の合成で表される。

・コンピュータにより，確認する。

(4) 具体的な，2点の移動について，回転移動の中心を求めよう。

・回転移動，平行移動は複素数を用いて調べることがでることを想起させる。

・複素数の和・積の図形的な性質を想起させる。

例題

回転移動　$\omega = \dfrac{3+4i}{5}$ と

平行移動　$c = -2+2i$ のこの順の合成の移動により2点 $z_1 = 6+2i$，$z_2 = 2+4i$ がそれぞれ z_1'，z_2' に移ったとする。このとき，

(1) z_1'，z_2' を求めよ。

（解）

$$z_1' = z_1\omega + c = (6+2i)\times\frac{3+4i}{5} - 2 + 2i$$
$$= 8i$$

$$z_1' = z_2\omega + c = (2+4i)\times\frac{3+4i}{5} - 2 + 2i$$
$$= -4+6i$$

(2) z_1 を z_1' に，z_2 を z_2' に移すような回転移動の中心 z_0 が存在するとして，それを求めよう。

① $\dfrac{z_1' - z_0}{z_1 - z_0} = \dfrac{z_2' - z_0}{z_2 - z_0}$ を満たす z_0 を求めよ。

（解）

$$\frac{8i-z_0}{6+2i-z_0}=\frac{-4+6i-z_0}{2+4i-z_0}$$ より，

$\{z_0-8i\}\{z_0-(2+4i)\}$

$=\{z_0-(6+2i)\}\{z_0-(-4+6i)\}$

$z_0{}^2-(2+12i)z_0+(-32+16i)$

$=z_0{}^2-(2+8i)z_0+(-36+28i)$

これより，$-4iz_0=-4+12i$

よって，$z_0=-3-i$

② $\left|\dfrac{z_1'-z_0}{z_1-z_0}\right|=1$ であることを示せ。

（解）

$$\left|\frac{8i-(-3-i)}{(6+2i)-(-3-i)}\right|=\frac{|3+9i|}{|9+3i|}$$

$$=\frac{3\sqrt{10}}{3\sqrt{10}}=1$$

①，②より，点 $z_0=-3-i$ は回転の中心である。

なお，このときの回転角は

$$\arg\frac{z_1'-z_0}{z_1-z_0}=\arg\frac{8i+3+i}{6+2i+3+i}$$

$$=\arg\frac{3+9i}{9+3i}=\arg\frac{3+4i}{5}$$

である。

［4］次時の指導過程

［課題設定］複素数平面上の任意の点 z が，この平面上の「ずらせる」という移動によって点 z' に移ったとする。このとき，どんな z の値に対しても，z を z' に移すような，定点 z_0 を中心とし回転角が定角 α である回転移動が存在するか？

［展開］

課題は，次のように言い替えることができる。

任意の z に対して

$$\frac{z'-z_0}{z-z_0}=\alpha \qquad (|\alpha|=1)$$

を満たすような定数 z_0 および定数 α が存在するか？

課題の「ずらせる」という移動が，回転移動 ω と平行移動 c のこの順の合成であるとする。

$z'=z\omega+c$

であるから，

$$\frac{z\omega+c-z_0}{z-z_0}=\alpha$$

分母を払って，整理すると，

$(\alpha-\omega)z+(1-\alpha)z_0-c=0$

z は任意であるから，

$\alpha=\omega,\qquad (1-\alpha)z_0=c$

これより，$(1-\omega)z_0=c$

① $\omega\neq1$ のとき，

$$z_0=\frac{c}{1-\omega}$$（定点 z_0 が存在する）

② $\omega=1$ のとき，

・$c\neq0$ ならば，解なし（定点 z_0 は存在しない）

・$c=0$ ならば，不定

以上により，平面上の「ずらせる」という移動は，1つの「回転移動」で表される場合と表せない場合があることが分かる。

上の，①，②について詳しく見てみよう。

$|\omega|=1$ であるから，

$\omega=\cos\theta+i\sin\theta$

とおくと，

① $\omega\neq1$ のとき $\theta\neq0°$ である。

$$z_0=\frac{c}{1-(\cos\theta+i\sin\theta)}$$

$$=\frac{c(1-\cos\theta+i\sin\theta)}{(1-\cos\theta)^2+\sin^2\theta}$$

$$=\frac{c(1-\cos\theta+i\sin\theta)}{2(1-\cos\theta)}$$

$$=\frac{c\left(\sin\dfrac{\theta}{2}+i\cos\dfrac{\theta}{2}\right)}{2\sin\dfrac{\theta}{2}}$$

$$=\frac{c\left(\cos\left(90°-\dfrac{\theta}{2}\right)+i\sin\left(90°-\dfrac{\theta}{2}\right)\right)}{2\sin\dfrac{\theta}{2}}$$

