

論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)	氏名	今 別 府 孝 規
学位授与の要件	学位規則第4条第①・2項該当		
論文題目			
<p>On Sawollek polynomials of checkerboard colorable virtual links (チェッカーボード彩色可能な仮想結び目のサボレック多項式について)</p>			
論文審査担当者			
主 査 教 授 作 間 誠 審査委員 教 授 田 丸 博 士 審査委員 准教授 土 井 英 雄 審査委員 教 授 寺 垣 内 政 一 (教育学研究科) 審査委員 教 授 鎌 田 聖 一 (大阪市立大学理学研究科)			
〔論文審査の要旨〕			
<p>3次元空間内の結び目を研究対象とする結び目理論は、20世紀初頭にトポロジーの一分野として確立し、1980年代より爆発的な進展を続けている。1996年にカウフマンは、ガウスコードから結び目を再構成する問題、および曲面上の区間束における結び目理論に動機づけられて、「仮想結び目」の概念を導入した。通常の結び目が、4価頂点平面グラフの各頂点に交差情報を与えて得られる結び目ダイアグラムで表示されるのに対して、仮想結び目は、4価頂点平面グラフの各頂点に対して、そこに交差情報を与えるか、あるいは、それを仮想交点と見なすことにより得られる「仮想結び目ダイアグラム」により表示される。そして、仮想結び目は、上述の仮想結び目ダイアグラムの「一般化されたライデマイスター移動」を法とする同値類として定義される。2つの結び目を仮想結び目とみなしたとき、それらが仮想結び目として同値であるための必要十分条件は、それらが通常の結び目として同値であることが知られており、この意味で、仮想結び目理論は、通常の結び目理論の真の一般化となっている。更に、仮想結び目に対しては、結び目理論では見られない様々な現象が起こる。このため、仮想結び目は様々な研究者の関心を惹き、これまでにいくつもの重要な研究成果が得られている。その中で、鎌田直子氏は、結び目のジョーンズ多項式の仮想結び目に対する類似としてカウフマンが定義した f-多項式の詳細な研究を行い、仮想結び目の「チェッカーボード彩色可能性」の概念を導入した。そして、チェッカーボード彩色可能な仮想結び目の f-多項式は、通常の結び目のジョーンズ多項式とある一つの共通な性質を持つ事を証明した。特に、これにより任意の結び目はチェッカーボード彩色可能であるのに対して、仮想結び目は一般にはチェッカーボード彩色可能であるとは限らないことが示された。その後、鎌田直子氏の研究に影響を受け、Im-Lee-Lee は Index 多項式を用いるチェッカーボード彩色可能性判定条件を、Im-Lee-Son は Flat Index 多項式を用いるチェッカーボード彩色可能性判定条件を与えた。しかしながら、これらの方法ではチェッカーボード彩色可能かどうか判定できない仮想結び目も多数存在する。そこで、与えられた仮想結び目がチェッカーボード彩色可能かどうかを、いかにして判定する</p>			

かという自然な問題が発生する。

上述の問題に対して、本論文の著者は、サボレックが導入した仮想結び目の多項式不変量であるサボレック多項式に注目するという着想を得て研究を行った結果、チェッカーボード彩色可能性判定条件を与える下記の定理を得た。

主定理 仮想結び目 L がチェッカーボード彩色可能であるなら、そのサボレック多項式 $Z_L(x,y)$ は 2 つの等式 $Z_L(x,1) = 0$, $Z_L(x,x) = 0$ を満たす。

更に、上述の 2 つの判定条件が、 f -多項式、Index 多項式、Flat Index 多項式を用いた判定条件と独立であることを、具体例を与える事により示している。この主定理の証明は、著者のサボレック多項式への深い理解に基づいている。この新しい判定法を既存の判定法と組み合わせる事により、4 交点以下の仮想結び目 117 個のうち 110 個についてチェッカーボード彩色可能かどうかを決定する事に成功した。残りの仮想結び目のチェッカーボード彩色可能性を判定するという課題は、今後、仮想結び目理論の進展に寄与すると同時に、仮想結び目理論の進展を計る指標となると思われる。

以上、審査の結果、本論文の著者は博士（理学）の学位を授与される十分な資格があるものと認める。

公表論文

On Sawollek polynomials of checkerboard colorable virtual links,
Takanori Imabeppu,
Journal of Knot Theory and Its Ramifications, 掲載決定