

学位論文要旨

Veering structures of the canonical decompositions of hyperbolic fibered two-bridge link complements

(双曲的ファイバー二橋絡み目補空間の標準的分割の変針構造)

氏名 阪田 直樹

三次元多様体を研究する上で、その組合せ構造を考察することで多様体を理解しようという試みは、古くから用いられてきた由緒正しい方法である。例えば PL 構造をはじめとして、Heegaard 分解、JSJ 分解、既約多様体への分解など様々な組合せ的な研究手法が用いられている。

本論文では三次元多様体の中でも、特に双曲構造を持った円周上の穴あき曲面束を考える。Epstein-Penner はこのような曲面束に対して、標準的分割と呼ばれる理想多面体分割が存在することを示した。本論文の著者は参考論文 1 において、補空間が完備双曲構造を持つ任意のファイバー二橋絡み目の標準的分割は、そのファイバー構造に関して階層的と呼ばれる構造を持つことを示した。すなわちその標準的分割は、ファイバー曲面の理想三角形分割の変形の列から構成される。この事実を示すために参考論文 1 では、A'Campo の未出版の結果であったファイバー性判定条件への証明を与え、その条件を用いることで階層的構造を持つことを示した。またその条件を用いるために、双曲的ファイバー二橋絡み目補空間の標準的分割とそのファイバー構造に付随する調和組合せ的 1 コサイクルを決定した。

一方 Agol は三次元多様体の理想三角形分割に変針構造と呼ばれる構造を定義した。その上で Agol は、円周上の双曲的穴あき曲面束で、その擬アノソフモノドロミーの安定、不安定葉層構造の特異点がファイバー曲面上にないものに対して、その曲面束の変針構造と階層的構造を持つ理想三角形分割が一意的に存在することを示した。変針構造を持つ理想三角形分割については既に様々な研究がなされている。例えば変針構造とその幾何構造との関係についての結果が Hodgson-Rubinstein-Segerman-Tillmann や Futer-Guéritaуд、Hodgson-Issa-Segerman 等により与えられており、また変針構造と曲面束の擬アノソフモノドロミーから得られる球面充填曲線との関係についての結果が Guéritaуд によって得られている。

上記の状況を踏まえ、本論文においては、どのような標準的分割が変針構造を持つ

か、という問題について考察した。特に主定理として、双曲的ファイバー二橋絡み目補空間の標準的分割が変針構造を持つための必要十分条件を与えた。

この主定理を示すために本論文では、理想三角形分割が変針構造を持つかどうかを判定する方法を第二節で与えた。判定法は既に Hodgson-Issa-Segerman によって与えられている。しかしながら、彼らの方法はコンピュータを用いて判定をする際には非常に有効であるが、実際に変針構造がどのようなになっているのかを視覚的に判断しづらいという問題があった。本論文では、A'Campo のファイバー性判定条件を満たす円周上の穴あき曲面束の標準的分割に対して、その標準的分割から導かれるカスプトラス上の三角形分割とその双対分割を用いることによって、標準的分割が変針構造を持つかどうかを視覚的に判定する方法を与えた。

判定方法を導入した後、双曲的二橋絡み目補空間の標準的分割の記述を与えた。標準的分割の記述は Sakuma-Weeks、Guéritaud-Futer によって与えられており、本論文でもその構成方法に従った。また標準的分割へのラベル付けは参考論文 1 に従った。

最後に第六節、第七節において、これまでの標準的分割の記述と第二節で導入した変針構造の判定方法を用いて、主定理の証明を与えた。