また，

$\alpha=\omega=\cos\theta+i\sin\theta$

よって，点 z_0 の回りの $\theta°$ の回転移動である。

② $\omega=1$（移動しない）とき，$\theta=0$ である。

・$c\neq0$（c の平行移動のみ）ならば，z_0 は存在しない。

・$c=0$（移動しない）ならば，z_0 は不定である。

以上のことから，回転の要素が含まれている「ずらす」移動は，1つの回転移動で表されることが分

かる。

なお，同心円が現れないのは，次のような場合である。

①移動が平行移動のみで，回転の中心が存在しない場合

②回転の中心は存在するが，中心が画面からはずれていたり，また，回転角が大きすぎて同心円に見えにくい場合

［5］反省と課題

平面上の「ずらせる」という移動は，１つの平行移動かまたは回転移動で表されることは，「作図」からも確かめられるが，本実践では，具体的な点の移動を取り上げ，計算により実際に回転の中心を求めさせてみた。できるだけ計算が簡潔になるような数値を選んだが，それでも，計算が不得意な生徒には負担になったようである。次時の授業での，任意の点による考察は，教室の中で扱うにはやや程度を越えているように思える。課題学習的な扱いとするかまたは放課後の数学同好会などで取り扱えば，「複素数平面」のよさを感じさせるよい教材となろう。

４．おわりに

次回の指導要領の改訂（中学校平成14（2002）年，高等学校平成15（2003）年から実施）で，中学校の「図形の移動」，高等学校の「複素数平面」はいずれも削除される。

中学校の「図形の移動」については，

① 操作活動や実験などに結びつく内容が多い。

② 移動の分解，合成は「数学的な見方・考え方」を育てる多様な扱いが可能である。

など，中学校数学の教材として意義のあるものである。学習内容の精選の観点から削除されるが，いずれの日にか見直されるときがくるのであろうか。

高等学校の「複素数平面」は，いろいろ曰く因縁のある題材である。昭和38年から実施された「科学技術教育の充実」が謳われた指導要領により登場したが，その次の昭和48年から実施された指導要領では，「現代化」の新しい観点からの見直しということで姿を消していった過去がある。前回の改訂（平成６（1994）年から実施）で，再度登場したが今回また姿を消すことになった。高校数学の題材として興味のある内容を多く含んであるが，深入りしやすい危険性ももっている。そのあたりも反省の１つなのであろうか。

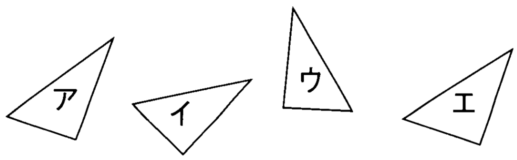
参考文献

西山　豊「卵はなぜ卵形か」，日本評論社

本時の題目　図形の移動

本時の目標　1．任意の移動は，平行移動，回転移動，対称移動の組合せた移動で表されることを理解させる。
　　　　　　2．平面上の任意の移動は，1回の平行移動または回転移動で表されることを理解させる。

本時の指導過程

学習内容	指導過程・学習活動	指導上の留意点
1．導入 （課題設定）	三角形アを，どのように移動するとイ，ウ，エに重なるか。 	・三角形ア，イ，ウ，エはいずれも合同な図形である。 ・移動の回数は何回でもよい。 ・プリントで，自由に試みさせる。
2．展開 移動の組合せ	1．「ア→エ」は，どのように移動すればよいか。 ・1回の，平行移動でよいことを確認させる。	・ア→エが，最初に出ると予想される。
	2．「ア→イ」は，どのように移動すればよいか。 ・平行移動＋回転移動 ・回転移動＋平行移動 ・回転移動＋回転移動	・発表させ，確認させる。
	3．「ア→ウ」は，どのように移動すればよいか。 ・平行移動＋対称移動 ・対称移動＋平行移動 ・	・発表させ，確認させる。 ・対象移動＋回転移動も考えられるが，出なくてもよい。
1回の移動	◎2．「ア→イ」は1回の移動で重ならないか。 ・自由に考える。 ・三角形の1辺で考える。 　・できたとすると，どんな性質があるか。 　・線分の垂直二等分線に着目する。 　・求めた点を中心として，実際に回転することによって，この中心が正しいことを確認する。	・プリントで，自由に試みさせる。 ・回転角が等しいこととの理由を問うが，操作による確認でもよいとする。
	◎3．「ア→ウ」は1回の移動で重ならないか。	・2．「ア→イ」の前に，「できない」との意見が出ることも予想される。 ・本時は，深入りしない。
3．まとめ	平面上の移動は，1回の平行移動または回転移動で表される。	
（備考）教科書：中学数学1（大阪書籍）		

