

論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)	氏名	阪 田 直 樹
学位授与の要件	学位規則第4条第①・2項該当		
論文題目			
<p>Veering structures of the canonical decompositions of hyperbolic fibered two-bridge link complements</p> <p>(双曲的ファイバー二橋絡み目補空間の標準的分割の変針構造)</p>			
論文審査担当者			
	主 査	教 授	作 間 誠
	審査委員	教 授	田 丸 博 士
	審査委員	准教授	古宇田 悠 哉
	審査委員	教 授	寺垣内 政 一 (教育学研究科)
	審査委員	准教授	秋 吉 宏 尚 (大阪市立大学理学研究科)
〔論文審査の要旨〕			
<p>Thurston が提唱し、Perelman によって最終的に解決された幾何化定理により、任意の 3 次元閉多様体は幾何構造を許容する部分多様体への自然な分解を持つ。3 次元多様体が持ち得る 8 種類の幾何構造の中で、双曲構造が最も豊かな世界を持っており、その研究が 3 次元多様体を理解するための鍵を握っている。最近 Agol により解決された Thurston による仮想ファイバー予想「任意の 3 次元閉双曲多様体は円周上の曲面束を有限被覆に持つ」にも見られるように、3 次元双曲多様体の中で、円周上の曲面束の構造を持つものは、特別に重要な意味を持つ。</p> <p>一方、Epstein-Penner によりカスプ付き (有限体積) 3 次元双曲多様体は、自然な幾何的理想胞体分割 (標準的分割) を持つことが示されている。すると自然な疑問として、双曲構造を持つ円周上の穴あき曲面束のファイバー構造と標準的分割には、どのような関係があるかという問題が浮かび上がる。参考論文において、本論文の著者は、双曲的ファイバー二橋絡み目補空間に対して、この自然な問題に対する次の美しい解答を与えた。</p> <p>定理 双曲的ファイバー二橋絡み目補空間の標準的分割は、そのファイバー構造に関して階層的である。</p> <p>この定理を証明するために、著者は A'Campo が与えたファイバー性判定条件を整備した上で、双曲的ファイバー二橋絡み目補空間の標準的分割がその条件を満たすことを、非常に込み入った計算を実行した。</p> <p>ここで、Thurston による円周上の穴あき曲面束の一意化定理により、円周上の穴あき曲面束が双曲構造を持つための必要十分条件は、そのモノドロミーが擬アノソフであること (即ち、モノドロミーで不変な安定、非安定葉層が存在すること) であることを注意する。</p>			

2011年に Agol は、理想三角形分割に対して変針構造という概念を導入し、円周上の穴あき曲面束 M の擬アノソフモノドロミーが条件「安定、非安定葉層の特異点は全て曲面の穴にある」を満たすなら、 M の階層的な位相的理想三角形分割で変針構造を持つものが唯一つ存在することを証明した。(必要ならファイバー曲面に有限個の穴をあければ、この条件は満たされるため、この条件は本質的な制約ではないと言える。) Epstein-Penner の標準的分割は双曲構造の観点から見た規範的な分割であるのに対して、Agol による変針構造を持つ位相的理想三角形分割は、モノドロミーが生成する位相的力学系の観点から見た規範的な分割であると言える。従って、次の自然な問題が考えられる。

問題 擬アノソフモノドロミーを持つ円周上の穴あき曲面束の標準的分割と変針構造を持つ位相的理想三角形分割との間にはどのような関係があるか？

本論文の著者は、双曲的ファイバーに橋結び目補空間に対する上述の問題を、先に述べた研究成果に基づいて研究した結果、それらに対する標準的分割が変針構造を持つための必要十分条件を完全に決定した。

定理 傾き r ($0 < |r| < 1/2$) の双曲的ファイバー二橋絡み目 $K(r)$ に対して、その補空間の標準的分割が変針構造を持つための必要十分条件は、その傾き r が連分数展開 $\pm [2, 2, \dots, 2]$ を持つことである。

この結果を得るために、著者は、A'Campo のファイバー性判定条件を満たす理想三角形分割が変針構造を持つかどうかを、カスプトーラス上の誘導三角形分割を見る事により判定する効果的な方法を与えた。そして、双曲的二橋絡み目補空間の標準的分割に関する深い洞察に基づいて、その方法を駆使することにより、定理の証明に成功した。尚、与えられた理想三角形分割が変針構造を持つかどうか判定する方法は、既に Hodgson-Issa-Segerman によって与えられていたが、その方法はコンピュータでの判定に特化しており、本論文のように無限族を調べる際には使いづらいものであった。それに対して、著者の判定方法は、理想三角形分割からその多様体の境界へ導かれた三角形分割を見て判定するという視覚的な方法であるという優れた特性を持つ。

更に、この定理と Guéritaud による最近の研究成果を合わせると、上の定理の条件を満足する双曲的ファイバー二橋絡み目に対しては、それに付随する Cannon-Dicks-Thurston フラクタルタイル貼り、標準的分割が誘導するカスプトーラスの三角形分割の間には、一点穴あきトーラス束に対して Dicks-Sakuma により証明されていた美しい関係が成立する事が導かれる。そのため、本研究は標準的分割と Cannon-Dicks-Thurston フラクタルタイル貼りの間の関係の研究にも寄与するものである。

以上、審査の結果、本論文の著者は博士（理学）の学位を授与される十分な資格があるものと認める。

公表論文

Veering structures of the canonical decompositions of hyperbolic fibered two-bridge link complements,

Naoki Sakata,

Journal of Knot Theory and Its Ramifications, 掲載決定

参考論文

Canonical decompositions of hyperbolic fibered two-bridge link complements,

Naoki Sakata,

Topology and its Applications, 196 (2015) 821--845.