

学位論文要旨

Commensurability between once-punctured torus groups
and once-punctured Klein bottle groups
(一点穴あきトーラス群と一点穴あきクラインボトル群の通約可能性)

氏名 風呂川 幹央

Jorgensen により、一点穴あきトーラス擬フックス群のフォード領域の組み合わせ構造が決定された。一点穴あきクラインボトル群の変形空間は一点穴あきトーラス群の変形空間と同じ複素次元を持つことが知られているため、同様に一点穴あきクラインボトル擬フックス群のフォード領域の組み合わせ構造が記述されることが期待できる。

参考論文 1 では、一点穴あきクラインボトルフックス群のフォード領域の組み合わせ構造を決定した。加えて、先行研究の一点穴あきトーラス擬フックス群のフォード領域では起こりえない現象が一点穴あきクラインボトル擬フックス群のフォード領域では起こることを観察した。これにより、一般の一点穴あきクラインボトル擬フックス群に対しては、直接的には **Jorgensen** の手法を適用できないことが分かる。

一方で、一点穴あきトーラスと一点穴あきクラインボトルは位相的に通約可能、すなわち、これらは二点穴あきトーラスを共通の被覆空間として持つ。そのため、一点穴あきトーラスと一点穴あきクラインボトルの基本群の $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{C})$ 表現に対し、通約可能性の概念を導入できる。この時、与えられた一点穴あきクラインボトルの基本群の $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{C})$ 表現に対し、いつ通約可能な一点穴あきトーラスの基本群の $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{C})$ 表現が存在するか、という問題が考えられる。

本論文の主結果は、忠実な型保存 $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{C})$ 表現に対する、上記問の完全解である。また、一点穴あきトーラスと一点穴あきクラインボトルの基本群の離散的な型保存 $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{C})$ 表現が通約可能であれば、それらのフォード領域は一致することを示した。このことと主結果を合わせることで、一点穴あきクラインボトルの基本群の離散的かつ忠実な型保存 $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{C})$ 表現で通約可能な一点穴あきトーラスの離散的かつ忠実な型保存 $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{C})$ 表現を持つものに対し、そのフォード領域の組み合わせ構造を記述できる。