本時の題目　ランダム・ドット・パターン

本時の目標　1.「ランダム・ドット・パターン」の現象を，平面上の点の移動として理解させる。

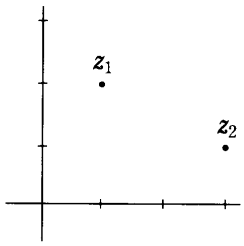
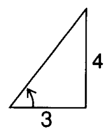
本時の指導過程

学 習 内 容	指 導 過 程・学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
1．導入 （課題設定）	○2枚の，同一のランダム・ドット・パターンを重ね合わせ1枚をずらせると，同心円が現れたり，現れなかったりする。	・OHPで表示する。
	・どんな場合に同心円が現れるか，観察しよう。	・上質紙に印刷した，2枚の同一のランダム・ドット・パターンを配布し，自由に試みさせる。
	・気づきを発表する。	・自由に発表させる。
2．展開	○特定の点の移動の様子を考えよう。 ・3点の移動の様子を観察する。	・上質紙のランダム・ドット・パターンに3点に○印をつけさせ，その点の移動のようすを観察させる。
	・同心円が現れる場合，その中心はどこか？	
	・気づきを発表する。 次の方向でまとめる。 平面上の移動は1回の平行移動かまたは回転移動で表されるから，同心円が現れている場合はその中心は回転移動の中心である。	
3．課題の解決	○同心円が現れたり，現れなかったりするのはなぜか？ 同心円が現れない場合 ・ずらせ方が，平行移動であるとき ・ずらせ方が大きく，回転移動であってもその中心が画面上にないとき ・回転移動であっても，回転の角度が大きく，円として目だちにくいとき	
4．まとめ		
（備考）教科書：中学数学1（大阪書籍），OHP上質紙に印刷した，各自2枚の，同一のランダム・ドット・パターン		

本時の題目　平面上の点の移動

本時の目標　1．ある「移動」が1つの「回転移動」に置き換えられることを，具体的な数値を用いて，理解させる。

本時の指導過程

学習内容	指導過程・学習活動	指導上の留意点
1．導入 （課題設定）	○2枚の，同一のランダム・ドット・パターンを重ね合わせ1枚をずらせると，同心円が現れたり，現れなかったりする。 ・この理由を考えよう。	・OHPで表示する。 ・コンピュータにより，いくつかの「ずらせ方」について観察させる。
2．展開	○特定の点の移動の様子を考えよう。 ・3点の移動の様子を観察する。	・コンピュータにより，いくつかの「ずらせ方」について観察させる。
(1)具体的課題	・同心円が現れたり，現れなかったりするのはなぜか？ ・同心円が現れる場合，その中心はどこか？	・現時点での意見を発表させる。 ・気づきを発表させる。
(2)移動の分解	○1つの「ずらせ方（平面上の点の移動）」は，ぞれぞれ1つの「回転移動」と「平行移動」の合成で表される。	・コンピュータにより，いくつかの「ずらせ方」について観察させる。
(3)中心を求める	○具体的な，2点の移動について，回転移動の中心を求めよう。 回転移動　$\omega=\dfrac{3+4i}{5}$ 平行移動　$c=-2+2i$ 点　$z_1=6+2i$ 点　$z_2=2+4i$ について，この移動の合成により，z_1 は z_1' に，z_2 は z_2' に移ったとする。  (1)図により予想する。 (2) z_1'，z_2' を求めよ。 (3) z_1 を z_1' に，z_2 を z_2' に移すような回転移動の中心 z_0 が存在するとして，それを求めよう。 ・$\dfrac{z_1'-z_0}{z_1-z_0}=\dfrac{z_2'-z_0}{z_2-z_0}$ を満たす z_0 を求めよ。 ・$\left\lvert\dfrac{z_1'-z_0}{z_1-z_0}\right\rvert=1$ を示せ。	・回転移動，平行移動は複素数を用いて調べることがでることを想起させる。 ・複素数の和・積の図形的な性質を想起させる。 ・arg ω としては左図を用意する。  ・授業の流れによっては，本時はここで打ち切る。
3．次時の予告	○本時は，具体的な2点の移動について，回転移動の中心を求めたが，次時では一般的な2点について調べてみよう。	

（備考）教科書：高等学校数学B（第一学習社），OHP
コンピュータ21台